

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

EDINEI CESARIO ZANONI

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL
INCOMPRESSÍVEL COM OBSTÁCULOS**

Porto Alegre
2018

EDINEI CESARIO ZANONI

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL
INCOMPRESSÍVEL COM OBSTÁCULOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao corpo docente do Programa de Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Engenheiro.

Área de Concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Pedro Henrique de Almeida Konzen

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Luis Braun

Porto Alegre
2018

À minha mãe.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo ensinamento constante a que me submete através dos mais diversos cenários, situações e pessoas do cotidiano.

Agradeço a minha família, que criou maneiras de moldar meu caráter através dos ensinamentos mais simples, somando pouco a pouco características que me tornaram quem sou hoje.

Agradeço aos meus orientadores, que, com sua exigência e ensinamentos, tornaram possível dar vida a este trabalho através da minha.

Agradeço a todos os professores que já passaram pela minha vida. Seus esforços fundiram, moldaram, esculpiram e poliram todo o conhecimento que adquiri e que, hoje, encontra seu auge com a publicação deste trabalho.

Agradeço a todos os meus amigos. Longe ou perto, desde a tenra idade, abençoados pela ingenuidade dos dias sem preocupações até hoje, com o amadurecimento e o conhecimento de que somos capazes de mudar o mundo. Vocês são meus exemplos.

Sem vocês eu não seria nada.

“Ó, vida futura! Nós te criaremos.”
(Carlos Drummond de Andrade)

RESUMO

Neste trabalho, apresentam-se estudos de casos envolvendo simulação computacional de fluido incompressível com obstáculo. Discute-se a modelagem matemática, via Equações de Navier-Stokes incompressíveis para escoamentos em regime laminar, e discretização via o método de elementos finitos. O presente trabalho é baseado em estudos que possuem resultados clássicos a respeito desta área de estudo, de tal sorte que o objetivo principal não se concentra em pesquisas de novos campos de trabalho, mas sim de análise de pesquisas notáveis e suas respectivas aplicações. A modelagem se deu pelas Equações de Navier Stokes, auxiliadas pela Equação da Continuidade, considerando o fluido incompressível e viscoso e o domínio sendo bidimensional. As simulações computacionais foram obtidas via método dos Elementos Finitos, usando o pacote Gascoigne3D. A discretização no espaço foi feita com elementos quadrangulares lineares, e a discretização no tempo com uma combinação de esquemas de Euler implícito e Cranck-Nicholson. Em cada passo de tempo, a solução das equações não-lineares é obtida por iteração quasi-Newton, onde monitoramos a razão de convergência das iterações e, assim, computamos a solução do modelo numérico. Foram analisados casos clássicos, através de figuras geométricas simples encontradas em grandes obras, representando diferentes obstáculos para o escoamento, tais como objetos circulares, quadrangulares e retangulares. Tendo obtido resultados adequados à teoria, onde estes resultados representam a validação para o código, partiu-se para estudos de caso referentes ao capítulo de resultados de aplicação, com a finalidade de aumentar a referência bibliográfica sobre o assunto.

Palavras-chave: Equações de Navier-Stokes. Método de Elementos Finitos. Escoamento Laminar.

ABSTRACT

On this work, we show a study about cases involving computational simulation of incompressible fluid with obstacle. We discuss about mathematical modeling, by the laminar and incompressible Navier Stokes equations, and discretization by the Finite Element Method (FEM). This work is based in studies that have classic results about this area, so that the main goal is about the remarkable results and their applications. The mathematical modeling was obtained with the Navier Stokes Equations, aided by the Continuity Equations, considering a incompressible and viscous fluid and the domain 2D. The computational simulations were obtained by the Finite Element Method (FEM), using the Gascoigne3D. The space discretization was made with quadrangular linear elements, and the time discretization was made with a combination of the implicit Euler and Crank-Nicholson method. In each time step, the solution of the non-linear equations is obtained with Quasi-Newton iteration, and we monitored the convergence reason about the iterations and, this way, compute the obtained values. We studied classic cases, with simple geometric configurations, that represents different obstacles to the flow, like circles, quadrangular and rectangular configurations. When the suitable results was obtained, we considered the code as validated and started results of application, with the main goal of increases the bibliografic reference about that area.

Keywords: Navier Stokes Equations. Finite Element Method. Laminar Flow.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Relação entre sistemas e volumes de controle.....	13
Figura 2 – Sistema massa constante.....	19
Figura 3 – Trabalho de escoamento.....	21
Figura 4 – Modelo físico obstáculo circular.....	39
Figura 5 – Malha com 1 refinamento.....	40
Figura 6 – Malha com 2 refinamentos.....	40
Figura 7 – Malha com 3 refinamentos.....	40
Figura 8 – Malha com dois refinamentos globais e um local.....	40
Figura 9 – Escoamento Reynolds 40.....	41
Figura 10 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha com 1 refinamento.....	41
Figura 11 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha com 2 refinamentos.....	41
Figura 12 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha com 3 refinamentos.....	42
Figura 13 – Comparação resultado Braun (2003).....	42
Figura 14 – Comparação ampliada.....	42
Figura 15 – Comparação resultados coeficiente arrasto.....	43
Figura 16 – Escoamento Reynolds 250.....	43
Figura 17 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 1 refinamento.....	43
Figura 18 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 2 refinamentos.....	43

Figura 19 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 3 refinamentos.....	44
Figura 20 – Escoamento Reynolds 500.....	44
Figura 21 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 1 refinamento.....	44
Figura 22 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 2 refinamentos.....	44
Figura 23 – Perfil velocidade e pressão escoamento, malha 3 refinamentos.....	44
Figura 24 – Comparação escoamento Reynolds 750 e 1000, respectivamente.....	45
Figura 25 – Perfil velocidade pressão escoamento, Reynolds 1500, malha três refinamentos.....	45
Figura 26 – Comparação resultados com Braun (2003), Re 1500.....	45
Figura 27 – Comparação ampliada.....	45
Figura 28 – Comparação velocidade vertical a 0,2D a partir do obstáculo.....	46
Figura 29 – Domínio físico estudado com escoamento parabólico.....	47
Figura 30 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250 (n=3000).....	47
Figura 31 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250 (n=5000).....	48
Figura 32 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250 (n=10000).....	48
Figura 33 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250 (n=20000).....	49
Figura 34 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250, (n=28000).....	49
Figura 35 – Comparação arrasto diferentes autores.....	50
Figura 36 – Malha NACA0012.....	50
Figura 37 – Malha ampliada no aerofólio.....	51
Figura 38 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 0°, Reynolds 250.....	51
Figura 39 – Escoamento ampliado.....	51

Figura 40 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 0° , Reynolds 500.....	51
Figura 41 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 0° , Reynolds 750.....	52
Figura 42 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 0° , Reynolds 1000.....	52
Figura 43 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 0° , Reynolds 1500.....	52
Figura 44 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 40.....	53
Figura 45 – Escoamento ampliado.....	53
Figura 46 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 250.....	54
Figura 47 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 500.....	54
Figura 48 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 750.....	54
Figura 49 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 1000.....	55
Figura 50 – Perfil velocidade e pressão no escoamento, ângulo de ataque 6° , Reynolds 1500.....	55
Figura 51 – Comparação $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, Reynolds 250.....	56
Figura 52 – Comparação $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, Reynolds 500.....	56
Figura 53 – Comparação $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, Reynolds 750.....	56
Figura 54 – Comparação $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, Reynolds 1000.....	56
Figura 55 – Comparação $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, Reynolds 1500.....	57

Figura 56 – Relação C_L e C_D , para diferentes Reynolds e mesmo α	58
Figura 57 – Modelo físico utilizado com 2 obstáculos em sequência.....	59
Figura 58 – Malha utilizada para análise com 2 obstáculos horizontais.....	59
Figura 59 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 250.....	59
Figura 60 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 500.....	60
Figura 61 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 750.....	60
Figura 62 – Perfil velocidade e pressão escoamento, Reynolds 1000.....	60
Figura 63 – Modelo físico utilizado com 2 obstáculos na vertical.....	61
Figura 64 – Modelo físico utilizado com 3 obstáculos na vertical.....	61
Figura 65 – Malha utilizada com 2 obstáculos na vertical, distância 4D.....	62
Figura 66 – Malha utilizada com 2 obstáculos na vertical, distância 1D.....	62
Figura 67 – Malha utilizada com 3 obstáculos na vertical, distância 1,5D.....	62
Figura 68 – Perfil velocidade e pressão escoamento para 2 obstáculos verticais, separados por distância 4D. Reynolds 700, resposta oscilatória.....	63
Figura 69 – Perfil velocidade e pressão escoamento para 2 obstáculos verticais, separados por distância 1D. Reynolds 400, resposta oscilatória.....	63
Figura 70 – Perfil velocidade e pressão escoamento para 3 obstáculos verticais, separados por distância 1,5D. Reynolds 250, resposta oscilatória.....	63
Figura 71 – Modelo físico utilizado para obstáculo quadrangular.....	64
Figura 72 – Escoamento obstáculo quadrangular.....	64
Figura 73 – Malha não estruturada com obstáculo quadrangular, $L/H = 1$	65
Figura 74 – Relação ângulo ataque número de Reynolds.....	65
Figura 75 – Coeficiente arrasto com ângulo de ataque.....	66
Figura 76 – Coeficiente sustentação com ângulo ataque.....	66

Figura 77 – Modelo físico utilizado com obstáculo quadrangular.....	67
Figura 78 – Malha não estruturada com obstáculo quadrangular, $L/H = 1$	67
Figura 79 – Malha não estruturada com obstáculo quadrangular, $L/H = 2$	68
Figura 80 – Malha não estruturada com obstáculo quadrangular, $L/H = 4$	68
Figura 81 – Malha não estruturada com obstáculo quadrangular, $L/H = 6$	68
Figura 82 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 1$, Reynolds 40, malha estruturada.....	69
Figura 83 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 1$, Reynolds 40, malha não estruturada.....	69
Figura 84 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 1$, Reynolds 50, malha estruturada.....	69
Figura 85 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 1$, Reynolds 50, malha não estruturada.....	69
Figura 86 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 2$, Reynolds 350, malha estruturada.....	70
Figura 87 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 2$, Reynolds 350, malha não estruturada.....	70
Figura 88 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 4$, Reynolds 400, malha estruturada.....	70
Figura 89 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 4$, Reynolds 400, malha não estruturada.....	70
Figura 90 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 6$, Reynolds 500, malha estruturada.....	71
Figura 91 – Perfil velocidade e pressão escoamento, $L/H = 6$, Reynolds 500, malha não estruturada.....	71
Figura 92 – Dados geométricos seção estudada.....	72

Figura 93 – Domínio físico estudado.....	73
Figura 94 – Malha utilizada na seção.....	73
Figura 95 – Coeficiente de arrasto ângulo ataque.....	73
Figura 96 – Coeficiente de sustentação ângulo ataque.....	74

LISTA DE SÍMBOLOS

E representa a energia total do sistema,

e representa a energia total por unidade de massa,

W representa o trabalho total no sistema,

Q representa a quantidade de calor no sistema,

t representa o tempo,

dt representa a variação de tempo,

v representa velocidade escalar fluido,

x, y e z representam as direções espaciais características no sistema,

x_0 representa um ponto arbitrário fornecido,

C_D representa o coeficiente de arrasto,

C_L representa o coeficiente de sustentação,

F_D representa a força de arrasto atuante no sistema,

F_L representa a força de sustentação atuante no sistema,

m representa a massa,

dV representa o diferencial de volume,

N representa uma quantidade extensiva arbitrária,

A representa a área total da superfície,

S representa a área considerada para cálculo, quando houver,

\mathbf{F} representa o vetor força,

\mathbf{F}_r representa o vetor força resultante,

\mathbf{g} representa a aceleração gravitacional,

\mathbf{B} representa o vetor força de campo,

\mathbf{F}_S representa o vetor força de contato resultante,

\mathbf{F}_B representa o vetor força de campo resultante,

\mathbf{M}_S representa o vetor momento de contato resultante,

\mathbf{M}_B representa o vetor momento de campo resultante,

\mathbf{V}^T representa o vetor velocidades transposto,

\mathbf{V} representa vetor velocidade do fluido,

\mathbf{a} representa a aceleração do fluido,

\mathbf{P} representa o vetor momento linear,

\mathbf{H} representa o vetor momento angular,

\mathbf{r} representa o braço de alavanca,

α representa a aceleração escalar do fluido,

δ representa variação,

ε representa um escalar genérico,

η representa a quantidade de N por unidade de massa,

μ representa a viscosidade dinâmica do fluido,

ρ^0 representa um escalar de referência,

ν representa a viscosidade cinemática do fluido,

ρ representa a densidade do fluido,

ω representa a velocidade angular do corpo,

φ representa a função teste utilizada,

Γ_n representa o n-limite do domínio analisado,

$\sum_{i=1}^n$ representa o somatório de compreendido no intervalo $1 < i < n$,

$\partial\Omega$ representa os limites do domínio,

Ω representa o domínio.

SUMÁRIO

1º CAPÍTULO – INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	1
1.1.1 OBJETIVO PRINCIPAL	1
1.1.2 OBJETIVOS SECUNDÁRIOS.....	1
1.2 METODOLOGIA	2
1.3 RESULTADOS.....	3
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	3
2º CAPÍTULO – FUNDAMENTOS DA MODELAGEM DE DINÂMICA DE FLUIDOS	5
2.1 FUNDAMENTOS DE ENGENHARIA DE VENTO.....	5
2.2 ANÁLISE FÍSICO – MATEMÁTICA	10
2.2.1 FUNDAMENTOS DA ANÁLISE DE ESCOAMENTO	10
2.2.2 LEIS BÁSICAS E SUBSIDIÁRIAS PARA MEIOS CONTÍNUOS.....	11
2.2.3 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE	13
2.2.4 EQUAÇÕES DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	14
2.2.5 MOMENTO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO.....	16
2.2.6 PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA	18
2.2.7 EQUAÇÃO DE BERNOULLI	22
2.2.8 ESCOAMENTO VISCOSO LAMINAR INCOMPRESSÍVEL.....	24
2.2.9 EQUAÇÕES DE NAVIER STOKES PARA FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS E ESCOAMENTOS LAMINARES COM DOMÍNIO BIDIMENSIONAL.....	26
3º CAPÍTULO – MODELAGEM NUMÉRICA	30
3.1 FORMULAÇÃO VARIACIONAL PARA EQUAÇÕES DE NAVIER STOKES INCOMPRESSÍVEIS.....	30
3.2 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS	31
3.3 TÉCNICAS DE ESTABILIZAÇÃO	34
3.4 DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO	34
4º CAPÍTULO – RESULTADOS.....	38
4.1 RESULTADOS DE VALIDAÇÃO.....	38
4.1.1 ESCOAMENTO COM PERFIL CONSTANTE E UM OBSTÁCULO CIRCULAR	39
4.1.2 ESCOAMENTO PERFIL PARABÓLICO.....	46
4.1.3 ESCOAMENTO PERFIL CONSTANTE ATRAVÉS AEROFÓLIO NACA0012 ..	50
4.1.4 ESCOAMENTO PERFIL CONSTANTE ATRAVÉS AEROFÓLIO NACA0012 COM PEQUENOS ÂNGULOS DE ATAQUE	53

4.1.5 COMPARAÇÃO PARA OS VALORES ANALISADOS PARA VELOCIDADE E PRESSÃO PARA PEQUENOS ÂNGULOS DE ATAQUE.....	55
4.1.6 ESCOAMENTO COM PERFIL CONSTANTE E DOIS OBSTÁCULOS HORIZONTAIS	58
4.1.7 ANÁLISE ESCOAMENTO CONSTANTE COM 2 E 3 OBSTÁCULOS VERTICAIS	61
4.1.8 ESCOAMENTO COM OBSTÁCULO QUADRANGULAR E DIFERENTES ÂNGULOS DE ATAQUE	64
4.2 RESULTADOS DE APLICAÇÃO	66
4.2.1 ESCOAMENTO CONSTANTE OBSTÁCULO RETANGULAR	67
4.2.2 ANÁLISE ESCOAMENTO ATRAVÉS DE PONTE RIO GUAMÁ: ESTUDO DE CASO COMPARATIVO	72
5º CAPÍTULO – CONCLUSÕES	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76

1º CAPÍTULO – INTRODUÇÃO

A interação existente entre fluidos e estruturas é uma área de grande interesse na engenharia. Sua teoria possui aplicação prática em campos abrangentes de trabalho, servindo de base para, por exemplo, determinar a distribuição de pressões do vento em edificações, determinar a força de arrasto em veículos, determinar o comportamento de escoamentos em torno de pilares e pontes ou variações de temperatura na superfície de submarinos (Heywood, 1996; Frei, 2015). A análise computacional trabalha alinhada com este campo de estudos, uma vez que simulações computacionais podem fornecer resultados complementares às análises práticas, como as realizadas em túneis de vento, de modo, geralmente, mais acessível.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO PRINCIPAL

Investigar a aplicação de simulações numéricas pelo Método de Elementos Finitos para escoamentos com fluidos incompressíveis em regime laminar através de diferentes obstáculos, inclusive em seções mais detalhadas.

1.1.2 OBJETIVOS SECUNDÁRIOS

- Desenvolver rotina computacional para análise de escoamentos laminares.
- Validar o algoritmo produzido em estudos de caso disponíveis na literatura especializada.
- Aplicar o algoritmo produzido para simulação de escoamento de fluidos através de seções de geometrias variadas.
- Apresentar uma referência bibliográfica adequada para estudos futuros.

1.2 METODOLOGIA

É realizada análise computacional dos escoamentos laminares, ou seja, aqueles com baixos valores para o número de Reynolds, através das equações de Navier Stokes auxiliadas pela equação da continuidade, uma vez que, além do *momentum*, energia e matéria também se conservam em todas as análises realizadas.

A teoria físico matemática foi disposta em escrita adequada à análise computacional, a saber, para utilização do software *Gascoigne3D*¹, através de linguagem de programação *C++*. Para cada caso estudado, criou-se um modelo especificando suas condições iniciais e de contorno e, após isso, as malhas foram determinadas com diferentes geometrias e refinamentos, com o intuito de pesquisar as diferenças causadas por estas mudanças na análise e suas consequências nos resultados computados. As malhas utilizadas em cada modelo foram obtidas de duas maneiras distintas:

- 1) As malhas com geometrias mais simples foram obtidas através de escrita direta de arquivo, ou seja, escrevendo a posição de cada ponto e barra, e através do software *GMSH*². Neste caso, o arquivo gerado possui escrita distinta daquela que o *Gascoigne3D* está apto a ler, por isso, foi realizada a conversão do arquivo gerado pelo software *GMSH* em linguagem compatível com aquela para o *Gascoigne3D* através da criação de um algoritmo em *python*.

- 2) Ao passo que as malhas foram ficando mais complexas, aumentando a dificuldade em escrevê-las diretamente, optou-se por obtê-las através do software *GMSH*², realizando as mesmas conversões para a leitura apropriada do software *Gascoigne3D* através de algoritmo escrito em *python*.

Desta forma, diferentemente do código principal do software, os códigos subsidiários (para geração de malha) foram escritos em *python*. A determinação das malhas por diferentes metodologias foi um método empregado para comparar resultados, de maneira a minimizar os erros oriundos da dificuldade em escrever malhas mais complexas diretamente, desta maneira mantendo a adequação dos resultados obtidos nas análises.

1.3 RESULTADOS

Inicialmente, buscou-se resultados de validação do código, comparando os resultados obtidos por esta análise com os resultados obtidos por trabalhos de diferentes autores. Analisou-se escoamentos através de obstáculos bem reconhecidos pela literatura especializada, com a intenção de obter os mesmos resultados para, desta forma, direcionar o código à situação física adequada.

Posteriormente, investigou-se o comportamento do escoamento através de obstáculos de diferentes geometrias e disposições, com a finalidade de determinar como o escoamento se dá ao redor de pilares com estas geometrias nas suas seções transversais. É analisada a forma que ocorre a distribuição de velocidades (chamada aqui de u_{001}) e pressões (chamada aqui de u_{000}) em cada caso, além de escoamentos distintos, com a intenção de pesquisar e determinar pontos críticos em diferentes casos, como, por exemplo, pontos onde a distribuição de pressões é maior em objetos circulares ou quadrangulares. Além disso, analisou-se a forma que a malha interfere na obtenção dos resultados, comparando malhas com diferentes refinamentos, para verificar maneiras de obter maior credibilidade na análise, minimizando os efeitos de malhas pouco refinadas.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho encontra-se dividido de maneira a tratar a teoria que envolve as simulações, antes de tratar dos casos específicos.

Inicialmente, o capítulo 2 trata da modelagem físico-matemática, ou seja, trata de explicações de definições e equacionamento de fluidos, lei de conservação de quantidade de movimento, lei de conservação de energia e lei de conservação de massa.

O capítulo 3 trata de modelagem numérica, ou seja, a escrita dos processos físico-matemáticos adequada ao desenvolvimento computacional, detalhando as mudanças nas formulações do equacionamento.

O capítulo 4 trata dos resultados de validação e tem as comparações qualitativas e quantitativas demonstradas através de figuras, tabelas e dados, de maneira a verificar a

adequação da análise. Tratam-se de resultados já conhecidos, refeitos para adaptar e corrigir possíveis erros no código. Também neste capítulo estão as comparações entre os resultados das diferentes malhas estudadas, com a finalidade de comparar os resultados entre elas e determinar os mais adequados. Além disso, traz resultados de análise, ou seja, resultados para estudos de caso específicos, acrescentando resultados a bibliografia. O domínio analisado em cada caso tem detalhadas todas as características pertinentes; as condições de contorno e, quando houver, as condições iniciais também são detalhadas neste capítulo.

O capítulo 5, com as conclusões, trata exclusivamente de comentários acerca dos resultados obtidos e sugestões de estudos futuros.

2º CAPÍTULO – FUNDAMENTOS DA MODELAGEM DE DINÂMICA DE FLUIDOS

Neste capítulo, tratamos da teoria que fundamenta a análise de engenharia de vento necessária para o entendimento dos conceitos fundamentais que permeiam os processos realizados neste trabalho, e a análise físico - matemática que fundamenta a modelagem utilizada para descrever matematicamente o comportamento do fluido nas análises deste trabalho.

2.1 FUNDAMENTOS DE ENGENHARIA DE VENTO

Os procedimentos experimentais utilizados em túneis de vento são análises tradicionais utilizadas como uma ferramenta para avaliar efeitos aerodinâmicos e aeroelásticos, devidos à ação do vento em estruturas da engenharia civil, tais como pontes, edificações e torres.

Os métodos numéricos, empregados com maior aceitação principalmente a partir das últimas décadas, tornaram-se uma ferramenta muito bem aceita, pela diversidade de simulações que pode ser empregada, tanto em casos onde a simulação física é onerosa, difícil de simular ou, simplesmente, em casos onde o engenheiro decide empregar esta metodologia. Nesta situação, a *Dinâmica de Fluidos Computacional* (DFC), a *Dinâmica das Estruturas Computacional* (DEC) e as técnicas de *Interação Fluido Estrutura* (IFE) têm sido empregadas em diversas áreas da engenharia, em especial, na engenharia civil.

Através da utilização da *Dinâmica de Fluidos Computacional* (DFC), foi possível desenvolver a chamada Engenharia de Vento Computacional, tratando de problemas de interesse de Engenharia Civil, tais como aerodinâmica de pontes, dispersão de poluentes, ou forças devidas ao vento em edificações, por exemplo. Desta maneira, modelos numéricos têm sido empregados satisfatoriamente na obtenção de parâmetros para avaliar as ações causadas pelo vento em estruturas relacionadas à este campo da ciência.

Para estruturas de pontes e viadutos, as forças que o vento exerce nas seções podem ser determinadas através dos coeficientes aerodinâmicos, tais como coeficiente de arrasto, de sustentação ou de pressão. Existem problemas de instabilidade aeroelástica causados pela interação entre as forças aerodinâmicas e vibrações na

estrutura (tais como drapejamento – ou flutter-, que levam em conta baixo amortecimento e baixa rigidez). Entretanto, tais considerações não serão analisadas neste trabalho. No que diz respeito à aplicação de estudos baseados em análises computacionais, há vantagens em relação ao emprego de túneis de vento, uma vez que pode-se trabalhar com mais facilidade com parâmetros físicos, por exemplo. Entretanto, pode-se citar como desvantagens que, em análises envolvendo problemas com turbulência, por exemplo, a escala pode ser decisiva na obtenção de valores corretos para determinadas malhas (Idelson, 2003).

Em dinâmica dos fluidos, parâmetros adimensionais balizam análises sobre o comportamento dos fluidos. O coeficiente de resistência aerodinâmica, ou coeficiente de arrasto (C_D), é um parâmetro adimensional utilizado com a finalidade de quantificar o atrito causado no objeto por algum meio fluido no qual ele esteja inserido. Coeficientes de arrasto mais baixos indicam forças de arrasto menores, e vice-versa. A rigor, o coeficiente de arrasto de um objeto compreende a contribuição dos componentes básicos do arrasto, a saber, o *arrasto de superfície* (causado pela movimentação do objeto em um meio fluido no qual ele esteja inserido) e o *arrasto de forma* (também conhecido como arrasto de pressão, surge devido à forma do objeto, onde corpos de seções maiores tem um arrasto maior que corpos de seções menores). Em alguns casos, como em aerofólios, temos a contribuição do *arrasto induzido* (resultante da diferença de pressão entre a parte superior e inferior do corpo, criando correntes opostas).

