



Rem: Revista Escola de Minas

versão impressa ISSN 0370-4467

Rem, Rev. Esc. Minas v.54 n.4 Ouro Preto out./dez. 2001

doi: 10.1590/S0370-44672001000400008

Mineração

Determinação do espectro de reflectância de misturas de caulim através da Função de Kubelka-Munk

Paulo Ricardo Nunes da Conceição

MSc, Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas,

Metalurgia e dos Materiais/LAPROM/CT/UFRGS

E-mail: paulonc@ct.ufrgs.br

Karina Oliveira Comim

Iniciação Científica

Carlos Otávio Petter

MSc, Dr., Professor do Depart. de Engenharia de Minas da UFRGS

E-mail: cpetter@vortex.ufrgs.br

Serviços

- Serviços customizados
- Artigo em XML
- Referências do artigo
- Curriculum ScienTI
- Como citar este artigo
- Acessos
- Citado por SciELO
- Similares em SciELO
- Tradução automática
- Enviar este artigo por email

Resumo

O caulim é um importante mineral industrial, cujo principal parâmetro é uma propriedade colorimétrica, que depende do espectro de reflectância da amostra, a alvura. A alvura por ser um parâmetro colorimétrico apresenta problemas na sua predição para mistura de caulins. Esse estudo descreve uma metodologia para determinação do espectro de reflectância de misturas de caulim.

Palavras-chave: alvura, reflectância, Kubelka-Munk.

Abstract

Kaolin is an important industrial mineral whose main parameter is a colorimetric property that depends on the spectrum of reflectance of the sample, the brightness. The brightness for being a parameter colorimeter presents problems in its prediction for a kaolin mixture. This study describes a methodology for determination of the reflectance spectrum of kaolin mixtures.

Keywords: brightness, reflectance, Kubelka-Munk.

1. Introdução

Atualmente é crescente a caracterização de minerais industriais através do uso de suas propriedades colorimétricas, que são originárias da interação entre luz e matéria. O caulim é um desses minerais.

O caulim apresenta propriedades físicas e químicas que permitem seu uso como matéria-prima em diversos produtos industrializados como cerâmica, plástico, tinta, papel, etc. (Murray, 1981). Os parâmetros que conferem valor ao caulim são a sua distribuição granulométrica, sua gramatura e sua alvura. Sendo a alvura seu principal parâmetro. Parâmetros colorimétricos, como a alvura, não possuem a propriedade de serem aditivos, ou seja, não é possível somar diretamente alíquotas de caulim e obter uma alvura média, ponderada com relação à massa das alíquotas, para a amostra resultante. Sendo assim, buscou-se uma alternativa para contornar esse problema. Alternativa esta encontrada no uso da Função de Kubelka-Munk, Equações 1, 2 e 3 (Kubelka, 1948; Kürtüm, 1969; Petter, 1994).

$$F(R)_\lambda = \frac{(1 - R_\lambda)^2}{2R_\lambda} \quad (1)$$

$$F(R)_{1+2+...+n} = c_1 F(R)_1 + c_2 F(R)_2 + \dots + c_n F(R)_n \quad (2)$$

$$R = 1 + F(R)_\lambda - \sqrt{2F(R)_\lambda + (F(R)_\lambda)^2} \quad (3)$$

Onde:

R = Reflectância em cada comprimento de onda.

$F(R)$ = Função de Kubelka-Munk.

C = Concentração mássica.

Sua utilização é muito simples. Primeiramente, é necessário fazer uma transformação do valor de reflectância em $F(R)$ (Equação 1), em seguida, fazer os cálculos necessários (Equação 2) e, depois, retornar para reflectância (Equação 3).

O principal objetivo desse estudo é mostrar que o espectro de reflectância pode ser utilizado como parâmetro de qualidade na indústria do caulim, tendo o auxílio da Função de Kubelka-Munk (Conceição, 2000).

2. Metodologia

A metodologia é dividida em duas etapas. A primeira consiste na geração de um modelo de blocos, chamado Modelo Teórico e um modelo chamado Modelo Físico. Logo após é feita uma confrontação entre ambos (Conceição, 2001). A segunda etapa consiste na mistura de diferentes amostras de caulim (ROM e beneficiado), levando-se em consideração sua distribuição granulométrica e alvura. O espectro de reflectância sugerido pela Função de Kubelka-Munk é comparado com o espectro de reflectância medido para a mistura.

