

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Um Formalismo para o Decaimento de Mésons Exóticos *

Mário Luiz Lopes da Silva

Tese realizada sob orientação do Professor Dr. César Augusto Zen Vasconcellos (IF-UFRGS) e co-orientação do Professor Dr. Dimiter Hadjimichef (IF-UFRGS) e apresentado ao Instituto de Física da UFRGS em preenchimento parcial dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre
Abril de 2010.

* Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Este trabalho é dedicado

a meus pais, Zilá e Boneval,
pelo apoio e incentivo que
sempre me deram,

agradeço antes de tudo a Deus.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador prof. Cesar Augusto Zen Vasconcellos, pelo apoio, incentivo, amizade e confiança que depositou no meu trabalho, que foram muito importantes para a realização desta tese. Agradeço também ao meu co-orientador prof. Dimiter Hadjimichef, por estar sempre a disposição para ajudar a esclarecer minhas dúvidas e também pela ajuda fundamental em todas as etapas deste trabalho.

Agradeço à minha família e amigos, que mesmo sem saber o que é física de hádrons, foram muito importantes para a realização deste trabalho.

Agradeço aos professores do IF-UFRGS pela excelente formação que me foi proporcionada, aos funcionários que de alguma forma colaboraram para a realização deste trabalho. Agradeço aos colegas da PG, em especial aos da sala M204, pela agradável convivência no IF-UFRGS. Agradeço também aos colegas do Grupo de Física de Hádrons, que contribuíram com este trabalho, em especial agradeço aos amigos Daniel Tavares da Silva e Joseima Neves de Quadros, com os quais dividi os estudos de física de mésons e do formalismo de Fock-Tani.

Agradeço aos professores e funcionários do Departamento de Física da UFPel, em especial ao prof. Victor Gonçalves que me emprestou um computador para que eu pudesse trabalhar durante o tempo em que estive na UFPel como professor substituto. Agradeço também aos colegas do CLMD (Curso de Licenciatura em Matemática a distância) da UFPel onde trabalho atualmente.

Muito Obrigado

Resumo

Nesta tese de doutorado, calculamos as taxas de decaimento de algumas ressonâncias, que podem ser consideradas como glueballs. Este estudo é desenvolvido dentro do contexto do formalismo de Fock-Tani. Em particular, aplicamos este formalismo para as ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$, pois é nesta região do espectro hadrônico que se espera que esteja o glueball mais leve, com números quânticos 0^{++} .

O formalismo de Fock-Tani consiste, em primeiro lugar, de observar que os operadores de criação e destruição de partículas compostas não obedecem às relações de (anti)comutação canônicas, devido à presença da estrutura interna. Após realizar a transformação unitária de Fock-Tani U sobre o operador de criação do estado ligado, um novo estado ligado é obtido sendo definido como a aplicação de um operador de criação ideal sobre o vácuo. Os operadores ideais obedecem às relações de (anti)comutação canônicas. Além de transformar-se o estado também efetua-se a transformação dos operadores da teoria (operadores de quarks, mésons, bárions, glueballs, entre outras partículas) obtendo-se, de forma iterativa, uma expansão em potências da função de onda. Com esses operadores efetivos torna-se possível construir quantidades efetivas em termos das quantidades fundamentais. Uma destas quantidades efetivas importantes que podem ser construídas é o Hamiltoniano, $H_{efetivo} = U^{-1}HU$, que possui, entre outras estruturas, diagramas correspondendo aos espalhamentos hadrônicos com troca de constituintes, decaimentos hadrônicos, etc. Este formalismo prevê também, a existência de correções de estado ligado ou correções de ortogonalidade. Em nossos estudos, estas correções se aplicam ao setor de quarks. Para o setor de glúons é demonstrado que a correção é nula.

As ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$ são consideradas como uma mistura de estados. Isto ocorre devido a existência de estados ligados de quarks e de glúons com os mesmos números quânticos. Dessa forma, não se pode distinguir entre estes estados, por isso se faz necessário introduzir uma mistura.

Abstract

In this thesis, we calculate the decay width for some resonances, which can be considered as glueballs. This work is developed in the context of the Fock-Tani formalism. The formalism is applied for the resonances $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ and $f_0(1710)$, because the lightest glueball is expected to be in this region of the hadronic spectrum, with quantum numbers 0^{++} .

In the Fock-Tani formalism, the creation and destruction operators of composite particles do not obey the canonical (anti)commutation relations due to the presence of the internal structure. After performing the unitary Fock-Tani transformation U on the bound state creation operator, a new bound state is obtained and is defined as the application of an ideal creation operator on the vacuum. The ideal operators obey canonical (anti)commutation relations. The transformation is also applied on the operators of the theory (quarks, mesons, baryons, glueballs, and other particles operators) obtaining, in an iterative way, an expansion in powers of the wave function. With these effective operators it becomes possible to build effective quantities in terms of fundamental quantities. One of these important effective quantities is the Hamiltonian, $H_{effective} = U^{-1}HU$, which contains the scattering diagrams with constituent exchange, hadronic decays, etc. This formalism also provides the existence of orthogonality corrections or bound state corrections. In this work, these corrections are applied to the quarks sector. For the gluons sector it is shown that the correction is zero.

The $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ and $f_0(1710)$ resonances are considered as a mixture of states. This is due to the existence of quarks and gluons bound states with the same quantum numbers. These states can not be distinguished, so it is necessary to introduce a mixture.

Índice

Introdução	1
1. A Física de Mésons	5
1.1 Espectroscopia de Mésons	6
1.2 Misturas de Estados de Glueballs e Mésons	14
1.3 A física dos mésons do ponto de vista experimental	18
1.3.1 Crystal Barrel	19
1.3.2 OBELIX	20
1.3.3 WA102	21
1.3.4 BES	21
1.3.5 Cleo	24
1.3.6 BaBar e Belle	25
1.3.7 Jefferson Lab e o Hall D	27
2. Formalismo de Fock-Tani para Mésons-$Q\bar{Q}$	29
2.1 O Formalismo de Fock-Tani	29
2.1.1 Representação de Mésons Elementares Ideais	32
2.2 A Transformação de Fock-Tani dos Operadores.	33
2.2.1 Cálculo de Múltiplos Comutadores	33
2.2.2 O Método Iterativo das “Equações de Movimento”	34
3. Decaimento de Mésons-$Q\bar{Q}$	44
3.1 Modelo de Decaimento 3P_0	44
3.2 O Modelo C^3P_0	48
4. Formalismo de Fock-Tani para Glueballs	53
4.1 Representação de Fock-Tani para Glueballs	53
4.2 Transformação de Fock-Tani Generalizada	55

5. Decaimento de Glueballs	60
5.1 Decaimento de Glueballs	60
6. Mistura de Mésons-$Q\bar{Q}$ e Glueballs no Formalismo de Fock-Tani	64
6.1 Transformação de Fock-Tani com Misturas	64
6.2 Hamiltoniano para Mésons Escalares	67
7. Decaimentos de Mésons Escalares f_0	70
7.1 Amplitudes e taxas de decaimento	70
7.2 Resultados numéricos	84
Conclusões e Perspectivas	94
A. Mésons e seus números quânticos	98
B. O potencial de criação de pares $Q\bar{Q}$	101
C. Propriedades do espaço de vetores de estado ideais	104
D. O Hamiltoniano $H_{aq\bar{q}}$	108
E. Tabelas com coeficientes de sabor	110
Referências	113

Introdução

Em 1935 Yukawa propôs píons para explicar o confinamento (interação) de prótons e nêutrons no interior dos núcleos atômicos. Essa interação foi denominada *interação forte*. Posteriormente, quando se percebeu que os nucleons (prótons e nêutron) tinham uma estrutura interna, ou seja, eram formados por partículas ainda menores chamadas quarks, tornou-se necessário a construção de uma teoria capaz de descrever a interação entre quarks. Dessa forma, seguindo a idéia da interação forte proposta por Yukawa, Fritzsch, Weinberg, Gross e seus colaboradores propuseram a teoria que é aceita até hoje como sendo a teoria da interação forte, a Cromodinâmica Quântica (Quantum Chromodynamics - QCD). A QCD vem sendo utilizada com sucesso no regime de altas energias ou perturbativo. Entretanto, para médias energias, ou no regime não-perturbativo, esta teoria não pode ser utilizada. Esta dificuldade motivou o desenvolvimento dos *modelos de quarks constituintes*.

A QCD descreve a interação entre partículas que possuem uma propriedade chamada *carga de cor*. Este fato é análogo, em muitos aspectos, ao que ocorre na Eletrodinâmica Quântica (Quantum Electrodynamics - QED), onde partículas que possuem carga elétrica interagem. Tanto na QCD quanto na QED a interação entre as partículas carregadas ocorre através da troca de uma partícula que possui massa nula. Na QED, essa partícula é o fóton, enquanto na QCD essa partícula é o glúon. No entanto, há uma diferença entre essas duas teorias, na QED o fóton não possui carga elétrica, enquanto na QCD o glúon possui carga de cor. Dessa forma, diferente dos fótons, os glúons podem interagir entre si. Sendo assim, podemos dizer que a QCD é a teoria que descreve a interação entre quarks e glúons no interior dos hádrons.

Os hádrons podem ser classificados de acordo com sua estrutura interna. São chamados de bárions os hádrons formados por três quarks e de mésons os hádrons formados por um quark e um antiquark. Vamos chamar os bárions e os mésons de hádrons usuais ver Fig. 0.1. A QCD prevê também a existência de hádrons exóticos. Esses hádrons exóticos são glueballs, formados exclusivamente por glúons e mésons híbridos formados por quarks antiquarks e glúons, ver Fig. 0.2 Esses estados podem existir devido ao fato de glúons portarem carga de cor. Sendo assim, esses glúons podem interagir entre si ou com quarks para formarem estados ligados.

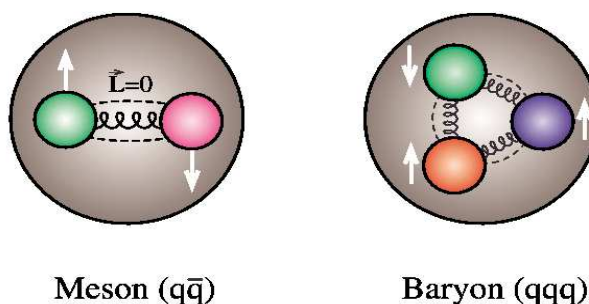


Fig. 0.1: Ilustração para mésons e bárions.

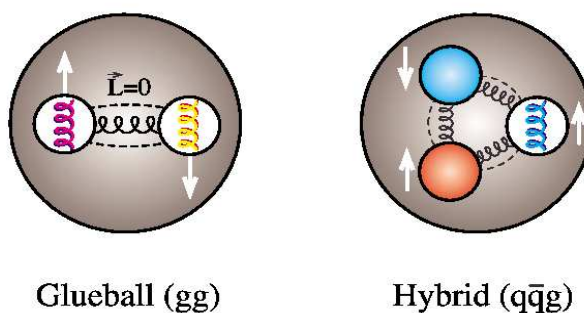


Fig. 0.2: Ilustração para glueballs e mésons híbridos.

Com a consolidação do modelo de quarks constituintes, tornou-se possível estudar a estrutura hadrônica. O estudo da chamada *espectroscopia mesônica* passa, em primeiro lugar, pela identificação dos números quânticos relevantes dos mésons, considerados como partículas compostas por quarks constituintes. Estes números quânticos podem ser apresentados da seguinte forma:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}; \quad P = (-1)^{L+1}; \quad (0.1)$$

$$C = (-1)^{L+S}; \quad G = (-1)^{L+S+I}. \quad (0.2)$$

Estes operadores geram números quânticos importantes que representam quantidades conservadas em processos que envolvem a interação forte. Utilizando estas relações podemos construir os valores admissíveis da grandeza J^{PC} pelo modelo de quarks, para os mésons:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, 3^{--}, 3^{+-}, 3^{++}, \dots \quad (0.3)$$

Olhando com cuidado para a sequência de números contidos na expressão anterior nota-se que há uma sequência de valores de J^{PC} que estão ausentes, pois não são admissíveis em

um sistema do tipo $q\bar{q}$

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots \quad (0.4)$$

Sendo assim, se for encontrado uma partícula com esses números quânticos estaremos diante de um hádron exótico. Por outro lado os hádrons exóticos não se restringem aos números quânticos que não são possíveis para um meson usual. Podem haver hádrons exóticos com os mesmos números quânticos que mesons $q\bar{q}$.

Os glueballs, estados exóticos que serão abordados nesta tese, vem sendo estudados a algum tempo. Os primeiros estudos teóricos sobre glueballs foram realizados utilizando-se o modelo de sacola [1, 2]. Neste modelo os glúons permaneciam confinados no interior de uma sacola. Esses glúons da sacola deviam formar um singuleto de cor. Isto sugeria a existência de glueballs formados por dois ou três glúons.

Do ponto de vista experimental os glueballs podem ser produzidos em processos ricos em glúons. Os processos mais promissores são o decaimentos radiativos de J/ψ , a colisão central próton-próton através da troca de um pomeron duplo e decaimento radiativo de quarkonia, onde um dos três glúons é substituído por um fóton restando dois glúons para formarem o estado ligado e a aniquilação próton-antipróton.

A espectroscopia de glueballs vem sendo abordada com diversas formulações. O modelo de tubo de fluxo foi utilizado para fazer uma previsão das massas dos glueballs. Neste modelo, os glueballs são considerados como um tubo de fluxo fechado [3, 4]. Outro método utilizado para descrever glueballs são as regras de soma da QCD. Um dos primeiros cálculos utilizando esse método foi realizado por Novikov [5]. Foram feitas, também previsões para a massa do glueball escalar mais leve [6]. Swanson e Szczepaniak utilizaram a QCD no calibre de Coulomb para obter o espectro dos glueballs [7]. Os resultados obtidos estão em concordância com os dados da QCD na rede.

Estudar esses hádrons exóticos não é uma tarefa fácil, pois estes estados podem se misturar com estados vizinhos, formados exclusivamente por quarks. Dessa forma, quando estudamos estes hádrons, devemos levar em consideração as misturas destes com estados formados apenas por quarks. Isto pode ser feito utilizando-se um esquema de mistura, onde possamos determinar qual desses estados predomina.

Como as ressonâncias que vamos estudar são estados ligados de quarks ou glúons, a informação sobre a sua estrutura interna não pode ser desconsiderada no cálculo de decaimentos. Há muitos exemplos de sistemas nos quais os graus de liberdade internos de partículas compostas não podem ser desprezados. Para estes sistemas, o formalismo em segunda quantização da mecânica quântica, por exemplo, torna-se uma ferramenta matemática muito difícil de ser usada. Essa dificuldade se deve a presença de estados ligados que torna mais complexa a aplicação direta do teorema de Wick, bem como o cálculo de funções de Green, entre outros aspectos.

Por isso foi desenvolvida a idéia de fazer um mapeamento do espaço de Hilbert físico para um espaço de Hilbert ideal. Nesse espaço ideal as partículas compostas são representadas por operadores elementares ideais, obedecendo regras de comutação canônicas. A informação sobre a sua estrutura interna é transferida para um Hamiltoniano de interação efetivo. O desenvolvimento posterior de uma transformação capaz de realizar este mapeamento foi conseguido por S. Tani [8] e generalizado por M. D. Girardeau [9]. Esta transformação generalizada construída por Girardeau e colaboradores, sendo por eles denominada de *transformação de Fock-Tani*, está relacionada com o método de quasi-partícula de Weinberg [10, 11], onde os estados ligados são subtraídos do problema, restando apenas uma interação residual fraca.