Este coeficiente é comum no design automobilístico, especialmente no projeto de estabilizações de alta velocidade. Define-se o coeficiente de arrasto de maneira mais geral, como (Schaefer, 1999):

$$C_D = \frac{2}{\rho D v_{max}^2} \int_S (\rho v \frac{\partial V_{ts}}{\partial \mathbf{n}} n_y - p(t) n_x) dS \quad (1)$$

onde:

ρ representa a massa específica do fluido,

D representa o comprimento característico,

v_{max} representa a velocidade máxima atingida pelo fluido,

ν representa a viscosidade cinemática do fluido,

V_{t_s} representa a velocidade tangencial em S ,

\mathbf{n} representa o vetor normal,

S representa a superfície do corpo,

n_x e n_y representam as componentes x e y do vetor normal, respectivamente.

A área de referência informada depende do tipo de coeficiente de arrasto que será medido. Para aerofólios, por exemplo, a área de referência para os cálculos é a área da superfície alar; assim, os coeficientes de arrasto tendem a ser numericamente baixos.

Define-se o coeficiente de sustentação C_L como a relação entre a pressão de sustentação e a pressão dinâmica, sendo função do formato do objeto e, quando houver, do ângulo de ataque existente (ângulo em que o aerofólio se encontra em relação ao fluxo de ar). Os coeficientes de sustentação são particulares para cada ângulo de ataque que existe nas análises, uma vez que a distribuição de pressão, nesses casos, encontra-se controlada pelo mesmo.

O coeficiente de sustentação C_L é um parâmetro adimensional que relaciona a densidade do fluido, a velocidade do fluido e a capacidade de gerar sustentação. Matematicamente, o coeficiente de sustentação é definido conforme a Equação (2) (Schaefer, 1999):

$$C_L = \frac{2}{\rho D v_{max}^2} \int_S \left(\rho \nu \frac{\partial V_{t_s}}{\partial \mathbf{n}} + p(t) n_x \right) dS \quad (2)$$

onde:

ρ representa a massa específica do fluido,

D representa o comprimento característico,

v_{max} representa a velocidade máxima atingida pelo fluido,

ν representa a viscosidade cinemática do fluido,

V_{t_s} representa a velocidade tangencial em S ,

\mathbf{n} representa o vetor normal,

S representa a superfície do corpo,

n_x e n_y representam as componentes x e y do vetor normal, respectivamente.

Resumidamente, quanto maior é este coeficiente, maior a sustentação existente no objeto, ou seja, a força de sustentação é diretamente proporcional ao coeficiente de sustentação. A forma com a qual uma curva de sustentação termina é importante, sendo preferencial análise com curvas suaves. Um dos critérios para a transição de escoamento laminar e turbulento é o parâmetro adimensional conhecido como número de Reynolds, descrito matematicamente como (Carstens, 2003):

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (3)$$

onde:

ρ representa a massa específica do fluido,

v representa a velocidade escalar do fluido,

D representa a longitude característica do fluido,

μ representa a viscosidade dinâmica do fluido.

A iminência de transição entre escoamentos laminares e turbulentos onde há obstáculos no domínio ainda é investigada até os dias atuais. Maiores informações sobre as variações existentes entre os escoamentos podem ser encontradas em [17][44][56].

O número de Strouhal é um parâmetro adimensional utilizado para descrever mecanismos de fluxo oscilante. Matematicamente, este parâmetro é definido como (Carstens, 2003):

$$St = \frac{fD}{v} \quad (4)$$

onde:

St representa o número de Strouhal,

f representa a frequência de vórtices,

D representa a distância característica, e

v representa a velocidade do fluido.

A história envolvendo o desenvolvimento de obras como pontes é tão antiga quanto a história do desenvolvimento da infraestrutura humana. Através dos séculos de história, a importância das pontes passou das preocupações corriqueiras sobre transpassar rios, riachos e obstáculos para questões mais elaboradas, como o fortalecimento e manutenção dos impérios da antiguidade, através das mais diversas formas construtivas (especialmente o arco).

Estruturalmente, as ações existentes nestes tipos de obras são decorrentes de cargas permanentes, variáveis e excepcionais. As cargas de vento, consideradas cargas dinâmicas, enquadram-se na categoria de cargas excepcionais, uma vez que as intensidades dos esforços atuantes nas estruturas variam muito em relação à média, durante o período de vida útil da estrutura. Desta maneira, determinar os esforços atuantes nestas estruturas tem como uma das características mais importantes determinar a correta velocidade do vento no início dos cálculos, uma vez que a distribuição de pressões varia conforme variam as características geométricas da estrutura.

Diferentes composições estruturais correspondem a diferentes distribuições no perfil do escoamento característico do fluido, o que, por sua vez, correspondem a diferentes distribuições de pressão. Deste modo, faz-se necessário conhecer a distribuição de pressões existentes nas estruturas conforme a distribuição de seus componentes, como pilares, vigas transversais e vigas longitudinais. Faz-se necessário, ainda, conhecer como a forma da seção transversal influencia na distribuição das

pressões existentes nas estruturas, e a influência que estas modificações nas seções causam na distribuição dos escoamentos no contorno, seja tanto para a própria estrutura analisada, quanto para as estruturas circunvizinhas.

Centros urbanos em desenvolvimento também possuem obras com características fortemente influenciadas por forças variáveis, como torres ou grandes vigas em balanço. As pontes são, talvez, os exemplos influenciados por esforços variáveis mais proeminentes na atualidade.

Deste modo, conhecer a forma com a qual a distribuição de pressões e o comportamento do escoamento ocorrem ao interagir com estas estruturas torna-se de grande importância para a correta concepção estrutural destas obras.

2.2 ANÁLISE FÍSICO – MATEMÁTICA

Neste capítulo, têm-se estudos relativos ao desenvolvimento da teoria e equacionamento empregado nas análises que envolvem todos os casos futuros. Deste modo, trata-se de resultados acerca dos fenômenos e aspectos mais gerais dos campos da ciência empregados neste trabalho. Analisam-se aqui, então, relações e propriedades clássicas através de equacionamento adequado. Conhecer estes fenômenos torna-se necessário para o desenvolvimento adequado acerca do comportamento esperado pela estrutura, uma vez que o comportamento da mesma pode ser particularizado para cada caso.

2.2.1 FUNDAMENTOS DA ANÁLISE DE ESCOAMENTO

Atribui-se, em dinâmica dos fluidos, os pontos de vista *Lagrangeano* e *Euleriano*; no primeiro, o referencial está sobre cada partícula analisada, enquanto que no segundo, o referencial está sobre uma seção do meio contínuo por onde todas as partículas passam. Empregando o ponto de vista *Lagrangeano*, temos que, a partir da regra da cadeia[12][19][25]:

$$\mathbf{a} = \frac{dV(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (5)$$

onde

\mathbf{a} representa o vetor aceleração,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

x, y e z representam as componentes espaciais do domínio,

t representa a coordenada temporal.

A Equação (5) tem a chamada diferenciação total ou substancial. Supõe-se a aceleração de uma partícula fluida em um campo de escoamentos, como a superposição por dois efeitos: uma parte relativa à aceleração advectiva e uma segunda parte relativa à aceleração local.

2.2.2 LEIS BÁSICAS E SUBSIDIÁRIAS PARA MEIOS CONTÍNUOS

No que diz respeito ao interesse na engenharia, quatro leis básicas devem ser satisfeitas para qualquer meio contínuo (Shammes, 1980):

- Conservação da matéria (equação da continuidade)
- Segunda Lei de Newton (Equação da quantidade de movimento)
- Conservação de energia (Primeira Lei da Termodinâmica)
- Segunda Lei da Termodinâmica

Existem leis subsidiárias, que também podem ser chamadas de equações constitutivas, e que se aplicam a tipos específicos de estudos. Ao empregarmos as leis subsidiárias, podemos aplicar de uma das seguintes formas:

- *“As atividades de cada massa dada devem ser tais que as leis básicas e subsidiárias pertinentes sejam satisfeitas;”*
- *“As atividades de cada volume no espaço devem ser tais que as leis básicas e subsidiárias sejam satisfeitas.”*

Uma vez que há um caráter contínuo dos meios envolvidos em análises de dinâmica de fluidos, torna-se mais vantajoso utilizar a segunda análise, conhecida também como volume de controle, em nossos cálculos.

Considere um campo de escoamento arbitrário $\mathbf{V}(x, y, z, t)$, observado a partir de uma referência pré-estabelecida XYZ , um referencial inercial, onde o sistema é observado no decorrer de um intervalo de tempo. Consideremos alguma propriedade extensiva qualquer N deste fluido. Considera-se que temos a distribuição de N por unidade de massa, η , conforme a seguir:

$$N = \iiint \eta \rho dV \quad (6)$$

Dividindo o sistema conforme a Figura 1, entre os instantes t e $t + \Delta t$, e tomando os limites adequados quando o intervalo de tempo tende a zero, temos que (Shammes, 1980):

$$\frac{DN}{Dt} = \oiint \eta(\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint \eta(\rho dV) \quad (7)$$

onde:

N representa uma propriedade extensiva arbitrária,

ρ representa a massa específica,

\mathbf{V} representa a velocidade,

A representa a área,

η representa a quantidade N por unidade de massa,

dV representa o diferencial de volume.

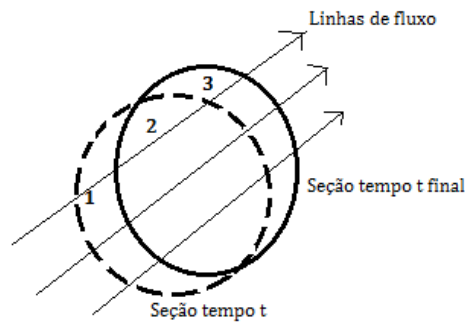


Figura 1 – Relação entre sistemas e volumes de controle.

A Equação (7) indica a maneira de realizar a mudança de método de sistema para volume de controle. Conforme dito anteriormente, houve uma fixação do sistema de referência, assim, $V(x, y, z, t)$ é efetivamente medido em relação ao volume de controle. O primeiro termo da Equação (7) indica o efluxo líquido de N através da superfície de controle, como pode ser vista na Figura 1, e o segundo termo da equação indica a variação da quantidade da grandeza extensiva dentro do volume de controle.

2.2.3 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

Um sistema, por definição, possui sempre a mesma quantidade de matéria. Deste modo, mantendo a massa total M constante, a conservação de massa é feita de maneira natural. Considerando que a propriedade extensiva N , neste caso, seja a própria massa do sistema M , e que a quantidade de matéria por massa total η no nosso caso seja igual à unidade, uma vez que $M = \iiint \rho dv$, nós vamos ter que $\frac{DM}{Dt} = 0$ e, assim (Shammes, 1980):

$$\oiint \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A} = - \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dv \quad (8)$$

onde:

ρ representa a massa específica,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

A representa a área,

dV representa o diferencial de volume.

A equação (8) informa que o efluxo de massa líquida através da superfície de controle é igual à razão de decréscimo de massa no interior do volume de controle. A equação acima e suas formas simplificadas são a versão integral da equação da continuidade, que vai ser considerada no decorrer do trabalho também em forma diferencial.

2.2.4 EQUAÇÕES DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

A quantidade de movimento linear para um elemento de massa dm é uma quantidade vetorial definida por $dm\mathbf{V}$. O enunciado da Lei de Newton para um referencial inercial, como é o caso deste trabalho, é dado, em termos da quantidade de movimento, pela Equação (9):

$$\mathbf{F} = \frac{D}{Dt}(dm\mathbf{V}) \quad (9)$$

No caso do presente trabalho, onde o sistema infinitesimal de partículas de massa dm é parte de um campo de velocidades $\mathbf{V}(x, y, z, t)$, esta equação é dada por:

$$d\mathbf{F} = \frac{D}{Dt}dm\mathbf{V} = dm \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} \right) \quad (10)$$

onde:

m representa a massa,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

\mathbf{F} representa o vetor força,

x, y e z representam as componentes espaciais,

t representa a componente temporal.

Uma das limitações desta equação é que a mesma é restrita ao caso de ausência de tensão de cisalhamento, e é conhecida como Equação de Euler. Admitindo que a única força que atua sobre o elemento é devida à gravidade, e que age na direção negativa de z , a força da gravidade pode ser expressa como (Shammes, 1980):

$$f = -g\rho dV\mathbf{k} = -g(\nabla z)(\rho dV) \quad (11)$$

Dividindo por $dm (= \rho dV)$:

$$\frac{-1}{\rho} \nabla p - g \nabla z = \left(\frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial V}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dz}{dt} \right) + \frac{\partial V}{\partial t} \quad (12)$$

onde:

ρ representa a massa específica,

p representa a pressão,

g representa a aceleração da gravidade,

x , y e z representam as componentes espaciais,

t representa a componente espacial.

Considerando agora um sistema finito de escoamento, integrando $d\mathbf{F}$ obtido anteriormente para toda a massa para estender a lei de Newton para todo o sistema, teremos que:

$$\mathbf{F}\mathbf{r} = \frac{D}{Dt} \left(\int \mathbf{V} dm \right) = \frac{D\mathbf{P}}{Dt} \quad (13)$$

onde:

$\mathbf{F}\mathbf{r}$ representa a força resultante,

\mathbf{V} representa a velocidade,

m representa a massa,

\mathbf{P} representa a quantidade de movimento,

t representa a coordenada temporal.

Deste modo, chamando de \mathbf{F}_S a resultante das forças de contato, e considerando que a resultante das forças de campo pode ser calculada e é dada por $\iiint \mathbf{B}dm$, onde consideramos que \mathbf{B} é a força por unidade de massa, a equação (13), através da equação (7), se converte em (Shammes, 1980):

$$\mathbf{F}_S + \iiint \mathbf{B}\rho dV = \iint \mathbf{V}(\rho\mathbf{V}.dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint \mathbf{V}(\rho dV) \quad (14)$$

onde:

\mathbf{F}_S representa a força de contato atuante,

\mathbf{B} representa a força de campo atuante,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

ρ representa a massa específica,

A representa a área,

dV representa o diferencial de volume.

Onde se considera que $\eta = \frac{M\mathbf{V}}{M} = \mathbf{V}$.

2.2.5 MOMENTO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Podemos determinar a equação do momento da quantidade de movimento, assim como fizemos para a quantidade de movimento e para a massa, considerando \mathbf{H} como uma propriedade extensiva na Equação (3). A quantidade de momento da quantidade de movimento por unidade de massa η torna-se, então, $\mathbf{r} \times \mathbf{V}$ para este caso, e, assim, temos que:

$$\frac{D\mathbf{H}}{Dt} = \iint (\mathbf{r} \times \mathbf{V})(\rho\mathbf{V}.dA) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\mathbf{r} \times \mathbf{V})(\rho dV) \quad (15)$$

onde:

\mathbf{H} representa a quantidade de movimento angular do sistema,

t representa a coordenada temporal,
 \mathbf{r} representa o braço de alavanca considerado,
 \mathbf{V} representa o vetor velocidade,
 ρ representa a massa específica,
 A representa a área,
 dV representa o diferencial de volume.

Podemos reescrever a distribuição de força de campo através de um fluido no interior do volume de controle e, desta forma, teremos que (Shammes, 1980):

$$\mathbf{M}_s + \mathbf{M}_b = \oint (\mathbf{r} \times \mathbf{V})(\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\mathbf{r} \times \mathbf{V})(\rho dV) \quad (16)$$

onde:

\mathbf{M}_s representa o momento referente às forças de contato,
 \mathbf{M}_b representa o momento referente às forças de campo,
 \mathbf{r} representa o braço de alavanca,
 \mathbf{V} representa o vetor velocidades,
 ρ representa a massa específica,
 A representa a área,
 t representa a coordenada temporal característica,
 dV representa o diferencial de volume.

Na Equação (16), os termos do segundo membro representam o efluxo do momento da quantidade de movimento através da superfície de controle, em uma análise análoga à anterior, mais a razão de aumento do momento da quantidade de movimento no interior do volume de controle. Ambas as quantidades são observadas no volume de controle, conforme uma das bases admitidas no início deste trabalho. Em problemas práticos, usualmente tomamos momentos das forças e da quantidade de movimento em relação a um eixo, e não em relação a um ponto.

2.2.6 PRIMEIRA LEI DA TERMODINÂMICA

A primeira lei da termodinâmica é responsável por expressar macroscopicamente a conservação de energia, considerando, assim, a energia retirada, fornecida e a acumulada a todo instante. Para a análise deste trabalho, se faz conveniente a classificação da energia em duas categorias principais:

- Energia em transição: toda energia que passa de um sistema para outro.
- Energia armazenada: toda a energia que está associada com a massa do corpo ou fluido analisado,

Como quantidade extensiva, parte-se do princípio que é razoável considerar apenas a energia armazenada para a análise, visto que é diretamente identificável. Além disso, para esta energia relacionam-se as energias cinética, potencial e interna, ao passo que diz respeito à energia em transição relacionam-se calor e trabalho. Generaliza-se o conceito de trabalho para incluir a energia transferida de ou para um sistema através de qualquer ação do mesmo, de tal sorte que o efeito externo total daquela ação possa ser reduzido sem atrito ao da elevação de uma massa no campo gravitacional. Isso significa que “a imposição da mecânica clássica ao volume de controle faz com que a análise seja necessariamente inercial, assim como as análises apresentadas anteriormente” (Shammes, 1980). A variação da energia cinética em um processo depende exclusivamente da variação entre as velocidades inicial e final. A variação de energia potencial é definida em termos de campos conservativos e é igual ao trabalho efetuado por estes campos sobre o sistema infinitesimal durante o processo. Além disso, a energia interna de fluido decorre de campos de força aproximadamente conservativos e, assim, a energia armazenada é função de ponto, enquanto que a energia em transição é função de trajetória.

A Figura (2) indica um sistema que não permite passagem de massa pela sua fronteira. Chamando por Q e W o calor líquido que entra no sistema e o trabalho líquido executado pelo sistema sobre a vizinhança durante um intervalo de tempo Δt , respectivamente, temos que:

$$Q - W = \Delta E = (E_C + E_p + U)_2 - (E_C + E_p + U)_1 \quad (17)$$

onde:

Q representa o calor,

W representa o trabalho,

ΔE representa a variação de energia do sistema,

E_C representa a energia cinética,

E_p representa a energia potencial,

U representa a energia interna.

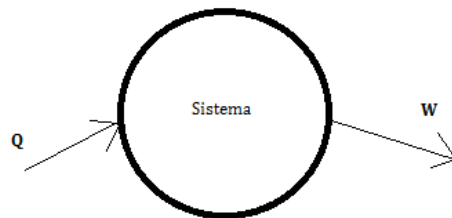


Figura 2 – Sistema de controle

Se o movimento do sistema for pequeno, a energia armazenada corresponde à energia interna, e admitindo a não existência de atrito na fronteira do sistema, e pode-se dizer que:

$$Q - \int p dv = U_2 - U_1 \quad (18)$$

onde:

Q representa o calor,

p representa a pressão,

dv representa o diferencial de volume,

U_2 representa a energia interna no ponto final,

U_1 representa a energia interna no ponto inicial.

E a Equação (18) pode ser reescrita como:

$$dE = dQ - dW \quad (19)$$

Como Q e W não são funções de ponto, elas são passíveis de representação como funções explícitas de tempo. Entretanto, a energia é uma função de ponto e, para realizar a indicação de que estamos seguindo o sistema, a escreveremos como derivada substancial. Deste modo, a primeira lei da termodinâmica pode ser expressa por:

$$\frac{DE}{Dt} = \frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} \quad (20)$$

A análise de volume de controle pode ser feita, considerando E como uma propriedade extensiva a ser utilizada na Equação 3. O termo e representa a energia acumulada por unidade de massa, e, deste modo, teremos que (Shammes, 1980):

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \oint e(\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint e(\rho dV) \quad (21)$$

onde:

Q representa o calor,

W representa o trabalho,

e representa a energia por unidade de massa,

ρ representa a densidade,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

A representa a área,

t representa a coordenada temporal característica,

dV representa o diferencial de volume.

A Equação (21) nos diz que a razão com a qual ocorre a transferência de energia para o volume de controle na forma de calor e trabalho é numericamente igual ao efluxo de energia que é armazenada no volume de controle, somada à razão de aumento de

energia armazenada no interior do volume de controle. De acordo com o que foi discutido anteriormente, o termo e representado na Equação (21) pode ser dado como a soma dos termos específicos de energia armazenados por unidade de massa que, como dito anteriormente, são considerados como a energia cinética, potencial e interna. Além disso, no que diz respeito ao trabalho W , podemos classificar como T_1 o trabalho de escoamento, que é o trabalho por unidade de tempo que entra no volume de controle, passando por um diferencial de área dA , teremos que (Shammes, 1980):

$$T = - \oint \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} dA \quad (22)$$

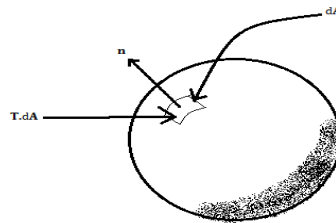


Figura 3 – Trabalho de escoamento.

Desta forma, a Equação (21) é reescrita como:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} - \frac{dW_s}{dt} + \oint \mathbf{T} \cdot \mathbf{V} dA & \quad (23) \\ &= \oint \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) (\rho \mathbf{V} \cdot dA) \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \iiint \left(\frac{V^2}{2} + gz + u \right) (\rho dV) \end{aligned}$$

onde:

Q representa o calor,

W representa o trabalho,

t representa a coordenada temporal característica,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

A representa a área,

g representa a aceleração gravitacional,

u representa a energia interna por unidade de massa,

ρ representa a densidade,

dV representa o diferencial de volume,

z representa a coordenada espacial característica.

2.2.7 EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Considerando a equação de Euler para escoamento permanente, expressa pela Equação 23, como (Shammes, 1980)

$$\frac{-\nabla p}{\rho} - g\nabla z = \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial s} \quad (24)$$

Onde consideramos que s é a coordenada ao longo da linha de corrente analisada. Tomando o produto escalar da Equação (24) por $d\mathbf{s}$, onde $d\mathbf{s}$ é o vetor deslocamento ao longo da linha de corrente, e considerando g constante e integrando ao longo de uma linha de corrente, temos que:

$$\int \frac{dp}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} = \text{constante} \quad (25)$$

onde:

p representa a pressão,

g representa a aceleração gravitacional,

z representa a componente espacial,

v representa a velocidade escalar.

Esta última equação é frequentemente conhecida como a forma compressível da Equação de Bernoulli. Considerando que $\rho = \rho(p)$, ou seja, a densidade é em função

da pressão, temos aqueles fluidos conhecidos como barotrópicos, e considerando o escoamento como incompressível, a Equação (22) pode ser reescrita como:

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} = \text{constante} \quad (26)$$

onde:

p representa a pressão,

g representa a aceleração gravitacional,

z representa a componente espacial,

v representa a velocidade escalar,

ρ representa a massa específica do fluido.

A última equação estabelece que a soma da energia de pressão (trabalho de escoamento) por unidade de massa, a energia potencial de posição por unidade de massa e a energia cinética por unidade de massa é conservada ao longo de uma linha de corrente. Esta soma, denominada de energia mecânica total, pode ser diferente para cada linha de corrente. Entretanto, em diversos problemas de engenharia, todas as linhas de corrente têm praticamente a mesma energia mecânica total, o que significa que as quantidades da Equação de Bernoulli podem ser aproximadas para serem igualadas em duas posições quaisquer de um problema analisado. No que diz respeito á Equação (26), ainda podemos rearranjar os termos e expressá-la como:

$$\frac{p}{\gamma} + z + \frac{v^2}{2g} = \text{constante} \quad (27)$$

onde:

p representa a pressão,

g representa a aceleração gravitacional,

z representa a componente espacial característica,

v representa a velocidade.

γ representa o peso específico.

Os termos da Equação (27) são designados como cargas de pressão, de elevação e de viscosidade, respectivamente. A Equação de Bernoulli pode ser tratada como um caso particular da primeira lei da termodinâmica (Shammes, 1980).

2.2.8 ESCOAMENTO VISCOZO LAMINAR INCOMPRESSÍVEL

Tratamos irrotacionalidade na análise do movimento de um fluido como a velocidade angular média da totalidade dos segmentos de linha em cada segmento como sendo igual à zero e, por simplicidade, consideramos que a velocidade angular de cada elemento é igual à zero. Analisando um elemento infinitesimal de fluido na forma de um cubo, a componente de velocidade angular do elemento na direção y deve se igualar às velocidades angulares médias dos segmentos dx e dz em relação ao eixo y . Valendo-se das componentes de velocidade indicadas nas extremidades dos segmentos, podemos avaliar a velocidade angular dos segmentos e chegar na equação a seguir (Shammes, 1980):

$$\omega_y = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right) \quad (28)$$

As outras componentes podem ser analisadas de maneira análoga. Seguindo este procedimento, temos que o vetor velocidade angular ω de um elemento fluido em termos do campo de velocidades pode ser generalizado como:

$$\omega = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)\mathbf{j} + \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\mathbf{k}\right] \quad (29)$$

onde:

ω representa o rotacional,

v_a representa a velocidade na direção “a”,

$\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ representam os vetores unitários nas direções x, y e z , respectivamente.

A quantidade $2\boldsymbol{\omega}$ é conhecida como vetor vorticidade, e um outro critério para irrotacionalidade é o de que $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{0}$. A Equação (29) também pode ser representada na forma:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot } \mathbf{V} \quad (30)$$

A Equação (24) pode ser reescrita como:

$$\frac{-\nabla p}{\rho} - \mathbf{g}\nabla z = \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) - \mathbf{V} \times \text{rot } \mathbf{V} \quad (31)$$

onde:

p representa a pressão,

ρ representa a massa específica,

\mathbf{g} representa a aceleração gravitacional,

z representa a componente espacial,

v representa a velocidade escalar.