2.1 Etapa 1 - Geração do modelo teórico

Nessa etapa, para a geração do modelo teórico, foi utilizada técnica geoestatística, krigagem ordinária (Clark, 1977; Rendu, 1978; Isaaks, 1989), como ferramenta para a geração do modelo de blocos bidimensional da área estudada. Para a geração desse modelo, são utilizadas amostras ROM (*Run of Mine*).

2.2 Etapa 1 - Geração do modelo físico

A função do modelo físico é reproduzir o espectro de reflectância calculado para os blocos do modelo teórico. Essa reprodução é feita através da mistura das amostras utilizadas na ponderação de cada bloco. As concentrações mássicas de cada amostra são dependentes do peso calculado pela krigagem. Esse peso, por sua vez, representa o grau de influência que cada amostra tem na estimativa de cada bloco. A maneira pela qual é medido o espectro de reflectância, que representa cada bloco, é através da medição do espectro de reflectância de uma pastilha. Essa pastilha possui as concentrações mássicas de cada amostra participante na estimativa do bloco. Para cada pastilha, é utilizada massa de 20 gramas e, dessa forma, as concentrações mássicas de cada amostra são calculadas multiplicando o seu peso pela massa da pastilha (20 gramas).

2.3 Etapa 2 - Misturas de caulim

Sabendo que Kubelka-Munk é válido para misturas que possuam granulometria homogênea e índices óticos iguais (Petter, 1994), são feitas misturas de caulim com amostras que tenham distribuição granulométrica similar. As misturas foram divididas em dois grupos, um para amostras ROM e outro para amostras beneficiadas. A variação do diâmetro médio de partícula para as amostras ROM é de 0,83 a 1,7 μ m e, para as beneficiadas, de 0,24 a 0,47 μ m.

Para cada ensaio foram empregadas quatro amostras. A massa estipulada para cada ensaio foi de 20 gramas. Cada ensaio teve três variações mássicas para verificar a influência da concentração mássica. Primeira variação: todas as quatro amostras com a mesma concentração mássica. Segunda variação: duas amostras com concentração mássica correspondente a 25% do total e as outras duas 75%. Terceira variação: igual à segunda variação, sendo que houve a inversão das amostras. As que contribuirão com 25%, nessa variação, contribuem com 75% (Conceição, 2000). Para as misturas foram utilizadas amostras ROM e amostras beneficiadas.

3. Resultados e discussão

3.1 Reprodutibilidade da mistura

Para saber se os dados medidos para cada mistura eram representativos e quantificar a magnitude do erro cometido na realização do ensaio, foi feito um teste de reprodutibilidade da mistura. Para esse ensaio, repetiu-se 30 vezes a mesma mistura (nas mesmas condições) com medição do espectro de reflectância de 360 a 750 nm. Com os dados resultantes dessas medições, utilizou-se ANOVA (análise de variância) para investigar a variabilidade dentro dos grupos e entre os grupos. A [Tabela 1](#) mostra os resultados do Teste F e um sumário estatístico para as 30 repetições da mesma mistura. O teste foi realizado em cada comprimento de onda. O valor do F crítico para 5% de significância é de 4,007. O maior e o menor valor encontrado para f são, respectivamente, 0,96 e 0,02. O erro-padrão calculado em função de cada comprimento de onda foi de 0,023, para o menor erro, e 0,048 para o maior erro.

Com base nos resultados obtidos para o Teste F, é possível concluir que não há diferenças significativas entre as medições feitas para a mistura. Os valores são satisfatórios e atestam a reprodutibilidade do ensaio dentro das condições requeridas com mínima introdução de erro.

3.2 Comparação entre o espectro de reflectância estimado por Kubelka-Munk F(R) e espectro de reflectância medido

Primeiramente é feita a comparação entre os resultados obtidos pelo modelo teórico (modelo de blocos) e pelo modelo físico (pastilhas), utilizando as amostras ROM. Logo após é feita a comparação entre os espectros de reflectância calculados e medidos para cada mistura, utilizando as amostras ROM e beneficiada.

A [Tabela 2](#) mostra uma análise descritiva dos resultados obtidos, onde são calculados os valores de média, mediana, desvio-padrão, erro-padrão, valores máximo e mínimo, entre os comprimentos de onda de 360 a 750 nm para cada um dos espectros de reflectância (medido e estimado).

Tabela 2 - Análise descritiva para os espectros de reflectância estimado e medido.