A filosofia do formalismo de Fock-Tani consiste, em primeiro lugar, de observar que os operadores de criação e destruição de partículas compostas não obedecem às relações de (anti)comutação canônicas, devido à presença da estrutura interna. Após realizar a transformação unitária de Fock-Tani U sobre o operador de criação do estado ligado, um novo estado ligado é obtido sendo definido como a aplicação de um operador de criação ideal sobre o vácuo. Os operadores ideais obedecem às relações de (anti)comutação canônicas. Além de se transformar o estado também se efetua a transformação dos operadores da teoria (operadores de quarks, mésons, bárions, glueballs, entre outras partículas) obtendo-se, de forma iterativa, uma expansão em potências da função de onda. Com estes operadores efetivos torna-se possível construir quantidades efetivas em termos das quantidades fundamentais. Uma destas quantidades efetivas importantes que podem ser construídas é o Hamiltoniano, $H_{efetivo} = U^{-1}HU$, que possui, entre outras estruturas, diagramas correspondendo aos espalhamentos hadrônicos com troca de constituintes, decaimentos hadrônicos etc.

Neste trabalho de doutorado, calculamos as taxas de decaimento de algumas ressonâncias, que foram originalmente interpretadas como glueballs. Entretanto, a experiência, em comparação a modelos teóricos consolidados, revelou que estes mésons não eram glueballs puros. Um grau relevante de mistura com estados de $q\bar{q}$ próximos estava presente. Este estudo será desenvolvido dentro do contexto do formalismo de Fock-Tani. Em particular, vamos aplicar este formalismo para as ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$, por se ajustarem, perfeitamente, a este cenário. Esta região de massa é interessante, pois se espera que o glueball mais leve, com números quânticos $J^{PC} = 0^{++}$, esteja situado próximo.

Capítulo 1

A Física de Mésons

A QCD baseia-se no postulado de simetria local (invariância de calibre) associada à simetria unitária $SU(3)$ de carga de cor. O Lagrangiano é definido na QCD na forma

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

onde $\psi(x)$ representa os campos dos quarks, γ^μ ($\mu = (0, 1, 2, 3)$) são as matrizes de Dirac e m a matriz de massa dos quarks. A derivada covariante D_μ é definida na forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu \quad (1.2)$$

com ∂_μ simbolizando a derivada espaço-temporal, g_{QCD} a constante de acoplamento da interação forte e

$$A_\mu(x) = \frac{1}{2} \lambda^a A_\mu^a(x) \quad (1.3)$$

onde A_μ^a ($a = 1, \dots, 8$) representa os campos dos glúons e λ^a denota as matrizes de Gell-Mann. Foi utilizada a convenção de Einstein de soma para índices repetidos. O tensor de campo gluônico é dado por

$$G_{\mu\nu}^a(x) = F_{\mu\nu}^a(x) - g_{QCD} f^{abc} A_\mu^b(x) A_\nu^c(x), \quad (1.4)$$

onde f_{abc} é a constante de estrutura do grupo $SU(3)$ e

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu A_\nu^a(x) - \partial_\nu A_\mu^a(x). \quad (1.5)$$

Para entender o espectro de massa hadrônico a partir da QCD bem como as propriedades de interação entre os hádrons, é necessário saber algo sobre a força de longo alcance responsável pelo confinamento dos quarks nos mésons e bárions. No entanto, não existe nenhuma descrição completamente satisfatória para esta região de energias da QCD. Algumas

informações podem ser extraídas diretamente da formulação da QCD na rede. Neste sentido, a construção de modelos fenomenológicos é parte essencial para o entendimento das interações fortes a baixas energias.

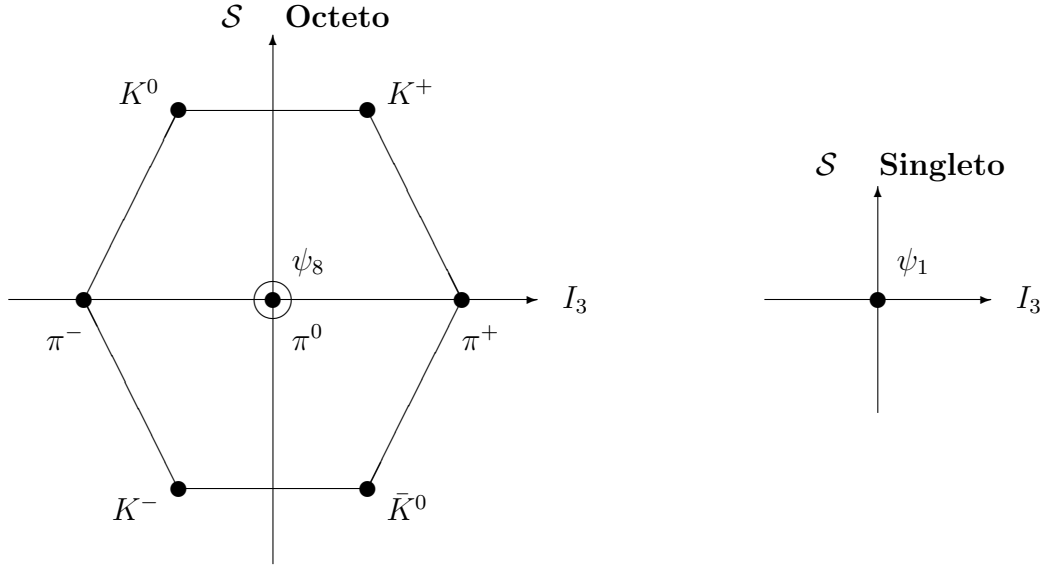
Ao longo deste capítulo faremos uma revisão de aspectos da física de mésons [12], que serão fundamentais para o estudo realizado nesta tese.

1.1 Espectroscopia de Mésons

A estrutura hadrônica representada pelo chamado *Eightfold Way* revelou a existência da simetria $SU(3)$. Nesta descrição os mésons são caracterizados pelos seus números J^{PC} e por seu conteúdo de sabor e são agrupados em multipletos. Por exemplo, no chamado *setor de mésons leves* os números quânticos dos mésons pseudo-escalares são $J^{PC} = 0^{-+}$. Utilizando a notação espectroscópica, originada na Física atômica, temos $n^{2s+1}L_J = 1^1S_0$. Seguindo a simetria $SU(3)$, há nove possibilidades de combinar quarks e anti-quarks mais leves u , d e s . Estas nove possibilidades estão agrupadas numa estrutura de octeto e outra de singlete. Os seguintes estados podem ser construídos:

$$\begin{aligned}
 |K^0\rangle &= -|d\bar{s}\rangle & |K^+\rangle &= -|u\bar{s}\rangle \\
 |\pi^-\rangle &= |d\bar{u}\rangle & |\pi^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) & |\pi^+\rangle &= -|u\bar{d}\rangle \\
 |K^-\rangle &= |s\bar{u}\rangle & |\bar{K}^0\rangle &= -|s\bar{d}\rangle \\
 |\psi_8\rangle &= \sqrt{\frac{1}{6}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2|s\bar{s}\rangle) & |\psi_1\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle)
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

A estrutura de noneto pode ser visto nos diagramas a seguir:



Mésons pseudo-escalares com $J^{PC} = 0^{-+}$

O estado de octeto e de singlete são auto-estados do $SU(3)$. Eles possuem os mesmos números quânticos e podem ser misturados. O ângulo de mistura é chamado de *ângulo pseudo-escalar* θ_P , sendo que os estados físicos resultantes desta mistura de ψ_1 e ψ_8 são os mésons η e η' dados por

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos \theta_P |\psi_8\rangle - \text{sen } \theta_P |\psi_1\rangle \\ |\eta'\rangle &= \text{sen } \theta_P |\psi_8\rangle + \cos \theta_P |\psi_1\rangle. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Os estados em (1.7) pode ser reescritos como

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \left[\frac{\cos \theta_P}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_P \right] |n\bar{n}\rangle - \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_P + \frac{\text{sen } \theta_P}{\sqrt{3}} \right] |s\bar{s}\rangle \\ |\eta'\rangle &= \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_P + \frac{\text{sen } \theta_P}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[\frac{\cos \theta_P}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_P \right] |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (1.8)$$

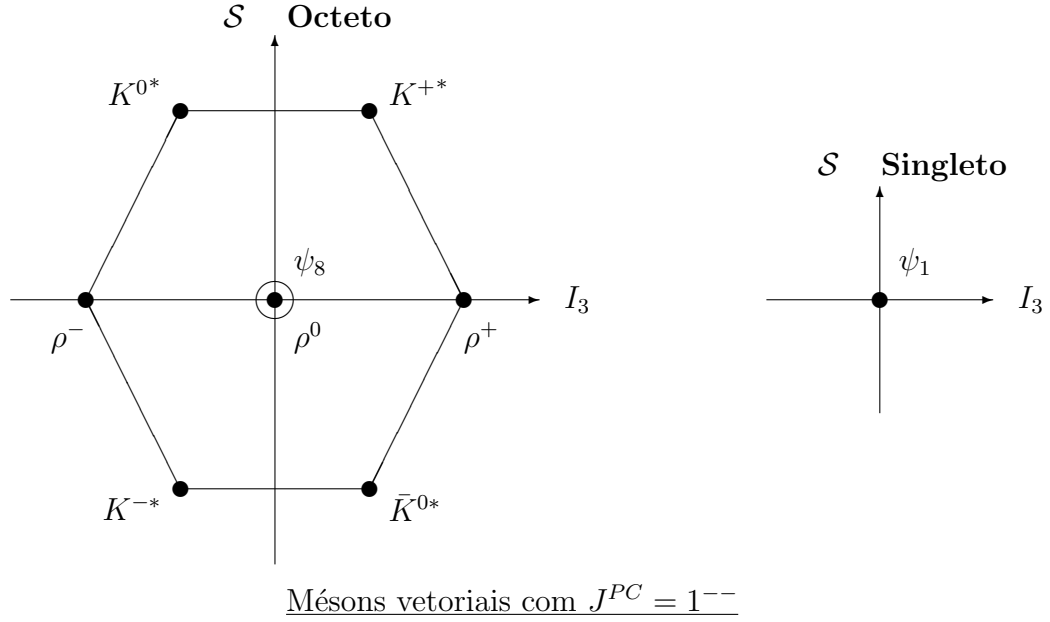
onde

$$|n\bar{n}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle] \quad (1.9)$$

O valor do ângulo θ_P pode ser medido pela comparação das larguras parciais dos decaimentos radiativos do méson J/ψ em mésons vetoriais e escalares; decaimento radiativo do méson $\phi(1020)$ num par η e η' ; a aniquilação $p\bar{p}$ resultando num par de mésons vetorial e escalar ou em dois pseudo-escalares. O valor de θ_P encontra-se na faixa de -10° a -20° . A grande mistura entre as componentes $|n\bar{n}\rangle$ e $|s\bar{s}\rangle$ nas funções de onda de η e η' , tem levado a

considerar que estes mésons têm um conteúdo de *glue* considerável. Portanto a mistura descrita em (1.8) precisa ser ampliada para incluir um terceiro estado $|G\rangle$, de glueball, e de massa desconhecida.

Como um outro exemplo do sucesso deste esquema de classificação são os mésons vetoriais que pode ser vistos com sua estrutura de noneto nos diagramas a seguir:



Semelhante ao caso dos mésons η e η' , aqui as misturas de ψ_1 e ψ_8 dão origem aos mésons vetoriais $\phi(1020)$ e $\omega(782)$ com ângulo de mistura vetorial θ_V

$$\begin{aligned} |\phi(1020)\rangle &= \cos \theta_V |\psi_8\rangle - \text{sen } \theta_V |\psi_1\rangle \\ |\omega(782)\rangle &= \text{sen } \theta_V |\psi_8\rangle + \cos \theta_V |\psi_1\rangle. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Estes estados em (1.10) também podem ser escritos da seguinte forma

$$\begin{aligned} |\phi(1020)\rangle &= \left[\frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_V \right] |n\bar{n}\rangle - \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_V + \frac{\text{sen } \theta_V}{\sqrt{3}} \right] |s\bar{s}\rangle \\ |\omega(782)\rangle &= \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \cos \theta_V + \frac{\text{sen } \theta_V}{\sqrt{3}} \right] |n\bar{n}\rangle + \left[\frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \text{sen } \theta_V \right] |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (1.11)$$

O méson ω é um dos responsáveis pela repulsão de curto alcance da interação NN e conseqüentemente está bem estabelecido, experimentalmente, como um estado

$$|\omega(782)\rangle \approx |n\bar{n}\rangle \quad (1.12)$$

Portanto, em (1.11) o termo $|s\bar{s}\rangle$ do ω deve ser nulo e isto implica que o coeficiente deste termo fica

$$\frac{\cos \theta_V}{\sqrt{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}} \sin \theta_V = 0, \quad (1.13)$$

ou seja,

$$\tan \theta_V = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \theta_V = 35,3^\circ. \quad (1.14)$$

Para este mesmo ângulo θ_V , tem-se

$$|\phi(1020)\rangle \approx |s\bar{s}\rangle, \quad (1.15)$$

possibilitando interpretar ϕ como um candidato a *estranhônio*.

Com a consolidação do modelo de quarks constituintes, tornou-se possível estudar a estrutura hadrônica. Por exemplo, o estudo da chamada *espectroscopia mesônica* passa, em primeiro lugar, pela identificação dos números quânticos relevantes dos mésons, considerados como partículas compostas por quarks constituintes. Uma breve revisão dos números quânticos importantes na caracterização destes estados encontra-se no apêndice A, onde estes resultados podem ser resumidos como

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}; \quad P = (-1)^{L+1}; \quad (1.16)$$

$$C = (-1)^{L+S}; \quad G = (-1)^{L+S+I}. \quad (1.17)$$

Estes operadores geram números quânticos importantes que representam quantidades conservadas em processos que envolvem a interação forte. Utilizando estas relações podemos construir os valores admissíveis da grandeza J^{PC} pelo modelo de quarks, para os mésons:

$$0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, 3^{--}, 3^{+-}, 3^{++}, \dots \quad (1.18)$$

Olhando com cuidado para a seqüência de números contidos na expressão (1.18) nota-se que há uma seqüência de valores de J^{PC} que estão ausentes, pois não são admissíveis em um sistema do tipo $q\bar{q}$

$$0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots \quad (1.19)$$

Os números quânticos apresentados em (1.19) são conhecidos como números quânticos *explicitamente exóticos*. Se, experimentalmente, for medido um estado com estes números quânticos, pode-se afirmar que foi encontrado algo diferente do que um sistema do tipo $q\bar{q}$. Os números quânticos expressos em (1.18) também podem representar um sistema não- $q\bar{q}$; no entanto, neste caso, o estado geral que representa o méson será dado pela seguinte sobreposição:

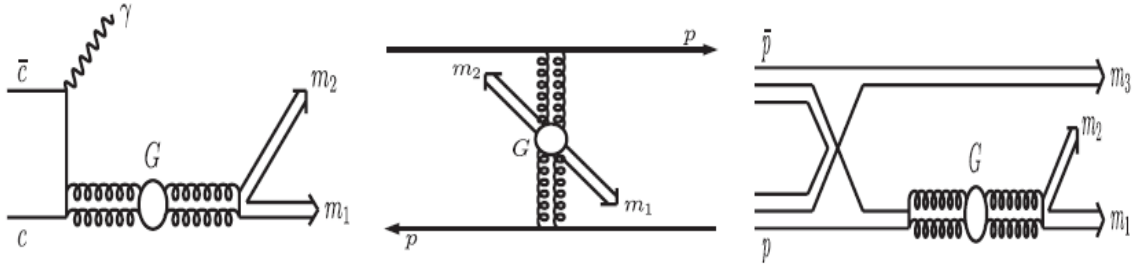


Fig. 1.1: Diagramas de Feynman que descrevem decaimento radiativo de J/ψ , colisão próton-próton com troca de pomeron duplo e aniquilação próton-antipróton.

$$|\text{méson}\rangle = |q\bar{q}\rangle + |\text{não-}q\bar{q}\rangle. \quad (1.20)$$

Numa investigação para encontrar novos estados da matéria, estados que não são puros como (1.20) apresentam a dificuldade adicional de avaliar-se o grau de mistura do estados $|q\bar{q}\rangle$ e $|\text{não-}q\bar{q}\rangle$.