Caso consideremos que uma das simplificações do estudo é o escoamento irrotacional, a equação acima é simplificada para:

$$\frac{-\nabla p}{\rho} - \mathbf{g}\nabla z + \nabla \left(\frac{v^2}{2} \right) = 0 \quad (32)$$

onde:

p representa a pressão,

ρ representa a massa específica,

\mathbf{g} representa a aceleração gravitacional,

z representa a componente espacial característica,

v representa a velocidade escalar.

O escoamento laminar pode ser descrito como uma configuração ordenada, onde as camadas de fluido são consideradas deslizando umas sobre as outras, ou seja, não são

desenvolvidas flutuações irregulares sobre o escoamento, sendo macroscopicamente bem ordenado.

2.2.9 EQUAÇÕES DE NAVIER STOKES PARA FLUIDOS INCOMPRESSÍVEIS E ESCOAMENTOS LAMINARES COM DOMÍNIO BIDIMENSIONAL

Toda a teoria desenvolvida até o momento tem por finalidade introduzir as Equações de Navier Stokes. As equações de Navier Stokes são equações diferenciais parciais que descrevem o comportamento de escoamentos, determinando seus campos de velocidade e pressão, possuindo inúmeras aplicações em engenharia. Parte-se do princípio que o fluido é um meio contínuo, e que todas as variáveis de interesse são diferenciáveis. Este conjunto de equações ilustra inúmeras propriedades dos fluidos utilizados neste trabalho, e que inclusive já foram abordadas nas seções precedentes, ou seja, muitas propriedades desenvolvidas com a teoria mostrada até o momento encontram-se resumidas nelas (Haoxiang, 2008).

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) + \rho g_x \quad (33)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) + \rho g_y \quad (34)$$

onde:

ρ representa a massa específica,

v_a representa a velocidade na direção “a”,

p representa a pressão,

x, y e z representam as componentes espaciais,

μ representa a viscosidade dinâmica,

g_x, g_y representam as forças de campo nas direções x e y , respectivamente.

A equação da continuidade pode ser reescrita como (Haoxiang, 2008):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (35)$$

onde:

v_x representa a velocidade na direção x,

v_y representa a velocidade na direção y.

Vetorialmente, as equações de Navier Stokes e a equação da continuidade são escritas sob a forma da Equação (36) e da Equação (37), dadas a seguir:

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} - \mu \nabla^2 \mathbf{V} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{f}, \text{ em } [0, t] \times \Omega \quad (36)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \text{ em } [0, t] \times \Omega \quad (37)$$

$$\mathbf{V}(0, \cdot) = \mathbf{V}_0, \text{ em } \Omega \quad (38)$$

onde:

ρ representa a massa específica,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade do fluido,

t representa o tempo,

p representa a pressão,

μ representa a viscosidade dinâmica,

Ω representa o domínio.

A equação da continuidade também pode ser escrita como a Equação (39), dada a seguir. Esta notação é um caso geral, que considera a densidade do fluido como não uniforme. Sua simplificação para casos com fluidos com densidade uniforme leva novamente à Equação (35) ou, escrita vetorialmente, à Equação (36).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (39)$$

onde:

ρ representa a massa específica,

t representa o tempo,

\mathbf{V} representa o vetor velocidades do fluido.

Este conjunto fechado de equações diferenciais parciais não lineares determina o perfil de velocidades em todos os pontos do domínio. Além disso, pode explicar como o fluxo se comporta na camada limite.

A camada limite corresponde a uma região nas imediações entre o fluido examinado e um obstáculo que esteja no caminho de seu escoamento, fazendo-se perceptíveis efeitos de dissipação de energia mecânica. Nesta região, considera-se que as partículas do fluido em contato com o obstáculo não se movem, e as partículas subsequentes (as que estão em camadas superiores às primeiras) movem-se com velocidades crescentes. Para o caso particular de um escoamento incompressível laminar bidimensional, há um conjunto de equações que descrevem o movimento da camada limite, podendo ser apresentados em (Shammes, 1980).

2.2.10 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE NAVIER STOKES

A adimensionalização das Equações de Navier Stokes pode ser feita através de grandezas adimensionais, dadas a seguir (Haoxiang, 2008):

$$\mathbf{V}^* = \frac{\mathbf{V}}{v_0}, p^* = \frac{p}{v_0^2}, t^* = \frac{tv_0}{L}, \nabla^* = \nabla L, f^* = \frac{fL}{v_0^2} \quad (40)$$

onde:

v_0 representa o valor de referência para a velocidade,

L_0 representa o valor de referência para o comprimento.

Substituindo os termos equivalentes das Equações (36) e (39) pelos termos fornecidos pela Equação (40), encontramos a forma adimensional das Equações de Navier Stokes incompressíveis, fornecidas através da Equação (41) e da Equação (42), dadas a seguir.

$$\frac{v_0^2}{L} \frac{D\mathbf{V}^*}{Dt} - \frac{v_0}{L^2} \mu \nabla^2 \mathbf{V}^* + \frac{v_0}{L^2} (\mathbf{V}^* \cdot \nabla^*) \mathbf{V}^* + \frac{v_0^2}{L} \nabla^* p^* = \frac{v_0^2}{L} \mathbf{f}^* \quad (41)$$

$$\nabla^* \mathbf{V}^* = 0 \quad (42)$$

Multiplicando as equações anteriores por $\frac{L}{v_0^2}$, não considerando os asteriscos, temos, finalmente, as equações de Navier Stokes adimensionalizadas, dadas pela Equação (43) e pela Equação (44), fornecidas a seguir.

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} - \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} + \nabla p = \mathbf{f}, em [0, t] \times \Omega \quad (43)$$

$$\nabla \mathbf{V} = 0, em [0, t] \times \Omega \quad (44)$$

onde:

Re representa o Número de Reynolds,

\mathbf{V} representa o vetor velocidades do fluido,

p representa a pressão,

t representa o tempo.

O Número de Reynolds é o parâmetro adimensional mais utilizado para caracterizar o regime em que o escoamento se encontra.

3º CAPÍTULO – MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo, estudaremos a discretização em elementos finitos para as Equações de Navier Stokes, para o caso de fluxo bidimensional e incompressível. Durante o capítulo, iremos tratar da formulação de elementos finitos para as Equações de Navier Stokes e métodos numéricos empregados neste trabalho.

3.1 FORMULAÇÃO VARIACIONAL PARA EQUAÇÕES DE NAVIER STOKES INCOMPRESSÍVEIS

Nós derivamos a formulação fraca das Equações de Navier-Stokes multiplicando-as por funções teste e integrando por partes. Definindo como (Richter, 2012):

$$\phi := (\varphi, \xi) \in X := V \times Q, V = [H^1(\Omega)]^3, \text{ e } Q = L^2(\Omega)$$

A formulação variacional das Equações de Navier Stokes é dada como segue:

$$\int \varphi \frac{DV}{Dt} \partial\Omega - \int \varphi \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} \partial\Omega + \int \varphi (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \partial\Omega + \int \varphi \nabla p \partial\Omega = \int \varphi \mathbf{f} \partial\Omega, \quad (45)$$

$$\forall \varphi \in V$$

$$\int \varphi \nabla \cdot \mathbf{V} \partial\Omega = 0, \forall \varphi \in Q \quad (46)$$

onde

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

φ representa a função teste,

V, Q representam os espaços no qual a função teste foi retirada, e

$\partial\Omega$ representa a fronteira do domínio.

Aplicando o teorema de Green no segundo termo à esquerda da igualdade na Equação (45), temos que:

$$- \int \varphi \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{V} \partial\Omega = (\nu \nabla \mathbf{V}, \nabla \varphi) - \int \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} - p \mathbf{n} \right) \varphi ds \quad (47)$$

onde

ν representa a viscosidade cinemática,

\mathbf{V} representa o vetor velocidades,

\mathbf{n} representa o vetor normal,

$\partial\Omega$ representa a fronteira do domínio,

φ representa a função teste e

Re representa o número de Reynolds.

Enquanto que a condição de Dirichlet é dada na função espaço. A condição de Neumann é dada por

$$\begin{aligned} & (\mu \nabla \mathbf{V}, \nabla \varphi)_{\Omega} - \frac{1}{\rho_0} (p \cdot \nabla \varphi)_{\Omega} \\ & = (-\mu \Delta \mathbf{V} + \nabla p I, \varphi)_{\Omega} + (\mu \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{V} - p \cdot \mathbf{n} I, \varphi)_{\tau N} \end{aligned} \quad (48)$$

onde

μ representa a viscosidade dinâmica,

\mathbf{V} representa o vetor velocidades,

φ representa a função teste,

Ω representa o domínio,

ρ_0 representa o valor de referência,

p representa a pressão,

I representa a matriz identidade.

3.2 FORMULAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS

A formulação de Galerkin é obtida ao multiplicar as Equações de Navier Stokes por uma função teste φ e integrando por partes, tal qual foi feito para a determinação da formulação fraca das equações de Navier Stokes. A diferença aqui é que a função teste empregada neste caso encontra-se em um subespaço do espaço utilizado para a

determinação da formulação fraca. Integrando sobre o domínio Ω , a equação de momento transforma-se em (Richter, 2005):

$$\begin{aligned}
 (f, \varphi) &= \frac{D\mathbf{V}}{Dt} + (-\nu\Delta \mathbf{V} + \mathbf{V} \cdot \Delta \mathbf{V} + \Delta p, \varphi) \\
 &= \frac{D\mathbf{V}}{Dt} + (\nu\nabla \mathbf{V}, \nabla \varphi) + (\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}, \varphi) - (p, \nabla \varphi) \\
 &\quad - \left(\int \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} - pn \right) \varphi ds, \forall \varphi \in V_h
 \end{aligned} \tag{49}$$

onde

φ representa a função teste,

ν representa a viscosidade cinemática,

\mathbf{V} representa o vetor velocidade,

ρ representa a massa específica,

p representa a pressão,

t representa o tempo.

A partir de agora, chamaremos o lado direito da Equação (49) de $A(u_h^n)$. Além disso, nas partes do domínio onde as condições de Dirichlet não estão prescritas, o modelo segue para a condição

$$\int \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} - pn \right) \varphi ds = 0, \forall \varphi \in V_h \tag{50}$$

onde

\mathbf{V} representa o vetor velocidades do fluido,

p representa a pressão,

φ representa a função teste, e

n representa o vetor normal.

A equação que descreve a conservação de massa é mantida inalterada:

$$(\varphi, \nabla \cdot \mathbf{V}) = 0, \forall \varphi \in Q_h \tag{51}$$

Definindo a forma semi-linear $A(\cdot)(\cdot)$ por (Richter, 2012)

$$A(u)(\varphi) := (\nu \nabla \mathbf{V}, \nabla \varphi)_{\Omega} + (\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V}, \varphi)_{\Omega} - (p, \nabla \varphi)_{\Omega} + (\varphi, \nabla \cdot \mathbf{V})_{\Omega} \quad (52)$$

onde

ν representa a viscosidade cinemática,

\mathbf{V} representa o vetor velocidades do fluido,

φ representa a função teste,

Ω representa o domínio empregado,

p representa a pressão, e

u representa tanto o vetor velocidade quanto a pressão.

E o funcional $F(\cdot)$ por

$$F(\varphi) := (f, \varphi)_{\Omega} \quad (53)$$

Interpreta-se a formulação fraca para as Equações de Navier Stokes como:

Determine $u = (\mathbf{V}, p) \in X_h$ tal que $a(u)(\varphi) = F(\varphi)$, para todo $\varphi \in X_h$.

O método de discretização padrão usado por Galerkin consiste em substituir o espaço de Hilbert por espaços discretos (ou seja, substituir V e Q por V_h e Q_h respectivamente). Deste modo, temos que determinar $u_h := (\mathbf{V}_h, p_h) \in X_h := V_h \times Q_h$, no qual (Richter, 2005):

$$A(u_h^n)(\varphi_h) = F(\varphi_h), \forall \varphi_h \in X_h \quad (54)$$

Esta discretização conduz a resultados estáveis, desde que respeite algumas outras condições que estão além do escopo deste trabalho, explicadas brevemente na seção 3.3.

3.3 TÉCNICAS DE ESTABILIZAÇÃO – LOCAL PROJECTION STABILIZATION (LPS)

É possível obter uma discretização estável, sem adicionar erros consideráveis. Normalmente, esta adaptação é praticada através da adição de um termo na Formulação de Elementos Finitos, conforme abaixo (Richter, 2005):

$$A(u_h^{(n)})(\varphi_h) + s_{LPS}(u_h^{(n)})(\varphi_h) = F(\varphi_h), \text{ para qualquer } \varphi_h \in X_h \quad (55)$$

onde:

$A(u_h^{(n)})(\varphi_h)$ representa o termo do lado esquerdo da Equação (54),

$F(\varphi_h)$ representa o termo do lado direito da Equação (54),

φ_h representa o tamanho da malha,

s_{LPS} representa o termo estabilizador

O segundo termo do lado esquerdo da Equação (55) representa a adição feita na formulação de Elementos Finitos com a finalidade de estabilizar a malha: sem este termo, torna-se inviável reproduzir corretamente simulações numéricas para as análises pretendidas. Este termo leva em conta interpolações lineares de parâmetros como a função teste escolhida e o passo de tempo utilizado nos cálculos. Maiores informações, bem como a dedução deste termo podem ser encontrados em (Richter, 2005). Para problemas complexos, há maior dificuldade em alinhar o esforço numérico com a técnica de estabilização. Para cada passo de tempo, os problemas foram resolvidos por um processo de iteração quasi-Newton, monitorando a convergência dos resíduos existentes em cada cálculo. Maiores informações sobre métodos de quasi-Newton também podem ser encontrados em (Richter, 2005).

3.4 DISCRETIZAÇÃO DO TEMPO

As características das equações do movimento do fluido, representadas pelas equações de Navier Stokes, devem ser preservadas na escrita para o algoritmo para a

resolução do problema de interesse. Deste modo, optou-se pela descrição temporal das equações baseado em métodos clássicos de desenvolvimento.

O método de Euler implícito é um método muito comum na teoria de EDO's, e que também é utilizado na teoria de EDP's. Consiste em aproximações numéricas encontrando a solução resolvendo uma equação que resolve o sistema através dos valores atuais e posteriores da análise. Deste modo, a exigência para o processamento computacional é maior que os métodos explícitos, são em geral mais difíceis de serem implementados e há uma necessidade maior de memória. Entretanto, geralmente são métodos incondicionalmente estáveis, ou seja, pode-se fornecer valores grandes para o passo de tempo para encontrar a solução mais rapidamente, e o tempo necessário para chegar na solução desejada é menor. Este método foi utilizado nos instantes e/ou interações iniciais (tempo muito próximo de zero ou número de interações menor que 200) por ser um método que permite não propagar erros durante o restante da simulação. Durante todo o restante da simulação foi utilizado o método de Cranck-Nicholson. O método de Cranck-Nicholson é um método de segunda ordem de passo simples, combinando os métodos de Euler implícito e explícito.

Todos estes métodos podem ser resumidos através do chamado Esquema Theta. Este procedimento consiste em escrever uma equação em função de uma variável θ , a qual, dependendo dos valores assumidos previamente, pode determinar um dos métodos explicados anteriormente. Podemos definir o Método do *Esquema Theta* da seguinte forma (Richter, 2005): Sabe-se que, considerando que o termo $A(u_n)$ já esteja com o termo estabilizador, a equação para o problema desenvolvida até o momento é descrita como a seguir:

$$\left(\frac{\partial u_h^{(n)}}{\partial t}, \varphi_h \right) + A(u_h^{(n)})(\varphi_h) = F(\varphi_h) \quad (56)$$

$$u_h^{(n)} = u_h^{(n)}(t) \quad (57)$$

onde:

u_h^n representa tanto as velocidades quanto a pressão,

t representa o tempo, e

φ representa a função teste.

O *Esquema Theta* utilizado neste trabalho aproxima o tempo através das Equações (58), (59) e (60) e (61) dadas a seguir:

$$t^{(n+1)} = t^{(n)} + h_t, h_t > 0 \quad (58)$$

$$(59)$$

$$t^{(0)} = 0$$

$$(60)$$

$$u_h^{(n)} = u_h^{(n)}(t)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{u_h^{(n+1)} - u_h^{(n)}}{h_t}, \varphi_h \right) + \theta A(u_h^{(n+1)})(\varphi_h) + (1 - \theta)A(u_h^{(n)})(\varphi_h) & (61) \\ = \theta F(\varphi_h) + (1 - \theta)F(\varphi_h) \end{aligned}$$

onde:

$t^{(n+1)}$ representa o instante de tempo subsequente,

$t^{(n)}$ representa o instante de tempo atual,

$u_h^{(n+1)}$ representa o termo subsequente,

$u_h^{(n)}$ representa o termo atual,

θ representa variável com valores pré-determinados, e

h_t representa o passo de tempo.

O esquema de discretização de tempo, portanto, fica dependente dos valores escolhidos para o parâmetro θ . Se o valor escolhido for 0, pode-se isolar o termo subsequente em função dos termos atuais e têm-se o Método de Euler explícito. Se o valor escolhido for 1, isto não é possível, e têm-se o Método de Euler implícito, uma vez que os termos subsequentes encontram-se em ambos os lados da igualdade. Se o valor escolhido para o parâmetro for 0,5, têm-se o Método de Cranck-Nicholson.

O Método de Euler é um método incondicionalmente estável, entretanto, o custo computacional é mais elevado. O método explícito, por sua vez, possui custo computacional menor, entretanto, é um método menos preciso que o primeiro. O Método de Cranck-Nicholson, por sua vez, é um método que engloba características dos dois anteriores, permitindo passos de tempo maiores, com boa precisão e custo computacional não tão elevado, justificando, assim, seu emprego neste trabalho.

4º CAPÍTULO – RESULTADOS

Os resultados compreendem a análise, inicialmente, de escoamento com perfil constante atravessando obstáculo circular, de tal maneira que os resultados foram comparados diretamente com os resultados obtidos na bibliografia, escoamentos parabólicos passando através de obstáculos circulares. Foram feitas análises com escoamentos passando através de obstáculos quadrangulares com diferentes ângulos de ataque, comparações para o escoamento com dois e três obstáculos circulares, dispostos horizontal e verticalmente, verificando a diferença entre o Número de Reynolds necessário para atingir a resposta oscilatória. Foram realizadas análises para o aerofólio NACA0012, de características bem conhecidas na literatura, para possibilitar novas comparações de resultados. A análise de objetos comparando diferentes relações entre altura e largura também foi desenvolvida neste capítulo. Finalizando, estudo de caso sobre determinação de coeficientes de arrasto e sustentação em seção de ponte.

4.1 RESULTADOS DE VALIDAÇÃO

Nesta seção, encontram-se os chamados Resultados de Validação, os quais consistem em analisar resultados de análises já feitas por trabalhos de outros autores, com a finalidade de determinar a coerência e adequação do trabalho, verificando os erros obtidos e validando o código. Primeiramente, a análise foi feita através do trabalho publicado por Braun (2003), para obstáculos circulares dispostos de maneiras diferentes no domínio físico e, na sequência, para o perfil de aerofólio NACA0012, de propriedades e características bem conhecidas nesta área da engenharia.

4.1.1 ESCOAMENTO COM PERFIL CONSTANTE E UM OBSTÁCULO CIRCULAR

Para este estudo, investigou-se características aerodinâmicas dos obstáculos e os efeitos que o refinamento em malhas estruturadas causa nas análises, ou seja, aplicaremos aqui apenas malhas estruturadas. Para tal, partiu-se do modelo encontrado na Figura 4, dada a seguir. O centro do obstáculo circular, de diâmetro D , está a uma distância de cinco vezes o seu próprio diâmetro do início do domínio, e a quatro vezes o seu diâmetro de altura em relação aos eixos globais X e Y , respectivamente. O afastamento do objeto ao final do domínio é de dezenove vezes o diâmetro. Para atribuir as condições de contorno, atribuiu-se *flags* para cada limite do domínio e o próprio contorno do obstáculo, ou seja, atribuiu-se números específicos para cada limitação existente, a fim de o algoritmo reconhecer como deveriam ser as condições de contorno na análise. Para este caso, atribuiu-se os *flags* 1, 2, 3 e 4 para os quatro lados do domínio, partindo do limite vertical à esquerda e em sentido anti-horário. Para o obstáculo, atribuiu-se *flag* 8.

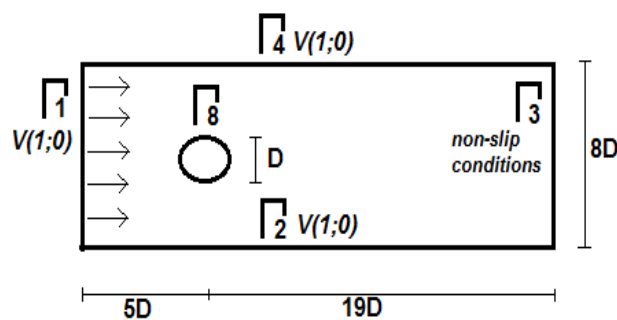


Figura 4 - Modelo obstáculo circular

Os resultados foram comparados com trabalhos existentes, a fim de estimar o erro existente nas análises a partir do software utilizado. Além disso, foram analisadas as malhas com 1, 2 e 3 refinamentos globais, e com dois refinamentos globais e um local, para verificar as diferenças existentes entre os resultados para as 3 simulações no que diz respeito à análise de mudanças nos gráficos de velocidade e pressão do escoamento, decorrentes do processo de interação com o obstáculo, a fim de determinar a malha mais adequada ao processo. São gráficos de resultados instantâneos para velocidade e pressão do escoamento, gerados com a intenção de comparar suas diferenças de acordo com a mudança da malha.

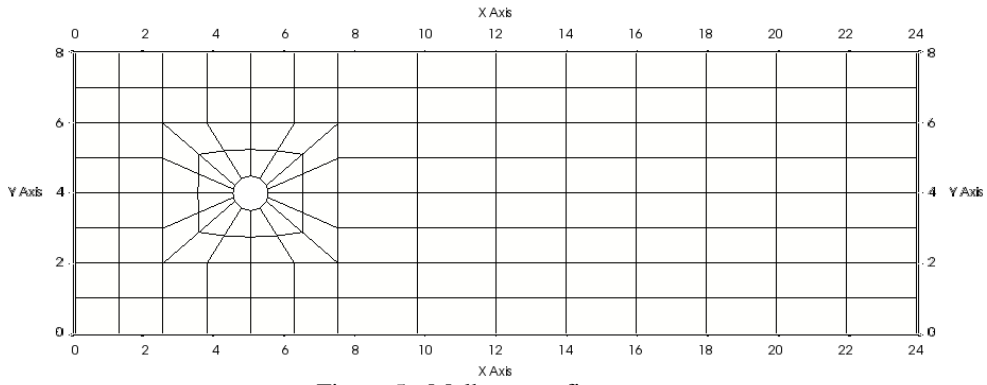


Figura 5 - Malha um refinamento

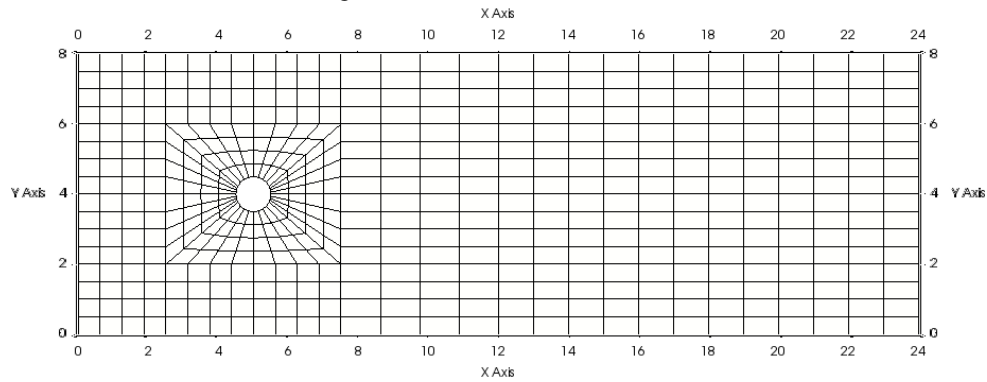


Figura 6 - Malha dois refinamentos

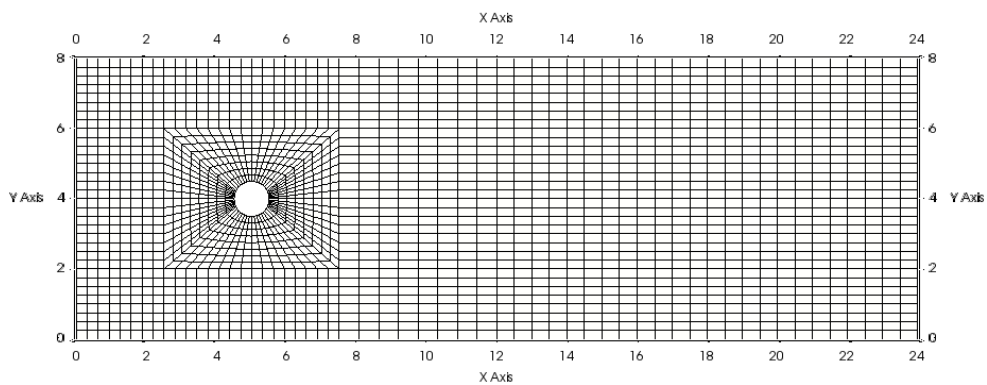


Figura 7 - Malha três refinamentos

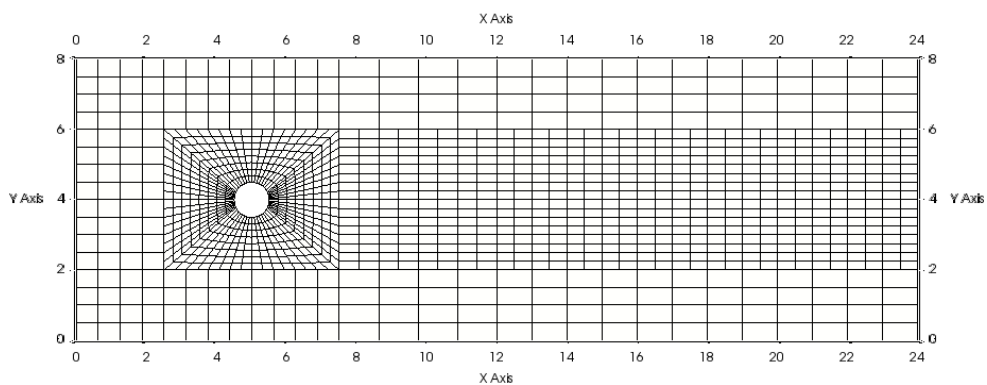


Figura 8 - Malha dois refinamentos globais e um local

A partir dos resultados obtidos, tornou-se possível determinar as mudanças decorrentes das diferentes malhas na análise dos perfis de velocidade e pressão de cada

escoamento. De uma maneira geral, adianta-se que, conforme os valores do Número de Reynolds aumentam, a dificuldade de realizar as análises com as malhas com um e dois refinamentos (representadas pelas Figuras 5 e 6, respectivamente) também aumentam, sendo necessário realizar as análises com a malha com três refinamentos (representada pela Figura 7) em todos os casos, obtendo resultados mais adequados. Nota-se, também, que os valores obtidos para as malhas com três refinamentos, com dois refinamentos globais mais um refinamento local (representadas pelas Figuras 7 e 8, respectivamente) e para malhas não estruturadas com dois refinamentos obtiveram, qualitativamente, resultados idênticos. Os perfis das Figuras 10, 11 e 12 foram obtidos em um eixo vertical a uma distância $5D$ a partir do centro do obstáculo. A Figura 9 a seguir ilustra o campo de velocidades. As setas indicam o sentido do fluxo, e as linhas brancas indicam as linhas de corrente.