Espectro Reflect.	MÉDIA	MEDIANA	DPAD	MÁX	MÍN	EPAD
BLOCO A estimado FR	86,34	88,38	6,68	92,18	64,80	1,06
BLOCO A MEDIDO	86,65	88,65	6,54	92,30	65,38	1,03
BLOCO B estimado FR	85,67	87,41	6,90	92,08	64,12	1,09
BLOCO B MEDIDO	84,77	86,13	6,89	91,40	63,90	1,09
BLOCO C estimado FR	85,73	87,45	6,73	92,03	64,60	1,06
BLOCO C MEDIDO	85,10	86,73	6,81	91,47	63,74	1,08
BLOCO D estimado FR	86,11	87,95	6,78	92,29	64,56	1,07
BLOCO D MEDIDO	86,04	87,84	6,52	91,88	65,10	1,03
BLOCO E estimado FR	84,97	86,27	6,83	91,68	64,17	1,08
BLOCO E MEDIDO	84,80	85,94	6,78	91,57	64,45	1,07
BLOCO F estimado FR	85,79	87,95	7,13	92,23	63,80	1,13
BLOCO F MEDIDO	85,76	87,90	7,09	92,13	63,95	1,12
BLOCO G estimado FR	85,61	87,63	7,11	92,18	64,10	1,12
BLOCO G MEDIDO	85,55	87,53	7,08	92,02	64,06	1,12
BLOCO H estimado FR	85,60	86,95	6,67	92,05	64,77	1,05
BLOCO H MEDIDO	85,75	86,98	6,42	91,89	65,54	1,02
BLOCO I estimado FR	85,19	87,02	7,31	92,19	63,48	1,16
BLOCO I MEDIDO	85,06	86,75	7,20	91,92	63,72	1,14

DPAD= Desvio-Padrão

EPAD= Erro-Padrão

A [Tabela 3](#) mostra os resultados para o Teste T e Teste F, que foram realizados para uma comparação efetiva entre os espectros de reflectância estimado e medido. Para uma significância de 5% o t crítico vale 1,68 e o f crítico vale 3,96. Também é calculado o coeficiente de correlação do momento do produto Pearson.

Tabela 3 - Valores para os Testes t e f a 5% de significância e coeficiente de correlação Pearson.

BLOCO	TESTE T Tcrítico 1,68	TESTE F Fcrítico 3,96	C.C. PEARSON
BLOCO A	0,42	0,89	1,0000
BLOCO B	0,28	1,00	0,9988
BLOCO C	0,34	0,95	1,0000
BLOCO D	0,48	0,81	0,9999
BLOCO E	0,46	0,96	0,9996
BLOCO F	0,49	0,98	1,0000
BLOCO G	0,48	0,97	1,0000
BLOCO H	0,46	0,82	1,0000
BLOCO I	0,47	0,92	0,9998

C.C.Pearson = Coeficiente de Correlação de Pearson

As [Tabelas 4, 5, 6 e 7](#) mostram a análise descritiva e Testes T e F realizados para os espectros de reflectância estimado e medido para as amostras ROM e beneficiada. A [Figura 1](#) mostra o espectro medido e estimado para uma mistura e para um bloco.

Tabela 4 - Análise descritiva diâmetro amostras ROM.

Espectro reflect.	MAIOR	MENOR	MÉDIA	MEDIANA	DPAD	EPAD
MIX1 MEDIDO	93,29	67,13	87,51	89,43	6,44	1,02
ESTIMADO por FR	92,32	64,36	86,20	88,43	6,97	1,10
MIX2 MEDIDO	93,49	66,83	87,56	89,57	6,60	1,04
ESTIMADO por FR	92,66	65,29	86,68	88,72	6,75	1,07
MIX3 MEDIDO	93,69	67,64	88,03	89,87	6,35	1,00
ESTIMADO por FR	90,99	62,69	83,22	84,09	7,29	1,15
MIX4 MEDIDO	91,89	64,96	84,30	84,85	6,96	1,10
ESTIMADO por FR	91,00	61,93	82,81	83,76	7,63	1,21
MIX5 MEDIDO	91,82	64,37	83,80	84,38	7,30	1,15
ESTIMADO por FR	90,98	63,45	83,63	84,42	6,96	1,10
MIX6 MEDIDO	91,76	65,36	84,54	84,96	6,66	1,05
ESTIMADO por FR	90,42	62,37	81,35	80,44	7,38	1,17
MIX7 MEDIDO	91,40	64,73	82,64	81,81	7,13	1,13
ESTIMADO por FR	90,32	62,15	81,23	80,35	7,39	1,17
MIX8 MEDIDO	91,29	64,40	82,39	81,69	7,26	1,15
ESTIMADO por FR	90,53	62,58	81,47	80,53	7,36	1,16
MIX9 MEDIDO	91,60	65,28	82,87	81,86	7,01	1,11

Tabela 5 - Testes T e F (5% de significância) com T_{critico} de 1,68 e F_{critico} de 3,96 para amostras ROM.

