

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MINIMIZAÇÃO DE MASSA DE PERFIL FORMADO A  
FRIO EMPREGADO EM ESTRUTURA MODULAR

por

Luis Henrique Mazzocchi

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, junho de 2019.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA PARA MINIMIZAÇÃO DE MASSA DE PERFIL DE AÇO  
FORMADO A FRIO EMPREGADO EM ESTRUTURA MODULAR

por

Luis Henrique Mazzocchi

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mário Roland Sobczyk Sobrinho  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Daniel Milbrath De Leon

Comissão de Avaliação:

Prof. Walter Jesus Paucar Casas

Prof. Rodrigo Rossi

Prof. Daniel Milbrath De Leon

Porto Alegre, 17, junho de 2019.

MAZZOCCHI, L. H. **Otimização Paramétrica para Minimização de Massa de Perfil de Aço Formado A Frio Empregado em Estrutura Modular**. 2019. 24 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

## RESUMO

Estruturas modulares vêm ganhando notoriedade na construção civil, pois são de rápida implantação, reaproveitáveis e reduzem o desperdício de material em comparação com construções em alvenaria. Através da aplicação de perfis de aço formados a frio, evita-se a necessidade do uso de perfis laminados padronizados e pode-se projetar uma seção estrutural para que atenda às solicitações impostas de uma aplicação específica. Objetiva-se minimizar a massa de perfil formado a frio através de otimização paramétrica que obedeça a norma ABNT NBR 14762:2010 de dimensionamento. Os resultados positivos obtidos na minimização evidenciam a eficácia da metodologia.

**PALAVRAS-CHAVE:** Perfil de Aço Formado a Frio, ABNT NBR 14762:2010, Otimização.

MAZZOCCHI, L. H. **Parametric Optimization for Mass Minimization of Cold-Formed Steel Section Applied to Modular Structure**. 2019. 24 páginas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

## ABSTRACT

Modular structures have been gaining notoriety in civil construction, as they are fast built buildings, reusable and reduce material waste compared to masonry constructions. Through the application of cold-formed steel profiles, the need of using standardized rolled profiles is avoided and a structural section can be designed to meet the requirements imposed by a specific application. The goal is to minimize the cold-formed profile mass through parametric optimization that obeys the ABNT NBR 14762:2010 sizing standard. The positive results obtained in the minimization evidences the effectiveness of the methodology.

**KEYWORDS:** Cold-Formed Steel Profile, ABNT NBR 14762:2010, Optimization.

## ÍNDICE

	Pág.
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. OBJETIVOS .....	1
2.1. Objetivos gerais .....	1
2.2. Objetivos específicos .....	1
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
4. SEÇÃO ESTUDADA .....	2
5. METODOLOGIA .....	3
5.1. Ações e Combinações de Ações.....	4
5.2. Método dos Estados Limites Últimos.....	4
5.3. Resistências de projeto .....	5
5.3.1. Resistência à tração.....	5
5.3.1.1. Escoamento da seção bruta: .....	5
5.3.1.2. Ruptura da seção com furos:.....	6
5.3.2. Resistência à compressão .....	6
5.3.2.1. Flambagem local - Método da Largura Efetiva (MLE) .....	6
5.3.2.2. Largura efetiva de elementos comprimidos com enrijecedor de borda.....	7
5.3.2.3. Flambagem global .....	7
5.3.2.4. Flambagem por distorção .....	8
5.3.3. Resistência à flexão .....	8
5.3.4. Resistência à força cortante .....	8
5.4. Restrições de esbeltez .....	9
5.5. Otimização baseada em gradientes .....	9
5.5.1. Problemas de otimização com restrição .....	10
6. RESULTADOS .....	10
6.1. Combinações de ações resultantes.....	10
6.2. Restrições de otimização .....	12
6.2.1. Restrições de segurança.....	12
6.2.2. Restrições de índices de esbeltez máximos.....	12
6.3. Otimização .....	14
7. CONCLUSÕES .....	14
7.1. Sugestões para trabalhos futuros.....	15
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	15

## 1. INTRODUÇÃO

A forte competição industrial vivenciada nos dias atuais tem levado engenheiros do mundo todo a criarem métodos de otimização que visem obter uma redução de custo para propiciar viabilidade econômica a projetos e empreendimentos. No caso particular da otimização estrutural, além do impacto financeiro acima mencionado, gera-se impactos ambientais e logísticos positivos devido à redução no uso de materiais.

O presente trabalho é baseado em um estudo de estrutura modular de aço, cujo conceito vem ganhando notoriedade na construção civil, pois são construções de rápida implantação, reaproveitáveis que reduzem o desperdício de material em comparação com edificações em alvenaria. Devido a essa tendência, na última década, a otimização de construções formadas por estruturas modulares têm atraído atenção do meio científico e industrial.

Em muitos projetos, os engenheiros deparam-se com limitações de otimização determinadas por restrições no processo produtivo de peças mecânicas. Os perfis de aço produzidos por laminação, embora sejam amplamente utilizados, possuem dimensões e formas padronizadas pelos grandes fabricantes. Essa padronização é reflexo de um elevado custo de mudança nos processos produtivos envolvendo os perfis laminados.

Em contrapartida a esse cenário, os perfis de aço formados a frio (*PFF*) tem sido alvo de muitos estudos recentes, pois conseguem contornar essa restrição devido ao fato de permitirem ao projetista a escolha de seções geométricas mais específicas. Diante disso, podem-se identificar oportunidades concretas de otimização estrutural já que as dimensões de um perfil formado a frio serão dimensionadas e fabricadas para que o mesmo atenda as solicitações impostas e respeite os limites de segurança estabelecidos pelas normas.

Desenvolvido por empresa da Serra Gaúcha, o projeto o qual a viga estudada neste trabalho faz parte trata-se de uma estrutura modular utilizada na construção de lojas comerciais de único andar com vão livre de 10m.

O desenvolvimento da metodologia para determinação do dimensionamento do perfil fornece uma ferramenta de projeto que pode ser estendida ao meio industrial e empreendedor visto que está de acordo com as devidas normas brasileiras de dimensionamento.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1. Objetivos gerais

O objetivo do presente trabalho é aplicar técnica de otimização estrutural a um problema de dimensionamento de seção transversal de uma viga formada a frio. Deve-se manter a propriedade estrutural original, mas reduzir a quantidade de material e potencialmente alcançar redução de custo.

### 2.2. Objetivos específicos

Através de otimização paramétrica da espessura de sua seção transversal, objetiva-se minimizar a massa de uma viga formada por perfil de aço formado a frio. A viga está sujeita aos esforços solicitantes provenientes da sustentação do telhado da estrutura modular empregada na construção civil. Para atingir esse objetivo, a otimização deve contemplar as normas brasileiras de dimensionamento apresentadas na metodologia.

## 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A norma brasileira ABNT 14782:2010 permite basear as técnicas de dimensionamento dos perfis formado a frio através do Método da Largura Efetiva (MLE) ou do Método da Resistência Direta (MRD).

Segundo Castelani, 2012, o MRD é uma alternativa recente ao tradicional MLE amplamente utilizado. Ele apresenta vantagens em relação ao MLE, pois dispensa cálculos interativos de propriedades geométricas efetivas e inclui de forma explícita a instabilidade em modo distorcional. Em contrapartida ele apresenta desvantagens em relação ao método tradicional, pois não considera variações no formato do perfil e é aplicável apenas em perfis formados a frio submetidos à compressão e flexão.