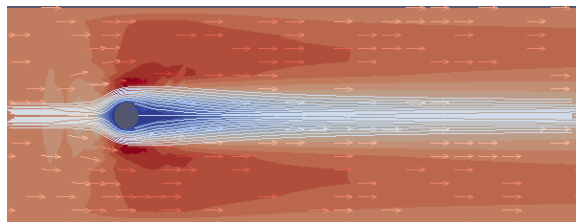


Figura 9 - Escoamento Reynolds 40

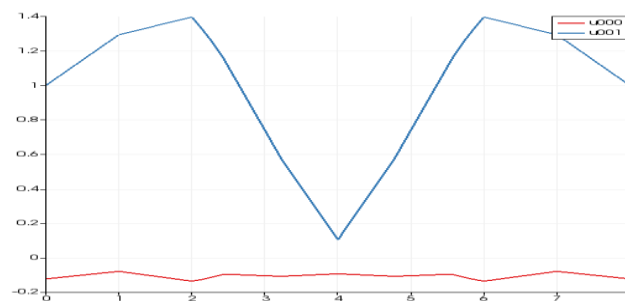


Figura 10 - Perfil velocidade e pressão, malha 1 refinamento

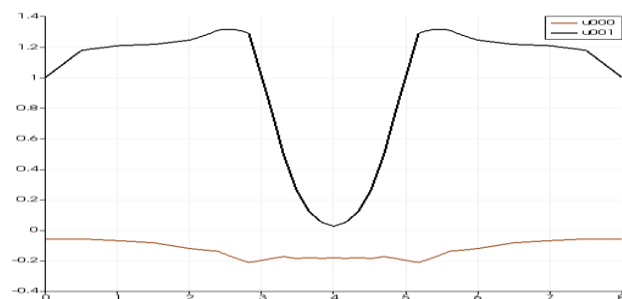


Figura 11 - Perfil velocidades e pressão, malha dois refinamentos

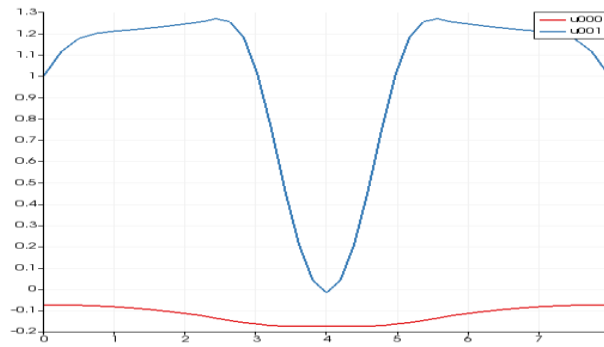


Figura 12 - Perfil velocidades e pressão, malha três refinamentos

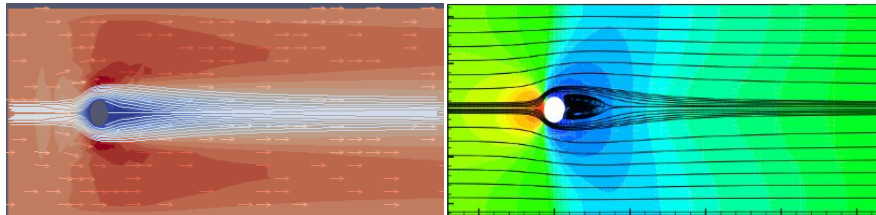


Figura 13 - Comparação resultados com Braun (2003). Reynolds 40.

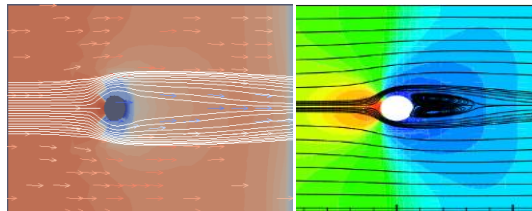


Figura 14 - Comparação ampliada com campo de pressão

A Figura 13 indica o mesmo escoamento que a Figura 14, apenas alterando o campo de velocidades para o campo de pressão. As setas continuam indicando o sentido do fluxo, e as linhas brancas as linhas de corrente. Nota-se a semelhança existente entre os resultados obtidos pelo programa utilizado neste trabalho, e os obtidos na dissertação de mestrado do Prof. Dr. Alexandre Luis Braun, sugerindo que os resultados estão adequados.

Além disso, foi realizada a comparação entre os resultados obtidos para os coeficientes de arrasto C_D deste trabalho e aqueles existentes em outras bibliografias. Tais resultados encontram-se na Tabela 1, dada a seguir.

Tabela 1 – Comparação entre valores C_D obtidos, Reynolds = 40.

Referência bibliográfica	C_D
Presente trabalho	1,85
Braun (2003)	1,88
Blessmann (1990)	1,88
Schlichting (1979)	2,20

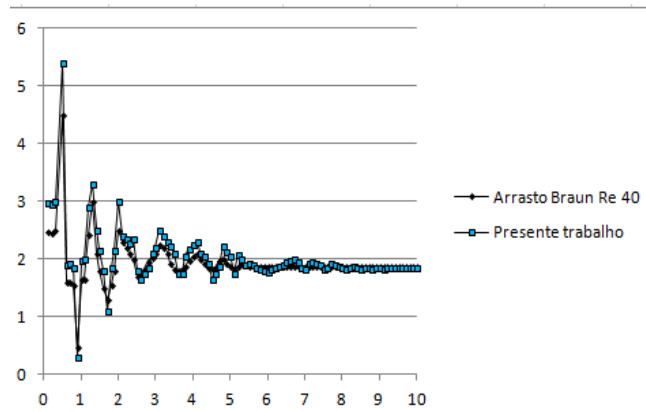


Figura 15 – Comparação da variação do coeficiente de arrasto

Nota-se, também, que a malha com um refinamento já apresenta resultados distintos daqueles observados com as malhas com dois e três refinamentos, sugerindo que a malha com apenas um refinamento fornece resultados inadequados já neste valor de Número de Reynolds. Os perfis das Figuras 17, 18 e 19 foram obtidos em um eixo vertical a uma distância 5D do centro do obstáculo. As Figuras 16, 20 e 24 ilustram o campo de velocidades, as setas indicam o sentido do fluxo e as linhas brancas indicam as linhas de corrente.

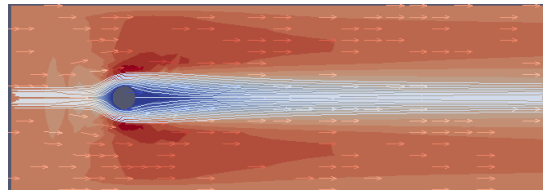


Figura 16 - Escoamento Reynolds 250.

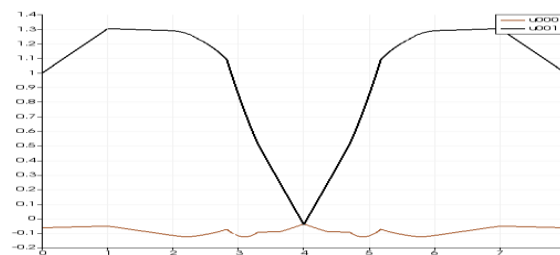


Figura 17 - Perfil velocidades e pressão, malha um refinamento.

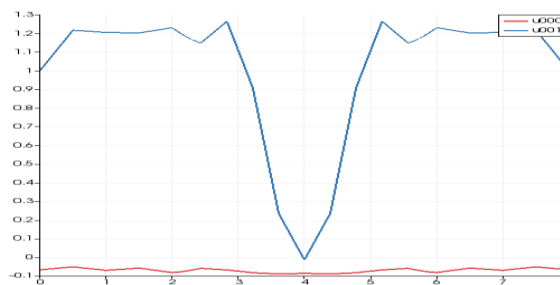


Figura 18 - Perfil velocidades e pressão, malha dois refinamentos

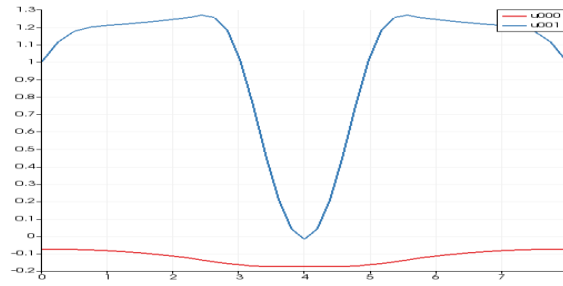


Figura 19 - Perfil velocidades e pressão, malha três refinamentos.

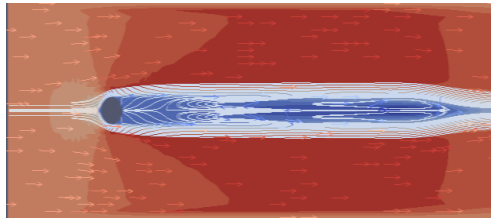


Figura 20 - Escoamento Reynolds 500.

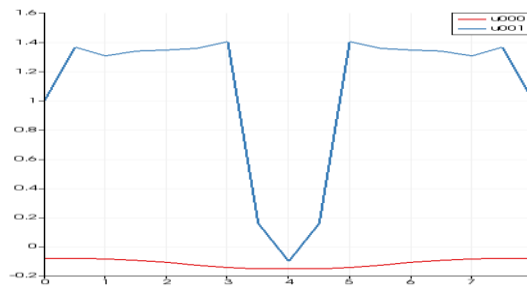


Figura 21 - Perfil velocidades e pressão, malha um refinamento.

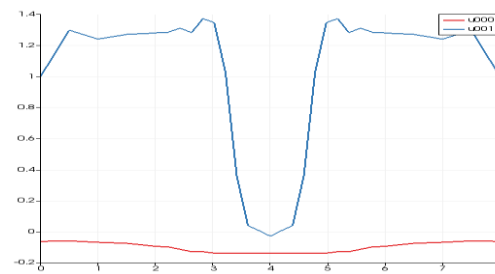


Figura 22 - Perfil velocidades e pressão, malha dois refinamentos.

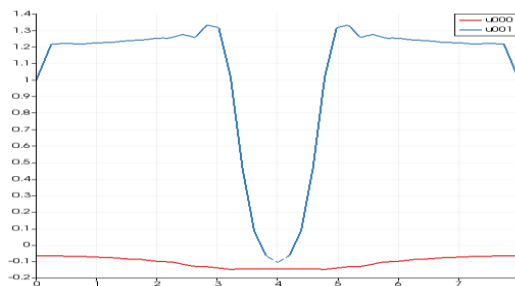


Figura 23 - Perfil velocidades e pressão, malha três refinamentos.

Nota-se que, para o Número de Reynolds compreendido na faixa entre 250 e 500, a malha com dois refinamentos fornece resultados muito distintos da malha com três refinamentos, sugerindo que, neste caso, a malha com dois refinamentos fornece

resultados inadequados. As malhas simétricas com 3 refinamentos, e as malhas não simétricas com 1 refinamento já forneceram resultados idênticos.

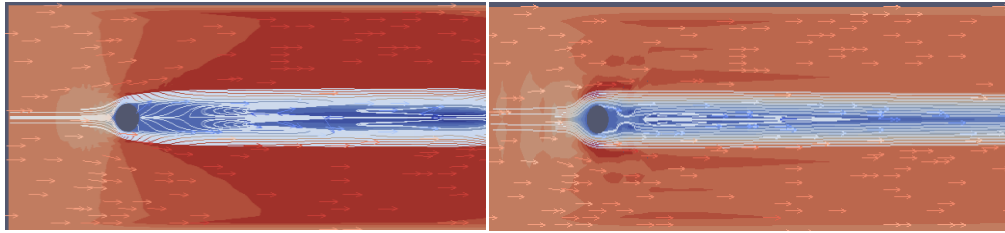


Figura 24 - Comparação escoamentos Reynolds 750 e 1000, respectivamente.

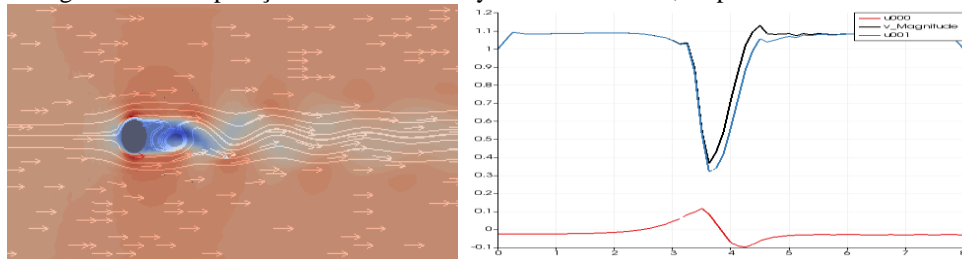


Figura 25 - Perfil velocidades e pressão, Re 1500, malha três refinamentos.

A Figura 25, 26 e 27 ilustram o campo de pressão existente no escoamento para o valor do número de Reynolds 1500. Nota-se na comparação entre as respostas oscilatórias (Esteiras de Von Kárman) entre os resultados deste trabalho e os resultados obtidos por Braun (2003) que o resultado atingido está adequado qualitativamente.

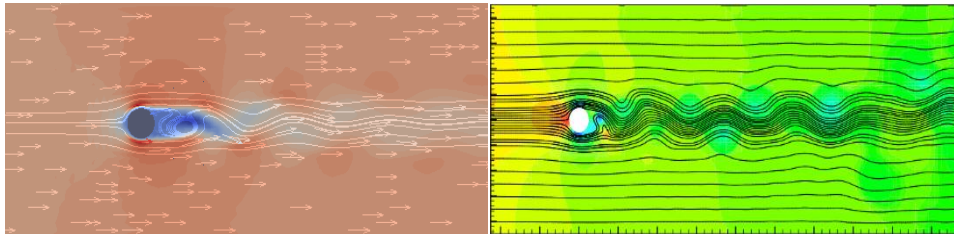


Figura 26 - Comparação com Braun (2003), Re 1500.

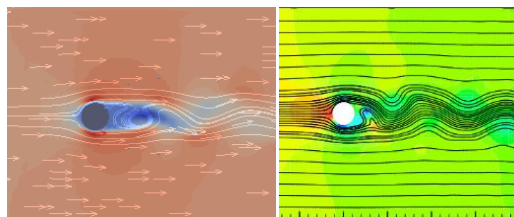


Figura 27 - Comparação ampliada.

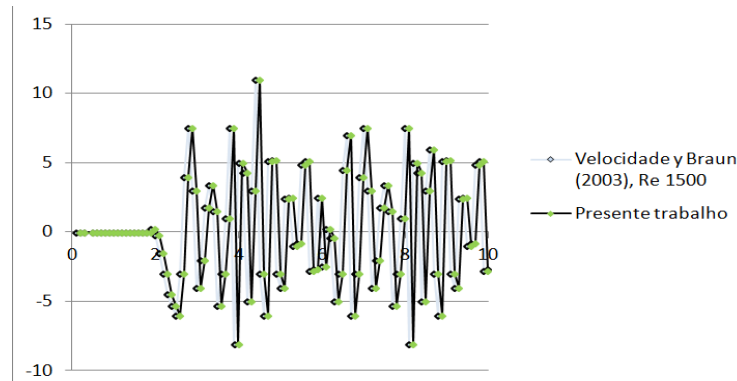


Figura 28 – Comparação velocidade vertical a 0,2D a partir do obstáculo

Tabela 2 – Comparação valores número Strouhal para diferentes autores

Referência	Número Strouhal
Presente trabalho	0,22
Braun (2003)	0,25
Blessman (1990)	0,2
González (1979)	0,25

A fim de comparar os resultados, os resultados obtidos para o número de Reynolds 1500 foram analisados em conjunto com os resultados obtidos através da dissertação do prof. Dr. Alexandre Braun (2003), e esta comparação está representada na Figura 28. A partir deste momento, conforme citado anteriormente, não há mais convergência, uma vez que a resposta torna-se oscilatória. Para todos os casos, percebe-se que a malha simétrica com três refinamentos e a malha não simétrica com um refinamento foram as que obtiveram resultados mais adequados.

4.1.2 ESCOAMENTO PERFIL PARABÓLICO

Para esta análise, investigou-se os efeitos de um escoamento com perfil parabólico, atravessando malhas estruturadas como as da seção anterior, ou seja, verificou-se o comportamento do escoamento com um perfil de entrada diferente do perfil da seção anterior. Considerou-se aqui apenas malhas com 3 refinamentos, uma vez que foram as que obtiveram melhores resultados no estudo da seção precedente. Analisou-se o comportamento do fluido atravessando o domínio em questão, baseando-se nas Equações (33) e (34) (Equações de Navier Stokes) para o desenvolvimento dos campos de velocidade e pressão, com relação a um objeto fixo no espaço e com características geométricas bem definidas, com as condições iniciais estabelecidas nos primeiros dois segundos e, para o intervalo de tempo após dois segundos, com o perfil

parabólico de velocidades na entrada do canal. As Equações a seguir indicam as condições iniciais utilizadas para o perfil do escoamento são as seguintes:

$$v(t, 0, y) = \frac{v(0, y)[1 - \cos(\frac{\pi t}{2})]}{2} \quad (62)$$

Caso $t < 2$, ou então

$$v(t, 0, y) = v(0, y) \quad (63)$$

Caso contrário.

A Figura 29 ilustra o domínio estudado neste caso, com o obstáculo circular e o escoamento com perfil parabólico. Nota-se que nos lados superior e inferior do domínio, bem como na extremidade direita, não há nenhuma condição especificada e o escoamento segue seu comportamento natural. Nas análises a seguir, n representa o número de iterações.

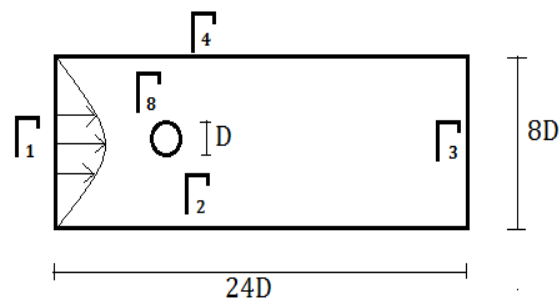


Figura 29 – Domínio físico estudado com escoamento parabólico

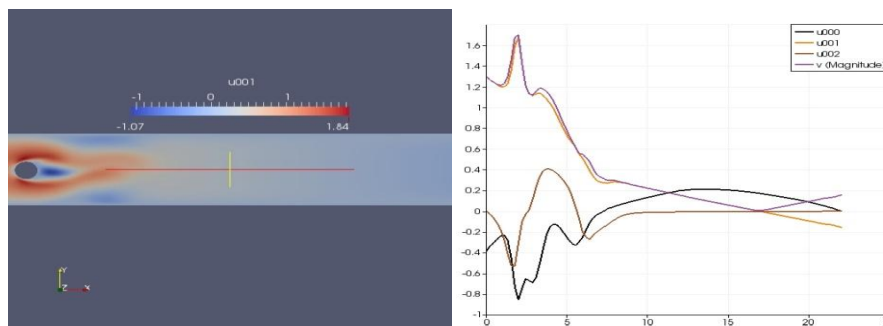


Figura 30 – Reynolds 250. Perfil velocidade pressão fluido ($n=3000$), $t = 0,5s$.

Através da Figura 30, torna-se possível analisar a distribuição dos perfis de velocidade e pressão no momento inicial do desenvolvimento do escoamento do fluido, medidos a partir de um eixo vertical a uma distância $5D$ a partir do obstáculo. Percebe-

se movimento aproximadamente randômico na distribuição considerada. A Figura 31 ilustra o movimento no momento em que o fluido passa pela primeira vez por todo o domínio; neste momento, torna-se possível verificar uma o início de uma tendência na distribuição dos perfis de velocidade-pressão do fluido.

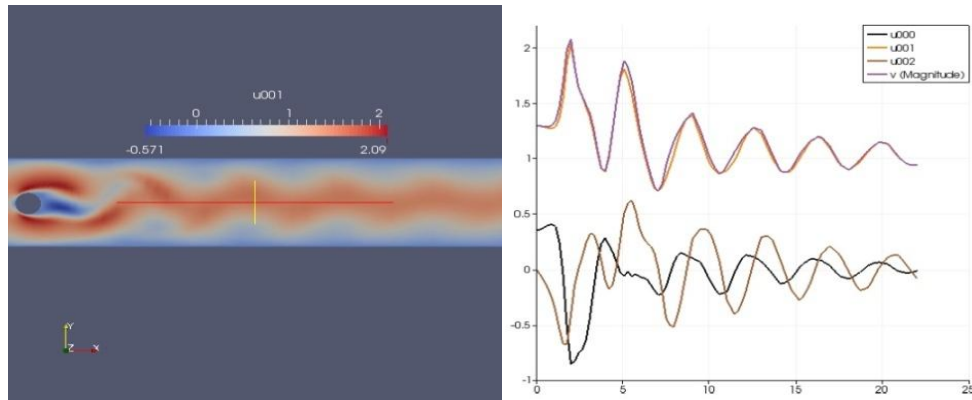


Figura 31 - Reynolds 250. Perfil velocidades fluido (n=5000), t =1,2s.

As Figuras 32, 33 e 34 ilustram o comportamento do fluido com números de iteração maiores, ou seja, com um intervalo de tempo maior em relação ao tempo inicial $t=0$. Percebe-se a tendência dos valores de distribuição de velocidade e pressão com respeito à certos limites. Todas as imagens referem-se à análises no mesmo plano vertical, situado a uma distância $5D$ a partir do centro do obstáculo.

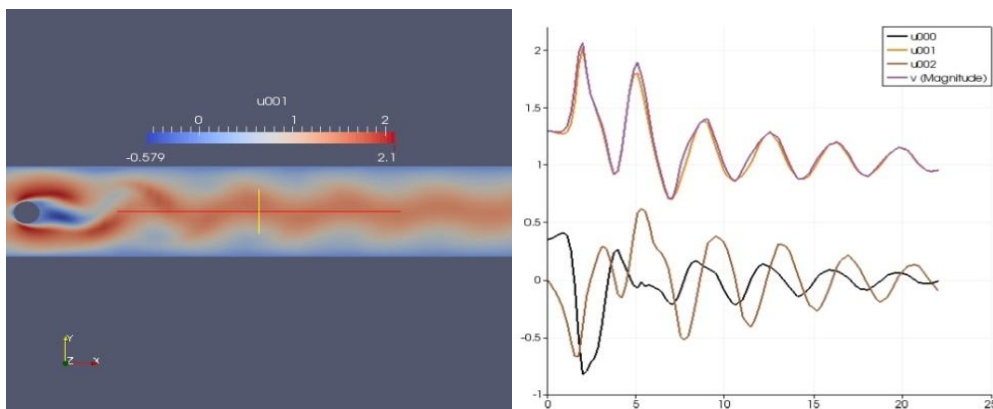


Figura 32 - Reynolds 250. Perfil velocidades fluido (n=10000), t = 3s.