ENSAIO	TESTE T	TESTE F	CCPEARSON
MIX1	0,24	0,69	0,9998
MIX2	0,19	0,74	0,9996
MIX3	0,18	0,71	0,9999
MIX4	0,25	0,77	0,9995
MIX5	0,28	0,78	0,9993
MIX6	0,28	0,79	0,9995
MIX7	0,21	0,83	0,9996
MIX8	0,24	0,91	0,9993
MIX9	0,19	0,76	0,9997

Tabela 6 - Análise descritiva amostras beneficiadas.

Espectro reflect.	MAIOR	MENOR	MÉDIA	MEDIANA	DPAD	EPAD
ESTIMADO por FR	91,41	60,98	82,83	83,57	7,87	1,24
MIX10 MEDIDO	91,18	62,34	83,02	83,53	7,45	1,18
ESTIMADO por FR	91,34	61,73	83,59	84,78	7,46	1,18
MIX11 MEDIDO	91,23	63,48	83,90	84,85	6,99	1,10
ESTIMADO por FR	91,47	60,24	82,06	82,36	8,31	1,31
MIX12 MEDIDO	91,45	61,90	82,41	82,51	7,86	1,24
ESTIMADO por FR	93,66	63,91	85,60	86,67	7,68	1,21
MIX13 MEDIDO	94,16	67,61	86,79	87,44	6,89	1,09
ESTIMADO por FR	93,66	63,74	85,56	86,68	7,74	1,22
MIX14 MEDIDO	94,11	67,59	86,66	87,27	6,95	1,10
ESTIMADO por FR	93,65	64,09	85,63	86,66	7,61	1,20
MIX15 MEDIDO	94,19	67,86	86,86	87,53	6,83	1,08
ESTIMADO por FR	93,85	72,46	87,01	87,75	6,10	0,97
MIX16 MEDIDO	94,80	77,40	89,43	90,05	4,88	0,77
ESTIMADO por FR	94,46	74,63	88,86	90,12	5,41	0,86
MIX17 MEDIDO	94,53	77,48	89,65	90,55	4,66	0,74
ESTIMADO por FR	94,40	73,97	88,09	88,95	5,75	0,91
MIX18 MEDIDO	94,83	77,00	89,04	89,44	5,11	0,81
ESTIMADO por FR	94,57	75,19	89,83	91,69	5,14	0,81

Tabela 7 - Testes T e F (5% de significância) com $T_{\text{crítico}}$ de 1,68 e $F_{\text{crítico}}$ de 3,96 para amostras beneficiadas.

ENSAIO	TESTE T	TESTE F	CCPEARSON
MIX10	0,46	0,74	0,9997
MIX11	0,42	0,68	0,9998
MIX12	0,42	0,73	0,9998
MIX13	0,23	0,50	0,9992
MIX14	0,25	0,50	0,9988
MIX15	0,22	0,50	0,9994
MIX16	0,21	0,40	0,9987
MIX17	0,24	0,36	0,9996
MIX18	0,22	0,46	0,9983