Esta tese de doutorado tem por objetivo estudar estados exóticos, ou seja, estudar os possíveis candidatos a glueball com números quânticos 0^{++} . Os primeiros cálculos de QCD na rede foram realizados na chamada *aproximação quenched*, isto é, aproximação da QCD sem quarks, em redes pequenas [13, 14]. Estes cálculos indicaram que o espectro de glueballs mais leves começava em torno de $1,5 \text{ GeV}/c^2$. Com o passar do tempo os recursos computacionais cresceram e os métodos numéricos melhoraram, tornando possível realizar simulações em redes maiores, onde finalmente um espectro de estados emergiu [15]. Após extrapolar para o limite do contínuo, três estados leves se consolidaram: um escalar ($J^{PC} = 0^{++}$), um tensor ($J^{PC} = 2^{++}$) e outro pseudoescalar ($J^{PC} = 0^{-+}$), com massas na região $1,55 \pm 0,05 \text{ GeV}/c^2$ (escalar) e $2,27 \pm 0,1 \text{ GeV}/c^2$ (tensor e pseudoescalar).

Atualmente, acredita-se que o glueball mais leve, tem $J^{PC} = 0^{++}$, e uma massa de $1,45 - 1,75 \text{ GeV}$. No entanto, calcular as taxas de decaimento desses glueballs não é uma tarefa simples, pois estes podem se misturar fortemente com estados vizinhos $q\bar{q}$ com os mesmos números quânticos. Dessa forma se observarmos o espectro hadrônico vamos encontrar três ressonâncias que estão na região onde deve estar o glueball 0^{++} [$f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$]. Os glueballs são produzidos em processos ricos em glúons. Os processos mais promissores são (os diagramas para esses processos ricos em glúons podem ser vistos na Fig. 1.1)

1. Decaimentos radiativos de J/ψ .

2. A colisão central próton-próton através da troca de um pomeron duplo e decaimento radiativo de quarkonia, onde um dos três glúons é substituído por um fóton restando dois glúons para formarem o estado ligado.
3. A aniquilação próton-antipróton.

Um estudo decisivo para estes três candidatos a glueball foi realizado por M. Strohmeier-Prešiček [16]. Em particular, o méson $f_0(1500)$, que possui uma quantidade maior de dados experimentais, foi definido como um estado de quarkônia descrito pela seguinte mistura:

$$|f_0(1500)\rangle = \cos \alpha |n\bar{n}\rangle - \sin \alpha |s\bar{s}\rangle. \quad (1.21)$$

A dependência dos *branching ratios* (BR) (razões de decaimento), em decaimentos de dois corpos, como uma função do ângulo de mistura, pode ser vista na Fig. 1.2. Os resultados obtidos pelo Crystal Barrel para os BR estão escritos na forma de proporção [17, 18, 19, 20]

$$BR(\pi\pi) : BR(K\bar{K}) : BR(\eta\eta) : BR(\eta\eta') = 1 : 0.12 \pm 0.03 : 0.16 \pm 0.06 : 0.04 \pm 0.02. \quad (1.22)$$

A melhor concordância obtida com estes dados experimentais foi

$$BR(\pi\pi) : BR(K\bar{K}) : BR(\eta\eta) : BR(\eta\eta') = 1 : 0.19 : 0.16 : 0.10, \quad (1.23)$$

correspondendo a um ângulo de mistura de $\alpha \approx 0^\circ$ e o respectivo méson $f_0(1500)$ com a seguinte estrutura

$$|f_0(1500)\rangle \approx |n\bar{n}\rangle. \quad (1.24)$$

Portanto, pela comparação com os dados experimentais, das razões de decaimento em dois pseudoescalares, indicou que era mais consistente a interpretação do méson $f_0(1500)$ como sendo um estado $n\bar{n}$. Entretanto, ao completar a comparação do modelo com a experiência e somar todos os canais de decaimento, obtendo a taxa total de decaimento (Γ_{tot}), um resultado surpreendente emergiu. A taxa total era da ordem de 500 MeV, esta interpretação estava em conflito com os dados experimentais que indicavam $\Gamma_{tot} \approx 110$ MeV. Na Fig. 1.3 vemos a dependência de Γ_{tot} com o ângulo de mistura. Verifica-se que a única possibilidade para o modelo ajustar a taxa total é na situação de $\alpha \approx 70^\circ$ a $\alpha \approx 105^\circ$, ou seja,

$$|f_0(1500)\rangle \approx |s\bar{s}\rangle. \quad (1.25)$$

Esta aparente contradição só pode ser removida, introduzindo um conteúdo de glue que reduz sensivelmente a taxa de decaimento, para valores em torno de 110 MeV.

onde \vec{k}_i é o momento do glúon $i = 1, 2$ e $\vec{p}_{l(k)}$ dos quarks com $l = 1, 3$ ($k = 2, 4$). Novamente o operador identidade de sabor é $\mathbf{1}_F^{(lk)}$ projeta o singlete de cor do par $q\bar{q}$ (lk). O último termo na Eq. (1.27) é a parte de cor, contendo as matrizes de Gell-Mann λ^b e agindo no espaço de cor (lk). A função de onda do octeto de cor do glúon i com vetor de polarização $\vec{\epsilon}_i$ e denotado por A_i^b . Este vértice pode ser visto na Fig. 1.4b. A taxa de decaimento pode ser escrita como

$$\Gamma_{f_0 \rightarrow BC} = 2 \pi P \frac{E_B E_C}{M_{f_0}} \sum_{l_{BC}} \int d\Omega_P |T_{f_0 \rightarrow BC}^{(l_{BC})}|^2 \quad (1.28)$$

$$= \sum_{l_{BC}} |M_{Q\bar{Q} \rightarrow BC}^{(l_{BC})} + M_{G_0 \rightarrow BC}^{(l_{BC})}|^2 \quad (1.29)$$

onde $M_{Q\bar{Q} \rightarrow BC}^{(l_{BC})}$ e $M_{G_0 \rightarrow BC}^{(l_{BC})}$ denotam as amplitudes de transição da parte de quarks e de glueball.

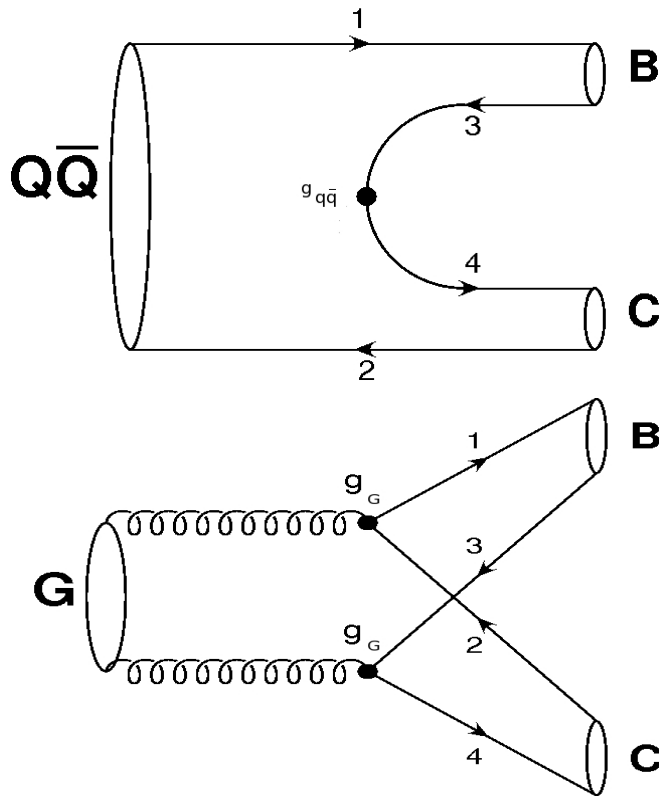


Fig. 1.4: Amplitude de decaimento a partir dos vértices de criação de um par de quarks: (a) no 3P_0 e (b) a partir dos glúons.

1.2 Misturas de Estados de Glueballs e Mésons

Na formulação da QCD na rede, no limite de acoplamento forte ($g_{QCD} \rightarrow \infty$), os glueballs e os mésons do tipo $q\bar{q}$ são auto-estados não-interagentes do Hamiltoniano da QCD. Longe deste limite há misturas e ocorre o decaimento dos autoestados de acoplamento forte.

Devido a impossibilidade de se separar os estado gg dos estados $q\bar{q}$, vamos considerar que as ressonâncias que estão nesta região são misturas destes estados. Dessa forma será possível se calcular as taxas de decaimentos hadrônicos para essas três ressonâncias. O ponto de partida para se obter um esquema de mistura do glueball com o méson usual (formado apenas por quarks) é escrever a matriz de interação H_{mis} que descreve essa mistura [21, 22]. Definindo os estados

$$|G\rangle = |gg\rangle ; |S\rangle = |s\bar{s}\rangle ; |N\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}[|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle], \quad (1.30)$$

a matriz de interação H_{mis} fica

$$(H_{\text{mis}}) = \begin{pmatrix} \langle G|H_{\text{mis}}|G\rangle & \langle G|H_{\text{mis}}|S\rangle & \langle G|H_{\text{mis}}|N\rangle \\ \langle S|H_{\text{mis}}|G\rangle & \langle S|H_{\text{mis}}|S\rangle & \langle S|H_{\text{mis}}|N\rangle \\ \langle N|H_{\text{mis}}|G\rangle & \langle N|H_{\text{mis}}|S\rangle & \langle N|H_{\text{mis}}|N\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

onde os elementos de (1.31) são números reais. Introduzindo a seguinte notação

$$f = \langle G | H_{\text{mis}} | S \rangle = \langle G | H_{\text{mis}} | N \rangle / \sqrt{2} \quad (1.32)$$

e observando que

$$\begin{aligned} M_G &= \langle G | H_{\text{mis}} | G \rangle ; M_S = \langle S | H_{\text{mis}} | S \rangle ; M_N = \langle N | H_{\text{mis}} | N \rangle ; \\ \langle S | H_{\text{mis}} | N \rangle &= \langle N | H_{\text{mis}} | S \rangle = 0, \end{aligned} \quad (1.33)$$

onde M_G , M_S e M_N representam as massas dos estados $|G\rangle$, $|S\rangle$ e $|N\rangle$. Os elementos fora da diagonal que são nulos indicam que esta matriz não mistura diretamente o quarkonia. Desta forma, H_{mis} pode ser reescrito como

$$(H_{\text{mis}}) = \begin{pmatrix} M_G & f & \sqrt{2}f \\ f & M_S & 0 \\ \sqrt{2}f & 0 & M_N \end{pmatrix}. \quad (1.34)$$

Podemos assumir que os estados físicos $|f_0(1710)\rangle$, $|f_0(1500)\rangle$ e $|f_0(1370)\rangle$ são autoestados de H_{mis} com autovalores M_1 , M_2 e M_3 , respectivamente, ou seja, M_1 , M_2 e M_3 são as massas destas ressonâncias. Assim, a equação de autovalores fica

$$\det[H_{\text{mis}} - \mathcal{M}I] = 0 \quad (1.35)$$

onde I é a matriz identidade. As massas M_1 , M_2 e M_3 , são obtidas das raízes da equação que resulta de (1.35)

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^3 &- (M_G + M_N + M_S) \mathcal{M}^2 + [M_G(M_N + M_S) + M_N M_S - 3f^2] \mathcal{M} \\ &+ f^2(M_N + 2M_S) - M_G M_N M_S = 0. \end{aligned} \quad (1.36)$$

As raízes M_1 , M_2 e M_3 de (1.36) são expressões extensas, mas pode-se demonstrar que elas satisfazem as seguintes relações, relativamente simples:

$$M_1 + M_2 + M_3 = M_G + M_S + M_N, \quad (1.37)$$

$$M_1 M_2 + M_1 M_3 + M_2 M_3 = M_G M_S + M_G M_N + M_N M_S + 3f^2, \quad (1.38)$$

$$M_1 M_2 M_3 = M_G M_S M_N. \quad (1.39)$$

Assim, podemos construir uma matriz unitária, 3×3 , que denominaremos de \mathcal{U} , que transforme os estados $|G\rangle$, $|S\rangle$ e $|N\rangle$ nos estados físicos $|f_0(1710)\rangle$, $|f_0(1500)\rangle$ e $|f_0(1370)\rangle$, isto é,

$$\begin{pmatrix} |f_0(1370)\rangle \\ |f_0(1500)\rangle \\ |f_0(1710)\rangle \end{pmatrix} = \mathcal{U} \begin{pmatrix} |G\rangle \\ |S\rangle \\ |N\rangle \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Para determinar os elementos da matriz unitária \mathcal{U} , observa-se que a matriz transformada $\mathcal{U} H_{\text{mis}} \mathcal{U}^{-1}$ também deve ser uma matriz diagonal com os mesmos elementos M_1 , M_2 e M_3 , obtidos como raízes da equação (1.36). Escrevendo a matriz \mathcal{U} de forma genérica como

$$(\mathcal{U}) = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{pmatrix}. \quad (1.41)$$

e a sua inversa

$$(\mathcal{U})^{-1} = u_{xyz} \begin{pmatrix} y_3 z_2 - y_2 z_3 & y_1 z_3 - y_3 z_1 & y_2 z_1 - y_1 z_2 \\ x_2 z_3 - x_3 z_2 & x_3 z_1 - x_1 z_3 & x_1 z_2 - x_2 z_1 \\ x_3 y_2 - x_2 y_3 & x_1 y_3 - x_3 y_1 & x_2 y_1 - x_1 y_2 \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

onde

$$u_{xyz} = \frac{1}{x_1 y_3 z_2 + x_2 y_1 z_3 - x_2 y_3 z_1 - x_3 y_1 z_2 + x_3 y_2 z_1 - x_1 y_2 z_3}. \quad (1.43)$$

Resolvendo $\mathcal{U} H_{\text{mis}} \mathcal{U}^{-1}$, a matriz \mathcal{U} pode ser escrita em termos das massas

$$(\mathcal{U}) = \begin{pmatrix} (M_1 - M_S)(M_1 - M_N)C_1 & (M_1 - M_N)fC_1 & \sqrt{2}(M_1 - M_S)fC_1 \\ (M_2 - M_S)(M_2 - M_N)C_2 & (M_2 - M_N)fC_2 & \sqrt{2}(M_2 - M_S)fC_2 \\ (M_3 - M_S)(M_3 - M_N)C_3 & (M_3 - M_N)fC_3 & \sqrt{2}(M_3 - M_S)fC_3 \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

com

$$C_{i(i=1,2,3)} = [(M_i - M_S)^2(M_i - M_N)^2 + (M_i - M_N)^2 f^2 + 2(M_i - M_S)^2 f^2]^{-1/2}. \quad (1.45)$$

O resultado acima nos permite construir esquemas de mistura com base nos parâmetros M_G , M_S , M_N e f . Desta forma o estado de um méson escalar $f_0(M)$ genérico pode ser escrito como

$$|f_0(M)\rangle = c_1 |N\rangle + c_2 |S\rangle + c_3 |G\rangle \quad (1.46)$$

com a seguinte condição de normalização

$$\sum_{i=1}^3 c_i^2 = 1. \quad (1.47)$$

Sendo assim, vamos tomar como exemplos alguns conjuntos de parâmetros conhecidos na literatura.