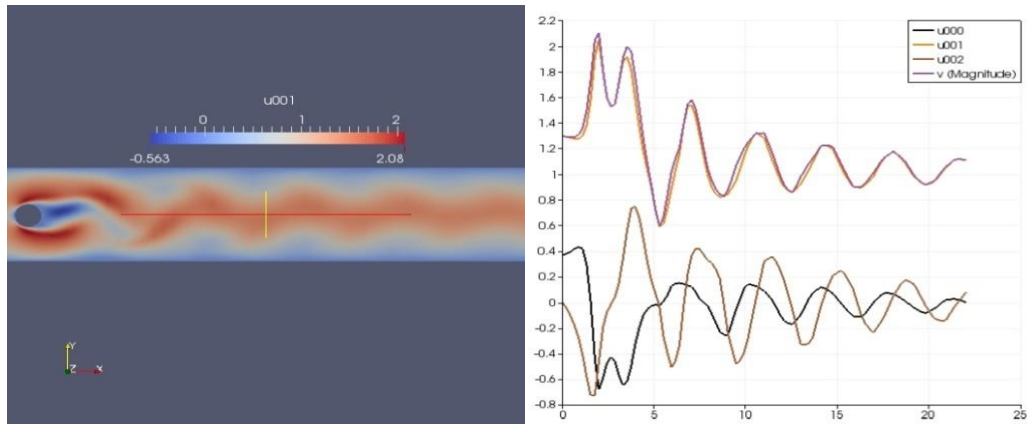


Figura 33 - Reynolds 250. Perfil velocidades fluido (n=20000), t = 5s.

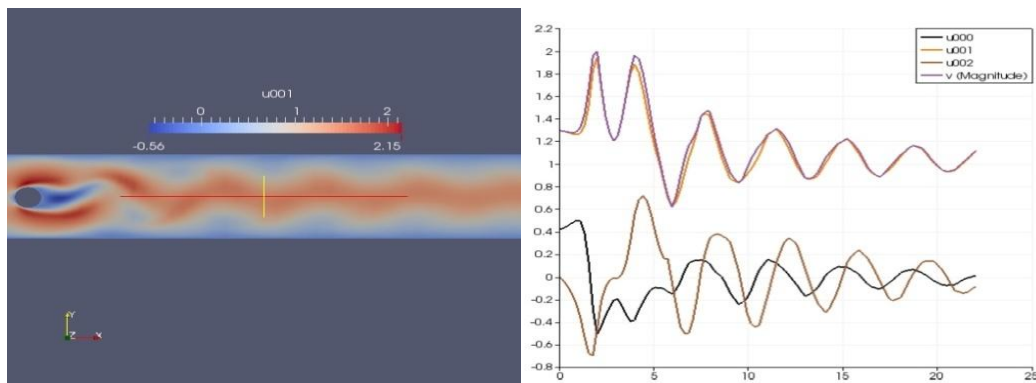


Figura 34 - Reynolds 250. Perfil velocidades fluido (n=28000), t = 7s.

Nota-se pelos resultados obtidos que, quanto mais altos os valores para o Número de Reynolds, maior a dificuldade em atingir o estado estacionário para malhas menos refinadas. Esta observação é consistente com a teoria, uma vez que o escoamento tende à resposta oscilatória com o aumento do valor para o Número de Reynolds.

Para as mesmas características geométricas do domínio, um perfil parabólico passando através do obstáculo circular tem comportamento bem documentado na literatura. A Figura 35 ilustra a comparação entre o cálculo do coeficiente de arrasto feito por estes autores e o mesmo cálculo do coeficiente de arrasto feito pelo algoritmo utilizado neste trabalho. Desta maneira, conclui-se que, a partir dos resultados desta seção, mesmo escoamentos com perfis com características diferentes são bem explicados através da malha estruturada representada pela Figura 7.

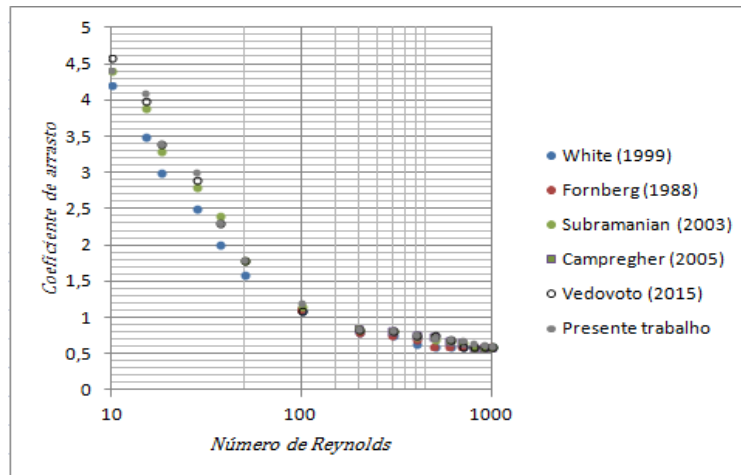


Figura 35 - Comparação arrasto diferentes autores

4.1.3 ESCOAMENTO PERFIL CONSTANTE ATRAVÉS AEROFÓLIO NACA0012

Nesta seção, investigou-se o comportamento de escoamentos com malhas não estruturadas. Como um dos perfis mais estudados na área da engenharia de vento, o perfil NACA0012 tem inúmeros resultados conhecidos e aceitos no meio acadêmico. Deste modo, também com a finalidade de comparar resultados, optou-se por fazer uma comparação dos resultados obtidos por Goulart (2008), com a mesma análise pelo algoritmo utilizado neste estudo. A Figura 38 mostra o perfil do escoamento em um eixo vertical situado a uma distância de 5 unidades a partir do final do perfil do aerofólio. Todas as medidas de velocidade e pressão do escoamento foram tomadas em um eixo vertical situado nesta distância do aerofólio.

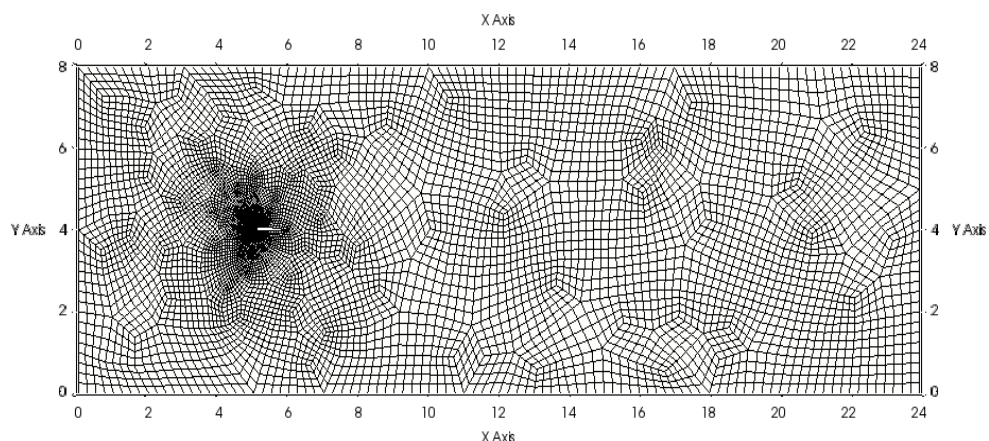


Figura 36 - Malha NACA0012

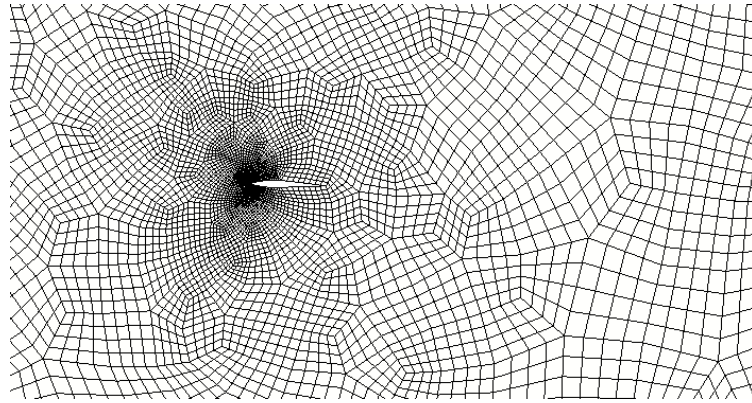


Figura 37 - Malha ampliada no aerofólio

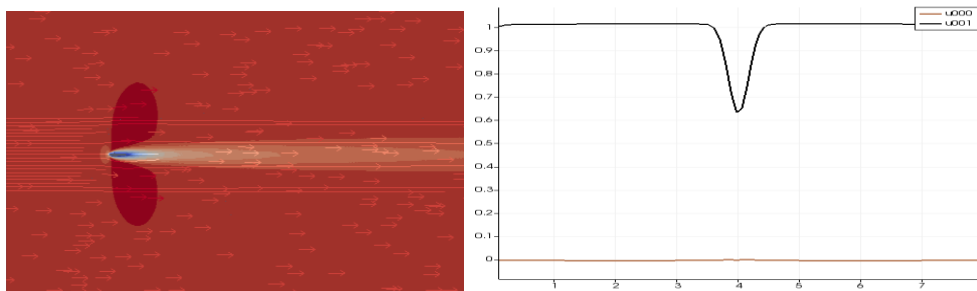


Figura 38 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 0° , Re 250.

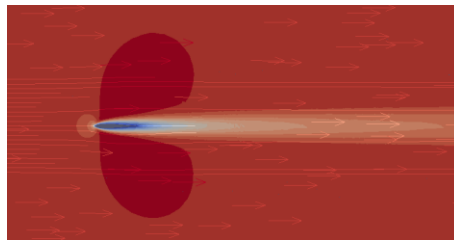


Figura 39 - escoamento ampliado

Para a faixa de valores de número de Reynolds compreendida entre 0 e 250, nota-se simetrias bem definidas em relação ao aerofólio. Em todas as simulações realizadas, a variação para os valores das velocidades e pressões do escoamento através do perfil do aerofólio analisado foi pequena, conforme ilustram as figuras desta seção.

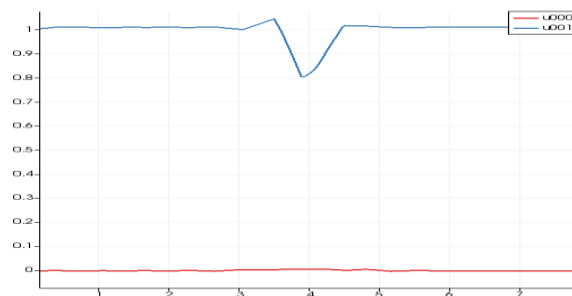


Figura 40 - Perfil velocidades e pressão, ângulo ataque 0° , Re 500.

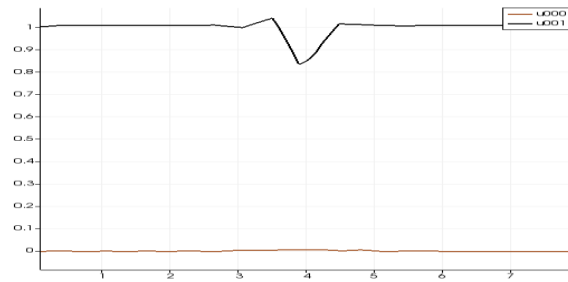


Figura 41 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 0° , Re 750.

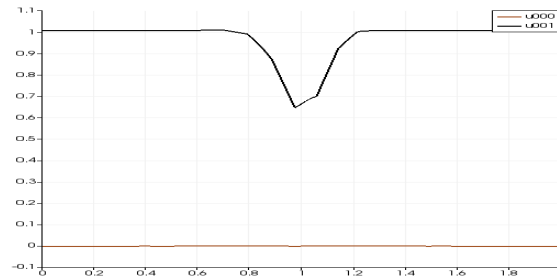


Figura 42 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 0° , Re 1000.

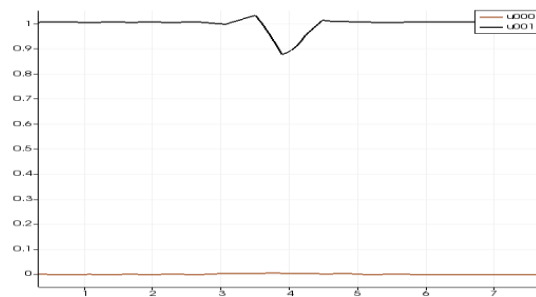


Figura 43 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 0° , Re 1500.

Estes resultados são instantâneos, e a malha não estruturada da Figura 36 precisou de 2 refinamentos para que os resultados começassem a convergir para um gráfico único, ou seja, a partir dos dois refinamentos as representações instantâneas apresentadas não apresentaram variações aparentes com o aumento do refinamento da malha. Com o ângulo de ataque (ângulo entre o eixo longitudinal e o eixo X local) igual à zero, notam-se zonas simétricas de variação de pressão através do aerofólio, transpassado por um escoamento laminar. Há relação do quociente entre o coeficiente de sustentação e o coeficiente de arrasto com a variação no ângulo de ataque do aerofólio para diferentes perfis.

Nota-se que os valores pequenos do quociente entre os coeficientes (maiores coeficientes de arrasto em comparação com os coeficientes de sustentação) se

relacionam com menores ângulos de ataque, o que era esperado, visto que a geometria do aerofólio que incide diretamente sobre o escoamento altera significativamente para ângulos de ataque maiores.

4.1.4 ESCOAMENTO PERFIL CONSTANTE ATRAVÉS AEROFÓLIO NACA0012 COM PEQUENOS ÂNGULOS DE ATAQUE

Nesta seção, investigou-se efeitos que os mesmos refinamentos da seção anterior apresentam em um aerofólio com ângulos de ataque pequenos, mas diferentes de zero. Analisa-se, aqui, perfil de aerofólio idêntico ao anterior, com a mudança de que, aqui, o ângulo de ataque não é mais nulo. Os perfis de escoamento são semelhantes, e a faixa de análise para a variação do número de Reynolds também. O perfil selecionado, NACA0012, tem como principal característica ser produzido para trabalhar bem em regimes de escoamento laminares. Desta maneira, diferentemente do perfil circular empregado anteriormente, não é de se esperar escoamentos com características oscilatórias mesmo para números de Reynolds próximos a 1500.

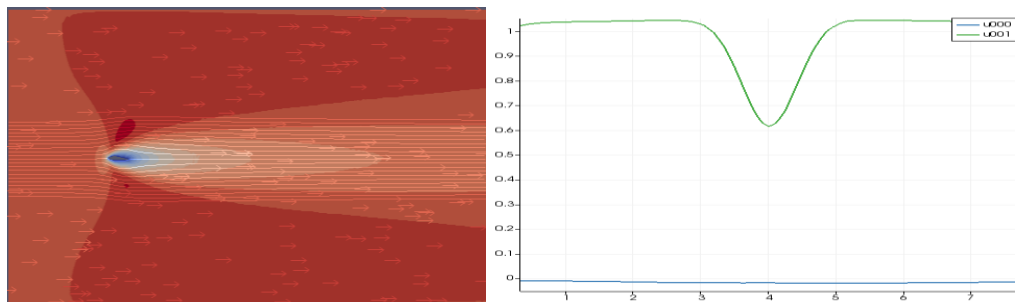


Figura 44 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 6°, Re 40.

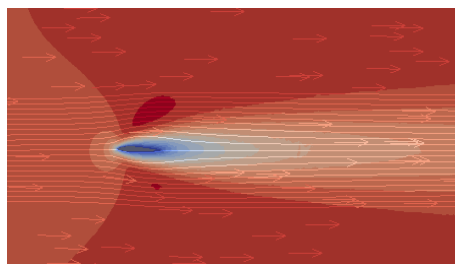


Figura 45 - Escoamento ampliado.

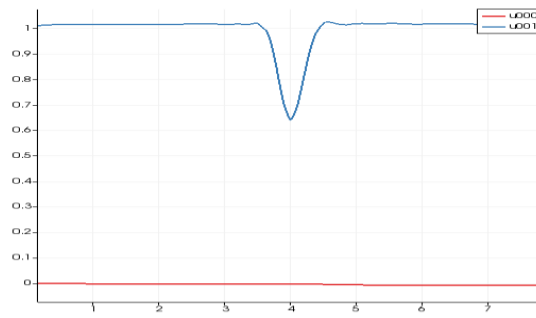


Figura 46 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 6°, Re 250.

Nota-se, já na análise com número de Reynolds igual à 40, que existe uma zona com valores mais elevados na parte superior do perfil do aerofólio. Este resultado era esperado, uma vez que o ângulo de ataque varia em sentido horário, ou seja, a região com maior facilidade para o escoamento é a região inferior ao perfil do aerofólio.

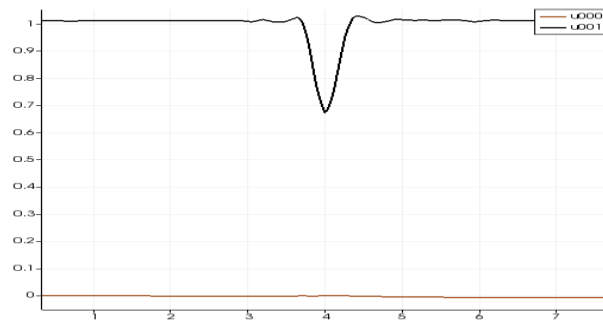


Figura 47 - Perfil velocidade e pressão, ângulo ataque 6°, Re 500.

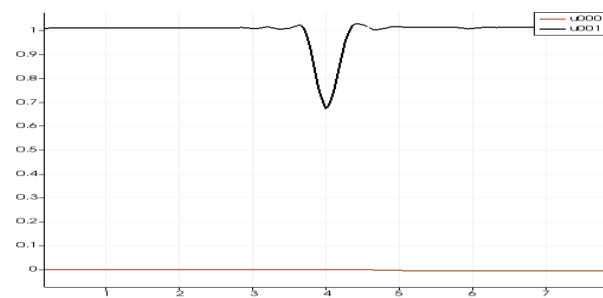


Figura 48 - Perfil escoamento NACA0012, $\alpha=6^\circ$, Re=750.

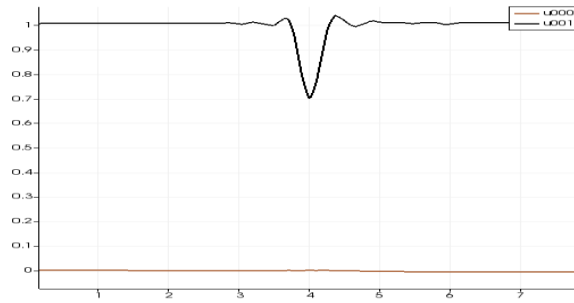


Figura 49 – Perfil escoamento NACA0012, $\alpha=6^\circ$, $Re=1000$.

Nota-se, aqui, que em todas as análises feitas para o perfil de aerofólio com pequenos ângulos de ataque, a variação existente tanto para a pressão quanto para a velocidade do escoamento é semelhante, independente do valor analisado para o número de Reynolds (para a camada laminar). Este resultado era esperado, uma vez que o perfil escolhido (NACA0012) foi criado para ter bom comportamento na faixa laminar do número de Reynolds.

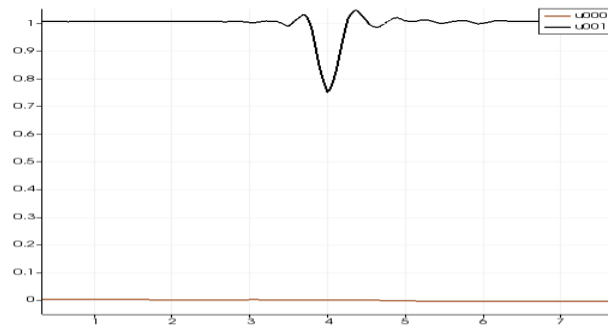


Figura 50 – Perfil escoamento NACA0012, $\alpha=6^\circ$, $Re=1500$.

4.1.5 COMPARAÇÃO PARA OS VALORES ANALISADOS PARA VELOCIDADE E PRESSÃO PARA PEQUENOS ÂNGULOS DE ATAQUE

Comparam-se os gráficos de variação de valores adquiridos para a velocidade e pressão dos escoamentos analisados. Nota-se que as variações, para um mesmo valor de número de Reynolds, encontram-se maiores para valores com ângulos de ataque maiores.

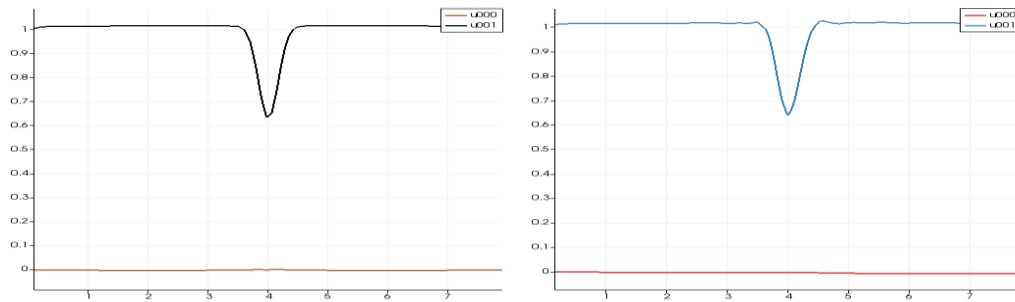


Figura 51 – Comparação entre valores para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, respectivamente. $Re=250$.

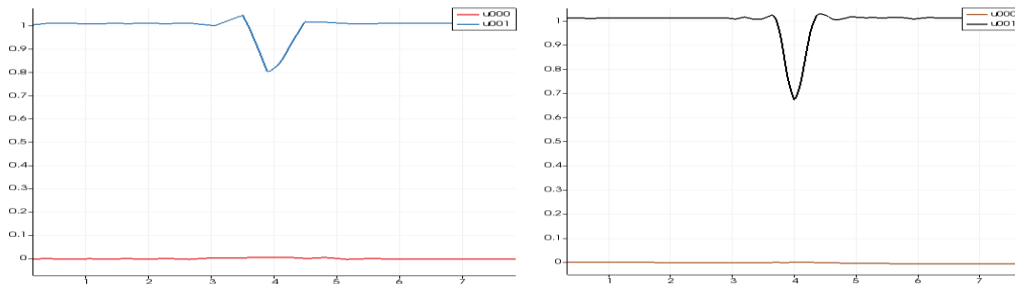


Figura 52 – Comparação entre valores para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, respectivamente. $Re=500$.

Para a faixa de valores e ângulo de ataque analisados, percebe-se que as variações desenvolvidas tendem, em todos os casos, à limites estacionários. Estes limites encontram-se explicitados nos gráficos das figuras desta seção.

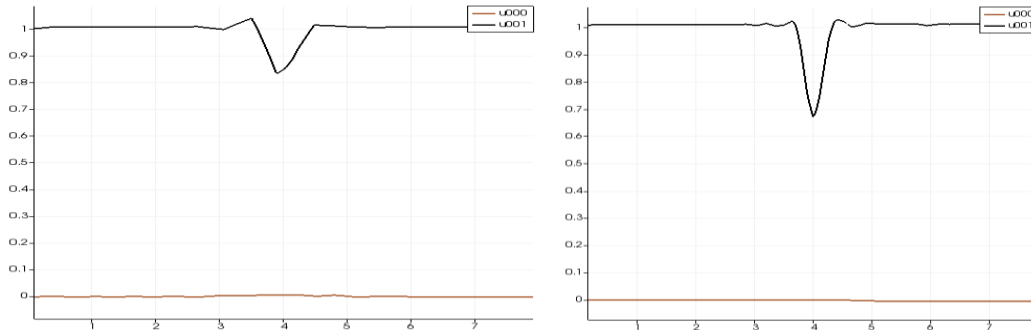


Figura 53 – Comparação entre valores para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, respectivamente. $Re=750$.

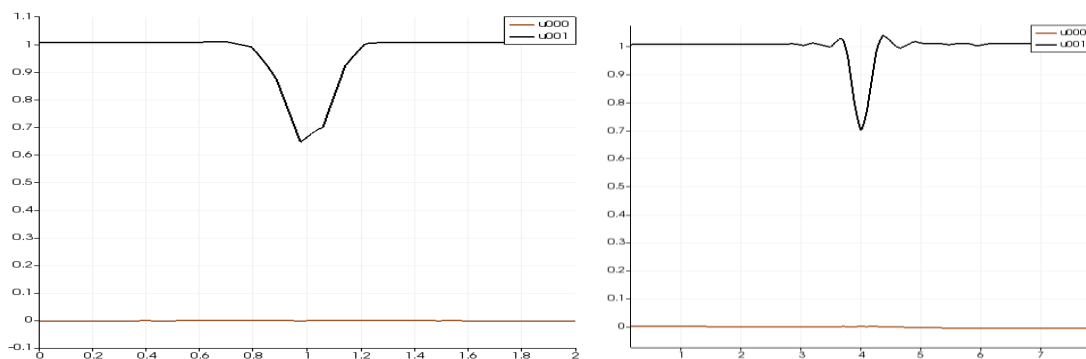


Figura 54 – Comparação entre valores para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, respectivamente. $Re=1000$.

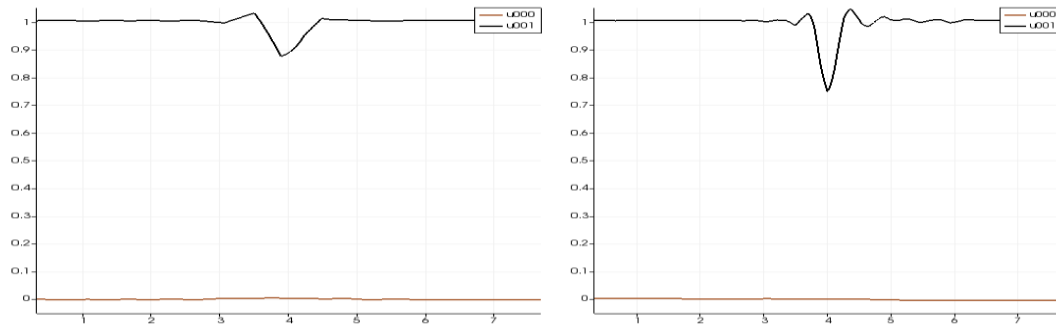


Figura 55 – Comparação entre valores para $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 6^\circ$, respectivamente. $Re=1500$.

