

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL BIDIMENSIONAL DE FLUIDO INCOMPRESSÍVEL COM OBSTÁCULO

Edinei Cesario Zanon^{a*}, Pedro Henrique de Almeida Konzen^b

^{a*}Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul

^b Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e Estatística, Porto Alegre, RS, Brasil, CEP 91501-970

*e-mail: edinei_czanoni@hotmail.com

DESCRIÇÃO

Neste trabalho, o qual está em fase inicial de desenvolvimento, discute-se um estudo de caso de simulação computacional de fluido incompressível com obstáculo. Tratam-se de resultados preliminares, que fundamentam o objetivo de estudar problemas de interação fluido-estrutura.

Para tanto, tomamos como base a pesquisa realizada por Stefan Turek e Jaroslav Hron, ambos do *Institute for Applied Mathematics and Numerics*, University of Dortmund, descrita no artigo "Proposal for numerical benchmarking of Fluid-structure interaction between an elastic object and laminar incompressible flow" [6].

Aqui, busca-se modelar o comportamento do fluido perpassando um obstáculo fixo. Para a análise do movimento do fluido e comportamento do obstáculo, partiu-se das equações de Navier-Stokes (1) e de equações decorrentes da teoria da elasticidade (2), i.e.

$$\begin{aligned} \rho^f \left(\frac{\delta \mathbf{v}^f}{\delta t} \right) + \rho^f (\nabla \mathbf{v}^f) \mathbf{v}^f &= \text{div } \boldsymbol{\sigma}^f \\ \text{div } \mathbf{v}^f &= 0 \\ -\mathbf{p}^f \mathbf{I} + \rho^f \nu^f (\nabla \mathbf{v}^f + \nabla \mathbf{v}^{fT}) &= \boldsymbol{\sigma}^f \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (\rho^s) \frac{\delta^2 \mathbf{u}^s}{\delta t^2} &= \text{div}(\boldsymbol{\sigma}^s \mathbf{F}^{-T}) \\ \mathbf{E} &= \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{I}) \\ \left(\frac{\mathbf{F}}{J} \right) (\lambda^s (\text{tr} \mathbf{E}) \mathbf{I} + 2\mu^s \mathbf{E}) \mathbf{F}^T &= \boldsymbol{\sigma}^s \end{aligned} \quad (2)$$

Onde \mathbf{F} e J são parâmetros pré-estabelecidos na teoria da elasticidade para materiais hiperelásticos, desenvolvidos na teoria de St. Venant-Kirchhoff. As simulações computacionais foram obtidas via o método de elementos finitos [5], usando o pacote Gascoigne 3D [1, 2]. A discretização no espaço foi feita com elementos quadrangulares lineares e a discretização no tempo com uma combinação de esquemas de Euler implícito e Crank-Nicholson. Em cada passo de tempo, a solução das equações não-lineares é obtida por iteração quasi-Newton, monitorando a razão de convergência das iterações, representadas pela letra n .