1. O primeiro conjunto de parâmetros a ser adotado é o obtido por Weingarten [21]

$$\begin{aligned} M_G &= 1635 \text{ MeV} \\ M_S &= 1516 \text{ MeV} \\ M_N &= 1450 \text{ MeV} \\ f &= 77 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.48)$$

Com este conjunto de parâmetros foi obtido o seguinte esquema de mistura:

$$\begin{pmatrix} |f_0(1370)\rangle \\ |f_0(1500)\rangle \\ |f_0(1710)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,46 & 0,28 & 0,84 \\ 0,19 & -0,9 & 0,40 \\ 0,87 & 0,34 & 0,36 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} |G\rangle \\ |S\rangle \\ |N\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.49)$$

onde as massas dos estados físicos são $M_{f_0(1370)} = 1390 \text{ MeV}$, $M_{f_0(1500)} = 1500 \text{ MeV}$ e $M_{f_0(1710)} = 1711 \text{ MeV}$.

2. Close e Kirk [23] obtiveram os seguintes valores

$$\begin{aligned} M_G &= 1440 \text{ MeV} \\ M_S &= 1672 \text{ MeV} \\ M_N &= 1354 \text{ MeV} \\ f &= 91 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Para este conjunto de parâmetros foi obtido o seguinte esquema de mistura:

$$\begin{pmatrix} |f_0(1370)\rangle \\ |f_0(1500)\rangle \\ |f_0(1710)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,61 & 0,13 & 0,78 \\ 0,70 & -0,38 & 0,61 \\ 0,37 & 0,92 & 0,14 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} |G\rangle \\ |S\rangle \\ |N\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.51)$$

onde as massas dos estados físicos são $M_{f_0(1370)} = 1254$ MeV, $M_{f_0(1500)} = 1503$ MeV e $M_{f_0(1710)} = 1709$ MeV.

3. M. Strohmeier-Prešiček *et. al.* obtiveram o terceiro conjunto de parâmetros que vamos considerar [16]

$$\begin{aligned} M_G &= 1508 \text{ MeV} \\ M_S &= 1556 \text{ MeV} \\ M_N &= 1355 \text{ MeV} \\ f &= 43 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Para este conjunto de parâmetros foi obtido o seguinte esquema de mistura:

$$\begin{pmatrix} |f_0(1370)\rangle \\ |f_0(1500)\rangle \\ |f_0(1710)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,34 & 0,07 & 0,94 \\ 0,75 & -0,58 & 0,31 \\ 0,56 & 0,81 & 0,15 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} |G\rangle \\ |S\rangle \\ |N\rangle \end{pmatrix}, \quad (1.53)$$

onde as massas dos estados físicos são $M_{f_0(1370)} = 1333$ MeV, $M_{f_0(1500)} = 1500$ MeV e $M_{f_0(1710)} = 1586$ MeV.

Observando-se esses esquemas de mistura podemos ver que estes não levam às mesmas conclusões, podendo ser resumido da seguinte forma

1. Weingarten:

$$\begin{aligned} |f_0(1370)\rangle &\approx |N\rangle \\ |f_0(1500)\rangle &\approx |S\rangle \\ |f_0(1710)\rangle &\approx |G\rangle, \end{aligned} \quad (1.54)$$

2. Close e Kirk:

$$\begin{aligned} |f_0(1370)\rangle &\approx |N\rangle \\ |f_0(1500)\rangle &\approx |G\rangle \\ |f_0(1710)\rangle &\approx |S\rangle, \end{aligned} \quad (1.55)$$

3. M. Strohmeier-Prešiček, A. Faessler *et. al.*:

$$\begin{aligned} |f_0(1370)\rangle &\approx |N\rangle \\ |f_0(1500)\rangle &\approx |G\rangle \\ |f_0(1710)\rangle &\approx |S\rangle. \end{aligned} \tag{1.56}$$

Apesar destas aproximações resumidas acima, a descrição precisa das taxas de decaimento para os diferentes canais estudados, necessitam da presença da mistura completa.

1.3 A física dos mésons do ponto de vista experimental

Um experimento em física de partículas tem dois componentes básicos: um acelerador e um detector. A função do acelerador é produzir partículas de alta energia. Neste processo um feixe de partículas (elétrons, pósitrons, prótons, núcleos, etc.) é criado e posteriormente acelerado até velocidades próximas a velocidade da luz. As partículas aceleradas colidem com outras partículas que podem estar aceleradas ou em repouso. Em um primeiro momento após a colisão somente uma ou duas partículas de alta energia são produzidas, mas estas logo decaem em muitas outras com energia mais baixa como ilustra a Fig. 1.5.

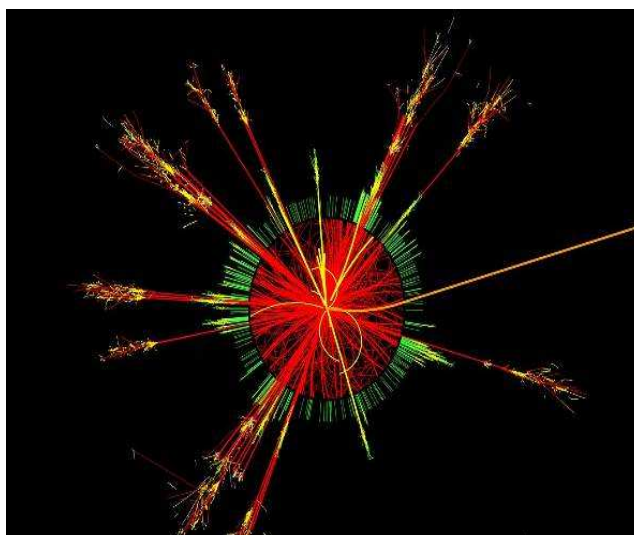


Fig. 1.5: Imagem de uma colisão de partículas.

O trabalho do detector é detectar informações sobre as partículas. Um detector típico consiste de muitos subdetectores, onde cada um executa um tipo diferente de medida. Partículas da colisão passam através dos subdetectores e interagem com cada um deles, e os resultados são registrados.

A maioria das partículas produzidas em uma colisão possuem tempo de vida muito curto e decaem antes que elas passem pelo detector. Assim, em geral, o detector observa somente as partículas mais estáveis do estado final. Estas são elétrons, múons, fótons, píons, káons carregados, ou prótons. O decaimento original deve ser reconstruído baseado sobre as medidas destas partículas.

Serão apresentados a seguir alguns experimentos dedicados ao estudo de processos através dos quais podem ser produzidos glueballs. Em especial serão abordados experimentos onde foram produzidos os candidatos a glueballs estudados nesta tese, ou seja, as ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$.

1.3.1 Crystal Barrel

O experimento Crystal Barrel é um detector acoplado ao LEAR (Low-Energy Antiproton Ring), um dos anéis de aceleração de partículas do CERN. O LEAR acelera antiprótons que colidem com alvos de hidrogênio, líquido ou gasoso, fixo no interior do detector Crystal Barrel. O LEAR operou entre 1982 e 1996, enquanto o Crystal barrel operou entre 1989 e 1996.

O processo pelo qual são formados os hádrons estudados no Crystal Barrel é a aniquilação $p\bar{p}$ (próton-antipróton). Este par $p\bar{p}$ é formado pela colisão de um antipróton de aproximadamente 200 MeV/c com um alvo fixo de hidrogênio, através de um processo chamado de efeito Auger:



Com o Crystal Barrel foi possível obter uma grande estatística de dados com três mésons pseudoescalares no estado final. Em particular, os canais $\pi^0\pi^0\pi^0$ [17, 18] e $\pi^0\eta\eta$ [18, 19, 20] levaram as ressonâncias $f_0(1370)$ e $f_0(1500)$ decaído em $\pi^0\pi^0$ e $\eta\eta$.

As ressonâncias obtidas no Crystal Barrel podem ser vistas através dos diagramas de Dalitz da Fig. 1.6. Entre elas temos a $f_0(1370)$ e $f_0(1500)$ com as seguintes propriedades [20]:

$$\begin{aligned} M_{f_0(1370)} &= (1360 \pm 35)\text{MeV} \\ \Gamma_{f_0(1370)} &= (300 - 600)\text{MeV} \end{aligned} \quad (1.58)$$

e

$$M_{f_0(1500)} = (1505 \pm 15)\text{MeV}$$

$$\Gamma_{f_0(1500)} = (120 \pm 30)\text{MeV} \quad (1.59)$$

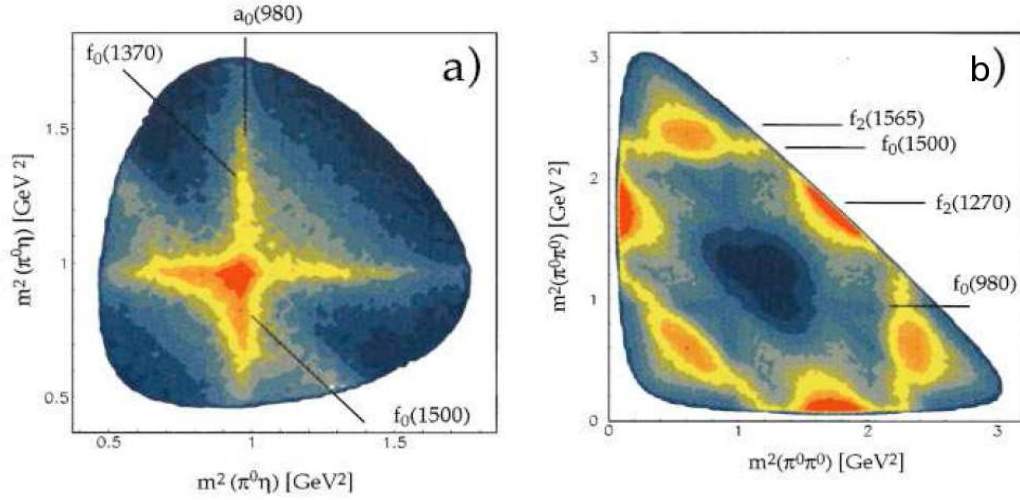


Fig. 1.6: Diagramas de Dalitz para $f_0(1370)$ e $f_0(1500)$.

1.3.2 OBELIX

O detector OBELIX, assim como o Crystal Barrel, opera no acelerador LEAR. Neste experimento foram realizadas medidas em colisões antiproton com um alvo fixo de hidrogênio, que pode estar com diferentes densidades. Nessas colisões há formação de um par próton-antipróton. Este par se aniquila formando diversas ressonâncias, tais como $f_0(1370)$ e $f_0(1500)$.

Para as ressonâncias $f_0(1370)$ e $f_0(1500)$, que são o objeto de estudo desta tese, a colaboração OBELIX obteve os resultados apresentados na Tabela 1.1.

A Colaboração OBELIX apresenta também os resultados para as branching ratios [24]. Então para $f_0(1370)$

$$\frac{f_0(1370) \rightarrow K\bar{K}}{f_0(1370) \rightarrow \pi\pi} = 0,91 \pm 0,20 \quad (1.60)$$

e para $f_0(1500)$

$$\frac{f_0(1500) \rightarrow K\bar{K}}{f_0(1500) \rightarrow \pi\pi} = 0,25 \pm 0,03 \quad (1.61)$$

Ressonância	Massa (MeV)	Γ_{total} (MeV)	$\Gamma_{parciais}$ (MeV)
$f_0(1370)$	1373 ± 15	274 ± 20	$\Gamma_{\pi\pi} = 10,8 \pm 2$ $\Gamma_{K\bar{K}} = 9,8 \pm 2$ $\Gamma_{\eta\eta} = 107 \pm 10$ $\Gamma_{4\pi} = 146 \pm 12$
$f_0(1500)$	1484 ± 10	125 ± 12	$\Gamma_{\pi\pi} = 35,8 \pm 4$ $\Gamma_{K\bar{K}} = 9,0 \pm 2$ $\Gamma_{\eta\eta} = 26,6 \pm 4$ $\Gamma_{4\pi} = 54 \pm 8$

Tab. 1.1: *Dados da colaboração OBELIX [24]*

Os resultados obtidos para a ressonância $f_0(1500)$ são melhores que os obtidos pelo Crystal Barrel e estão de acordo com os resultados de WA102.

1.3.3 WA102

O experimento WA102 estuda colisões próton-próton, onde um próton incidente de 450 GeV incide sobre outro próton.

$$pp \rightarrow p_f X p_s \quad (1.62)$$

onde p_f e p_s são os prótons rápido e lento respectivamente e X representa, por exemplo, os escalares $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$. Este processo é chamado de *produção central*. A colisão pp é importante para este estudo, pois acredita-se que esta tenha uma contribuição significativa para o processo de troca de Pomeron duplo, processo este rico em glúons. Desta forma é um processo importante na busca de estados exóticos, tais como glueballs. Uma das formas que é utilizada para obter ressonâncias e suas propriedades é através das projeções dos diagramas de Dalitz. Algumas dessas projeções, obtidas por WA102, podem ser vistas na Fig. 1.7. Outros resultados utilizados para descrever essas ressonâncias são as branching ratios. Estes resultados podem ser vistos na Tabela 1.2.

1.3.4 BES

O experimento BES (Beijing Spectrometer), que está localizado na China, é um detector de partículas acoplado ao acelerador BEPC (Beijing Electron Positron Collider), ver figura

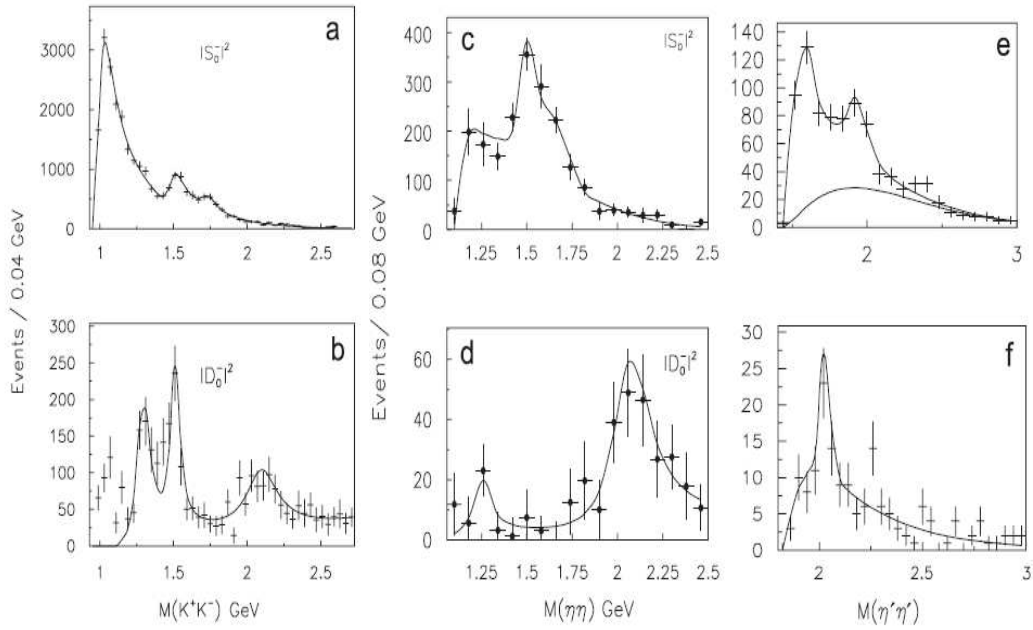


Fig. 1.7: Alguns resultados obtidos pela colaboração WA102 [25, 26, 27, 28].

1.8. No BEPC são acelerados feixes de elétrons e de pósitrons que colidem no interior do experimento BES. A construção do BES começou em 1984 e obteve os primeiros resultados em 1989. Desde então já passou por dois melhoramentos, o primeiro de 1993 a 1998 e o segundo de 2003 a 2008.