Muito embora o MRD seja um método novo e possua suas vantagens, este trabalho utiliza-se das técnicas do MLE, pois o perfil estudado não possui cargas elásticas de flambagem tabeladas em norma, logo a utilização do MRD implicaria na necessidade de método numérico auxiliar (e.g. elementos finitos) para obtenção desses valores.

A otimização sob flexão simples de PFF foi estudada por Kripka et al., 2010, onde afirmam que a busca do máximo desempenho de elementos estruturais, aliada ao menor consumo de materiais, consiste num dos desafios da engenharia.

#### 4. SEÇÃO ESTUDADA

Para o presente trabalho, faz-se a otimização de viga em perfil de aço formado a frio empregado na sustentação de telhado de meia água aplicado em projeto de edificação formado por estrutura modular.

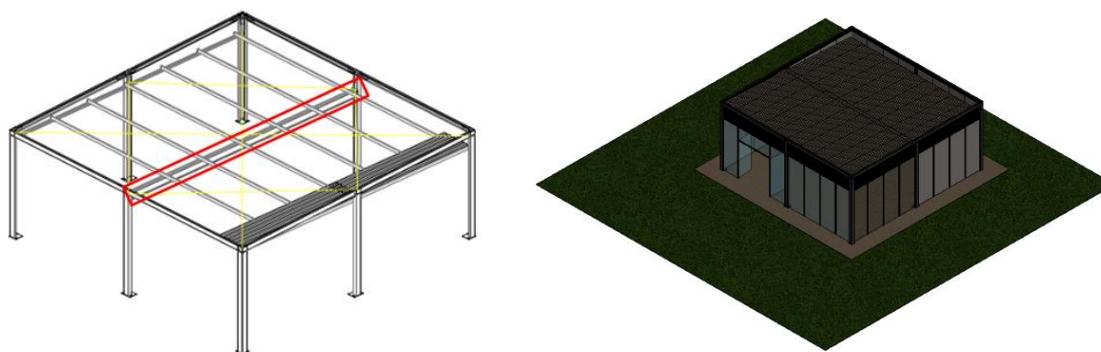


Figura 4.1 - À esquerda, estrutura modular onde em vermelho têm-se a viga a ser otimizada; à direita projeto já com paredes e telhado.

O perfil estrutural em aço ASTM A36 possui seção formada pela união parafusada de dois perfis U enrijecidos (2Ue).

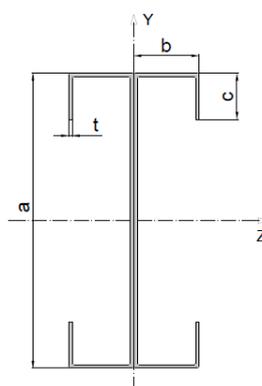


Figura 4.2 - Seção 2Ue estudada.

Por convenção, denomina-se *elemento* a parte constituinte de um perfil formado a frio. Sendo *Elemento AL* o elemento vinculado a outro elemento em apenas uma de suas bordas e *Elemento AA* o elemento com suas duas bordas vinculadas a outros elementos.

Tabela 4.1 - Elementos constituintes do perfil 2Ue original ( $t = 3,75 \text{ mm}$ ).

Elemento	Subíndice	Classificação	Largura
Alma	$a$	Elemento AA	$b_a = 320 \text{ mm}$
Mesa	$b$	Elemento AA	$b_b = 70 \text{ mm}$
Enrijecedor de borda	$c$	Elemento AL	$b_c = 30 \text{ mm}$

Tabela 4.2 - Características geométricas do perfil original.

	Símbolo	Valor
Área Bruta	$A_{g0}$	3675 mm <sup>2</sup>
Comprimento Livre	$L$	10000 mm
Massa da Barra	$m_0$	306,15 kg
Momento de Inércia em Z	$I_{z0}$	5,08E+07 mm <sup>4</sup>
Momento de Inércia em Y	$I_{y0}$	3,29E+06 mm <sup>4</sup>
Raio de giração polar	$r_{00}$	121,34 mm
Constante de Torção	$J_0$	1,41E+04 mm <sup>4</sup>
Constante de Empenamento	$C_{w0}$	1,76E+12 mm <sup>6</sup>
Módulo Resistente Elástico em Z	$W_{z0}$	3,18E+05 mm <sup>3</sup>
Módulo Resistente Elástico em Y	$W_{y0}$	4,70E+04 mm <sup>3</sup>

Tabela 4.3 - Propriedades do aço ASTM A36.

	Símbolo	Valor
Módulo de Elasticidade	$E$	200000 Mpa
Tensão de Escoamento	$f_y$	250 MPa
Tensão de Ruptura	$f_u$	400 Mpa
Coeficiente de Poisson	$\nu$	0,3
Coeficiente de Dilatação Térmica	$\beta$	1,20E-05 °C <sup>-1</sup>
Módulo de Elasticidade Transversal	$G$	77000 Mpa
Massa Específica	$\rho$	7,85E-06 kg/mm <sup>3</sup>

Define-se como função objetivo da otimização a massa da viga ( $m$ ). A espessura da seção ( $t$ ) é definida como variável de projeto da minimização.

$$m = \rho A_g(t) L \quad (4.1)$$

## 5. METODOLOGIA

A metodologia do trabalho baseia-se na obtenção das resistências e solicitações de projeto após aplicação dos procedimentos da norma ABNT NBR 14762:2010 cujo dimensionamento consiste na aplicação do *Método de Estados Limites Últimos*.

Para isso, primeiramente, deve-se calcular a resistência de projeto do perfil para cada solicitação que ele venha a ser submetido. Em paralelo define-se a correta ponderação dos esforços atuantes na estrutura com o conceito de combinações de ações. Finalmente, é possível minimizar a massa da estrutura graças a uma redução de espessura através de otimização paramétrica proveniente da comparação das resistências de projeto calculadas com as combinadas de ações obtidas.

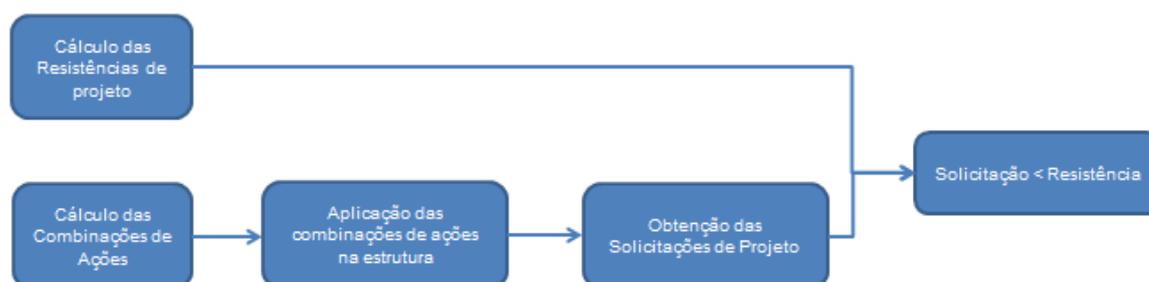


Figura 5.1 - Fluxograma da otimização.