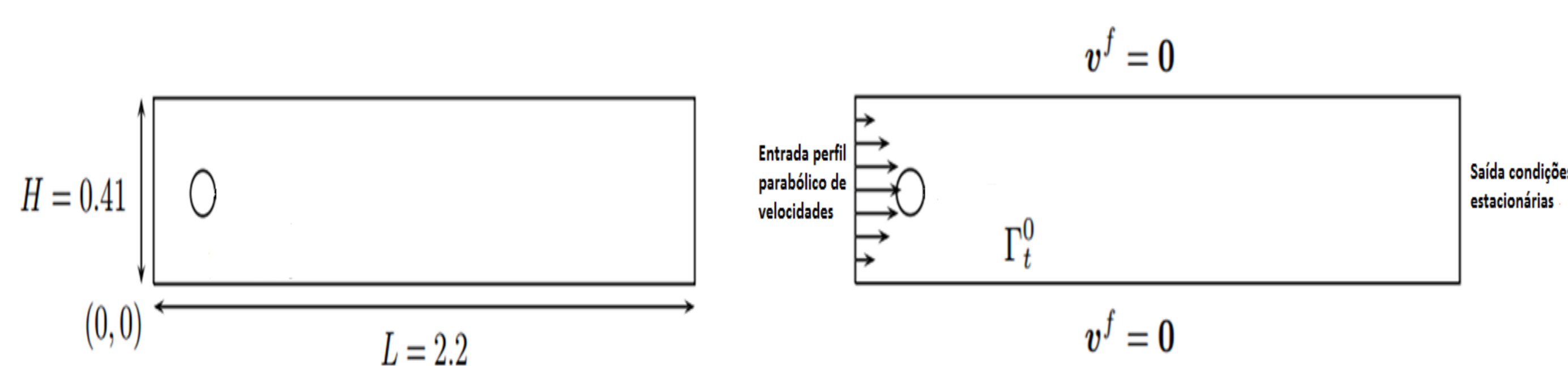


Fig. 1 – Dimensões domínio e condições contorno com objeto de raio $r=0.05$

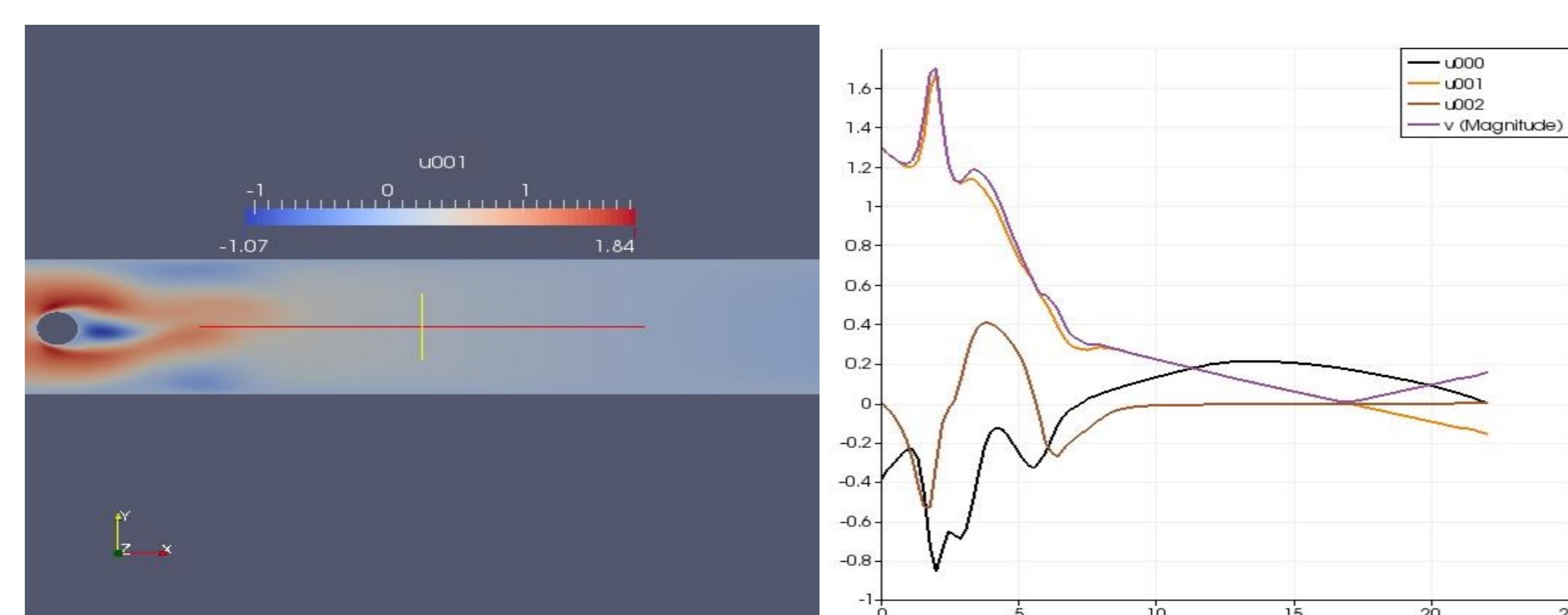


Fig. 2 – Simulação para $n=2000$, movimento oscilatório notável

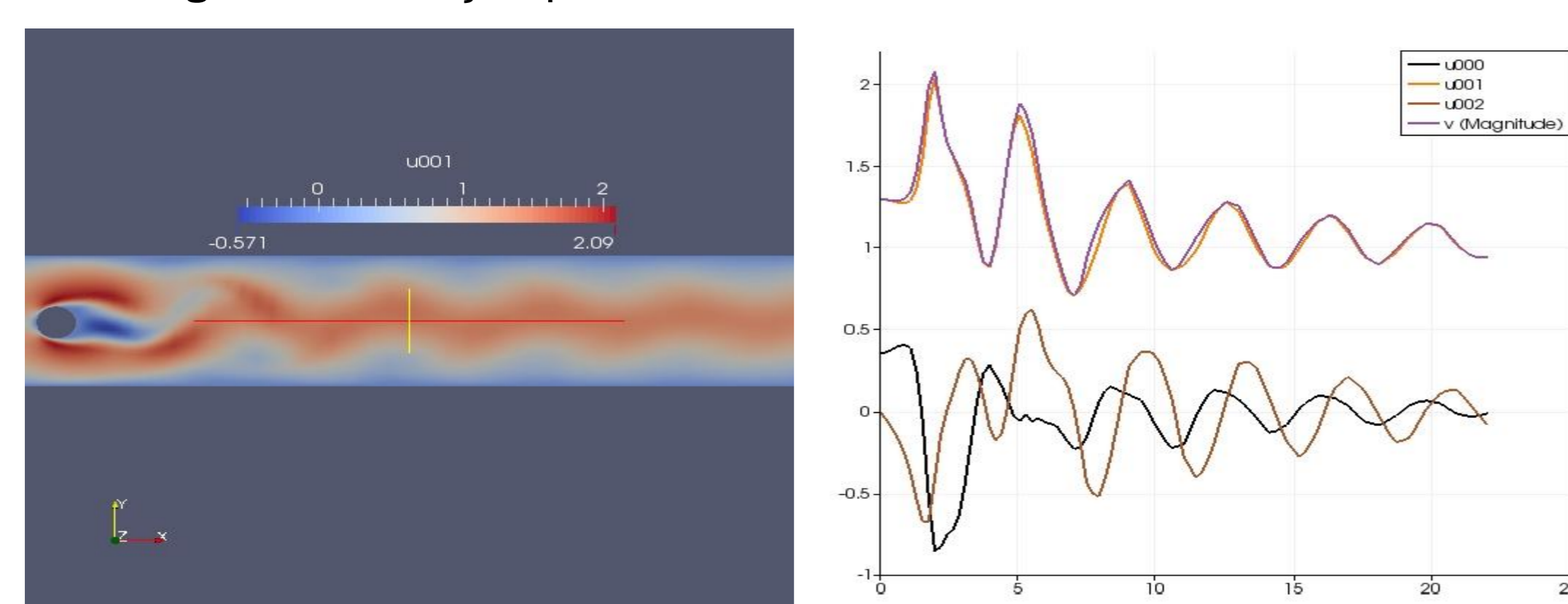


Fig. 3 – Início da interação entre fluido e estrutura, $n=3500$

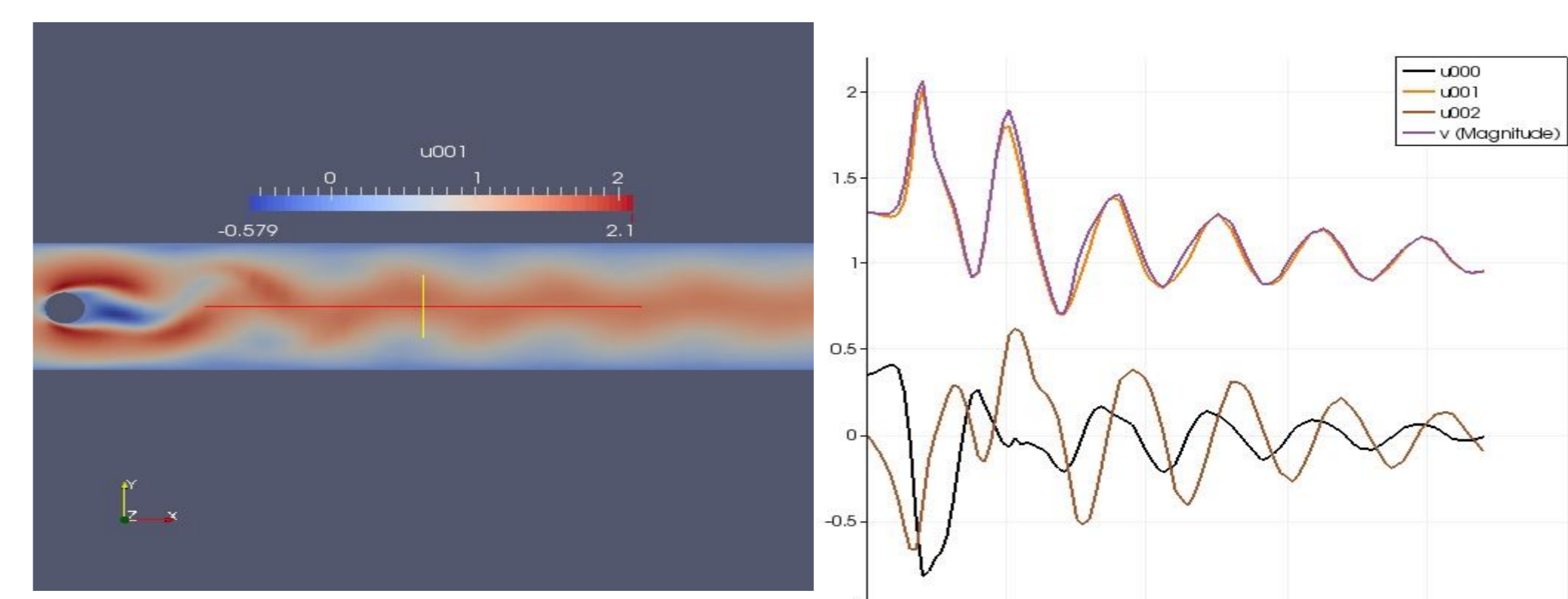


Fig. 4 – fluido contornando o obstáculo, $n=10000$

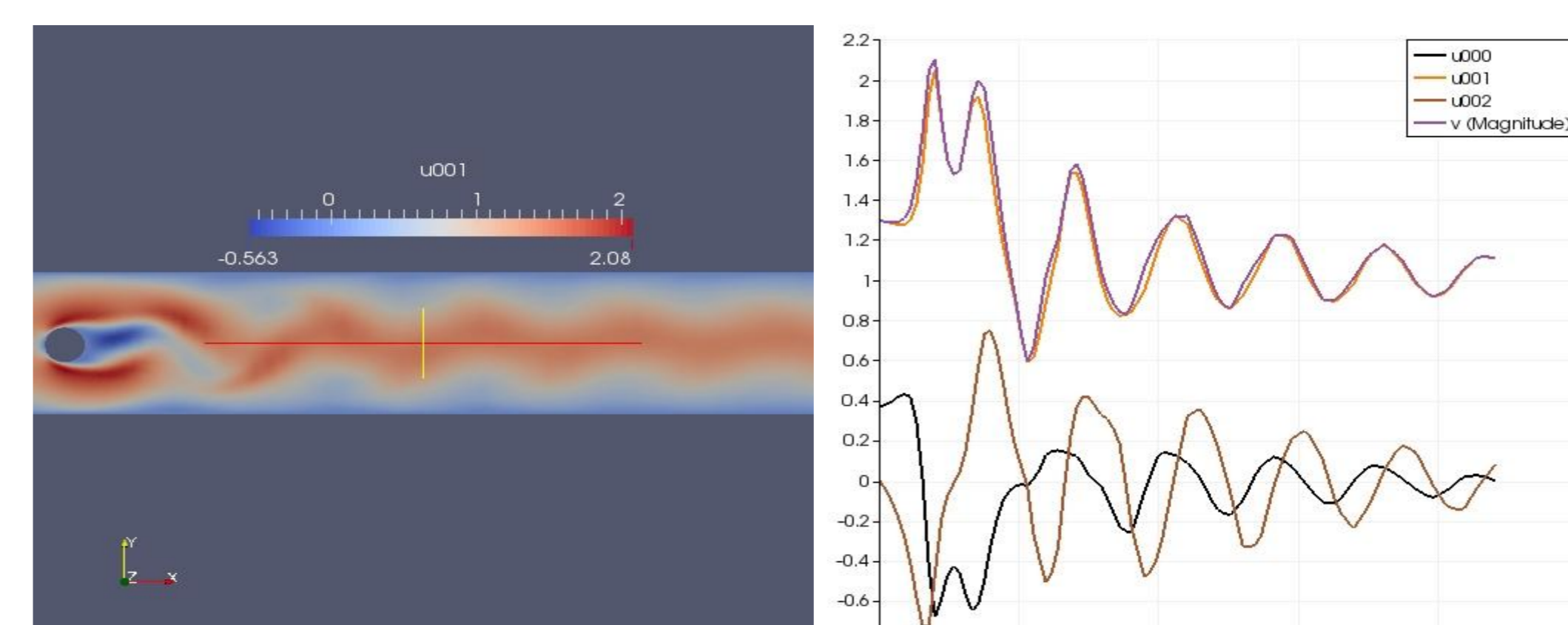


Fig. 5 – Início movimento fluido após passar obstáculo, $n=20000$