O objetivo do experimento BES é estudar os mésons charmosos, tais como D , D_S , ψ e J/ψ e também espectroscopia de hádrons leves através do decaimento destes mésons charmosos. Está previsto a obtenção de grande quantidade de dados para esses mesons,

¹ Resultado obtido de $2\pi^+2\pi^-$

² Resultado obtido de $\pi^+\pi^-2\pi^0$

Ressonância	$\pi\pi/K\bar{K}$	$\pi\pi/\eta\eta$	$\eta\eta/K\bar{K}$	$\rho\rho/2[\pi\pi]_s$	$\rho\rho/4\pi$	$\sigma\sigma/4\pi$
$f_0(1370)$	$2, 17 \pm 0, 90$		$0, 35 \pm 0, 21$		$\sim 0, 9$	~ 0
$f_0(1500)$	$3, 13 \pm 0, 68$	$5, 5 \pm 0, 84$		$2, 6 \pm 0, 4^1$ $2, 6 \pm 0, 4^2$	$0, 74 \pm 0, 03$	$0, 26 \pm 0, 03$
$f_0(1710)$	$0, 20 \pm 0, 03$		$0, 48 \pm 0, 14$			

Tab. 1.2: Dados da colaboração WA102 [26, 28]

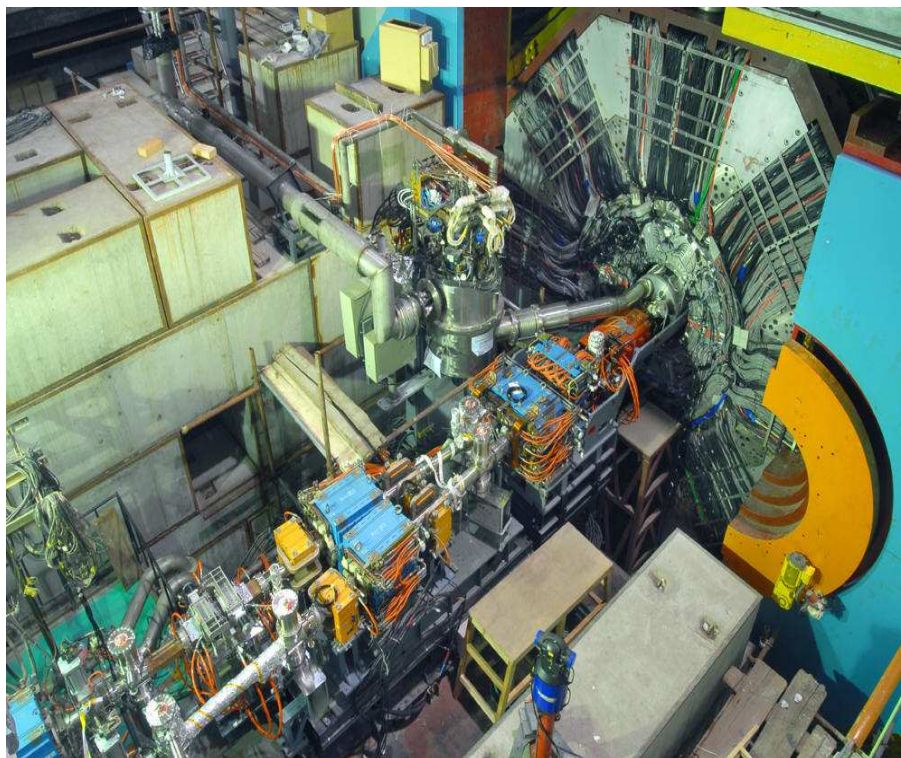


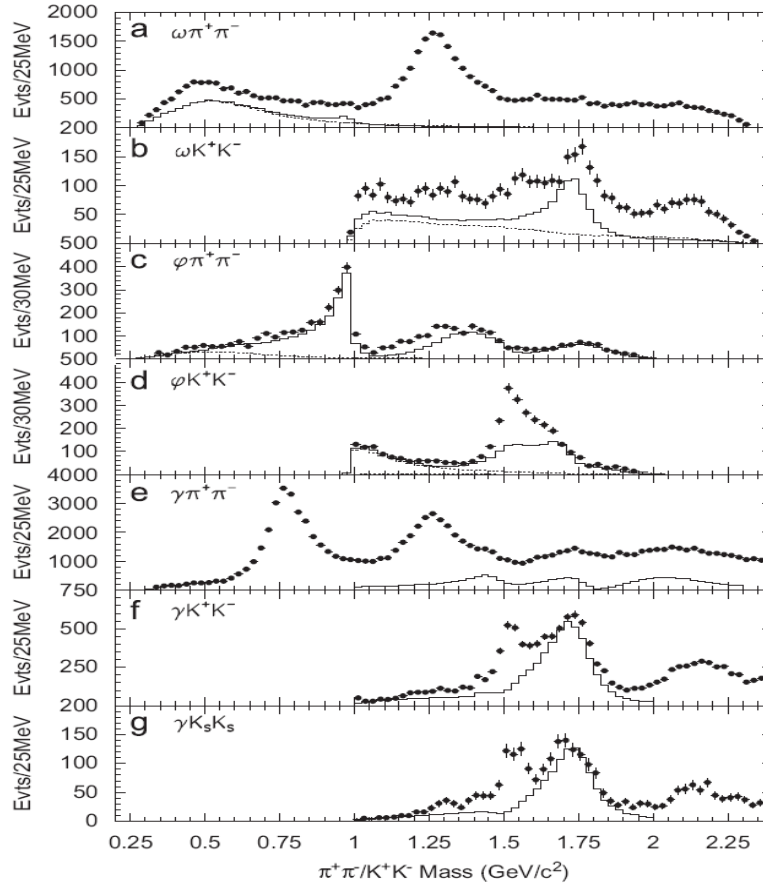
Fig. 1.8: *Fotografia do detector BES.*

aumentando assim a precisão dos resultados.

Entre os resultados mais importantes do experimento BES, está a descoberta da ressonância $X(1835)$ [29], a qual acredita-se que tenha os números quânticos 0^{-+} . Uma das interpretações para essa ressonância é que esta seja um glueball pseudo-escalar [30]. No setor dos escalares também foram obtidos dados originados do decaimento de J/ψ . Na Fig 1.9 podem ser vistos gráficos com evidências de varias ressonâncias escalares. A Colaboração BES obteve também algumas propriedades das ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$, como podemos ver na Tabela 1.3 [31]. BES obteve ainda, a branching ratio para $f_0(1710)$ decaindo em $\pi\pi$ e $K\bar{K}$ [31].

Ressonância	Massa (MeV)	Γ (MeV)
$f_0(1500)$	$1466 \pm 6 \pm 20$	$108_{-11}^{+14} \pm 25$
$f_0(1710)$	$1765_{-3}^{+4} \pm 13$	$145 \pm 8 \pm 69$

Tab. 1.3: *Dados da colaboração BES [31]*


 Fig. 1.9: Decaimentos de J/ψ .

$$\frac{\Gamma(f_0(1710) \rightarrow \pi\pi)}{\Gamma(f_0(1710) \rightarrow K\bar{K})} = 0,41^{+0,11}_{-0,17} \quad (1.63)$$

1.3.5 Cleo

Cleo-C, o atual experimento do Cleo, é um programa de física de charme localizado no *Cornell Electron Storage Ring (CESR)*, na Universidade de Cornell, Estados Unidos. Através das medidas de decaimentos dos mésons D e D_s , o Cleo-C faz um teste crucial das técnicas da QCD na rede usadas para calcular importantes processos de quarks pesados. O experimento também determina a fração de canais hadrônicos dos mésons D e D_s , os quais normalizam muitas medidas dos decaimentos bottom e charm. Cleo-C também explora espectroscopia de quarkônia pesada e estados relacionados. O experimento inclui o acelerador CESR-C, que produz feixes de elétrons com energia entre 1.5 e 5.6 GeV, e

o detector Cleo-C, vistos na figura (1.10). As colisões ocorrem entre elétrons e pósitrons. Em 2005, Cleo-C descobriu o méson h_c , o estado 1P_1 do charmonium. Este méson já era

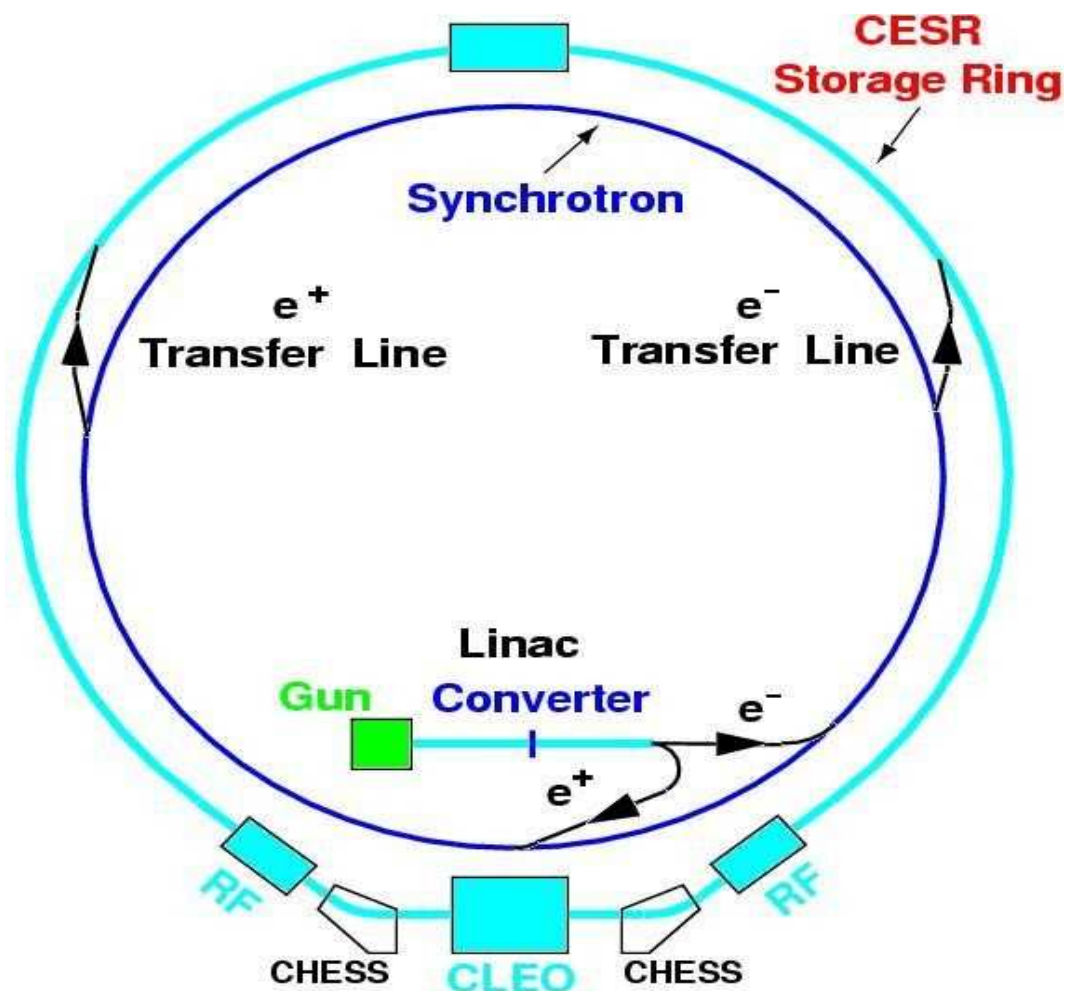


Fig. 1.10: Visão esquemática de CLEO.

previsto teoricamente, mas levou muito tempo até ser detectado. Mesmo não sendo um experimento dedicado ao estudo de mésons leves, CLEO obteve medidas para os escalares abordados nesta tese. Estes resultados foram publicados em [32].

1.3.6 BaBar e Belle

BaBar e Belle são experimentos de Física de Altas Energias que tem por objetivo estudar a violação da simetria de carga e paridade (violação CP) no decaimento de mésons B. Esta violação manifesta-se com o diferente comportamento entre partículas e anti-partículas. Este

é o primeiro passo para explicar a assimetria existente entre partículas e anti-partículas no Universo. O experimento BaBar está localizado no *Stanford Linear Accelerator Center*, próximo à Universidade de Stanford, na Califórnia. Enquanto o experimento Belle está localizado no acelerador KEK-B, que produz elétrons com energia de 8 GeV e pósitros com energia de 3.5 GeV que colidem dentro do detector Belle. O experimento está localizado próximo a Tóquio, Japão .

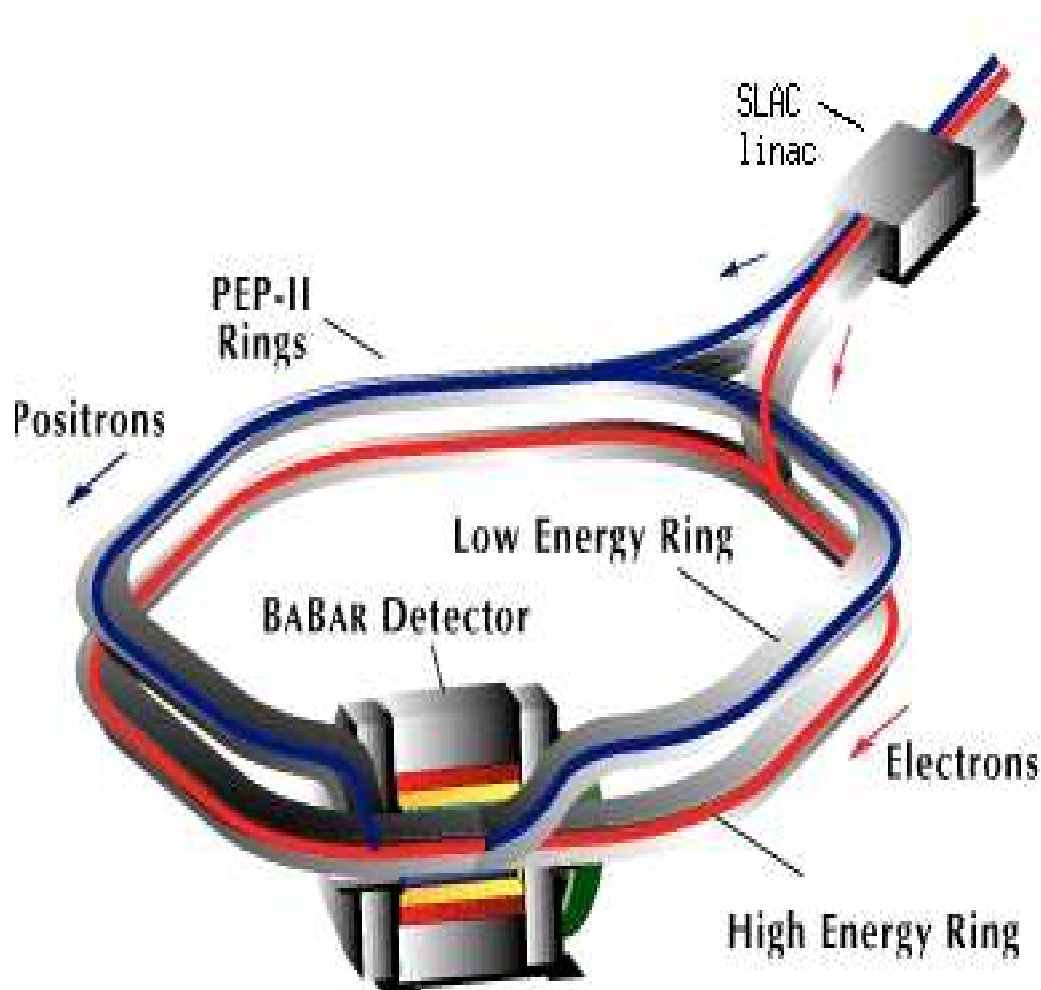


Fig. 1.11: *Visão esquemática do PEP-II e do detector de Babar*

Com os detectores BaBar e Belle foi possível a detecção de novas partículas e obter mais dados para as observadas anteriormente. Esses experimentos também obtiveram dados para as ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$ [33, 34].