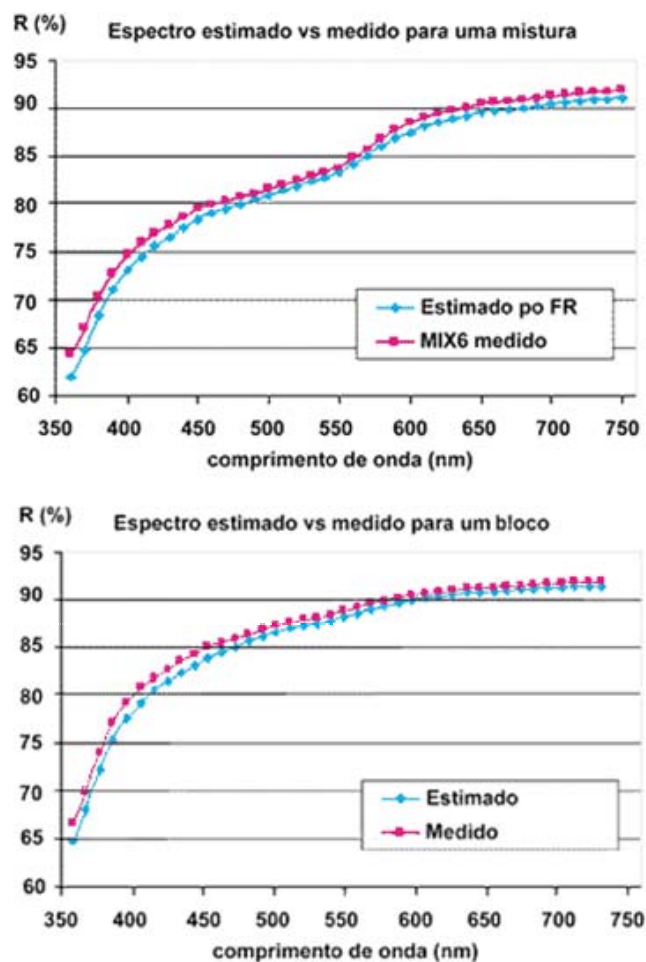


Figura 1 - Espectros medido e estimado para uma mistura e um bloco.

Os resultados da análise descritiva mostram que tanto o espectro de reflectância estimado calculado, utilizando Kubelka-Munk, quanto o espectro medido possuem características semelhantes. A realização do Teste T e do Teste F, dentro de cada grupo (blocos, amostras ROM e beneficiadas), confirmou os dados da análise descritiva, mostrando que tanto a média quanto à dispersão ou variabilidade dos espectros de reflectância, não apresentam diferenças significativas.

As variações mássicas introduzidas, dentro dos ensaios com as mesmas amostras, não influenciaram de forma significativa os espectros de reflectância, o que já era esperado, visto que as amostras possuem distribuição granulométrica muito semelhante.

4. Conclusão

A utilização da Função de Kubelka-Munk, nas condições estudadas, torna possível a previsão do espectro de reflectância para misturas de caulim com distribuição granulométrica homogênea, tanto no emprego em modelo de blocos, quanto em misturas feitas com caulim ROM e caulim beneficiado. Sendo assim, a utilização do espectro de reflectância como parâmetro de qualidade mostra ser uma ferramenta de grande valor, ao lado da alvura, na avaliação do caulim.

Referências Bibliográficas

- CLARK, I. *Practical Geostatistics*. Applied Science Publishers, 1977. 129p. [[Links](#)]
- ISAAKS, E.H., SRIVASTAVA, R.H. *Applied Geostatistics*. USA: Oxford University Press, 1989. 561p. [[Links](#)]
- CONCEIÇÃO, P.R.N. *Predição do espectro de reflectância resultante de misturas de caulim*. Porto Alegre: UFRGS, 2000. 136 p. (Dissertação Mestrado). [[Links](#)]
- CONCEIÇÃO, P.R.N. *Comparação entre a alvura medida a 460 nm e a alvura calculada, utilizando-se como base todo o espectro de reflectância*. In: Southern Hemisphere Meeting on Mineral Technology, 6. CETEM/MCT, v. 3. Rio de Janeiro - Brasil: 2001. p.226-229. [[Links](#)]
- KORTÜM, G. *Reflectance spectroscopy: principles, methods, applications*. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1969. 366p. [[Links](#)]
- KUBELKA, P. New contributions to the optics of intensely light-scattering material (Part I). *Journal of the Optical Society of America*, v. 38, n.5, 1948, p. 448-457. [[Links](#)]
- PETTER, C.O. *Contribution à l'étude de la valorisation de kaolins pour l'industrie papeliere: mise au point D'une methodologie colorimetrique, application à la selectivité minière*. École des Mines de Paris, 1994. 300p. (Tese de Doutorado). [[Links](#)]
- RENDU, J.M. *An introduction to geostatistical methods of mineral evaluation*. South Afric IMM, Monograph Geostatistics II, 1978, 100p. [[Links](#)]
- MURRAY, H.H. *Kaolin project in the Amazonia area*. Brazil: Society of Engineers of AIME. 1981, p. 81-87. [[Links](#)]

Artigo recebido em 10/09/2001 e aprovado em 01/12/2001.



Todo o conteúdo do periódico, exceto onde está identificado, está licenciado sob uma [Licença Creative Commons](#)

Escola de Minas

Praça Tiradentes, 20
35400-000 Ouro Preto MG - Brazil
Tel: (55 31) 3551-4730



editor@rem.com.br