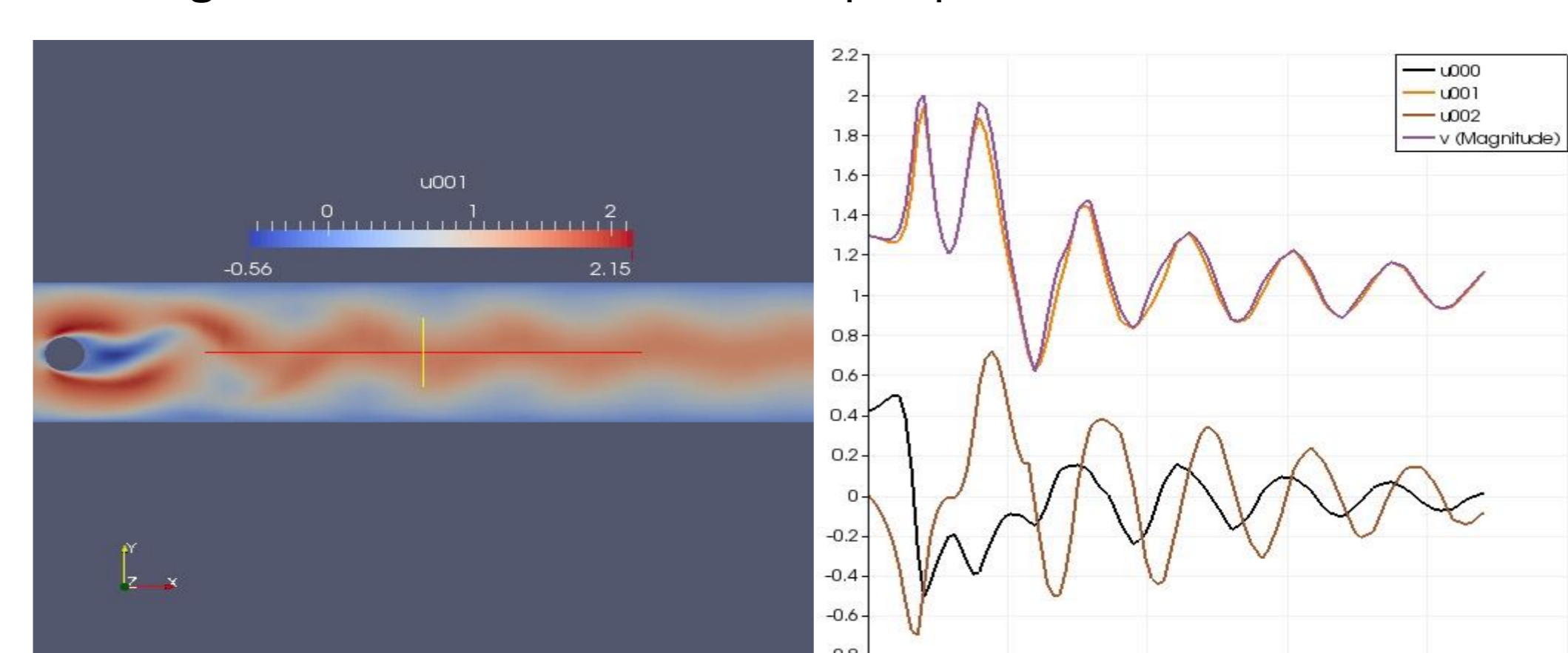


Fig. 6 – tendência final do movimento do fluido, $n=28000$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]. R. Becker, M. Braack, e R. Rannacher, Numerical simulation of laminar flames at low mach number with adaptative finite elements., *Combustion Theory and Modelling*, 30(3), 1999, 503-534.
- [2]. M. Braack, Na Adaptative Finite Element Method for Reactive Flow Problems, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1998.
- [3]. Ph. Clement, Approximation by finite element functions using local regularization, *Reactive Flows, Diffusion and Transport*, 9, 1975, 77-84.
- [4]. J.-L. Guermond, Stabilization of Galerkin approximations of transport equations by subgrid modeling, *Modél. Math. Anal. Numér.* 33(6), 1999, 1293-1316.
- [5]. C. Johnson, Numerical solution of partial differential equations by the finite element method., Ed. Dover, 2009.
- [6]. S. Turek, J. Hron, Proposal for Numerical Benchmarking of Fluid-structure interaction Between na Elastic Object and Laminar Incompressible Flow. Em: Bumgartz HJ., Schafer M. (eds) *Fluid-structure interaction. Lecture notes in Computational Science and Engineering*, vol. 53, Springer, Berlin, Heidelberg.

COMENTÁRIOS FINAIS

Os resultados apresentados neste trabalho servem de fundamento para estudos futuros da interação do fluido com o objeto. Para tanto, deverá se juntar à modelagem as propriedades elástico-lineares do objeto, permitindo a simulação do movimento relativo deste causado pelo fluido.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à Universidade Federal do Rio Grande do Sul pela bolsa BIC de Iniciação Científica.