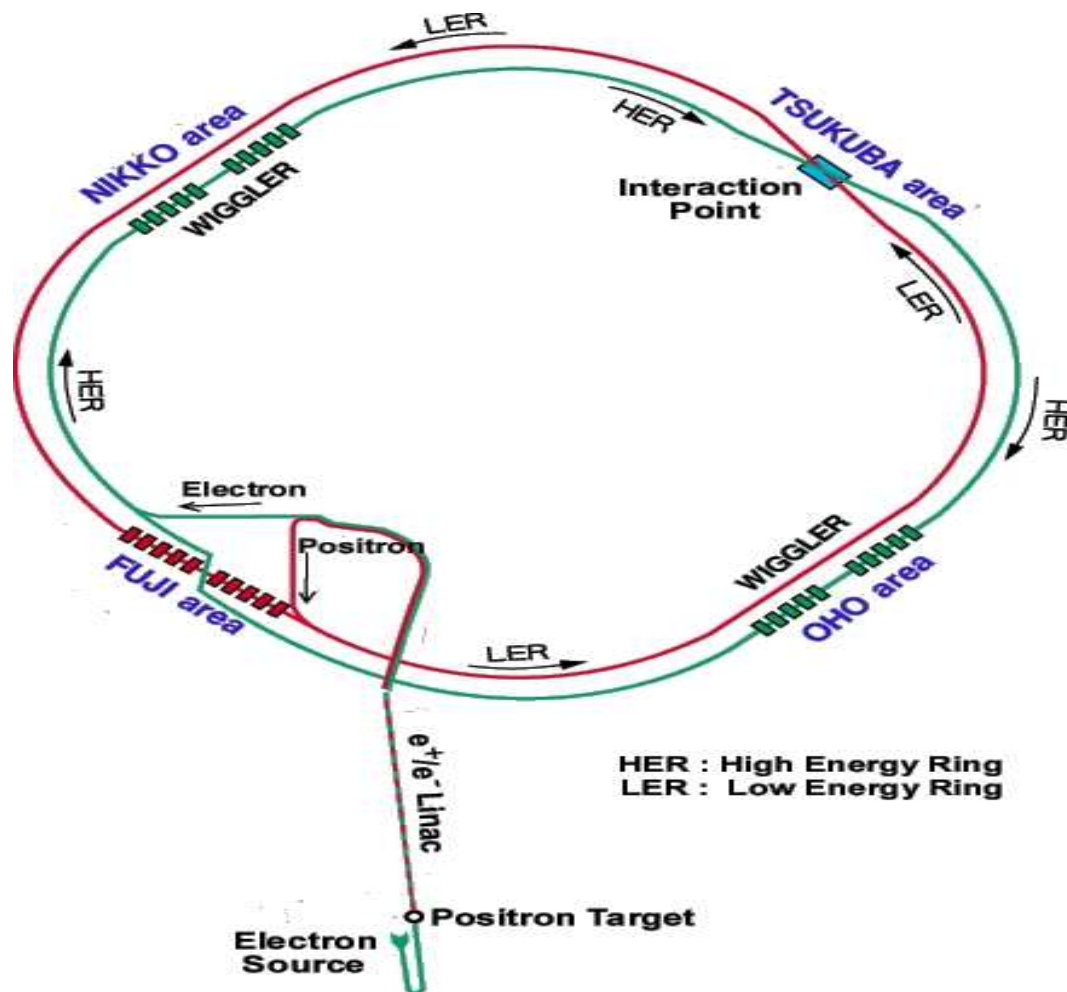


Fig. 1.12: Visão esquemática de Belle.

1.3.7 Jefferson Lab e o Hall D

O *Thomas Jefferson National Accelerator Facility* (Jefferson Lab) é constituído por “corredores” de aceleração chamados de *halls*. Encontra-se em fase de construção um novo hall experimental, o chamado “Hall D”. O projeto *GlueX* fará uso do Hall D e deverá entrar em funcionamento em 2011-2012. O experimento incluirá o acelerador CEBAF (Continuous Electron Beam Accelerator Facility) a uma energia de 12 GeV e o detector GlueX. Os elétrons vindos do acelerador a uma energia de 12 GeV produzirão feixes de fótons linearmente polarizados com energia de 9 GeV, usando a técnica *bremsstrahlung*. Uma imagem do experimento é mostrada na Fig. (1.13).

O objetivo do projeto é mapear detalhadamente o espectro dos mésons híbridos, co-

meçando com aqueles que possuem números quânticos exóticos. Os fótons linearmente polarizados, produzidos por elétrons vindos do acelerador CEBAF, serão utilizados para descobrir este espectro. Esta informação experimental servirá para encontrar a resposta para uma questão fundamental em física - a compreensão quantitativa do mecanismo de confinamento em cromodinâmica quântica.

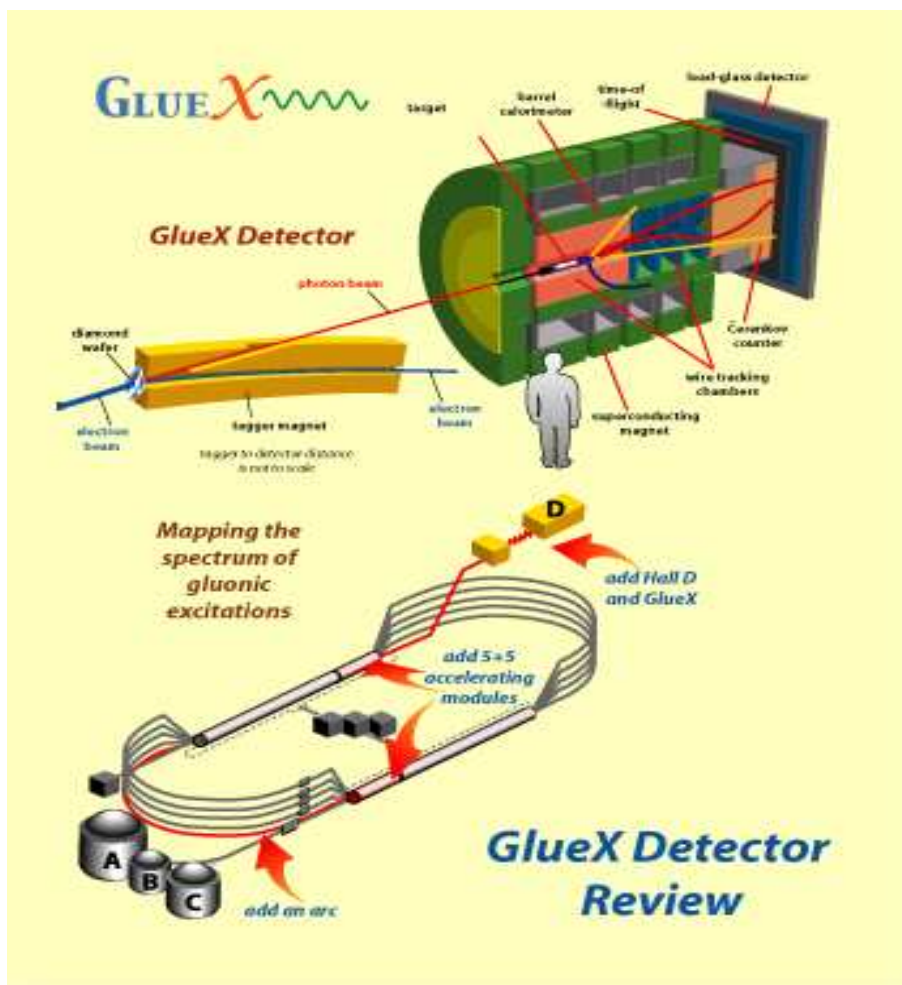


Fig. 1.13: Visão esquemática do GlueX.

Capítulo 2

Formalismo de Fock-Tani para Mésons- $Q\bar{Q}$

Neste capítulo será apresentada uma revisão dos aspectos gerais do formalismo de Fock-Tani e a sua aplicação às interações entre mésons constituídos por quarks (mésons- $Q\bar{Q}$). Inicialmente, o formalismo de Fock-Tani foi desenvolvido por M. Girardeau e colaboradores [8, 9, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43] nas décadas de '70 e '80 para estudar interações entre átomos para energias nas quais os seus graus de liberdade internos, de elétrons e prótons, não podiam ser desprezados.

Este formalismo foi estendido para a física dos hádrons, no estudo de bárions no trabalho de doutorado de Dimiter Hadjimichef (IFT/1995) [44], no estudo de mésons no trabalho de doutorado de Sérgio Szpigel (USP/1995) [45] e em publicações posteriores [46, 47, 48]. Outras aplicações foram para sistemas mistos com interações entre bósons e férmions como, por exemplo, no sistema káon-núcleon [49] e também para interações entre glueballs (trabalho de mestrado de Mário L. L. da Silva, UFRGS - 2004) [50, 51]. Dessa forma, será apresentado a seguir a revisão extraída da dissertação de mestrado de Joseima Neves de Quadros [52], revisão esta baseada nos trabalhos de Sérgio Szpigel (tese de doutorado) [45] e de Daniel Tavares da Silva (dissertação de mestrado) [53].

2.1 O Formalismo de Fock-Tani

No formalismo de Fock-Tani (FFT) partimos da representação do sistema no espaço de Fock, usando operadores de criação e aniquilação para as partículas constituintes elementares. Consideremos um sistema contendo quarks e antiquarks (constituintes elementares) que podem formar estados ligados (mésons compostos). Nesta representação, os estados de um méson podem ser construídos a partir de operadores de criação de mésons aplicados

ao vácuo, operadores estes que podem ser definidos em termos de combinações lineares de produtos de operadores de criação de quarks e antiquarks.

Consideremos o estado de um méson composto por um quark e um antiquark. O vetor de estado $|\alpha\rangle$ no espaço de Fock que descreve esse méson, é dado por

$$|\alpha\rangle = M_\alpha^\dagger |0\rangle, \quad (2.1)$$

onde M_α^\dagger é o operador de criação de um méson composto no estado α e $|0\rangle$ é o estado de vácuo, definido por:

$$q_\mu |0\rangle = \bar{q}_\nu |0\rangle = 0; \quad (2.2)$$

nesta representação q_μ representa o operador aniquilação de um quark contendo números quânticos representados por μ , e \bar{q}_ν denota o operador aniquilação de um antiquark com números quânticos representados por ν ; o operador M_α^\dagger é definido como:

$$M_\alpha^\dagger = \Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger, \quad (2.3)$$

onde $\Phi_\alpha^{\mu\nu}$ é a função de onda do estado ligado do méson, sendo q_μ^\dagger e \bar{q}_ν^\dagger os correspondentes conjugados hermitianos de q_μ e \bar{q}_ν . O índice α representa, de uma maneira compacta, os números quânticos do méson: $\alpha = \{\text{espacial, spin, isospin}\}$. Os índices μ e ν identificam os números quânticos de quarks e antiquarks: $\mu, \nu = \{\text{espacial, spin, sabor, cor}\}$. É conveniente ademais trabalhar com funções de onda orto-normalizadas:

$$\langle\alpha|\beta\rangle = \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\mu\nu} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.4)$$

Os operadores de quark e antiquark satisfazem relações de anticomutação canônicas,

$$\begin{aligned} \{q_\mu, q_\nu\} &= \{q_\mu, \bar{q}_\nu\} = \{\bar{q}_\mu, \bar{q}_\nu\} = \{q_\mu, \bar{q}_\nu^\dagger\} = 0, \\ \{q_\mu, q_\nu^\dagger\} &= \{\bar{q}_\mu, \bar{q}_\nu^\dagger\} = \delta_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Utilizando estas relações de anticomutação, juntamente com a condição de orto-normalização apresentada na equação (2.4), obtemos as relações de comutação para os operadores de mésons compostos:

$$[M_\alpha, M_\beta] = 0, \quad [M_\alpha, M_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} - \mathcal{M}_{\alpha\beta}, \quad (2.6)$$

onde

$$\mathcal{M}_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\mu\sigma} \bar{q}_\sigma^\dagger \bar{q}_\nu + \Phi_\alpha^{*\mu\nu} \Phi_\beta^{\rho\nu} q_\rho^\dagger q_\mu. \quad (2.7)$$

Adicionalmente, temos

$$\begin{aligned} [q_\mu, M_\alpha] &= [\bar{q}_\nu, M_\alpha] = 0, \\ [q_\mu, M_\alpha^\dagger] &= \Phi_\alpha^{\mu\nu} \bar{q}_\nu^\dagger, \\ [\bar{q}_\nu, M_\alpha^\dagger] &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger. \end{aligned} \quad (2.8)$$

O termo $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ apresentado na Eq. (2.7), e que aparece na relação não-canônica (2.6), é uma manifestação da natureza composta e da estrutura interna dos mésons. A presença deste termo é indicativo do alto nível de complexidade que surge no tratamento de problemas em que os graus de liberdade internos dos mésons não podem ser desprezados, pois as técnicas usuais da teoria de campos, tais como a utilização de funções de Green, do teorema de Wick, entre outros, aplicam-se a operadores que satisfazem relações de comutação (ou anticomutação) canônicas. Analogamente, o fato de que os comutadores $[q_\mu, M_\alpha^\dagger]$ e $[\bar{q}_\nu, M_\alpha^\dagger]$ não se anulam expressa a dependência cinemática entre o operador de méson e os operadores de quark e antiquark. Assim, os operadores de méson, M_α e M_α^\dagger , não são variáveis dinâmicas convenientes.

A idéia do formalismo de Fock-Tani é fazer uma mudança de representação, de forma que os operadores das partículas compostas sejam redescritos por operadores que satisfazem relações de comutação canônicas. Naturalmente, as complicações da natureza composta dos mésons aparecerão em algum outro ponto do formalismo. A mudança de representação é realizada por meio de um operador unitário, U , de modo que os estados de um méson composto sejam redescritos por estados de um méson ideal, descritos por operadores de destruição e criação de partículas “ideais”, m_α e m_α^\dagger . Em outras palavras, queremos efetuar a seguinte substituição

$$\boxed{\begin{array}{ccc} M_\alpha^\dagger|0\rangle & \implies & m_\alpha^\dagger|0\rangle \\ \text{Méson} & & \text{méson} \\ \text{físico} & & \text{ideal} \end{array}} \quad (2.9)$$

Dessa forma, se $|\alpha\rangle$ representa um estado de um méson composto, ele será redescrito por um méson elementar “ideal” sob a transformação

$$|\alpha\rangle \longrightarrow U^{-1}|\alpha\rangle \equiv |\alpha\rangle = m_\alpha^\dagger|0\rangle . \quad (2.10)$$

Note-se que na nova representação, os estados de mésons elementares ideais são representados por “bras” e “kets” circulares ao invés de angulares. O estado $|0\rangle$ representa o vácuo para os graus de liberdade de quarks, antiquarks e mésons “ideais” na nova representação e operadores de méson “ideal”, m_α^\dagger e m_α , satisfazem, por definição, relações de comutação canônicas

$$\begin{aligned} [m_\alpha, m_\beta] &= 0 , \\ [m_\alpha, m_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} , \end{aligned} \quad (2.11)$$

e são cinematicamente independentes dos operadores de quarks e antiquarks

$$[q_\mu, m_\alpha] = [q_\mu, m_\alpha^\dagger] = [\bar{q}_\nu, m_\alpha] = [\bar{q}_\nu, m_\alpha^\dagger] = 0. \quad (2.12)$$

No apêndice C vamos apresentar alguns aspectos formais associados ao espaço de Fock ideal [44].