Para a faixa de valores dos parâmetros analisados, pode-se notar, ainda, um padrão no desenvolvimento das variações de estabilidade com o ângulo de ataque. Os valores das velocidades mínimas desenvolvidas em função do ângulo de ataque, para o perfil NACA0012, podem ser aproximados através da seguinte equação:

$$v_{min} = -0,02166666667\alpha + 0,88 \quad (64)$$

onde:

v_{min} representa a velocidade mínima desenvolvida,

α representa o ângulo de ataque analisado.

Nota-se, ainda, que a velocidade mínima atingida para diferentes ângulos de ataque ($0^\circ < \alpha < 6^\circ$) varia mais conforme o valor do número de Reynolds aumenta. A Tabela 3, dada a seguir, ilustra a variação aproximada obtida através do presente trabalho.

Tabela 3 – Comparação entre variações de velocidades para diferentes valores de α

Re	Δv_{min} (%)
250	3,03
500	16,35
750	17,28
1000	15,61
1500	14,74

Os valores de pressão obtiveram variações pequenas, de forma que torna-se difícil a comparação entre os diferentes gráficos para os valores fornecidos. A pequena variação existente entre os valores de velocidades e pressões, para pequenos ângulos de ataque, ainda que a faixa de valores utilizados para o número de Reynolds seja relativamente grande (da ordem de 10^3), era um resultado esperado, uma vez que o perfil NACA0012 foi desenvolvido para trabalhar de maneira estável no regime laminar de escoamento.

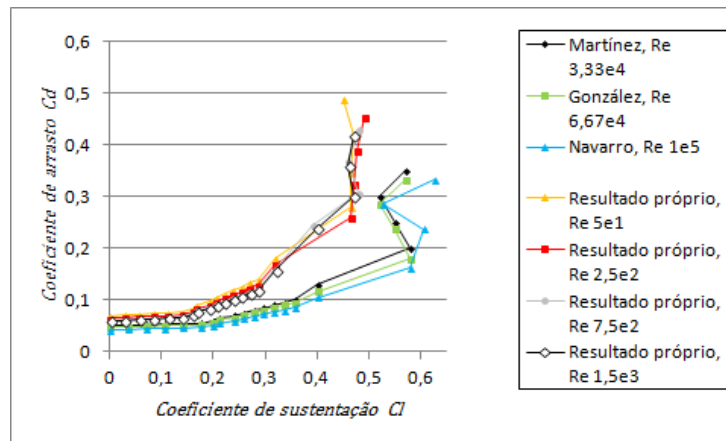


Figura 56 – Relação entre C_L e C_D para diferentes números de Reynolds e mesmo α .

A Figura 56 mostra a relação, para o mesmo ângulo de ataque $\alpha = 0^\circ$, entre os valores obtidos para os coeficientes de arrasto e sustentação. A faixa de valores analisada foi a mesma encontrada na literatura, para fins de comparação. Nota-se que, conforme o valor do Número de Reynolds aumenta, a curva tende a se aproximar das curvas existentes, sugerindo que, no limite quando o Número de Reynolds tende aos valores conhecidos, a curva tende às curvas existentes na literatura. Deste modo, os resultados encontram-se adequados à expectativa.

4.1.6 ESCOAMENTO COM PERFIL CONSTANTE E DOIS OBSTÁCULOS HORIZONTAIS

Nesta seção, investigou-se efeitos de escoamento com perfil constante em uma malha não estruturada, para análises com dois obstáculos circulares. Os resultados instantâneos apresentados são aqueles obtidos quando são aplicados dois refinamentos na malha da Figura 58, ou seja, a partir deste ponto, mesmo aumentando o refinamento da malha, os resultados não alteram significativamente. Para este caso, o modelo

utilizado encontra-se na Figura 57. Os dois obstáculos possuem o mesmo diâmetro D , separados por uma distância $4D$ entre si, o primeiro obstáculo encontra-se a uma distância $5D$ do início do domínio e o segundo obstáculo encontra-se a uma distância $13D$, e ambos os obstáculos encontram-se a uma altura $4D$. Para a análise deste caso, baseado nos resultados obtidos para a análise com apenas um obstáculo, realizou-se a análise diretamente com a malha mais refinada, por demonstrar ser a mais adequada.

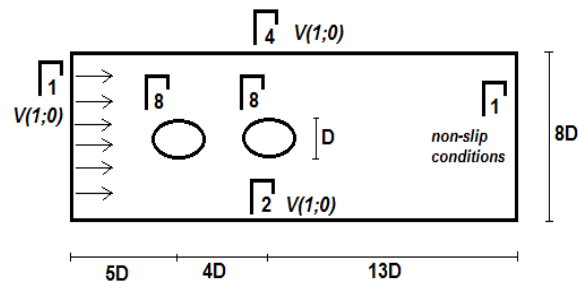


Figura 57 – Modelo físico utilizado com dois obstáculos em sequência

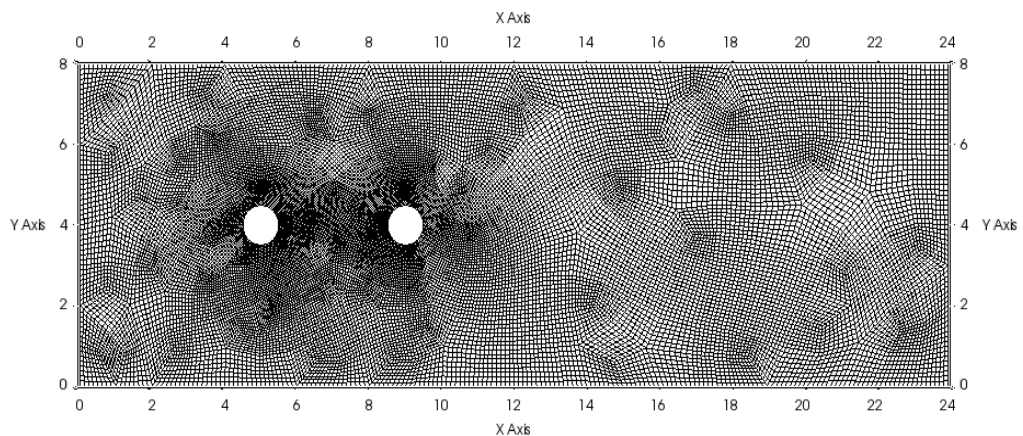


Figura 58 – Malha utilizada para a análise com dois obstáculos na horizontal.

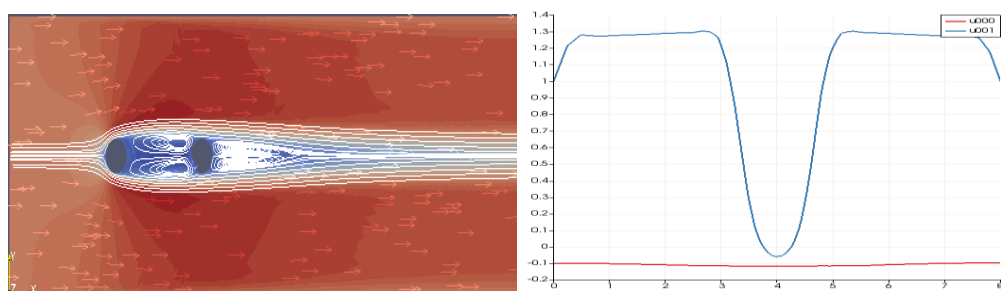


Figura 59 - Perfil escoamento, $Re=250$.

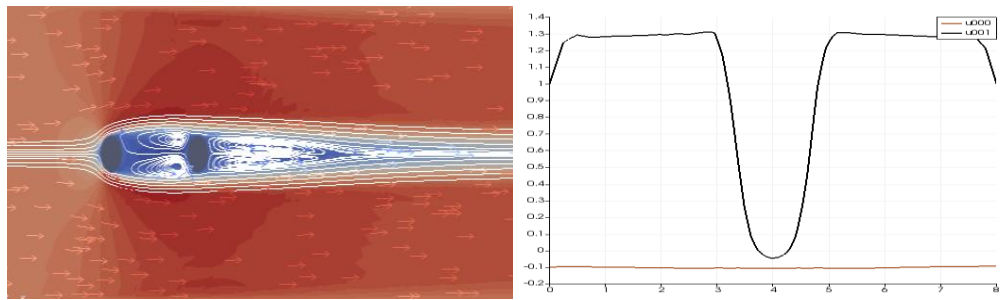


Figura 60 – Perfil escoamento, $Re=500$.

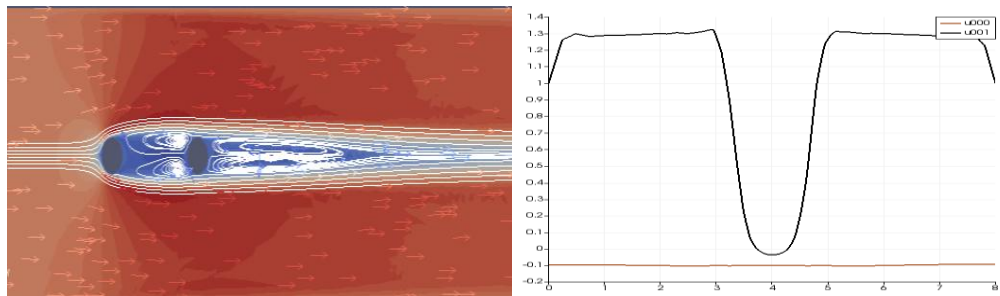


Figura 61 - Perfil escoamento, $Re=750$.

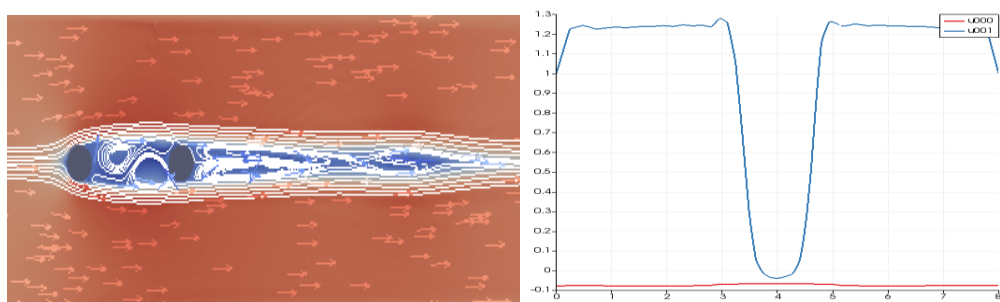


Figura 62 - Perfil escoamento, $Re=1000$.

Através da Figura 62, para $Re = 1000$, nota-se o início do deslocamento dos vórtices. A pressão existente na parte de trás do primeiro círculo é superior à do segundo, o que era esperado, uma vez que os vórtices que se formam entre os dois obstáculos reduzem a pressão na parte de trás do segundo.

Conforme o valor da distância entre os obstáculos varia, percebe-se que, para distâncias menores, a convergência é obtida de maneira mais rápida. Este resultado sugere que, conforme aumentamos a distância entre os obstáculos, aumentam as dificuldades em obter as respostas, para um mesmo Número de Reynolds com obstáculos do mesmo diâmetro, o que era um resultado esperado.

4.1.7 ANÁLISE ESCOAMENTO CONSTANTE COM 2 E 3 OBSTÁCULOS VERTICAIS

Nesta seção, a intenção é uma análise idêntica à da seção anterior, com obstáculos circulares em posições distintas. Os gráficos de resultados apresentados são instantâneos, obtidos com dois refinamentos nas respectivas malhas. Refinamentos além destes não alteraram significativamente os gráficos. O primeiro modelo utilizado nesta análise consiste em dois círculos de diâmetro D , separados por uma distância que varia de $2D$ a $4D$, na vertical. Ambos estão afastados de distância $9D$ do início do domínio. Para o modelo com três círculos, temos que estão afastados a distância $2,5D$ cada um na vertical, e $4D$ na horizontal. O primeiro obstáculo está a distância $5D$ do início do domínio, e $4D$ dos outros obstáculos. Os *flags* utilizados são análogos às outras análises feitas.

Esta análise também partiu da malha mais refinada, em conformidade com o procedimento utilizado para a análise dos resultados anteriores. Nota-se que, para o caso com 3 obstáculos, a interação entre os perfis de escoamento que os atravessam é maior, e o número de Reynolds necessário para atingir a resposta oscilatória é, portanto, menor que no caso com dois obstáculos.

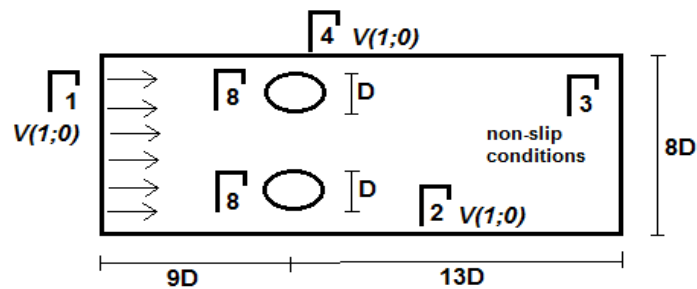


Figura 63 – Modelo físico utilizado com dois obstáculos na vertical

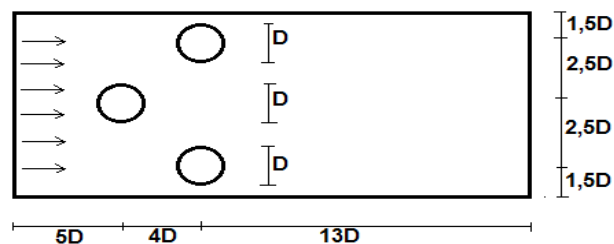


Figura 64 – Modelo físico utilizado com três obstáculos na vertical

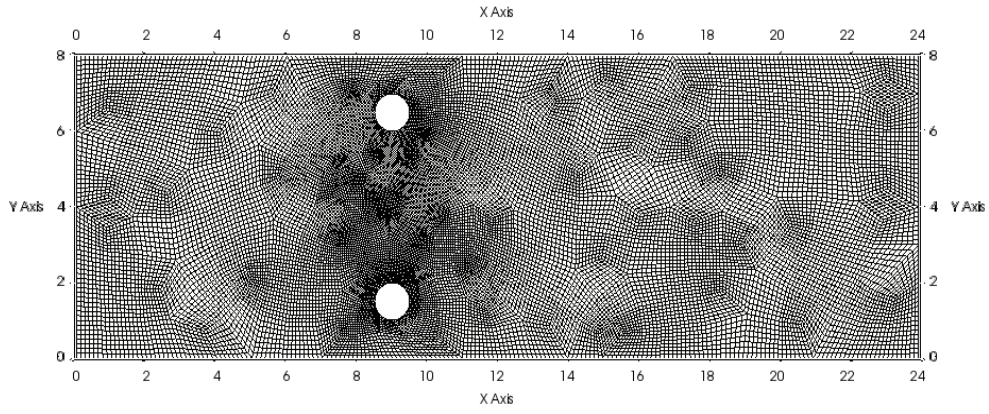


Figura 65 – Malha utilizada com dois obstáculos verticais, separados por distância $4D$.

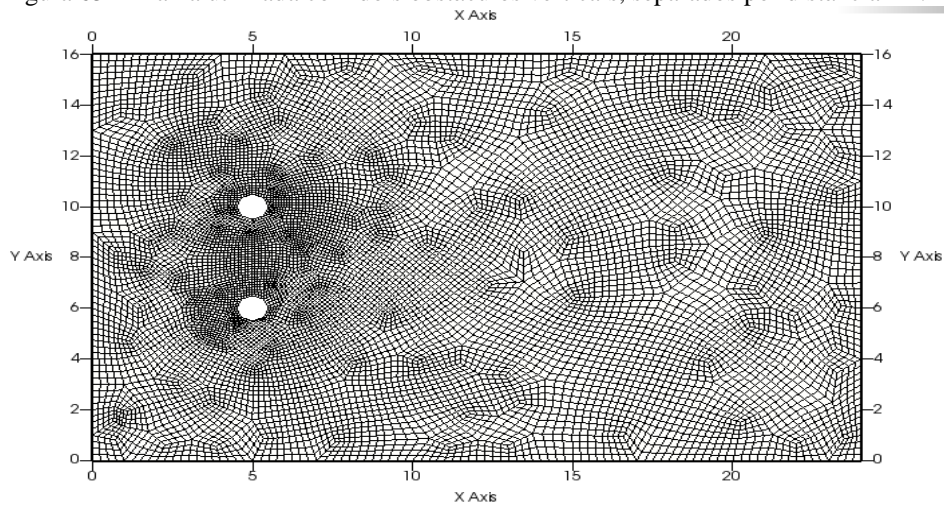


Figura 66 – Malha utilizada com dois obstáculos verticais, separados por distância $1D$.

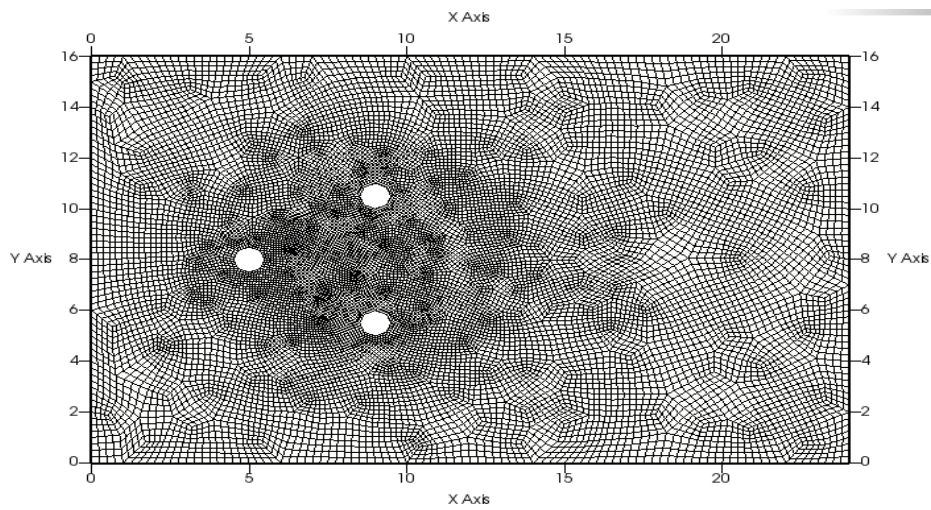


Figura 67 – Malha utilizada com três obstáculos, separados por distância $1,5D$ na vertical.

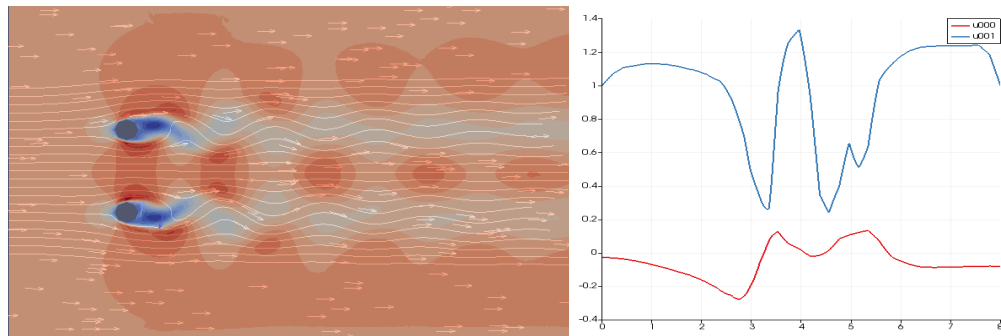


Figura 68 - Perfil velocidades escoamento para 2 obstáculos na vertical, separados por distância 4D. Re=700. Resposta oscilatória.

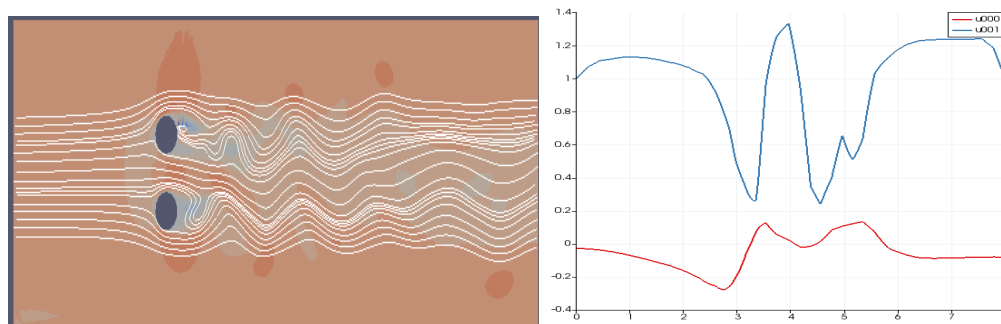


Figura 69 - Perfil velocidades escoamento para 2 obstáculos na vertical, separados por distância 1D. Re=400. Resposta oscilatória.

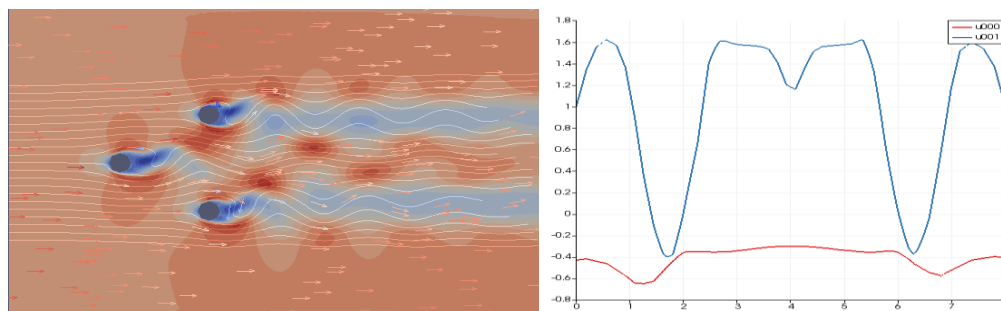


Figura 70 - Perfil velocidades escoamento para 3 obstáculos na vertical, separados por distância 1,5D. Re=250. Resposta oscilatória.

Desta maneira, as equações utilizadas para descrever o movimento do escoamento através do obstáculo tende a valores oscilatórios para a distribuição de velocidades e pressão mais rapidamente que os valores para apenas um obstáculo. De maneira geral, com dois obstáculos na vertical, separados por uma distância igual a 4 vezes o diâmetro do obstáculo circular, obteve-se a resposta oscilatória para um Número de Reynolds igual a 700, enquanto que, para os obstáculos separados por uma distância de 1 vez o diâmetro, obteve-se respostas oscilatórias para um valor de Número de Reynolds igual à 400. Por sua vez, para o caso com três obstáculos na vertical,

representado pela Figura 70, o Número de Reynolds 250 é o suficiente para atingir a resposta oscilatória. A diminuição do valor necessário no Número de Reynolds para atingir as condições oscilatórias era um resultado esperado, uma vez que a influência que o perfil de escoamento através de um obstáculo tem em relação ao perfil de escoamento do outro obstáculo auxilia o comportamento oscilatório dos resultados. Desta maneira, quanto menos obstáculos, maior a dificuldade em atingir o estado de respostas oscilatórias.

4.1.8 ESCOAMENTO COM OBSTÁCULO QUADRANGULAR E DIFERENTES ÂNGULOS DE ATAQUE

Analisa-se, aqui, um objeto com dimensões quadrangulares fixas, variando apenas o seu ângulo de ataque, ou seja, o ângulo entre seu lado L e o eixo X global. A malha utilizada foi refinada 3 vezes para as análises deste capítulo.

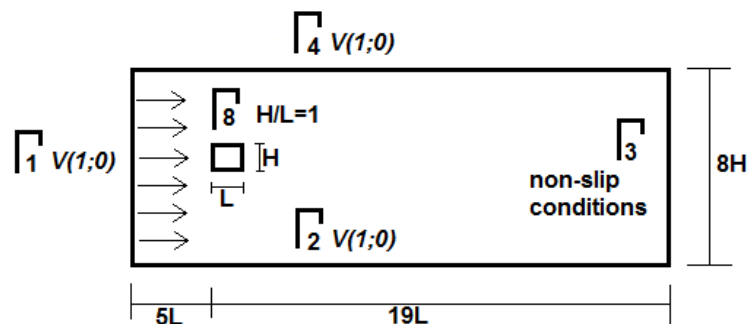


Figura 71 – Modelo físico estudado obstáculo quadrangular

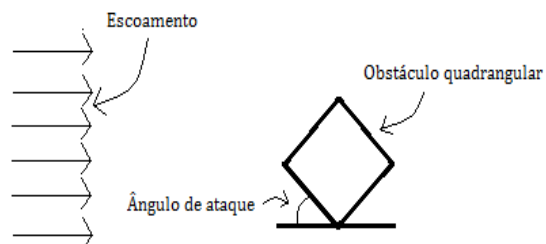


Figura 72 – Escoamento obstáculo quadrangular

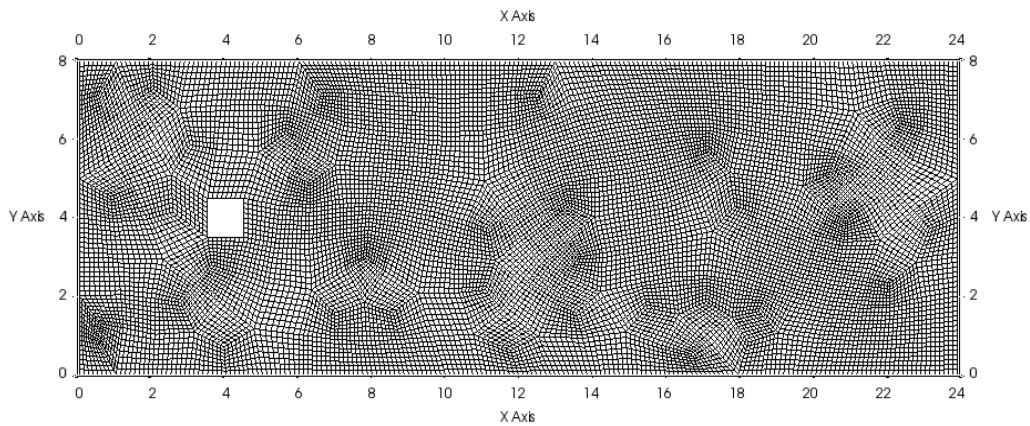


Figura 73 - Malha não estruturada com obstáculo retangular, $L/H=1$

Para o caso do objeto com $H/L = 1$, ou seja, com a largura e a altura numericamente iguais, foi feita a análise dos valores dos coeficientes de arrasto e sustentação, variando o ângulo de ataque de 0° à 40° . Os resultados desta análise encontram-se nas Figuras 14, 15 e 16, dadas a seguir.