### 5.1. Ações e Combinações de Ações

Ações a serem consideradas no projeto são as forças ou momentos externos aplicados à estrutura, podendo ser, também, deformações impostas (por variação de temperatura, por exemplo). As ações se classificam de acordo com sua variabilidade no tempo em Ações Permanentes (*G*), Ações Variáveis (*Q*) e Ações Excepcionais (*E*).

Nunca um estado de ação atuará isoladamente na estrutura o que exige a criação do conceito de *Combinação de ações* (atuação de dois ou mais estados de ação simultaneamente). O projetista deve avaliar quais estados de ações podem ocorrer ao mesmo tempo e combiná-los de forma ponderada.

### 5.2. Método dos Estados Limites Últimos

O dimensionamento a partir de tensões admissíveis se originou dos desenvolvimentos da Resistência dos Materiais em regime elástico. Em sua origem, o método define o limite de resistência como a tensão correspondente ao início de plastificação da seção mais solicitada minorada por um coeficiente de segurança. Entretanto, em determinadas aplicações, é de interesse considerar reservas de resistências existentes após o início de plastificação e a consequente redistribuição de momentos fletores causada pela plastificação de estrutura hiperestática.

Devido a essas limitações, em 1930, desenvolve-se a Teoria plástica de dimensionamento das seções em que se considera o saldo de resistência devido à plastificação e compara-se a carga atuante com a carga limite que produz o colapso da estrutura.

Complementar aos estudos acima, foi criado o Método dos estados limites que serve como base para o dimensionamento através da norma ABNT NBR 14762:2010 para *PFF* e da norma ABNT NBR 8800:2008 para perfis laminados. Conforme Pfeil e Pfeil, 2009, trata-se de um método que considera as incertezas de forma mais racional do que o método das tensões admissíveis, além de considerar as reservas de resistência após o início da plastificação.

O método toma a solicitação *S* e a resistência *R* como variáveis aleatórias com distribuições normais de probabilidades. Segundo Pfeil, 2008, a segurança das estruturas fica garantida sempre que a diferença ( $R - S$ ), denominada margem de segurança *M*, for positiva.

Para cada seção da estrutura, a garantia de segurança do método dos estados limites é traduzida pela equação de conformidade.

$$S_d < R_d \quad (5.1)$$

Isto é, a solicitação de projeto  $S_d$  deve ser menor que a resistência de projeto  $R_d$ . Onde a solicitação de projeto é obtida a partir de uma combinação de ações majorada por coeficientes de ponderação, enquanto que a resistência de projeto é função da resistência característica do material minorada por coeficientes de segurança. Os coeficientes refletem a variabilidade dos valores dos carregamentos e das propriedades mecânicas, além de outros fatores como possíveis discrepâncias entre cálculo e modelo real.

Para uma combinação de ação última normal, em uma análise estática de primeira ordem, o termo  $S_d$  pode ser traduzido pela combinação de ação  $F_i$  conforme abaixo:

$$S_d = F_i = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \Psi_{0j} Q_j \quad (5.2)$$

onde:

$\gamma_{gi}$ ,  $\gamma_{q1}$  e  $\gamma_{qj}$  = coeficientes de majoração das ações;

$G_i$  = as ações permanentes;

$Q_1$  = ação variável principal para a combinação estudada;

$Q_j$  = demais ações variáveis que atuam simultaneamente a  $Q_1$  e que tem efeito favorável à  $Q_1$ .

$\Psi_{0j}$  = fatores de combinação que reduzem o efeito das ações variáveis para considerar a baixa probabilidade de ocorrência simultânea das ações de natureza distintas.

### 5.3. Resistências de projeto

Em uma dada seção da estrutura, denomina-se resistência de projeto  $R_d$  o valor máximo que um perfil pode ser exigido sob cada um dos esforços internos: esforços normais, momentos fletores, esforços cortantes e torção.

#### 5.3.1. Resistência à tração

Considerando ligações entre elementos bem dimensionadas, o valor máximo que um perfil pode ser tracionado pode ser determinado pelo menor dos seguintes valores:

##### 5.3.1.1. escoamento da seção bruta:

$$N_{t,Rd1} = \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (5.3)$$

onde:

$A_g$  = área bruta da seção;

$f_y$  = tensão de escoamento do material;

$\gamma_{a1}$  = coeficiente de minoração da resistência ( $\gamma_{a1} = 1,10$  para combinação normal de ações);

### 5.3.1.2. Ruptura da seção com furos:

$$N_{t\_Rd2} = \frac{A_{n,ef} f_u}{\gamma_{a2}} \quad (5.4)$$

onde:

$A_{n,ef}$  = área líquida efetiva ( $A_{n,ef} = A_g$  para barras sem furos e transmissão de esforços entre componentes uniforme ao longo de toda seção);

$f_u$  = tensão de ruptura do material;

$\gamma_{a2}$  = coeficiente de minoração da resistência ( $\gamma_{a2} = 1,35$  para combinação normal de ações);

### 5.3.2. Resistência à compressão

Solicitações de compressão em peças robustas podem ser consideradas um problema de abordagem simples através da teoria de Resistência dos Materiais. A verificação é feita de forma similar à tração ao comparar a tensão interna (obtida da relação força sobre área) com a máxima tensão admissível.

Essa simplicidade não é encontrada em perfis esbeltos que podem apresentar instabilidades ao serem submetidos à compressão. A norma exige verificação de diversos cenários, pois um perfil comprimido pode entrar em colapso:

- por flambagem local de um ou mais elementos do perfil;
- por flambagem global;
- por flambagem por distorção;

#### 5.3.2.1. Flambagem local - Método da Largura Efetiva (MLE)

Um perfil curto e com paredes muito finas está fortemente sujeito à flambagem local pura. Ao ser comprimido por uma carga crítica, apresentará ondulações locais em seus elementos mantendo ângulo reto entre eles.

A norma incorpora o efeito de flambagem local de forma indireta ao estabelecer o conceito de largura efetiva do elemento  $b_{ef}$ . Essa largura fictícia representa uma redução da largura nominal de um elemento para poder considerar efeitos da flambagem local no cálculo. Ao aplicar o conceito de largura efetiva em todos os elementos do perfil ocorre uma redução da área resistente da seção como um todo, denominada *área efetiva da seção* ( $A_{ef}$ ).

Define-se  $\lambda_p$  índice de esbeltez reduzido, dado por:

$$\lambda_p = \frac{b/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \quad (5.5)$$

$$b_{ef} = b \quad \text{para } \lambda_p \leq 0,673$$

$$b_{ef} = b \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_p}\right) / \lambda_p \quad \text{para } \lambda_p > 0,673$$

onde:

$k$  = coeficiente de flambagem local;

$\sigma$  = tensão máxima admitida (varia conforme o esforço considerado - compressão ou flexão);

$b$  = largura do elemento;

$t$  = espessura do elemento;

$E$  = módulo de elasticidade do material;

A mudança da largura efetiva do elemento implica em cálculo iterativo das propriedades geométricas da seção. A complexidade dessa interação se dá, principalmente, pelo cálculo do momento de inércia efetivo, pois a redução de largura implica também em mudanças no centro de gravidade da seção. Para evitar esse procedimento, para cada elemento do perfil, define-se inequações de esbeltez do tipo  $\lambda_{p,i} \leq 0,673$  como restrições de esbeltez do problema de otimização.