2.1.1 Representação de Mésons Elementares Ideais

Uma forma de implementar a substituição (2.9) consiste em definir um novo operador

$$f_{M0} = m_\alpha^\dagger M_\alpha \quad (2.13)$$

que atua sobre o estado mesônico composto; combinando-o com as expressões (2.1) e (2.6), obtemos

$$\begin{aligned} f_{M0} |\beta\rangle &= m_\alpha^\dagger M_\alpha |\beta\rangle = m_\alpha^\dagger M_\alpha M_\beta^\dagger |0\rangle = m_\alpha^\dagger (M_\beta^\dagger M_\alpha + \delta_{\alpha\beta} - \mathcal{M}_{\alpha\beta}) |0\rangle \\ &= m_\beta^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Desta expressão vemos que a atuação de f_{M0} sobre o estado composto produz efetivamente um estado elementar “ideal” na forma buscada. Podemos construir, a partir de (2.13), um operador \mathcal{F}_{M0} , anti-hermitiano, $\mathcal{F}_{M0}^\dagger = -\mathcal{F}_{M0}$, da seguinte forma

$$\mathcal{F}_{M0} = f_{M0} - f_{M0}^\dagger = m_\alpha^\dagger M_\alpha - M_\alpha^\dagger m_\alpha, \quad (2.15)$$

onde a atuação de \mathcal{F}_{M0} sobre os estados composto e elementar resulta, respectivamente, em

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{M0} |\alpha\rangle &= m_\alpha^\dagger |0\rangle \\ \mathcal{F}_{M0} m_\alpha^\dagger |0\rangle &= -|\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Finalmente, podemos construir, a partir da definição (2.15) do operador anti-hermitiano \mathcal{F}_{M0} , uma transformação unitária capaz de implementar a substituição expressa na equação (2.9), isto é, podemos definir

$$U(t) = \exp(t\mathcal{F}_{M0}) \quad (2.17)$$

onde o operador \mathcal{F}_{M0} , o gerador da transformação buscada, depende de um parâmetro real, t , como será visto a seguir (t representa na realidade um ângulo de rotação no espaço de Hilbert). Utilizando (2.16), podemos obter as expressões para as potências de \mathcal{F}_{M0} aplicadas aos estados composto (físico) e elementar (ideal), respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{M0}^2 M_\alpha^\dagger |0\rangle &= -M_\alpha^\dagger |0\rangle & \mathcal{F}_{M0}^2 m_\alpha^\dagger |0\rangle &= -m_\alpha^\dagger |0\rangle \\ \mathcal{F}_{M0}^3 M_\alpha^\dagger |0\rangle &= -m_\alpha^\dagger |0\rangle & \mathcal{F}_{M0}^3 m_\alpha^\dagger |0\rangle &= M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ \vdots & & \vdots & \end{aligned} \quad (2.18)$$

Desta forma, podemos realizar a transformação unitária completa sobre o estado composto

$$\begin{aligned}
 U^{-1}(t) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle &= \left(1 - t\mathcal{F}_{M0} + \frac{t^2}{2!}\mathcal{F}_{M0}^2 - \frac{t^3}{3!}\mathcal{F}_{M0}^3 + \dots\right) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle \\
 &= \left(1 + \frac{t^2}{2!}\mathcal{F}_{M0}^2 + \frac{t^4}{4!}\mathcal{F}_{M0}^4 + \dots\right) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle \\
 &\quad - \left(t\mathcal{F}_{M0} + \frac{t^3}{3!}\mathcal{F}_{M0}^3 + \frac{t^5}{5!}\mathcal{F}_{M0}^5 + \dots\right) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle \\
 &= \left(1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} - \dots\right) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle - \left(t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots\right) m_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle \\
 &= (\cos t) M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle - (\sin t) m_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Se tomarmos $t = -\pi/2$ obtemos o estado transformado

$$U^{-1} M_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle = m_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle \equiv |\alpha\rangle. \tag{2.20}$$

2.2 A Transformação de Fock-Tani dos Operadores.

2.2.1 Cálculo de Múltiplos Comutadores

O primeiro passo na implementação do método requer a transformação dos operadores básicos do modelo em estudo. À primeira vista, a transformação unitária poderia ser avaliada com uma expansão em múltiplos comutadores envolvendo todas as ordens de produtos dos operadores de criação e destruição de mésons físicos e ideais. A transformação de um operador de méson, por exemplo, seria da seguinte forma

$$M_{\alpha}^{\dagger}(t) = U^{-1}(t) M_{\alpha}^{\dagger} U(t) = \exp(-t\mathcal{F}_{M0}) M_{\alpha}^{\dagger} \exp(t\mathcal{F}_{M0}) = M_{\alpha}^{\dagger} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{t^j}{j!} [M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_j \tag{2.21}$$

onde $[M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_j$ denota o múltiplo comutador de ordem j definido de maneira recursiva por

$$\begin{aligned}
 [M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_1 &= [M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}] & ; & & [M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_2 &= [[M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_1, \mathcal{F}_{M0}] \\
 \dots [M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_{j+1} &= [[M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_j, \mathcal{F}_{M0}].
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Através da relação operatorial simples

$$[A, BC] = [A, B]C + B[A, C] \tag{2.23}$$

podemos calcular $[M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}]_j$ para diferentes valores de j . De (2.15) temos, por exemplo, para o termo de primeira ordem

$$[M_{\alpha}^{\dagger}, \mathcal{F}_{M0}] = [M_{\alpha}^{\dagger}, m_{\beta}^{\dagger}M_{\beta} - M_{\beta}^{\dagger}m_{\beta}] = m_{\beta}^{\dagger}(\mathcal{M}_{\alpha\beta} - \delta_{\alpha\beta}). \tag{2.24}$$

Nos demais termos das ordens subsequentes aparecem potências das mais diferentes ordens em $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$. Se desprezarmos os termos envolvendo potências de $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ o cálculo fica simplificado. No entanto, estamos com isso eliminando do problema os efeitos da estrutura interna dos mésons. Este caso, apenas para efeito ilustrativo, é mostrado abaixo (um procedimento mais elaborado será mostrado mais adiante).

$$\begin{aligned} [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_1 &\approx -m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_2 &\approx -M_\alpha^\dagger \\ [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_3 &\approx m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_4 &\approx M_\alpha^\dagger \\ [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_5 &\approx -m_\alpha^\dagger & , & & [M_\alpha^\dagger, \mathcal{F}_{M0}]_6 &\approx -M_\alpha^\dagger \\ & & & & & \vdots \end{aligned} \tag{2.25}$$

Destas expressões encontramos

$$M_\alpha^\dagger(t) \approx (\cos t) M_\alpha^\dagger - (\sin t) m_\alpha^\dagger ; \tag{2.26}$$

em particular quando $t = -\pi/2$ temos

$$M_\alpha^\dagger(t) \approx m_\alpha^\dagger. \tag{2.27}$$

A expansão em múltiplos comutadores (2.21), usada para determinar a transformação de operadores, não é do ponto de vista prático muito útil. A razão disto reside no fato de até a aproximação de “ordem zero” (Eq. (2.26)) envolver uma série infinita. À medida que levarmos em conta o termo operatorial $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$, a série gerada pela expansão em múltiplos comutadores torna-se muito mais complexa. Há nestes termos, devido à sua complexidade, pouca esperança em reconhecermos termos gerais da série relevante e procedermos na busca de efetuar a sua soma de maneira fechada. Então, torna-se uma necessidade desenvolvermos um método consistente e eficiente para avaliarmos os operadores transformados.

Na próxima subseção , mostraremos uma técnica chamada de *método das equações de movimento*, que servirá para construir a transformação de Fock-Tani dos operadores de maneira iterativa.

2.2.2 O Método Iterativo das “Equações de Movimento”

Os operadores básicos de um determinado modelo aplicado a física de mésons compostos, tais como o operador Hamiltoniano, correntes eletromagnéticas, entre outros, são expressos em termos de operadores de criação e destruição de quarks e antiquarks. Dessa forma, para obtermos os operadores do modelo na nova representação, aquela que envolve mésons ideais, necessitamos dos operadores de criação e destruição de quarks e antiquarks transformados.

Apresentamos abaixo os operadores de destruição de quarks e antiquarks na nova representação, simbolizados respectivamente por q_{FT} e \bar{q}_{FT}

$$\begin{aligned} q_{\text{FT}} &= U^{-1}qU \\ \bar{q}_{\text{FT}} &= U^{-1}\bar{q}U . \end{aligned} \quad (2.28)$$

Os operadores de criação correspondentes são obtidos de forma análoga, tomando o conjugado Hermitiano da Eq. (2.28) e lembrando que $U^{-1} = U^\dagger$.

Os cálculos dessas expressões pelo método de multicomutadores é complexo, envolvendo séries infinitas e não podem, em geral, ser expressos em uma forma fechada. No entanto, as transformações destes operadores podem ser obtidas iterativamente através do método denominado de “equações de movimento”, sugerido por Girardeau[35]. Para qualquer operador O , define-se:

$$O(t) = \exp(-t\mathcal{F}_{M0})O \exp(t\mathcal{F}_{M0}) . \quad (2.29)$$

Diferenciando-se a expressão acima com relação a t , obtemos a equação de movimento para o operador O :

$$\frac{dO(t)}{dt} = [O(t), \mathcal{F}_{M0}] , \quad (2.30)$$

com a “condição inicial”:

$$O(t=0) = O . \quad (2.31)$$

Os operadores transformados de Fock-Tani são obtidos das soluções das Eqs. (2.30)-(2.31) para $t = -\frac{\pi}{2}$:

$$O_{\text{FT}}(t) |_{t=-\pi/2} = U^{-1}(t)OU(t) |_{t=-\pi/2} = O(-\pi/2) . \quad (2.32)$$

Deste modo, usando a Eq. (2.30) e o gerador da transformação dado na Eq. (2.15), obtemos as equações de movimento para os operadores de quarks e antiquarks:

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu(t)}{dt} &= [q_\mu(t), \mathcal{F}_{M0}] \\ &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu} \bar{q}_\nu^\dagger(t) m_\alpha(t) , \end{aligned} \quad (2.33)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{q}_\nu(t)}{dt} &= [\bar{q}_\nu(t), \mathcal{F}_{M0}] \\ &= \Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger(t) m_\alpha(t) . \end{aligned} \quad (2.34)$$

Uma vez que as equações de movimento para q e \bar{q} envolvem $m_\alpha(t)$, é necessário obter também a equação de movimento para $m_\alpha(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha(t)}{dt} &= [m_\alpha(t), \mathcal{F}_{M0}] \\ &= M_\alpha(t) . \end{aligned} \quad (2.35)$$

Da mesma forma,

$$\begin{aligned} \frac{dM_\alpha(t)}{dt} &= [M_\alpha(t), \mathcal{F}_{M0}] \\ &= -[\delta_{\alpha\beta} - \mathcal{M}_{\alpha\beta}(t)] m_\beta(t) . \end{aligned} \quad (2.36)$$

As Eqs. (2.33)-(2.36), juntamente com suas equações conjugadas hermitianas, formam um conjunto de equações diferenciais não-lineares acopladas, e que apresentam um grau elevado de complexidade no que se refere a sua resolução, comparável à técnica de multi-comutadores. No entanto, essas equações podem ser resolvidas de maneira direta através do método de iteração.

Partindo de uma aproximação de ordem zero, onde é desprezado o termo $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$, coletamos os termos de mesma ordem na função de onda do estado ligado, Φ_α e Φ_α^* . Dessa forma, escrevemos os operadores criação e destruição como uma expansão

$$\begin{aligned} q_\mu(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} q_\mu^{(i)}(t) , & \bar{q}_\mu(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} \bar{q}_\mu^{(i)}(t) , \\ m_\alpha(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} m_\alpha^{(i)}(t) , & M_\alpha(t) &= \sum_{i=0}^{\infty} M_\alpha^{(i)}(t) , \end{aligned} \quad (2.37)$$

onde (i) indica a ordem nas funções de onda. Para que se tenha uma contagem de potências consistente, como pode ser visto nas Eqs. (2.39) a seguir, a presença implícita das funções de onda na definição dos operadores M_α e M_α^\dagger via Eq. (2.3), não devem entrar na contagem. Desta forma, as expansões da Eq. (2.37) pode ser entendidas como expansões na densidade do sistema[35].

Assim, as equações de movimento em ordem zero nas funções de onda são obtidas desprezando-se os termos $\mathcal{M}_{\alpha\beta}(t)$ e Φ_α nas Eqs. (2.33)-(2.36):

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(0)}(t)}{dt} &= 0 \quad ; \quad \frac{d\bar{q}_\nu^{(0)}(t)}{dt} = 0 ; \\ \frac{dM_\alpha^{(0)}(t)}{dt} &= -m_\alpha^{(0)}(t) \quad ; \quad \frac{dm_\alpha^{(0)}(t)}{dt} = M_\alpha^{(0)}(t) . \end{aligned} \quad (2.38)$$

Usando as condições iniciais da Eq. (2.31), as soluções resultam em

$$\begin{aligned} q_\mu^{(0)}(t) &= q_\mu \quad ; \quad \bar{q}_\nu^{(0)}(t) = \bar{q}_\nu ; \\ m_\alpha^{(0)}(t) &= m_\alpha \cos t + M_\alpha \sin t \quad ; \quad M_\alpha^{(0)}(t) = M_\alpha \cos t - m_\alpha \sin t . \end{aligned} \quad (2.39)$$

Deve-se notar que as condições iniciais foram impostas sobre o termo de ordem zero na expansão da Eq. (2.37). Assim, para que esta expansão seja consistente com a Eq. (2.31), devemos ter como condições iniciais para os termos de ordem $i \geq 1$ que:

$$q_\mu^{(i)}(t=0) = \bar{q}_\mu^{(i)}(t=0) = m_\alpha^{(i)}(t=0) = M_\alpha^{(i)}(t=0) = 0 , \text{ para } i \geq 1 . \quad (2.40)$$

Uma vez que o termo $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ não contribui para as equações de movimento em primeira ordem, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(1)}(t)}{dt} &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) \quad ; \quad \frac{d\bar{q}_\nu^{(1)}(t)}{dt} = \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) ; \\ \frac{dM_\alpha^{(1)}(t)}{dt} &= -m_\alpha^{(1)}(t) \quad ; \quad \frac{dm_\alpha^{(1)}(t)}{dt} = M_\alpha^{(1)}(t) . \end{aligned} \quad (2.41)$$

Com as condições iniciais da Eq. (2.40) e a condição em $t = -\pi/2$, ao integrar-se as expressões da Eq. (2.41) combinadas com as expressões da Eq. (2.39), obtemos:

$$\begin{aligned} q_\mu^{(1)}(t) &= -\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger [m_\alpha \sin t + M_\alpha (1 - \cos t)] , \\ \bar{q}_\nu^{(1)}(t) &= \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^\dagger [m_\alpha \sin t + M_\alpha (1 - \cos t)] , \\ m_\alpha^{(1)}(t) &= 0 , \\ M_\alpha^{(1)}(t) &= 0 . \end{aligned} \quad (2.42)$$

Esse processo iterativo pode ser estendido diretamente até ordens mais altas. No entanto, as soluções de segunda ordem em diante darão origem a termos seculares, isto é, termos que envolvem polinômios em t , além de funções trigonométricas em t . Entre outras coisas, os termos seculares introduzem as familiares discrepâncias “post-prior” [42] na análise de processos de espalhamento e processos reativos. A origem dos termos seculares está na assimetria das equações de movimento para m_α e M_α , Eqs. (2.35) e (2.36). A simetria é quebrada pelo termo $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$. Formalmente o problema foi resolvido por Girardeau e Straton [41]. A solução consiste em adicionar a \mathcal{F}_{M_0} um termo dependente de $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ de modo que as equações tornem-se simétricas. Seguimos, aqui, o procedimento de Lo e Girardeau [42], que embora seja equivalente ao procedimento de Girardeau e Straton, é mais elegante e sistemático. O gerador da transformação é definido neste caso como

$$\mathcal{F}_M = m_\alpha^\dagger \tilde{M}_\alpha - \tilde{M}_\alpha^\dagger m_\alpha, \quad (2.43)$$

ou seja, como uma superposição de termos do tipo do operador anti-hermitiano definido na Eq.(2.15) e onde o operador \tilde{M}_α é uma função somente dos operadores de quark e antiquark. \tilde{M}_α é escolhido de tal forma que satisfaça relações de comutação canônicas, ou seja:

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta] &= 0 , \\ [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} , \end{aligned} \quad (2.44)$$

isto é, incorporando em sua definição termos que eliminam a presença de $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ em (2.6). Isto leva a equações de movimento simétricas para m_α e \tilde{M}_α em todas as ordens nas funções de onda de estado ligado Φ_α e Φ_α^* :

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha(t)}{dt} &= [m_\alpha(t), \mathcal{F}_M] = \tilde{M}_\alpha(t) , \\ \frac{d\tilde{M}_\alpha(t)}{dt} &= [\tilde{M}_\alpha(t), \mathcal{F}_M] = -m_\alpha(t) , \end{aligned} \quad (2.45)$$

e que representam assim uma extensão das Eqs.(2.35) e (2.36). Note-se que, diferentemente da Eq.(2.36), a segunda das expressões acima não contém explicitamente a presença do termo $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ que está contido implicitamente na definição de \tilde{M}_α . As soluções destas equações

$$\begin{aligned} m_\alpha(t) &= \tilde{M}_\alpha \sin t + m_\alpha \cos t , \\ \tilde{M}_\alpha(t) &= \tilde{M}_\alpha \cos t - m_\alpha \sin t , \end{aligned} \quad (2.46)$$

contêm somente funções trigonométricas em t . Não é difícil mostrar que isto elimina também os termos seculares dos operadores de quark e antiquark.