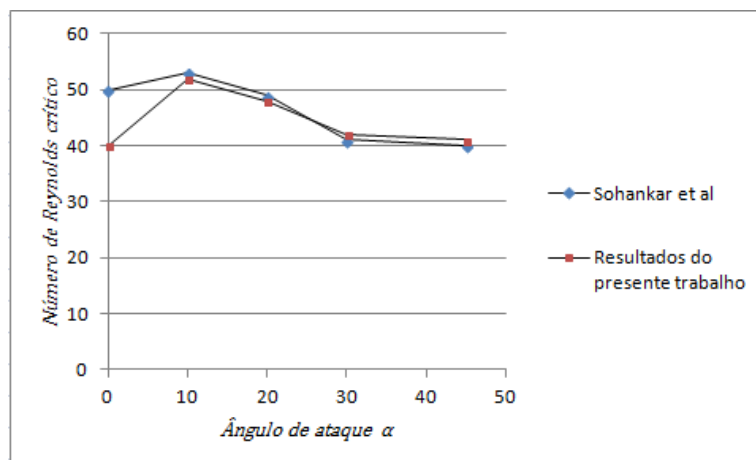


Figura 74 - Relação ângulo de ataque e número Reynolds

A Figura 74 ilustra a forma como o valor do Número de Reynolds crítico (o necessário para atingir a resposta oscilatória) varia conforme muda o valor do ângulo de ataque. Os resultados são comparados com os obtidos por Sohankar (1998).

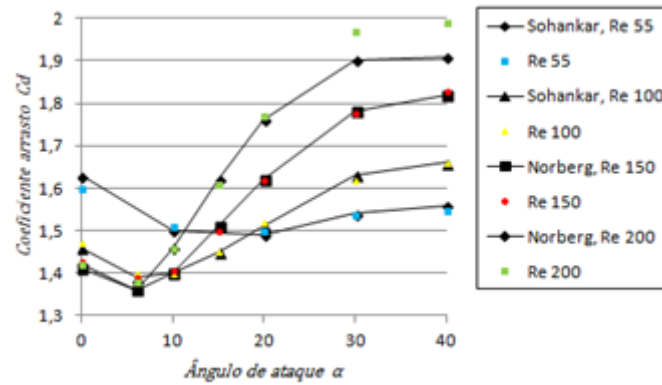


Figura 75 - Coeficientes arrasto com ângulo ataque e número Reynolds

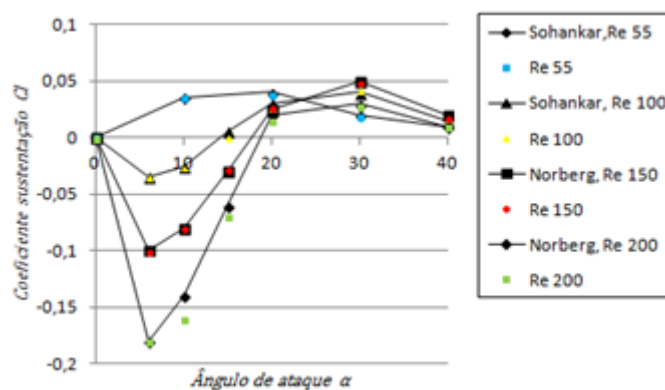


Figura 76 - Sustentação para cada ângulo ataque e número Reynolds

As Figuras 75 e 76 ilustram a maneira com a qual os coeficientes de arrasto e sustentação se comportam, conforme o ângulo de ataque do objeto varia, para diferentes valores do número de Reynolds. Os resultados, conforme verificados nas imagens 74, 75 e 76, demonstraram ter aproximação adequada com a literatura existente. A utilização de uma malha estruturada para a análise do mesmo domínio físico mostrado na Figura 73 necessitou de elementos quadrangulares com lado 4x maiores que os obtidos pela malha não estruturada, apresentando os mesmos resultados. Ou seja, a malha estruturada chegou aos mesmos resultados que a malha não estruturada com menos refinamentos.

4.2 RESULTADOS DE APLICAÇÃO

Nesta seção, encontram-se reunidos resultados de análises para diferentes situações e características, com a finalidade de observar a variação das suas

propriedades e aplicação do código para escoamentos externos com diferentes obstáculos.

4.2.1 ESCOAMENTO CONSTANTE OBSTÁCULO RETANGULAR

Nesta seção, compara-se resultados com malhas estruturadas e não estruturadas. O modelo utilizado nesta análise consiste em um objeto quadrangular, onde o início do mesmo encontra-se a uma distância $5L$ do início do domínio. Esta distância inicial é fixa, e o comprimento L do objeto vai aumentando, de forma que a relação L/H assume valores 1, 2, 4 e 6. A altura que o objeto se encontra também é fixa. Os *flags* utilizados são análogos às análises anteriores.

Para esta análise, parte-se do estudo de um objeto menos aerodinâmico, onde se conhece a sua relação entre largura L e altura H e pretende-se verificar variações no perfil de escoamento conforme a relação aumenta.

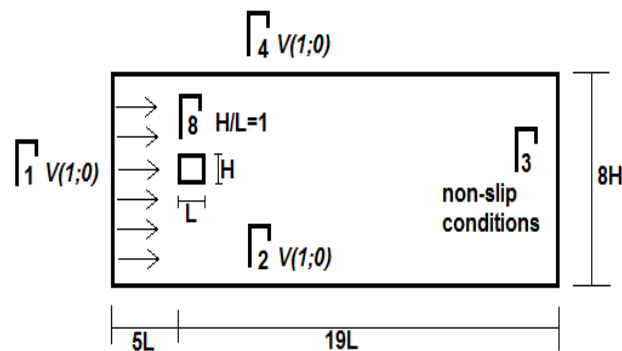


Figura 77 – Modelo físico utilizado com obstáculo quadrangular

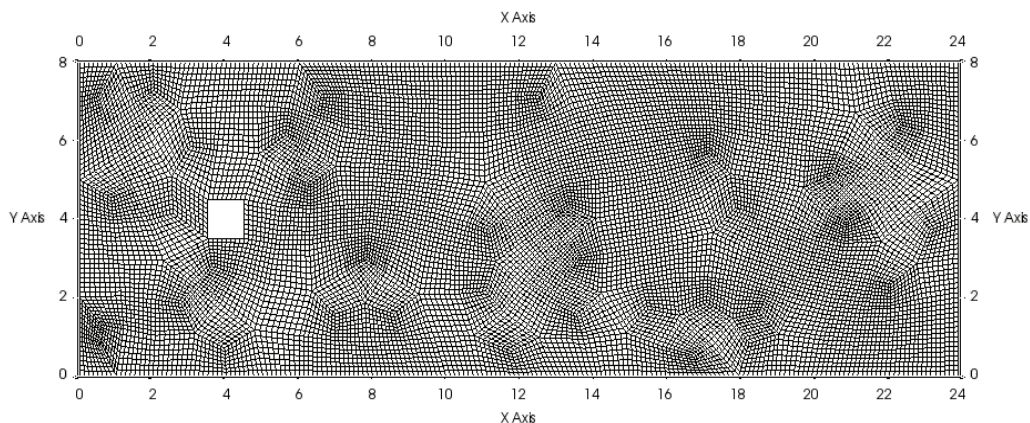
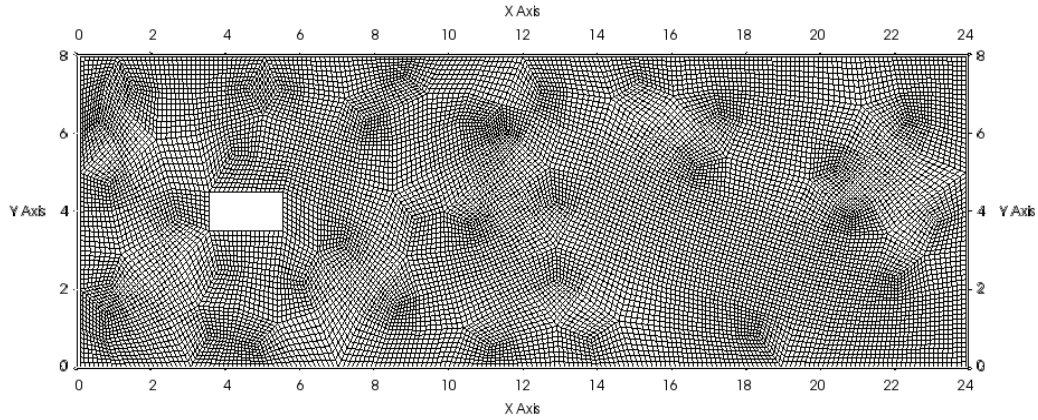
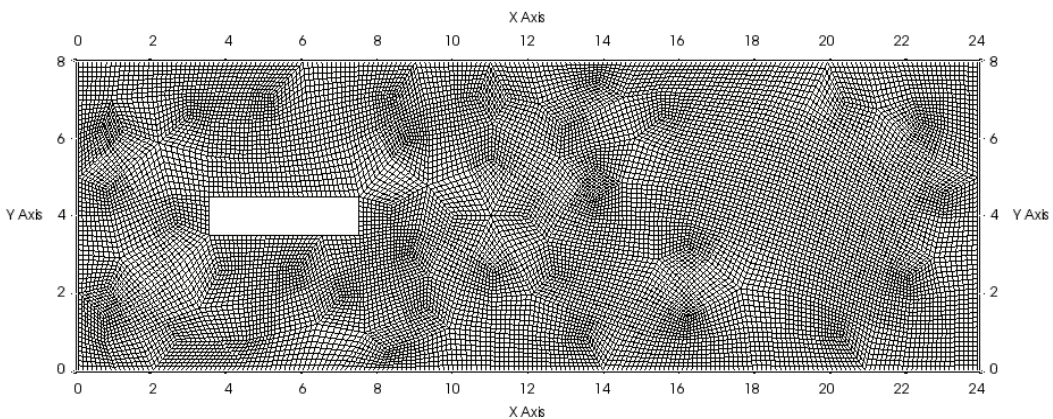
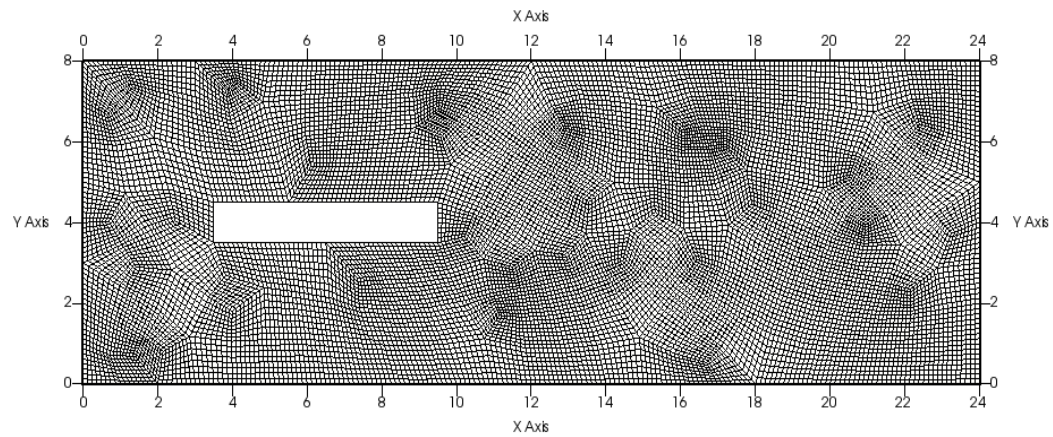


Figura 78 – Malha não estruturada com obstáculo retangular, $L/H=1$.

Figura 79 – Malha não estruturada com obstáculo retangular, $L/H = 2$.Figura 80 – Malha não estruturada com obstáculo retangular, $L/H = 4$.Figura 81 – Malha não estruturada com obstáculo retangular, $L/H = 6$.

Todas as malhas apresentadas acima foram refinadas mais uma vez antes de serem utilizadas nas análises, e foram utilizadas versões simétricas para cada uma delas. Para o valor do Número de Reynolds 40, já se obteve respostas idênticas para as malhas estruturadas e não estruturadas, conforme segue.

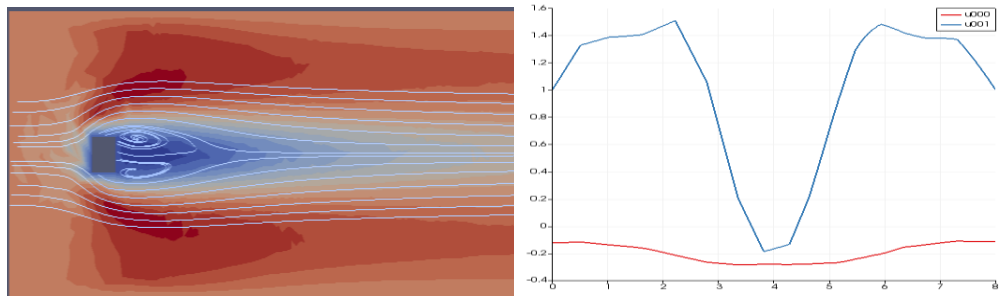


Figura 82 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=1$, $Re=40$. Malha estruturada.

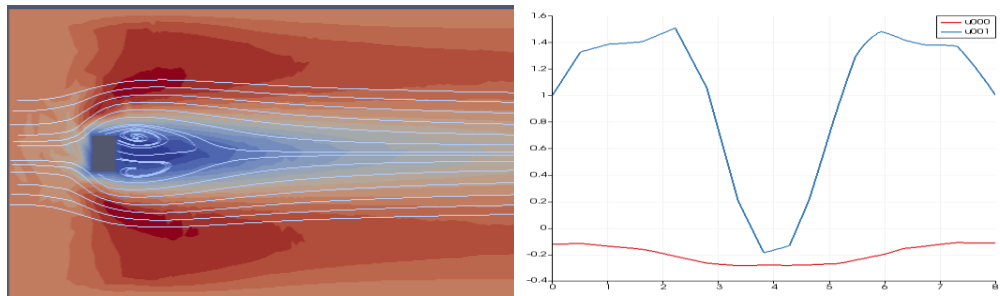


Figura 83 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=1$, $Re=40$. Malha não estruturada.

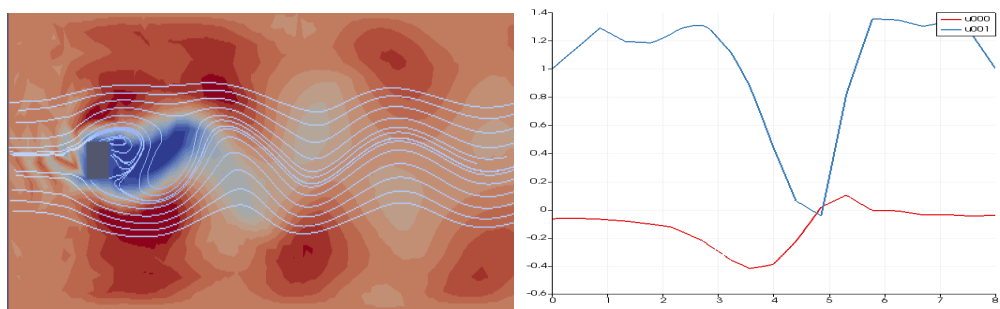


Figura 84 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=1$, $Re=50$. Malha estruturada.

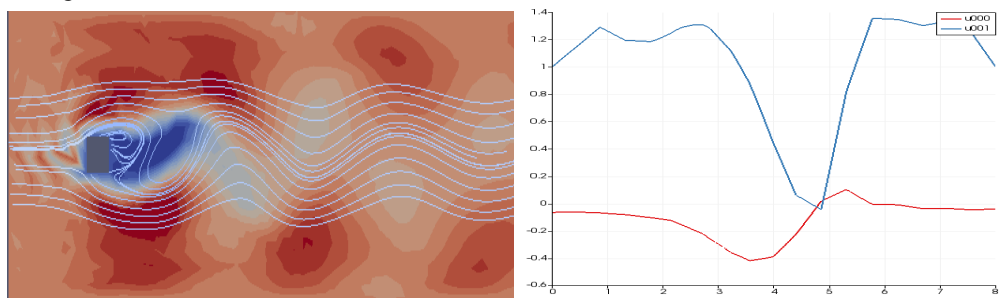


Figura 85 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=1$, $Re=50$. Malha não estruturada.

Para o Número de Reynolds igual a 250, os resultados demonstraram ser semelhantes para ambos os tipos de malhas, conforme as imagens a seguir. Neste valor de Reynolds, o obstáculo já atinge o estado oscilatório.

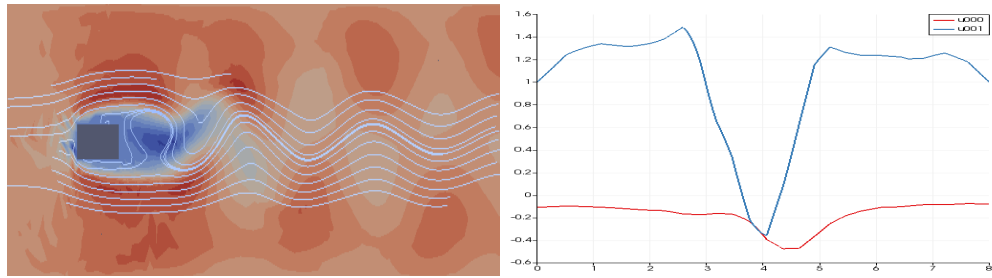


Figura 86 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=2$, $Re=350$. Malha estruturada.

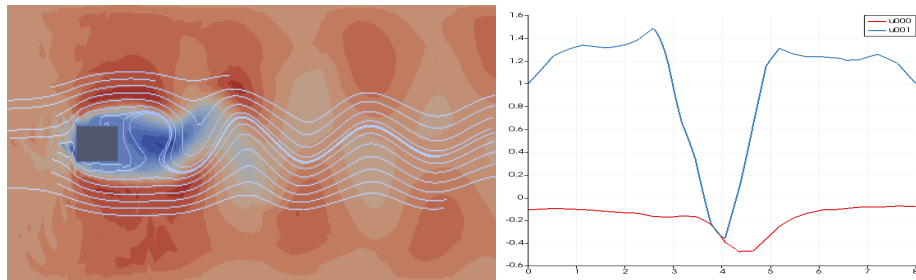


Figura 87 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=2$, $Re=350$. Malha não estruturada.

Para o obstáculo com relação $L/H = 2$, nota-se que o estado oscilatório ocorre em Reynolds maior que o anterior, igual a 350.

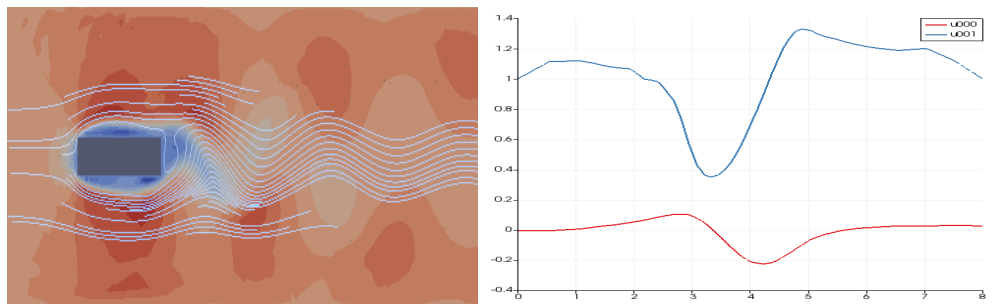


Figura 88 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=4$, $Re=400$. Malha estruturada.

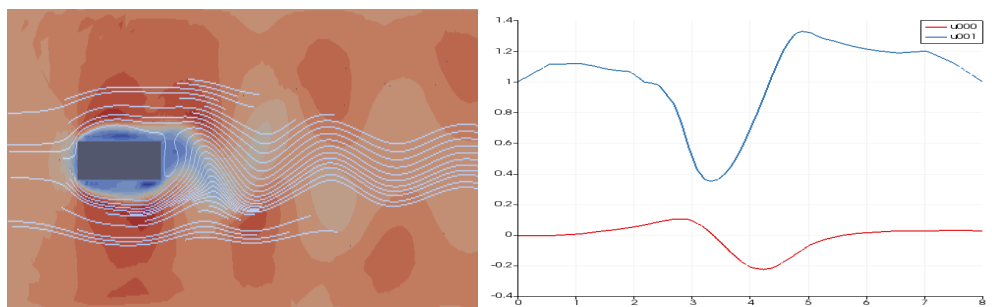


Figura 89 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=4$, $Re=400$. Malha não estruturada.

Para o obstáculo retangular com $L/H = 4$, nota-se que o Reynolds necessário para atingir o estado oscilatório cresce novamente, dessa vez atingindo $Re=400$.

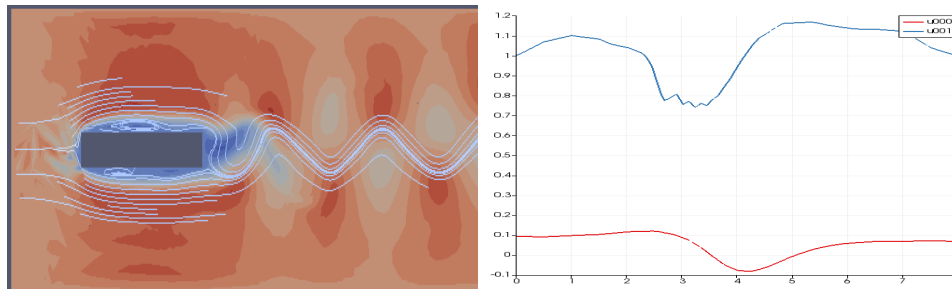


Figura 90 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=6$, $Re=500$. Malha estruturada.

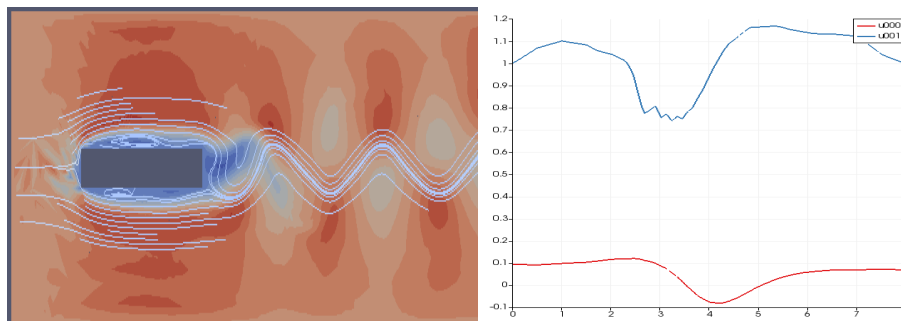


Figura 91 - Perfil velocidades escoamento, $L/H=6$, $Re=500$. Malha não estruturada.

Nota-se que os resultados para o obstáculo com a relação $L/H = 6$ seguem os mesmos padrões de crescimento do Número de Reynolds para o estado estacionário que anteriormente. Nesta análise, o Reynolds necessário para atingir o estado estacionário foi de 500. Todos os resultados das análises desta seção sugerem que, para objetos simétricos, malhas não simétricas muito bem refinadas fornecem resultados que tendem aos mesmos fornecidos por análises com malhas simétricas. Malhas estruturadas utilizadas nas mesmas análises precisaram de elementos quadrangulares com lados, em média, 6x maiores que os obtidos pelas malhas não estruturadas, convergindo aos mesmos resultados. Deste modo, malhas estruturadas necessitaram de menos refinamento para obter os mesmos resultados.

4.2.2 ANÁLISE ESCOAMENTO ATRAVÉS DE PONTE RIO GUAMÁ: ESTUDO DE CASO COMPARATIVO

Para o estudo deste capítulo, os resultados obtidos por Braun (2012) serviram como base para comparar o comportamento existente no escoamento. A seção da ponte foi modelada para diferentes ângulos de ataque, e todas as condições de contorno foram respeitadas.

A faixa de valores de Número de Reynolds analisados no artigo de referência é superior à faixa de valores escrita no código para esta análise. Entretanto, há a possibilidade de comparar a tendência do comportamento conforme o valor para o Número de Reynolds aumenta, o que é feito neste trabalho, a fim de determinar a validade do código desenvolvido. A Figura 93 a seguir representa o domínio físico empregado, com x variando de 0 a 100 e y variando de 0 a 50, e a seção da ponte iniciando a 20 unidades da referência em x e na metade da altura.