### 5.3.2.2. Largura efetiva de elementos comprimidos com enrijecedor de borda

Enrijecedor de borda é o nome dado ao elemento AL (vinculado a um elemento AA) que foi empregado com intuito de enrijecer e estabilizar o perfil. Na maioria dos casos são dobras em 90° feitas na extremidade do perfil para prevenção de flambagem.

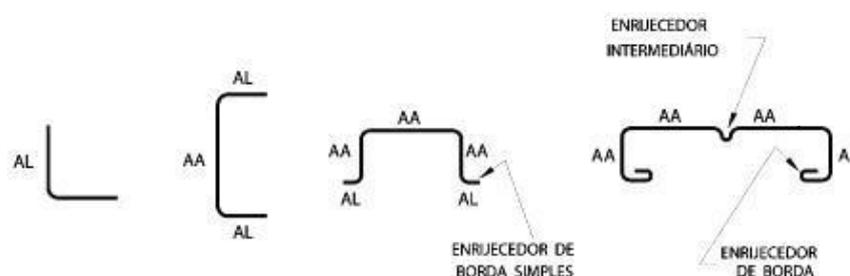


Figura 5.2 - Enrijecedores de borda.

A norma exige que seja verificado se um enrijecedor é adequado para o elemento AA ao qual está ligado. Caso não o seja, haverá mudanças na largura efetiva dos elementos enrijecedor e enrijecido e seus valores de  $k$  devem ser recalculados. Pelos mesmos motivos mencionados em 5.3.2.1, será considerado apenas cenários de otimização onde o enrijecedor de borda seja adequado.

Portanto, define-se  $\lambda_{p0}$  índice de esbeltez reduzido associado ao enrijecedor de borda, dado por:

$$\lambda_{p0} = \frac{b/t}{0,623 (E/\sigma)^{0,5}} \quad (5.6)$$

Onde a condição necessária e suficiente para enrijecedor de borda ser adequado é dado por  $\lambda_{p0} \leq 0,673$ .

### 5.3.2.3. Flambagem global

Uma vez calculada a área efetiva do perfil resistente à compressão com a redução de largura efetiva devido à flambagem local, é possível verificar a força axial de compressão resistente de cálculo  $R_{dc}$ :

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi A_{ef} f_y}{\gamma} \quad (5.7)$$

onde:

$$\gamma = 1,20;$$

$A_{ef}$  = área de seção efetiva, considerando  $\sigma = \chi f_y$  para índices de esbeltez;

$\chi$  = fator de redução da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global, calculado conforme;

$$\begin{aligned} \text{para } \lambda_0 \leq 1,5 & \quad \chi = 0,658\lambda_0^{0,5} \\ \text{para } \lambda_0 > 1,5 & \quad \chi = \frac{0,877}{\lambda_0^2} \end{aligned}$$

onde:

$\lambda_0$  = índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, dado por:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{A_g f_y}{N_e}} \quad (5.8)$$

onde:

$A_g$  = área bruta da seção transversal da barra

$N_e$  = força normal de flambagem global elástica conforme ANEXO I

#### 5.3.2.4. Flambagem por distorção

A flambagem por distorção caracteriza-se por um abaulamento da alma e consequente rotação das mesas do perfil. Por ter seu estudo analítico complexo, as normas tratam a flambagem por distorção por métodos simplificados e/ou recomendam análise numérica complementar. Segundo Carvalho, 2014 pode-se restringir a necessidade de ser abordada a flambagem por distorção por meio de limitações geométricas a serem aplicadas na estrutura.

#### 5.3.3. Resistência à flexão

O momento fletor resistente de cálculo ao redor do eixo  $i$  ( $M_{i,Rd}$ ) é dado pelo momento calculado no início do escoamento da seção efetiva:

$$M_{i,Rd} = \frac{W_{ef,i} f_y}{\gamma} \quad (5.9)$$

onde:

$$\gamma = 1,10$$

$W_{ef,i}$  = módulo resistente elástico efetivo do perfil no eixo  $i$  (para o eixo  $z$ , calculado a partir de  $W_{ef,z} = I_{ef,z} / y_{max}$ , onde  $I_{ef,z}$  é o momento de inércia recalculado após a redução de seção devido ao MLE (considerando  $\sigma = f_y$ ).

#### 5.3.4. Resistência à força cortante

A força cortante resistente de cálculo  $V_{Rd}$  deve ser calculada por:

$$V_{Rd} = \frac{0,6f_y h t}{\gamma} \quad \text{para } \frac{h}{t} \leq 1,08 \sqrt{\frac{E k_v}{f_y}} \quad (5.10)$$

$$V_{Rd} = \frac{0,65 t^2 \sqrt{k_v f_y E}}{\gamma} \quad \text{para } 1,08 \sqrt{\frac{E k_v}{f_y}} \leq \frac{h}{t} \leq 1,4 \sqrt{\frac{E k_v}{f_y}} \quad (5.11)$$

$$V_{Rd} = \frac{0,905 E k_v t^3 / h}{\gamma} \quad \text{para } \frac{h}{t} \geq 1,4 \sqrt{\frac{E k_v}{f_y}} \quad (5.12)$$

onde:

$$\gamma = 1,10;$$

$t$  = espessura da alma;

$h$  = largura da alma;

$k_v$  = coeficiente de flambagem local por cisalhamento dado por  $k_v = 5,00$  para almas sem enrijecedores transversais;

#### 5.4. Restrições de esbeltez

Além das verificações de segurança acima descritas, a norma exige que o PFF dimensionado respeite restrições de esbeltez:

Tabela 5.1 - Valores máximos da relação largura-espessura para os elementos do perfil.

Elemento	Caso a ser analisado	Valor máximo da relação largura-espessura
<i>a</i>	<i>Alma de vigas sem enrijecedores transversais</i>	$(b_a/t)_{max} = 200$
<i>b</i>	<i>Elemento AA, tendo uma borda vinculada à alma, e a outra a enrijecedor de borda simples</i>	$(b_b/t)_{max} = 60$
<i>c</i>	<i>Elemento AL</i>	$(b_c/t)_{max} = 30$

Tabela 5.2 - Índices de esbeltez máximos (perfil de dupla simetria).

Solicitação	Restrição
Tração	$\frac{L}{r_0} < 300$
Compressão	$\frac{KL}{r_0} < 200^a$
<i>a: K = coeficiente de flambagem (K = 1 para elementos contraventados)</i>	

#### 5.5. Otimização baseada em gradientes

Seja  $f(x)$  uma função de  $n$  variáveis,  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , a derivada parcial com respeito à variável  $x_i$  em um ponto é definida por  $\frac{\delta f(x^*)}{\delta x_i}$ . Por conveniência e notação define-se um vetor coluna, chamado de vetor gradiente  $\nabla f$ , que agrupe as  $n$  derivadas parciais de  $f(x)$ . Uma característica interessante e bastante útil do vetor gradiente é que ele aponta para a direção oposta em que  $f(x)$  cresce mais rápido (e, por consequência, para a direção oposta em que  $f(x)$  diminui mais rapidamente). Além disso, quando  $\nabla f = 0$ , o conjunto de variáveis armazenado no vetor  $x$  representa um ponto estacionário (mínimo ou máximo).

Portanto, em um problema de otimização baseado em gradientes, a condição necessária para que um ponto seja candidato a extremo de  $f(x)$  é que o gradiente da função objetivo seja zero. Como forma de determinar se um ponto é mínimo ou máximo, a avaliação da matriz com as derivadas segundas de  $f(x)$  em cada variável de projeto é condição suficiente. Essa matriz com as derivadas segundas é chamada de Hessiana. O desenvolvimento desses entes matemáticos foge ao escopo do presente trabalho. O autor cita

os livros de Arora, 2014 e Haftka e Gürdal, 1992 como livros texto para o completo entendimento do problema.

### 5.5.1. Problemas de otimização com restrição

A condição explicada acima serve para um problema de otimização sem restrições, uma vez que não se colocou nenhum tipo de barreira na busca pelo extremo de  $f(x)$ .

Seja  $f(x)$  a função objetivo e  $h_i(x) \leq 0$  com  $i = 1, \dots, n$  as  $n$  restrições do problema de otimização, conforme Arora, 2014 pode-se montar o Lagrangeano Aumentado  $L$  do problema dado por:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda_i h_i(x) \quad i = 1, \dots, n \quad (5.13)$$

onde  $\lambda$  são os chamados Multiplicadores de Lagrange.

Com isso, o problema de otimização com restrições se torna novamente um problema irrestrito, e as condições explicadas na seção anterior voltam a ser aplicadas, ou seja, agora a condição para um conjunto de pontos ser candidato a extremo é que:

$$\nabla L(x, \lambda) = 0 \quad (5.14)$$

As restrições podem ser consideradas como “forças” que interferem no processo de otimização e os valores dos Multiplicadores de Lagrange fornecem informações do quão influente está sendo cada restrição pela busca pelo mínimo. Isso é indicado por valores de  $\lambda$  diferentes de zero ao final do processo de otimização. No caso de  $\lambda = 0$ , sabe-se que a restrição associada não interfere na busca pelo mínimo da função.

No presente trabalho, utilizou-se a função *fmincon* do Matlab for Students para verificação das condições necessárias para que o ponto seja candidato a mínimo da função (4.1).

Por questões de brevidade, todos os dados necessários para reprodução dos resultados do problema de otimização, assim como o código empregado estão disponibilizados no Apêndice II.

## 6. RESULTADOS

### 6.1. Combinações de ações resultantes

Para o cálculo estrutural em combinação última normal é necessário o conhecimento dos esforços que atuam na estrutura modular provenientes de ações permanentes (G) e ações variáveis (Q).

Por questões de segurança, mesmo com redução de espessura na otimização, considera-se constante a massa original da barra para obtenção da força  $G_0$  = peso da barra. Além do peso próprio, a estrutura sofre esforço das cargas no telhado e do vento.

Tabela 6.1 - Cargas de elementos construtivos no telhado (dados retirados do dimensionamento original).

Descrição	Tipo de ação	Símbolo	Valor
Telha Térmica	Permanente	$G_1$	1,18E-04 N/mm <sup>2</sup>
Forro Gesso	Permanente	$G_2$	2,45E-04N/mm <sup>2</sup>
Sobrecarga Cobertura	Variável	$Q_1$	2,45E-04N/mm <sup>2</sup>

Os esforços atuantes na estrutura devido à força do vento foram dados para Porto Alegre. A análise resulta em duas forças variáveis  $Q_{0^\circ}$  e  $Q_{90^\circ}$  que atuam isoladamente em direções perpendiculares à edificação.

As 3 (três) ações permanentes e as 3 (três) ações variáveis devem ser combinadas de acordo com a equação (5.2). Resulta-se em 7 (sete) combinações de ações possíveis conforme tabela 6.2.

Tabela 6.2 - Combinações de ações possíveis.

Combinação	Cenário	Descrição simplificada da soma
1	$Q_1$ principal; Ventos desfavoráveis	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_1$ (principal)
2	$Q_1$ principal; $Q_{0^\circ}$ favorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_1$ (principal) + $Q_{0^\circ}$
3	$Q_1$ principal; $Q_{90^\circ}$ favorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_1$ (principal) + $Q_{90^\circ}$
4	$Q_{0^\circ}$ principal; $Q_1$ desfavorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_{0^\circ}$ (principal)
5	$Q_{0^\circ}$ principal; $Q_1$ favorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_{0^\circ}$ (principal) + $Q_1$
6	$Q_{90^\circ}$ principal; $Q_1$ desfavorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_{90^\circ}$ (principal)
7	$Q_{90^\circ}$ principal; $Q_1$ favorável	$G_0 + G_1 + G_2 + Q_{90^\circ}$ (principal) + $Q_1$

Diante dessas combinações, no APÊNDICE I são apresentados os coeficientes de ponderação associados a cada esforço.

A equação (5.2) resulta em diferentes valores de ações resultantes para cada uma das combinações de ações acima listadas. Na aplicação desses esforços em estrutura desenhada no programa MASTAN, o peso próprio foi inserido como característica da seção; os esforços no telhado foram distribuídos em cargas lineares ao longo das terças de acordo com sua proporcionalidade de área; e, para maximizar os esforços do vento, os mesmos foram distribuídos em cargas lineares ao longo das vigas laterais.

A sucessiva simulação de cada um dos 7 (sete) cenários de solicitação resultou em valores máximos para cada um dos esforços possíveis:

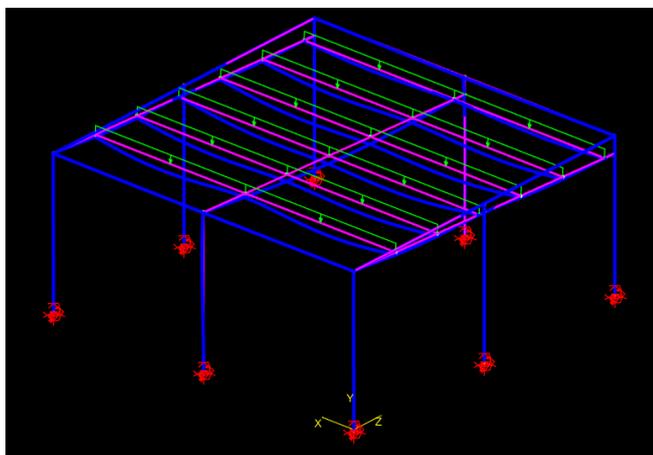


Figura 6.1 - Estrutura original (rosa) e estrutura deformada (azul) após aplicação da combinação 1.

Tabela 6.3 - Solicitações de projeto máximas.

<b>Esforço</b>	<b>Combinação de origem</b>	<b>Valor</b>
Tração ( $N_{t\_sd}$ )	Combinação 3	8,86E+03 N
Compressão ( $N_{c\_sd}$ )	Combinação 1	1,04E+04 N
Cortante ( $V_{sd}$ )	Combinação 1	3.96E+04 N
Momento Fletor em Y ( $M_{y\_sd}$ )	Combinação 6	2,02E+06 N
Momento Fletor em Z ( $M_{z\_sd}$ )	Combinação 1	4,87E+07 N

## 6.2. Restrições de otimização

A partir deste ponto todas as restrições impostas pela metodologia podem ser definidas. Ao total definem-se 6 (seis) restrições de segurança descritas de (6.2) à (6.7), 7 (sete) restrições geométricas de esbeltez reduzidas descritas na tabela 6.4, duas restrições de esbeltez proveniente da tabela 5.2 e um limite inferior de espessura proveniente da tabela 5.1. Constitui-se, então, 16 (dezesesseis) restrições a serem incorporadas no problema de otimização paramétrica.