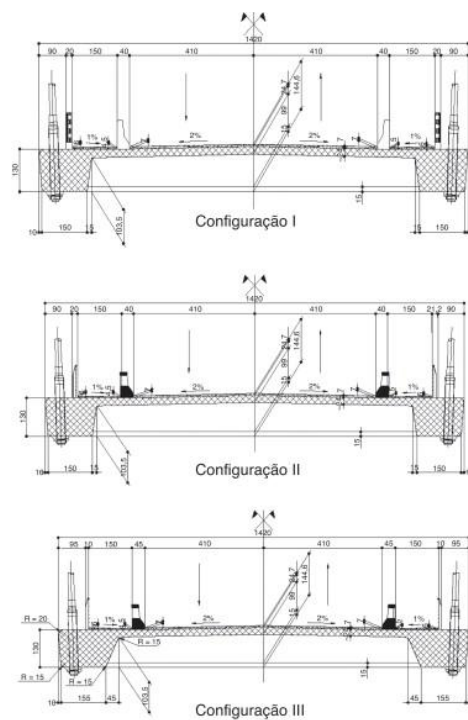


Figura 92 – Dados geométricos seção estudada. Fonte: Braun (2012)

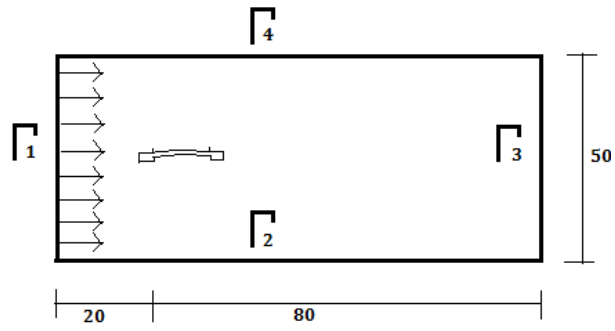


Figura 93 – Domínio físico estudado

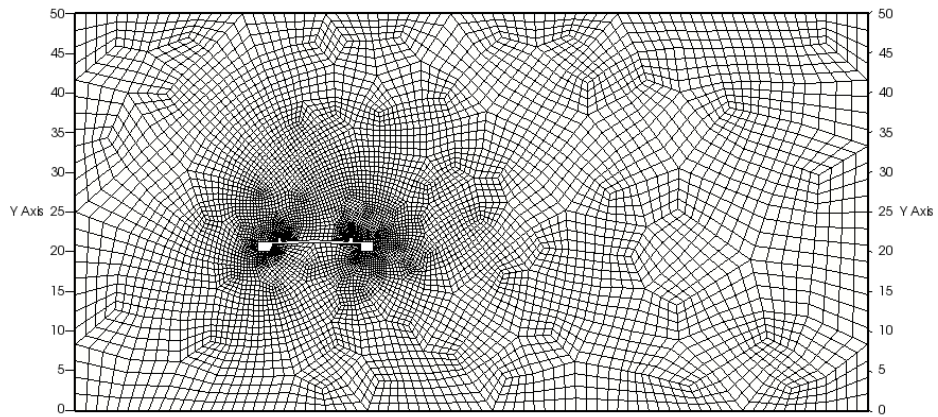
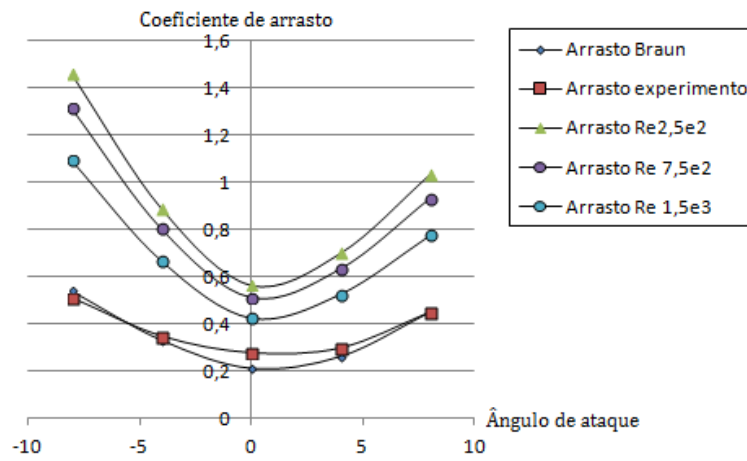


Figura 94 – Malha utilizada para a análise do estudo de caso.

Figura 95 – Gráfico comparativo entre os valores de C_D

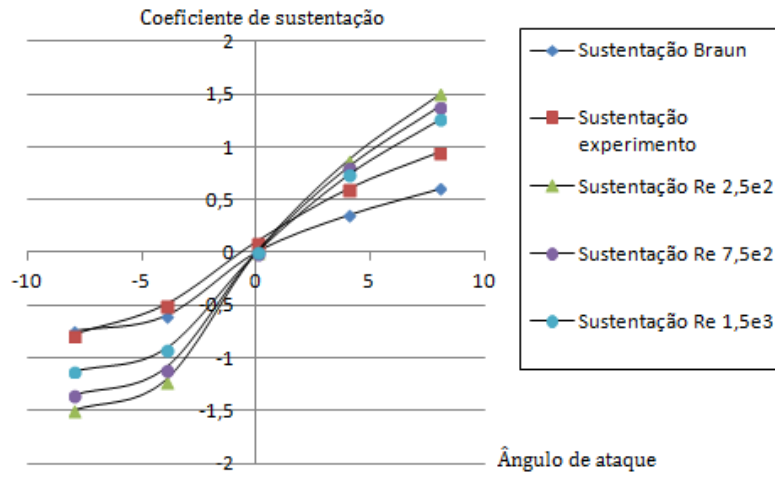


Figura 96 – Gráfico comparativo entre os valores de C_L

Nota-se, deste modo, uma tendência do movimento das curvas geradas neste trabalho tendendo àquelas obtidas em, ou seja, nota-se que, no limite, as curvas geradas neste trabalho tendem às curvas desenvolvidas nos trabalhos para uma faixa de valores de Número de Reynolds maiores.

5º CAPÍTULO – CONCLUSÕES

Tomando por base os resultados parciais atingidos pelos códigos numéricos desenvolvidos neste trabalho de conclusão de curso, tem-se que o objetivo de verificação da distribuição dos perfis inicialmente através do correto equacionamento das variáveis, proposta inicialmente, foi atingido, na medida em que foi possível reproduzir numericamente, ensaios experimentais a respeito da verificação de perfis de velocidade e pressão em escoamentos com características pré-determinadas e obstáculos no domínio.

Deve-se destacar um aspecto importante, apresentado neste trabalho, que tornou possível a realização do mesmo. A utilização de malhas baseadas em software profissional existente, e posterior conversão para adaptar à leitura do software de Elementos Finitos, foram fundamentais para a obtenção dos resultados alcançados. A utilização de métodos Newtonianos para a aproximação dos resultados garantiu a obtenção de resultados confiáveis.

Ressalta-se o caráter de revisão bibliográfica obtido por este trabalho, assim como a ambientação com o pacote Gascoigne 3D. Por fim, através da experiência adquirida neste trabalho, torna-se sugestivo que, para a continuidade no decorrer dos trabalhos em análise computacional, aplique-se escoamentos com diferentes condições iniciais e de contorno, analisando problemas com perfis de escoamentos constantes, além de implementar um algoritmo para considerar faixas maiores para número de Reynolds e deformação do objeto no decorrer do escoamento, e, assim, estude-se fenômenos aeroelásticos envolvendo tais geometrias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ORLANDI, Paolo. Numerical simulation of tripolar vórtices in 2D flow. *Fluid Dynamics Research*, 9, 179-206, 1992.

[2] Tezduyar, T.E.; Mittal, S.E.; Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements. *Computer Methods and Applied Mechanics and Engineering*, 95, 221-242, 1992.

[3] Baker, James; Armaou, Antonios; Christofides H., Panagiotis. Nonlinear Control of Incompressible Fluid Flow: Application to Burgers' Equation and 2D Channel Flow. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 252, 230-255, 2000.

[4] Kim, Dongjoo; Choi, Haecheon. A Second-Order Time-Accurate Finite Volume Method for Unsteady Incompressible Flow on Hybrid Unstructured Grids. *Journal of Computational Physics*, 162, 411-428, 2000.

[5] Mitra, S.; Sinhamahapatra, K.P.. 2D simulation of fluid-structure interaction using finite element method. *Finite Elements in Analysis and Design*, 45, 52-59, 2008.

[6] Idelsohn, S.R.; Marti, J.; Limache, A.; Oñate, E.. Unified Lagrangian formulation for elastic solids and incompressible fluids: Application to fluid-structure interaction problems via the PFEM. *Computer Methods in Applied mechanics and engineering*, 197, 1762-1776, 2008.

[7] Fedkiw, Roland P.. Coupling an Eulerian Fluid Calculation to a Lagrangian Solid Calculation with the Ghost Fluid Method. *Journal of Computational Physics*, 175, 200-224, 2002.

[8] Luo, Haoxiang; Mittal, Rajat; Zheng, Xudong; Bielaowicz, Steven A.; Walsh, Raymond J.; Hahn, James K.. An immersed boundary method for flow-structure interaction in biological systems with application to phonation. *Journal of Computational Physics*, 227, 9303-9332, 2008.

[9] Nichols, B.D.; Hirt, C.W.. Calculating Three-Dimensional Free Surface Flows in the Vicinity of Submerged and Exposed Structures. *Journal of Computational Physics*, 12, 234-246, 1973.

[10] Formaggia, L.; Gerbeau, J.F.; Nobile, F.; Quarteroni, A.. On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equations for flow problems in compliant vessels. *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, 191, 561-582, 2001.

[11] Stein, Keith; Tezduyar, Tayfun E.; Benney, Richard. Automatic mesh update with the solid-extension moving technique. *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, 193, 2019-2032, 2004.

[12] Förster, Christiane; Wall, Wolfgang A.; Ramm, Ekkehard. Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows. *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, 196, 1278-1293, 2007.

[13] Bathe, Klaus-Jürgen; Ledezma, Gustavo A.. Benchmark problems for incompressible fluid flows with structural interactions. *Computers and Structures*, 85, 628-644, 2007.

[14] Bathe, Klaus-Jürgen; Zhang, Hou; Ji, Shanhong. Finite element analysis of fluid flows fully coupled with structural interactions. *Computers and Structures*, 72, 1-16, 1999.

[15] Carstens, Volker; Kemme, Ralf; Schmidt, Stefan. Coupled simulation of flow-structure interaction in turbomachinery. *Aerospace Science and Technology*, 7, 298-306, 2003.

[16] Bhattacharyya, S.K.; Premkumar, R.. Transient fluid-structure interaction of elongated bodies by finite-element method using elliptical and spheroidal absorbing boundaries. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114, 3053, 2003.

[17] Bungartz, Hans-Joachim; Schäfer, Michael. *Fluid-Structure Interaction. Modelling, Simulation, Optimization*. New York, Springer, 2006.

[18] Küttler, Ulrich; Förster, Christiane; Wall, Wolfgang A.. A solution for the incompressibility dilemma in partitioned fluid-structured interaction with pure Dirichlet fluid domains. Copy of the original paper. 2006.

[19] Bodard, N.; Deville, M. O.. Fluid-Structure Interaction by the Spectral Element Method. *Journal of the Scientific Computing*, 27, 2006.

[20] Hoarau, Y.; Faghani, D.; Braza, M.; Perrin, R.; Anne-Archard, D.; Ruiz, D.. Direct Numerical Simulation of the Three-Dimensional Transition to Turbulence in the Incompressible Flow around a Wing. *Flow, Turbulence and Combustion*, 71, 119-132, 2003.

[21] Isaev, S.A.; Leont'ev, A.I.; Baranov, P.A.. Identification of Self-Organized Vortexlike Structures in Numerically Simulated Turbulent Flow of a Viscous Incompressible Liquid Streaming around a Well on a Plane. *Technical Physics Letters*, 26, 15-18, 2000.

[22] Ma, Tian; Wang, Shouhong. Structure of 2D Incompressible Flows With The Dirichlet Boundary Conditions. *Discrete and continuous dynamical systems-series B*, 29-41, 2001.

[23] Sohankar, A.; Norberg, C.; Davidson, L.. Low-Reynolds-number flow around a square cylinder at incidence: study of a blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *International journal of numerical methods in fluids*, 26, 39-56, 1998.

[24] Bathe, Klaus-Jürgen; Zhang, Hou. Finite element developments for general fluid flows with structural interactions. *International journal for numerical methods in engineering*, 60, 213-232, 2004.

[25] Hege, Hans-Christian; Polthier, Konrad; Scheuermann, Gerik. *Topology-Based Methods in Visualization II*. Berlin, Springer, 2001.

[26] Idelsohn, S.R.; Oñate, E.; Pin, F. Del. The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free-surfaces and breaking waves. *International journal for numerical methods in engineering*, 61, 964-989, 2004.

[27] Fernández, M.A.; Gerbeau, J.F.; Grandmont, C.. A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid. *International journal for numerical methods in engineering*, 69, 794-821, 2007.

[28] Braun, Alexandre Luis. Um modelo para a simulação numérica da ação do vento sobre seções de ponte. Dissertação, UFRGS, 2003.

[29] Frei, Stefan; Richter, Thomas; Wick, Thomas. *Eulerian Techniques for Fluid-Structure Interactions: Part I – Modeling and Simulation*. Berlin, Springer International Publishing Switzerland, 2015.

[30] Heywood, John G.; Rannacher, Rolf; Turek, Stefan. Artificial boundaries and flux and pressure conditions for the incompressible Navier-Stokes equations. *International journal for numerical methods in fluids*, 22, 325-352, 1996.

[31] Texduyar, Tayfun E.; Sathe, Sunil; Senga, Masayoshi; Aureli, Luca; Stein, Keith; Griffin, Barak. Finite element modeling of fluid-structure interactions with space-time and advanced update techniques. 10th International Conference on Numerical Methods in Continuum Mechanics, Zilina, Slovakia, 2005.

[32] Konzen, Pedro Henrique de Almeida. Numerical Simulations with the Galerkin least squares finite element method for the Burgers' equation on the real time. Original text, 2017.

[33] Kirby, R.M.; Marmanis, H.; Laidlaw, D.H.. Visualizing Multivalued Data from 2D Incompressible Flows Using Concepts from Painting. *Brown University Journal*, 333-341, 1999.

[34] Richter, Thomas. Parallel Multigrid Method for Adaptive Finite Elements with Application to 3D Flow Problems. Thesis, Ruprecht-Karls-Universität, 2005.

[35] Richter, Thomas. Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction Problems. Copy of the original text. 2010.

[36] Paik, Kwang Jun. Simulation of fluid-structure interaction for surface with linear/nonlinear deformations. Thesis, University of Iowa, 2010.

[37] Hou, Gene; Wang, Jin; Layton, Anita. Numerical Methods for Fluid-Structure Interaction – A Review. *Community of Computational Physics*, qw, 337-377, 2012.

[38] Braun, A.L.; Awruch, A.M.; Aerodynamic and aeroelastic analysis of bundled cables by numerical simulation. *Journal of Sound and Vibration*, 284, 51-73.

[39] Braun, A.L.; Awruch, A.M.; Finite element simulation of the wind action over bridge sectional models: application to Guamá River Bridge. *Finite Elements in Analysis and Design*, 44, 105-122.

[40] Braun, A.L.; Simulação numérica na engenharia de vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura. Tese de Doutorado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre.

[41] Braun, A.L.; Awruch, A.M.; Geometrically nonlinear analysis in elastodynamics using the eight-node finite element with one-point quadrature and the generalized-alpha method. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 5, 17-45.

[42] Braun, A.L.; Awruch, A.M.; Aerodynamic and aeroelastic analyses on the CAARC standard tall building model using numerical simulation. *Journal of Computers and Structures*.

[43] Braun, A.L.; Awruch, A.M.; A partitioned model for fluid-structure interaction problems using hexahedral finite elements with one-point quadrature. *International Journal for Numerical Methods for Engineering*.

[44] Donea, J.; Giuliani, S.; Halleux, J.P.; An arbitrary Lagrangean-Eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions. *Computer methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33, 689-723.

[45] Chorin, A.J.; A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *Journal of Computational Physics*, 2, 12-26.

[46] Donea, J.; A Taylor-Galerkin method for convective transport problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20, 101-119.

[47] Jiang, Y.; Alexandre, D.; Jenkins, H.; Arthur, R.; Chen, Q.; Natural ventilation in buildings: measurements in a wind tunnel and numerical simulation with

large-eddy simulation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 91, 331-353.

[48] Duarte Filho, L. A.; Awruch, A.M.; Geometrical nonlinear static and dynamic analysis of shells and plates using the eight-node hexahedral element with one-point quadrature. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40, 1297-1315.

[49] Kawahara, M.; Hirano, H.; A finite element method for high Reynolds number viscous fluid flow using two step explicit scheme. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 3, 137-163.

[50] Larsen, A.; Walther, J.H.; Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67/68, 253-265.

[51] Kuhl, D.; Crisfield, M.A.; Energy-conserving and decaying algorithms in non-linear structural dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 45, 569-599.

[52] Lilly, D.K.; A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids*, A4, n. 3, 633-635.

[53] Miguel, L.F.F.; Estudo teórico e experimental de um edifício alto submetido à ação do vento. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre.

[54] Limas, L.F.; Determinação das características aerodinâmicas em seções transversais de pontes em túnel de vento. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre.

[55] Murakami, S.; Current status and future trends in computational wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67/68, 3-34.

[56] Portela, G.; Godoy, L.A.; Wind pressures and buckling of cylindrical steel tanks with conical roof. *Journal of Constructional Steel Research*, 61, 786-807.

[57] Trein, C.A.; Modelagem Dinâmica Equivalente de Edifícios Submetidos à Ação do Vento. Dissertação de Mestrado, PPGEC/UFRGS, Porto Alegre.

[58] Simiu, E.; Scanlan, R.H.; Wind Effects on Structures. John Wiley & Sons, New York, 3rd ed..

[59] Sthapopoulos, T.; Computational wind engineering: Past achievements and future challenges. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 67/68, 509-532.

[60] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.; Zhu, J.Z.; The Finite Element Method: Its Basis & Fundamentals. Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 6th ed..

[61] Souza; M. M.; Solução das Equações de Navier Stokes para Fluidos Incompressíveis via Elementos Finitos. Dissertação de mestrado, PPGMA/UFRGS, 2013.

[62] Aris, R.; Vectors, Tensors, and the Basic Equations of the Fluid Mechanics. Doover books on engineering. Dover, publ., 1989.

[63] Batchelor, G.; An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge Mathematical Library, Cambridge University Press, 2000.

[64] Becker, E.; Carey, G.; Oden, J.; Finite Elements: An Introduction. Texas Finite Element Series. Prentice-Hall, 1981.

[65] Bertero, M.; Boccacci, P.; Introduction to Inverse Problems in Imaging. Institute of Physics Pub., 1998.

[66] Brenner, S.; Scott, R.; The Mathematical Theory of Finite Element Methods. Texas in Applied Mathematics, Springer, 2007.

[68] Davis, T. A. Algorithm 832: Umfpack v4.3 – an unsymmetric-pattern multifrontal method. ACM Trans. Math. Soft. 30, 2 (June 2004), 196-199.

[69] Hecht, F.; Freefem++; Third Edition, Version 3.19.

[70] John, V.; Numerical Solutions of Incompressible Flows. Lecture notes of a mini-school held at the University of Texas.

[71] Ansys Inc., 2012, ANSYS FLUENT User's Guide.

[72] Bock, E., Antunes, P., Leao, T., Uebelhart, B., Fonseca, J., Leme, J., Utiyama, B., da Silva, C., Cavalheiro, A., Santos

[73] Filho, D., Dinkhuysen, J., Biscegli, J., Andrade, A., Arruda, C., 2011, Implantable Centrifugal Blood Pump With

[74] Dual Impeller and Double Pivot Bearing System: Electromechanical Actuator, Prototyping, and Anatomical Studies.

[75] Da Silva, J.C., 2006, Estudo Comparativo de Superfícies de Titânio Utilizada em Implantes. Dissertação de Mestrado apresentada a Universidade Federal do Paraná.

[76] Damage Parameters in Rotary Ventricular Assist Devices: Shear Stress, Exposure Time and Hemolysis Index.

[77] Holland, F.A., Bragg, R., 2002, Fluid Flow for Chemical Engineers, 2a Edição.

[78] La Franca, E., Iacona, R., Ajello, L., Sansone, A., Caruso, M., Assennato, P. 2013, Heart Failure and Mechanical

[79] Circulatory Assist Devices. Global Journal of Health Science, Volume 5, No5.

[80] Mazumdar, J.M., 2004, Biofluid Mechanics. World Scientific Publishing, ISBN 981-02-3801-0.

[81] Wilcox, D., 1994, Turbulence Modeling for CFD. ISBN 0-9636051-0-0, DCW, La Cañada, 477p..

[82] R. Aubry, S.R. Idelsohn, E. Oñate, Particle finite element method in fluid mechanics including thermal convection–diffusion, Comp. Struct. 83 (17–18) (2005) 1459–1475.

[83] H. Edelsbrunner, E.P. Mucke, Three dimensional alpha shapes, ACM Trans. Graphics 13 (1999) 43–72.

[84] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F. Del Pin, N. Calvo, Lagrangian formu-

lation: the only way to solve some free-surface fluid mechanics problems, in: H.A. Mang, F.G. Rammerstorfer, J. Eberhardsteiner, (Eds.), Fifth World Congress on Computational Mechanics, Viena, Austria, July 2002, pp. 7–12.

[85] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F. Del Pin, A lagrangian meshless finite element method applied to fluid–structure interaction problems, *Comp. Struct.* 81 (2003) 655–671.

[86] S.R. Idelsohn, E. Oñate, N. Calvo, F. Del Pin, The meshless finite element method, *Int. J. Num. Methods Engrg.* 58 (6) (2003) 893–912.

[87] S.R. Idelsohn, E. Oñate, F. Del Pin, The particle finite element method: a powerful tool to solve incompressible flows with free- surfaces and breaking waves, *Int. J. Num. Methods Engrg.* 61 (2004) 964–989.

[88] S. Koshizuka, H. Tamko, Y. Oka, A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation, *Comp. Fluid Dyn. J.* 4 (1) (1995) 29–46.

[89] S.R. Idelsohn, N. Calvo, E. Oñate, Polyhedrization of an arbitrary point set, *Comput. Method Appl. Mech. Engrg.* 192 (22–24) (2003) 2649–2668.

[90] E. Oñate, Derivation of stabilized equations for advective-diffusive transport and fluid flow problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 151 (1998) 233–267.

[91] E. Oñate, Possibilities of finite calculus in computational mechanics, *Int. J. Num. Methods Engrg.* 60 (1) (2004) 255–281.

[92] E. Oñate, J. García, A finite element method for fluid–structure interaction with surface waves using a finite calculus formulation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 191 (2001) 635–660.

[93] E. Oñate, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, Lagrangian formulation for incompressible fluids using finite calculus and the finite element method, in: Y. Kuznetsov, P. Neittanmaki, O. Pironneau (Eds.), *Numerical Methods for Scientific Computing Variational Problems and Applications*, CIMNE, Barcelona, 2003.

[94] E. Oñate, A stabilized finite element method for incompressible viscous flows using a finite increment calculus formulation, *Comp. Methods Appl. Mech. Engrg.* 182 (1–2) (2000) 355–370.

[95] E. Oñate, J. García, S.R. Idelsohn, Ship hydrodynamics, in: E. Stein, R. de Borst, T.J.R. Hughes (Eds.), *Encyclopedia of Computational Mechanics*, John Wiley, 2004.

[96] E. Oñate, S.R. Idelsohn, F. Del Pin, R. Aubry, The particle finite element method. An overview, *Int. J. Comput. Methods* 1 (2) (2004) 267–307.

[97] Ch. Farhat, G. Kristoffer, V. Zee, Ph. Geozine, Probably second-order time accurate loosely-coupled solution algorithm for transient nonlinear computational aeroelasticity, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 195 (17–18) (2006) 1973–2001.

[98] Ch. Foster, W.A. Wall, E. Ramm, Artificial added mass instabilizing in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible flows, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 196 (2007) 1278–1293.

[99] R. Lohner, A Parallel Advancing Front Grid Generation Scheme, AIAA, 00-1005, 2000.

[100] E. Walhorn, A. Kolke, B. Hubner, D. Dinkler, Fluid–structure coupling with monolithic model involving free surface flows, *Comp. Struct.* 83 (2005) 2100–2111.

[101] C.J. Greenshields, H.G. Weller, A unified formulation for continuum mechanics applied to fluid–structure interaction in flexible tubes, *Int. J. Num. Methods Engrg.* 64 (2005) 1575–1593.

[102] Sohankar, A; C. Norberg; Davidson, L. Low-Reynolds-number flow around a square cylinder at incidence: study of blockage, onset of vortex shedding and outlet boundary condition. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 26, 39-56.

[103] Braun, A.L.; Um modelo para a simulação numérica da ação do vento sobre seções de ponte. *Dissertação*, 2002, UFRGS.

[104] Shammes, I.; *Mecânica de Fluidos*, v. 1, 1979.

[105] Shammes, I; Mecânica de Fluidos, v. 2, 1980.

[106] Oppenheim, A. V., Schafer, R. W., 1999, Discrete-Time Signal Processing, 2nd ed., New Jersey, Prentice Hall.