### 6.2.1. Restrições de segurança

$$N_{t\_sd} < N_{t\_Rd1} \quad \therefore \quad N_{t\_sd} < \frac{A_g f_y}{\gamma_{a1}} \quad (6.2)$$

$$N_{t\_sd} < N_{t\_Rd2} \quad \therefore \quad N_{t\_sd} < \frac{A_{n,ef} f_u}{\gamma_{a2}} \quad (6.3)$$

$$N_{c\_sd} < N_{c\_Rd} \quad \therefore \quad N_{c\_sd} < \frac{\chi A_{ef} f_y}{\gamma} \quad (6.4)$$

$$M_{y\_sd} < M_{y\_Rd} \quad \therefore \quad M_{y\_sd} < \frac{W_{ef,y} f_y}{\gamma} \quad (6.5)$$

$$M_{z\_sd} < M_{z\_Rd} \quad \therefore \quad M_{z\_sd} < \frac{W_{ef,z} f_y}{\gamma} \quad (6.6)$$

$$V_{sd} < V_{Rd} \quad \therefore \quad V_{sd} < V_{Rd} \text{ (Equações (5.10) à (5.12))} \quad (6.7)$$

### 6.2.2. Restrições de índices de esbeltez máximos

A partir das inequações propostas em 5.3.2.1 e 5.3.2.2, obtêm-se restrições que limitam os índices de esbeltez reduzidos ( $\lambda_p$ ) dos elementos, garantindo que não haja redução de área efetiva.

Tabela 6.4 - Índices de Esbeltez Reduzidos ( $\lambda_p$ ) máximos.

Solicitação	Elemento	$\sigma$	Valor de coeficiente de flambagem local k	Restrição
Enrijecedor de borda adequado para o elemento AA	<i>b</i>	$f_y$	--	$\lambda_{p0} = \frac{b_b/t}{0,623 (E/\sigma)^{0,5}} \leq 0,673$ (6.8)
Compressão	<i>A</i>	$\chi f_y$	4	$\lambda_{p,c,a} = \frac{b_a/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.9)
Compressão	<i>B</i>	$\chi f_y$	4	$\lambda_{p,c,b} = \frac{b_b/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.10)
Compressão	<i>C</i>	$\chi f_y$	0,43	$\lambda_{p,c,c} = \frac{b_c/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.11)
Flexão	<i>A</i>	$f_y^{a)}$	24	$\lambda_{p,f,a} = \frac{b_a/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.12)
Flexão	<i>B</i>	$f_y^{b)}$	4	$\lambda_{p,f,b} = \frac{b_b/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.13)
Flexão	<i>C</i>	$f_y^{a)}$	0,49	$\lambda_{p,f,c} = \frac{b_c/t}{0,95 \sqrt{\frac{kE}{\sigma}}} \leq 0,673$ (6.14)
<p>a) A distribuição do esforço de flexão ao longo desse elemento é duplo triangular. Embora, em sua cota máxima, o elemento perceba <math>\sigma &lt; f_y</math>, considera-se <math>\sigma = f_y</math> por segurança.</p> <p>b) O esforço de flexão atuante na mesa varia ao longo de sua espessura. Embora o elemento perceba uma distribuição triangular, considera-se <math>t</math> muito pequeno e aproxima-se para uma distribuição uniforme com <math>\sigma = f_y</math>;</p>				

Além das inequações acima, a partir da Tabela 5.1, obtêm-se  $t_{min} = \frac{b_a}{200} = 1.6$ , o que constitui um limite inferior para o problema de otimização.

A norma ainda exige que as inequações da Tabela 5.2 sejam satisfeitas. Como se tratam de termos não lineares em relação à variável espessura adiciona-se ambas as restrições ao problema:

$$\frac{L}{r_0} < 300 \therefore \frac{L}{\sqrt{\frac{I_z(t) + I_y(t)}{A_g(t)}}} < 300 \quad (6.15)$$

$$\frac{KL}{r_0} < 200 \therefore \frac{L}{\sqrt{\frac{I_z(t) + I_y(t)}{A_g(t)}}} < 200 \quad (6.16)$$

### 6.3. Otimização

A maioria das restrições acima tem característica não linear em relação à variável espessura o que aumenta ainda mais a justificativa da utilização de método numérico para obtenção do valor otimizado.

Para minimização da função objetivo parte-se de diversas espessuras iniciais, inclusive a espessura de projeto atual  $t = 3,75 \text{ mm}$ . Todos os resultados obtidos convergem para a espessura final de  $t = 2,52 \text{ mm}$ , o que representa uma redução de 32,8 % da espessura do perfil atual e uma respectiva diminuição de 94,5 kg na viga.

Através do vetor coluna contendo os Multiplicadores de Lagrange (obtido como output da função *fmincon*) pode se identificar quais restrições estão ativas no problema. Pode se considerar que valores com expoentes iguais ou menores que  $10^{-12}$  são zeros numéricos (restrições inativas).

lambda		lambda		lambda	
lambda.ineqlin		lambda.lower		lambda.ineqnonlin	
1		1		1	
1	3.6189e-18	1	2.1714e-12	1	9.1778e-17
2	2.7656e-18	2		2	3.8277e-19
3		3		3	4.2576e-06
4		4		4	1.2534e-15
5		5		5	9.1850e-15
6		6		6	1.6986e-14
7		7		7	5.2005e-12
8		8		8	6.2276e-12
9		9		9	3.5866e-12
10		10		10	3.8080e-12
11		11		11	9.8927e-12
12		12		12	9.4481e-12
13		13		13	3.3676e-12

Figura 6.2 - À direita Multiplicadores de Lagrange associados às inequações lineares; ao centro, associados ao limite inferior; À esquerda, associados às inequações não lineares.

Identifica-se que a restrição de segurança ativa é dada pela inequação não linear de número 3 (três) do código MATLAB. Essa inequação representa a verificação do momento fletor ao redor do eixo local Z (Equação (6.6)), o que evidencia a forte exigência do peso do telhado na viga.

## 7. CONCLUSÕES

O objetivo principal desta monografia foi aplicar técnica de otimização estrutural que atendesse à norma ABNT NBR 14762:2010 para viga de aço formada a frio. A otimização deveria manter a propriedade estrutural original, mas reduzir a quantidade de material e consequentemente alcançar redução de custo. Este objetivo foi alcançado, uma vez que os resultados apresentaram uma redução significativa na espessura da seção.

A utilização de um texto normativo conceituado e de recente publicação permite ao projetista avançar com mais segurança na otimização de custo e materiais. Portanto, a metodologia proposta (que segue norma ABNT NBR 14762:2010 - cuja credibilidade é amplamente aceita pelas comunidades científica e industrial) fornece aos engenheiros uma ferramenta de dimensionamento de perfis formado a frio embasada.

A ordem de grandeza dos resultados ilustra a pertinência da otimização quando se trata de uma análise de redução de custos. A importância de resultados desta magnitude é indiscutível, pois podem definir a viabilidade econômica de empreendimentos em tempos de competição industrial acirrada.

### 7.1. Sugestões para trabalhos futuros

A indicação através dos Multiplicadores de Lagrange que a restrição ativa trata-se da inequação de segurança do momento fletor no eixo local Z permite idealizar otimização topológica que sacrifique reservas de resistências em determinados esforços para priorizar a resistência ao momento fletor mencionado.

Para dar continuidade aos temas desenvolvidos nesse trabalho, também se pode elevar a complexidade da otimização paramétrica ao incorporar cálculos iterativos de variações nas propriedades geométricas da seção efetiva. Sugere-se ainda, a realização de algoritmo que unifique os procedimentos de cálculo das solicitações (MASTAN) com o tratamento da otimização (MATLAB).

## 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arora, J.S.; **“Introduction to Optimum Design”**, Elsevier Academic Press, 2<sup>nd</sup> edition, 2004

Associação Brasileira de Normas Técnicas; **“NBR 6120:1980/Er1:2000 - Cargas para o cálculo de estruturas de edificação”**, 2000.

Associação Brasileira de Normas Técnicas; **“NBR 6123:1988/Er2:2013 - Forças devido ao vento em edificações”**, 2013.

Associação Brasileira de Normas Técnicas; **“NBR 8800:2008 - Projeto e execução de estruturas de aço e de estruturas mistas aço-concreto de edifícios”**, 2008.

Associação Brasileira de Normas Técnicas; **“NBR 14762:2010 - Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio”**, 2010

Carvalho, P.R.M., Grigoletti, G., TAMAGNA, Barbosa, G.D.; **“Curso Básico de Perfis de Aço Formados a Frio”**, Dos Autores, 3<sup>o</sup> Edição, 2014

Castelani, T; **“Otimização e dimensionamento de perfis formados a frio pelo método da resistência direta”**, 2012

Haftka, R.T., Gürdal, Z.; **“Elements of Structural Optimization”**, Springer Netherlands, 3<sup>rd</sup> edition, 1992

Kripka, M., Bordignon, R., Pravia, Z.M.C.; **“ Parâmetros para o dimensionamento otimizado de perfis U formados a frio submetidos à flexão simples**, UPF Editora, 2010

Pfeil, W., Pfeil, M.; **“Estruturas de aço: dimensionamento prático”**, LTC, 8<sup>a</sup> edição, 2010

## ANEXO I

**9.7.2.1 Perfis com dupla simetria ou simétricos em relação a um ponto**

A força axial de flambagem global elástica  $N_e$  é o menor valor dentre os obtidos por a), b) e c):

a) força axial de flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo principal  $x$ :

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2}$$

b) força axial de flambagem global elástica por flexão em relação ao eixo principal  $y$ :

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2}$$

c) força axial de flambagem global elástica por torção:

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 EC_w}{(K_z L_z)^2} + GJ \right]$$

onde

$C_w$  é a constante de empenamento da seção;

$E$  é o módulo de elasticidade;

**ABNT NBR 14762:2010**

$G$  é o módulo de elasticidade transversal;

$J$  é a constante de torção da seção;

$K_x L_x$  é o comprimento efetivo de flambagem global por flexão em relação ao eixo  $x$ ;

$K_y L_y$  é o comprimento efetivo de flambagem global por flexão em relação ao eixo  $y$ ;

$K_z L_z$  é o comprimento efetivo de flambagem global por torção. Quando não houver garantia de impedimento ao empenamento, deve-se tomar  $K_z$  igual a 1,0;

$r_0$  é o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção, dado por:

$$r_0 = [r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2]^{0,5}$$

$r_x$  e  $r_y$  são os raios de giração da seção bruta em relação aos eixos principais de inércia  $x$  e  $y$ , respectivamente;

$x_0$  e  $y_0$  são as distâncias do centro de torção ao centróide, na direção dos eixos principais  $x$  e  $y$ , respectivamente.

## APÊNDICE I - Coeficientes de ponderação para as combinações de ações possíveis

Tabela I.1 - Coeficientes de ponderação para as combinações de ações possíveis.

	$\gamma_{gi}$			$\gamma_{Q1}$ ou $(\gamma_{Qj}; \Psi_{0j})$		
	$G_0$	$G_1$	$G_2$	$Q_1$	$Q_{0^\circ}$	$Q_{90^\circ}$
Combinação 1	1,25	1,50	1,50	1,50	--	--
Combinação 2	1,25	1,50	1,50	1,50	(1,40 ; 0,60)	--
Combinação 3	1,25	1,50	1,50	1,50		(1,40 ; 0,60)
Combinação 4	1,00 <sup>a</sup>	1,00 <sup>a</sup>	1,00 <sup>a</sup>	--	1,40	--
Combinação 5	1,25	1,50	1,50	(1,40 ; 0,80)	1,40	--
Combinação 6	1,00 <sup>a</sup>	1,00 <sup>a</sup>	1,00 <sup>a</sup>	--	--	1,40
Combinação 7	1,25	1,50	1,50	(1,40 ; 0,80)	--	1,40

**a:**  $Q_1$  atua no mesmo sentido que  $G_i$ , portanto considerar  $Q_1$  desfavorável à  $Q_{0^\circ}$  e  $Q_{90^\circ}$  implica considerar  $G_0, G_1, G_2$  desfavoráveis à  $Q_{0^\circ}$  e  $Q_{90^\circ}$ .

## APÊNDICE II - Código MATLAB

### Propriedades do material ASTM A36

```
fy = 250; %Tensão de Escoamento [MPa]
fu = 400; %Tensão de Ruptura [MPa]
Pho = 7.85E-06; %Massa especifica [kg/mm³]
E = 200000; %Módulo de Elasticidade [MPa]
nu = 0.3; %Coeficiente de Poisson
beta = 1.20E-05; %Coeficiente de Dilatação Térmica [°C-1]
G = 77000; %Módulo de Elasticidade Transversal
```

### Seção estudada

```
bb0 = 320.00; %Largura inicial alma [mm]
bb = 70.00; %Largura inicial mesa [mm]
bc0 = 30.00; %Largura inicial enrijecedor [mm]
ba = 312.50; %Largura simplificada alma [mm]
bb = 62.50; %Largura simplificada mesa [mm]
bc = 26.25; %Largura simplificada enrijecedor [mm]
t0 = 3.75; %Espessura inicial [mm]
L = 10000; %Comprimento da barra [mm]
Ag0 = 2*ba*t0+4*bb*t0+4*bc*t0; %Área bruta de seção [mm²]
An0 = Ag0; %Área líquida da seção [mm²]
Messa_0 = Pho*Ag0*L; %Massa inicial [kg]
```

### Restrições Lineares

```
%%%% TRACÃO %%%
Nt_Sd = 8.86E3; %Esforço solicitante
A_Ag = 2*(ba+2*(bb)+2*(bc)); % Coeficientes de t
A_An = A_Ag; % Coeficientes de t
```

### MINIMIZAÇÃO

```
Messa = @(t)Pho*Areabruta(t)*L; %Função objetiva a ser minimizada em relação à variável t

A = [-A_Ag*fy/1.1;-A_An*fu/1.35]; % Coeficientes das inequações lineares A.t<b
b = [-Nt_Sd;-Nt_Sd]; % Restrições das inequações lineares A.t<b
lb = 1.6; % Limites inferiores
nonlcon =@Restricoeslineares; % Inequações e Equações não lineares

options = optimoptions('fmincon','StepTolerance',1.0e-20,'OptimalityTolerance',1.0e-20,'Algorithm','interior-point','Display','iter');
[tf, FunValue, ExitFlag, Output, lambda] = fmincon(Messa,t0,A,b,[],[],lb,[],nonlcon,options); %Minimização da função objetivo
```

## Impressão dos resultados

```

t0
tf
Reducao_espessura = t0-tf           % Redução em espessura [mm]
Masse_0
Masse_f = Masse(tf)               % Massa da barra otimizada
Reducao_masse = Masse_0-Masse_f;   % Redução em massa [kg]

```

## Função: Area Bruta (t)

```

function Ag = AreaBruta(t)          % Função que leva a variável 't' que será otimizada na função objetivo
ba0 = 320.00;                      %Largura inicial alma [mm]
bb0 = 70.00;                       %Largura inicial mesa [mm]
bc0 = 30.00;                       %Largura inicial enrijecedor [mm]
Ag = 2*ba0*t+4*bb0*t+4*bc0*t;      %Área bruta da seção
end

```

```

function [c,ceq] = RestricoesNlineares(t)

%%%% Propriedades da seção %%%
fy = 250;                          %Tensão de Escoamento [MPa]
E=200000;                          %Módulo de Elasticidade [MPa]
L=10000;                            %Comprimento da barra [mm]
ba0 = 320;                          %Largura inicial alma [mm]
bb0 = 70;                           %Largura inicial mesa [mm]
bc0 = 30;                           %Largura inicial enrijecedor [mm]
ba = 312.50;                        %Largura simplificada alma [mm]
bb = 62.50;                         %Largura simplificada mesa [mm]
bc = 26.25;                         %Largura simplificada enrijecedor [mm]
Ag = 2*ba*t+4*bb*t+4*bc*t;          %Área bruta da seção

% Momento de Inércia em Y - Iy(t)
Ky1 = ba/12+ba/4+bc/6+bc/2;
Ky2 = 2*bc*bb0;
Ky3 = bb^3/6+(bb*bb0^2)/2+2*(bc*bb0^2);
Iy=2*(Ky1*t^3-Ky2*t^2+Ky3*t);

% Momento de Inércia em Z - Iz(t)
Kz1=bb/6+bb/4;
Kz2=bb*ba0;
Kz3=ba^3/12+(ba0^2*bb)/2+bc^3/6+(ba0^2*bc)/2-ba0*bc0*bc+(bc0^2*bc)/2;
Iz =2*(Kz1*t^3-Kz2*t^2+Kz3*t);

%%%%%%%%%%%%%%
%%%%% ESFORÇOS %%%
%%%%%%%%%%%%%%

%%%%% COMPRESSÃO %%%
%Esforço solicitante
Nc_Sd = 1.04E4;

% Restrição da Norma
Ky=1; %Elemento Contraventado
Ly=10000; %Comprimento livre de flambagem
Ne=pi^2*E*Iy/(Ky*Ly)^2; %Força normal da flambagem elástica
Lambda0=sqrt(Ag*fy/Ne); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à flambagem local
if Lambda0<=1.5
    X=0.658^(Lambda0^2); %Fator de redução da força axial resistente
else
    X=0.877/Lambda0^2; %Fator de redução da força axial resistente
end

```

```

c(1) = -(X*Ag*fy/1.2-Nc_Sd);

%%% FLEXÃO EM Y %%%
% Esforço solicitante
My_Sd = 2.02E6;
% Restrição da Norma
c(2) = -((Iy/bb0)*fy/1.1-My_Sd);

%%% FLEXÃO EM Z %%%
% Esforço solicitante
Mz_Sd = 4.87E7;
% Restrição da Norma
c(3)=-((Iz/(ba0/2))*fy/1.1-Mz_Sd);

%%% CORTANTE %%%
% Esforço solicitante
V_Sd = 3.96E4;
% Restrição da Norma
kv = 5; %sem enrijecedores transversais
if ba0/t <= 1.08*(E*kv/fy)^0.5
    c(4)= 0.6*fy*ba0/1.1;
elseif ba0/t <= 1.4*(E*kv/fy)^0.5
    c(4) = -(0.65*t^2*sqrt(kv*fy*E)/1.1-V_Sd);
else
    c(4) = -((0.905*t^3*kv*E/ba0)/1.1-V_Sd);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% ESBELTEZ MÁXIMAS %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Tração%

c(5)= L/(sqrt((Iy+Iz)/Ag))-300;

%Compressão%
Kc = 1; %Elemento contraventado
c(6)= (Kc*L)/(sqrt((Iy+Iz)/Ag))-200;

% Esbeltez máxima em COMPRESSÃO para garantia de área efetiva = área bruta %

%ALMA%
kac=4; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pa=(ba/(2*t))/(0.95*sqrt(kac*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(7)= Lambda_pa-0.673;

%MESA%
Lambda_pb0=(bb/t)/(0.623*sqrt(E/(X*fy))); %Garantia de enrijecedor de borda adequado
c(8)=Lambda_pb0-0.673;

kbc=4; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pb = (bb/t)/(0.95*sqrt(kbc*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(9)= Lambda_pb-0.673;

%ENRIJECEADOR DE BORDA%
kcc=0.43; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pc=(bc/t)/(0.95*sqrt(kcc*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(10)= Lambda_pc-0.673;

```

```

% Esbeltez máxima em COMPRESSÃO para garantia de área efetiva = área bruta %

%ALMA%
kac=4; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pa=(ba/(2*t))/(0.95*sqrt(kac*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(7)= Lambda_pa-0.673;

%MESA%
Lambda_pb0=(bb/t)/(0.623*sqrt(E/(X*fy))); %Garantia de enrijecedor de borda adequado
c(8)=Lambda_pb0-0.673;

kbc=4; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pb = (bb/t)/(0.95*sqrt(kbc*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(9)= Lambda_pb-0.673;

%ENRIJECEADOR DE BORDA%
kcc=0.43; %Coeficiente de flambagem local
Lambda_pc=(bc/t)/(0.95*sqrt(kcc*E/(X*fy))); %Índice de Esbeltez Reduzido associado à COMPRESSÃO
c(10)= Lambda_pc-0.673;

%Esbeltez máxima em FLEXÃO para garantia de área efetiva = área bruta %

%ALMA%
kaf=24; %Índice de Esbeltez Reduzido associado à FLEXÃO
% Sigma1=fy*((ba0/2)-t)/(ba0/2); %Regra de três para valor do momento crítico do elemento
c(11)= (ba/(2*t))/(0.95*sqrt(kaf*E/(fy)))-0.673;

%MESA%
kbf=4; %Índice de Esbeltez Reduzido associado à FLEXÃO
c(12)= (bb/t)/(0.95*sqrt(kbf*E/(fy)))-0.673;

%ENRIJECEADOR DE BORDA%
kcf=0.49; %Índice de Esbeltez Reduzido associado à FLEXÃO
% Sigma2=fy*((ba0/2)-t)/(ba0/2); %Regra de três para valor do momento crítico do elemento
c(13)= (bc/t)/(0.95*sqrt(kaf*E/(fy)))-0.673;

ceq=[]; %Equações Não-lineares
end

```