O operador \tilde{M}_α é também determinado iterativamente, ou seja, ordem a ordem em Φ_α e Φ_α^* , de modo que \tilde{M}_α pode ser expandido similarmente às definições apresentadas em (2.37), como

$$\tilde{M}_\alpha(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \tilde{M}_\alpha^{(i)}(t) , \quad (2.47)$$

onde, novamente, (i) indica a ordem considerada em Φ_α e Φ_α^* . O termo de ordem zero é trivialmente dado por:

$$\tilde{M}_\alpha^{(0)} = M_\alpha , \quad (2.48)$$

que certamente satisfaz a Eq. (2.44), em ordem zero. Isto porque nesta ordem de aproximação despreza-se a presença de $\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ em (2.6), e (2.48) reproduz, portanto, os resultados originais para primeira e segunda ordem. O termo seguinte é o de segunda ordem:

$$\tilde{M}_\alpha = M_\alpha + \tilde{M}_\alpha^{(2)} , \quad (2.49)$$

onde $\tilde{M}_\alpha^{(2)}$ deve ser escolhido de forma que

$$[\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^3) . \quad (2.50)$$

A escolha apropriada que satisfaz esta condição é:

$$\tilde{M}_\alpha^{(2)} = \frac{1}{2} \mathcal{M}_{\alpha\beta} M_\beta . \quad (2.51)$$

Seguindo o mesmo procedimento, obtemos o operador em terceira ordem em i ,

$$\tilde{M}_\alpha^{(3)} = -\frac{1}{2} M_\beta^\dagger [\mathcal{M}_{\beta\gamma}, M_\alpha] M_\gamma . \quad (2.52)$$

Assim, até terceira ordem em Φ_α , verifica-se que o operador \tilde{M}_α é dado por:

$$\tilde{M}_\alpha = M_\alpha + \frac{1}{2} \mathcal{M}_{\alpha\beta} M_\beta + \frac{1}{2} M_\beta^\dagger [\mathcal{M}_{\beta\gamma}, M_\alpha] M_\gamma . \quad (2.53)$$

Pode-se mostrar, usando estas relações, que:

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta] &= \mathcal{O}(\Phi^4) \\ [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^4) . \end{aligned} \quad (2.54)$$

As equações de movimento em segunda ordem para m_α e \tilde{M}_α , usando a transformação de Fock-Tani generalizada, são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{dm_\alpha^{(2)}(t)}{dt} &= [m_\alpha^{(2)}(t), \mathcal{F}_M] = \tilde{M}_\alpha^{(2)}(t) , \\ \frac{d\tilde{M}_\alpha^{(2)}(t)}{dt} &= [M_\alpha^{(2)}(t), \mathcal{F}_M] = -m_\alpha^{(2)}(t) . \end{aligned} \quad (2.55)$$

Ao considerarmos as equações de movimento para os operadores q e \bar{q} , temos que incluir as contribuições adicionais que resultam da mudança do gerador da transformação. Assim, temos:

$$\begin{aligned} \frac{dq_\mu^{(2)}(t)}{dt} &= [q_\mu^{(2)}(t), \mathcal{F}_M] = -\Phi_\alpha^{\mu\nu} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) - \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} m_\alpha^{\dagger(0)}(t) q_{\mu_2}^{(0)}(t) M_\gamma^{(0)}(t) \\ &\quad + \frac{1}{2} \Phi_\gamma^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\alpha^{\mu\nu} M_\gamma^{\dagger(0)}(t) q_{\mu_2}^{(0)}(t) m_\alpha^{(0)}(t) , \\ \frac{d\bar{q}_\nu^{(2)}(t)}{dt} &= [\bar{q}_\nu^{(2)}(t), \mathcal{F}_M] = \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} q_{\mu_1}^\dagger(t) m_\alpha^{(0)}(t) + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} m_\alpha^{\dagger(0)}(t) M_\gamma^{(0)}(t) \bar{q}_{\nu_2}^{(0)}(t) \\ &\quad - \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} M_\alpha^{\dagger(0)}(t) m_\gamma^{(0)}(t) \bar{q}_{\nu_2}^{(0)}(t) . \end{aligned} \quad (2.56)$$

As condições iniciais para $\tilde{M}_\alpha^{(i)}(t)$ são dadas por

$$\tilde{M}_\alpha^{(i)}(t=0) = \tilde{M}_\alpha^{(i)} , \quad \forall i . \quad (2.57)$$

Assim, temos $\tilde{M}_\alpha^{(2)}(t=0) = \frac{1}{2} \mathcal{M}_{\alpha\beta} M_\beta$ e, integrando-se as Eqs. (2.55)-(2.56) obtemos

$$\begin{aligned} m_\alpha^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \mathcal{M}_{\alpha\beta} M_\beta \sin t , \\ \tilde{M}_\alpha^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \mathcal{M}_{\alpha\beta} M_\beta \cos t , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q_\mu^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\beta^{\mu\nu} \left[m_\alpha^\dagger M_\beta \sin t \cos t - m_\alpha^\dagger m_\beta \sin^2 t - M_\alpha^\dagger M_\beta (2 - 2 \cos t \right. \\ &\quad \left. - \sin^2 t) - M_\alpha^\dagger m_\beta (2 \sin t - \sin t \cos t) \right] q_{\mu_2} \\ \bar{q}_\nu^{(2)}(t) &= \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu_1\nu_2} \Phi_\beta^{\mu_1\nu} \left[m_\alpha^\dagger M_\beta \sin t \cos t - m_\alpha^\dagger m_\beta \sin^2 t - M_\alpha^\dagger M_\beta (2 - 2 \cos t \right. \\ &\quad \left. - \sin^2 t) - M_\alpha^\dagger m_\beta (2 \sin t - \sin t \cos t) \right] \bar{q}_{\nu_2} . \end{aligned} \quad (2.58)$$

As equações de movimento em terceira ordem para os operadores de quarks e antiquarks são dadas por:

$$\begin{aligned}
 \frac{dq_\mu^{(3)}(t)}{dt} = [q_\mu^{(3)}(t), \mathcal{F}_M] &= -\frac{1}{2} \left\{ 2\Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \left[\bar{q}_{\nu_1}^{\dagger(2)}(t)m_\alpha^{(0)}(t) + \bar{q}_{\nu_1}^{\dagger(0)}(t)m_\alpha^{(2)}(t) \right] \right. \\
 &+ \Phi_\alpha^{*\mu_2\nu_1} \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} \left[m_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\mu_2}^{(1)}(t)M_\gamma^{(0)}(t) - M_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\mu_2}^{(1)}(t)m_\gamma^{(0)}(t) \right] \\
 &+ \Phi_\alpha^{\mu_1\sigma} \Phi_\gamma^{*\rho_1\sigma} \Phi_\delta^{\rho_1\sigma_1} M_\gamma^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_{\sigma_1}^{\dagger(0)}(t)M_\delta^{(0)}(t)m_\alpha^{(0)}(t) \\
 &+ \Phi_\alpha^{\rho\sigma} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma_1} \Phi_\delta^{\mu_1\sigma_1} M_\gamma^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_\sigma^{\dagger(0)}(t)M_\delta^{(0)}(t)m_\alpha^{(0)}(t) \\
 &\left. - \Phi_\gamma^{\mu_1\nu_1} \bar{q}_{\nu_1}^{\dagger(0)}(t)\mathcal{M}_{\gamma\alpha}(t)m_\alpha^{(0)}(t) \right\} , \tag{2.59}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\bar{q}_\nu^{(3)}(t)}{dt} = [\bar{q}_\nu^{(3)}(t), \mathcal{F}_M] &= \frac{1}{2} \left\{ 2\Phi_\alpha^{\mu_1\nu} \left[q_{\mu_1}^{\dagger(0)}(t)m_\alpha^{(2)}(t) + q_{\mu_1}^{\dagger(2)}(t)m_\alpha^{(0)}(t) \right] \right. \\
 &+ \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{\rho\nu_1} \left[m_\alpha^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_\sigma^{(1)}(t)M_\beta^{(0)}(t) - M_\alpha^{\dagger(0)}(t)\bar{q}_\sigma^{(1)}(t)m_\beta^{(0)}(t) \right] \\
 &- \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{\rho\nu_1} \Phi_\gamma^{\rho_1\sigma} M_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\rho_1}^{\dagger(0)}(t)M_\beta^{(0)}(t)m_\gamma^{(0)}(t) \\
 &- \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{\rho_1\sigma} \Phi_\gamma^{\rho\nu_1} M_\alpha^{\dagger(0)}(t)q_{\rho_1}^{\dagger(0)}(t)M_\beta^{(0)}(t)m_\gamma^{(0)}(t) \\
 &\left. + \Phi_\gamma^{\rho\nu_1} q_\rho^{\dagger(0)}(t)\mathcal{M}_{\gamma\beta}(t)m_\beta^{(0)}(t) \right\} . \tag{2.60}
 \end{aligned}$$

Integrando-se estas equações, obtemos:

$$\begin{aligned}
 q_\mu^{(3)}(t) &= \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{\mu\sigma} \Phi_\gamma^{\rho\sigma_1} \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger \left[m_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma \sin^3 t + M_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma (\sin t - \sin^3 t) \right. \\
 &+ M_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (2 \sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t) \\
 &+ (M_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma + m_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma) (-\cos t + \cos^3 t) \\
 &+ m_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (-\cos t + \cos^3 t + \sin^2 t) \\
 &+ M_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (2 - \cos t - \cos^3 t - \sin^2 t) \\
 &\left. + m_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (\sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t) \right] \\
 &+ \delta_{\mu\mu_1} \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{\mu_1\nu_1} \Phi_\beta^{\rho\sigma_1} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger \bar{q}_\sigma [2M_\beta (\cos t - 1) - m_\beta \sin t] \\
 &+ \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\rho_1\sigma} \bar{q}_{\nu_1}^\dagger q_{\rho_1}^\dagger q_\rho [2M_\beta (\cos t - 1) - m_\beta \sin t] \\
 \\
 \bar{q}_\nu^{(3)}(t) &= -\frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{\rho\nu} \Phi_\gamma^{\rho_1\sigma} q_{\rho_1}^\dagger \left[m_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma \sin^3 t + M_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma (\sin t - \sin^3 t) \right. \\
 &+ M_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (2 \sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t) \\
 &+ (M_\alpha^\dagger m_\beta m_\gamma + m_\alpha^\dagger M_\beta m_\gamma) (-\cos t + \cos^3 t) \\
 &+ m_\alpha^\dagger m_\beta M_\gamma (-\cos t + \cos^3 t + \sin^2 t) \\
 &\left. + M_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma (2 - \cos t - \cos^3 t - \sin^2 t) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + m_\alpha^\dagger M_\beta M_\gamma \left(\sin t - \sin t \cos t - \sin^3 t \right) \\
 & + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} \Phi_\beta^{\rho\sigma_1} q_{\mu_1}^\dagger \bar{q}_{\sigma_1}^\dagger \bar{q}_\sigma [2M_\beta (1 - \cos t) + m_\beta \sin t] \\
 & + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\alpha^{\mu_1\nu} \Phi_\beta^{\rho_1\sigma} q_{\mu_1}^\dagger q_{\rho_1}^\dagger q_\rho [2M_\beta (1 - \cos t) + m_\beta \sin t] .
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Antes de tratar do problema de decaimentos, vamos apresentar o Hamiltoniano microscópico, que descreve a interação entre quarks e antiquarks (sem a criação de pares), expresso em termos dos operadores dos constituintes fundamentais, $q, q^\dagger, \bar{q}, \bar{q}^\dagger$. A intenção é mostrar alguns aspectos conceituais importantes do formalismo de Fock-Tani. Este Hamiltoniano é expresso como uma soma de termos envolvendo contribuições de energia cinética e potencial, sendo da forma

$$\begin{aligned}
 H & = T(\mu) q_\mu^\dagger q_\mu + T(\nu) \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\nu + \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^\dagger q_\nu^\dagger q_\rho q_\sigma \\
 & + \frac{1}{2} V_{\bar{q}\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) \bar{q}_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\rho \bar{q}_\sigma + V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\rho q_\sigma .
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

Nesta expressão, identificamos nos dois primeiros termos contribuições de energia cinética e nos demais contribuições de energia potencial envolvendo interações de dois corpos. Vários Hamiltonianos de modelos de quarks utilizados na literatura podem ser escritos nessa forma. A equação de movimento para a função de onda de um méson é dada por

$$H(\mu\nu; \mu'\nu') \Phi_\alpha^{\mu'\nu'} = \epsilon_{[\alpha]} \Phi_{[\alpha]}^{\mu\nu} , \tag{2.63}$$

onde ϵ_α é a energia total do méson, isto é, a soma de sua energia de centro de massa e de sua energia interna, e $H(\mu\nu; \sigma\rho)$ é dado por:

$$H(\mu\nu; \mu'\nu') = \delta_{\mu[\mu']}\delta_{\nu[\nu']} [T([\mu']) + T([\nu'])] + V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \mu'\nu') . \tag{2.64}$$

Usamos nesta parte do texto a convenção de que não há soma nos índices repetidos entre colchetes. O Hamiltoniano exato e transformado é dado, na nova representação, por

$$H_{\text{FT}} \equiv U^{-1} H U , \tag{2.65}$$

isto é, o Hamiltoniano é avaliado em todas as ordens na função de onda do méson e descreve todos os processos possíveis envolvendo quarks e mésons. Tais processos incluem interações de dois corpos do tipo (anti)quark-(anti)quark, méson- (anti)quark, méson-méson, bem como outros processos de muitos corpos envolvendo interações em que várias partículas (quarks, antiquarks e mésons) participam. Até a ordem em que os operadores de quark e antiquark foram determinados (ordem três), é possível obter-se um Hamiltoniano efetivo truncado, que descreve apenas interações de poucas partículas. O Hamiltoniano na representação de Fock-Tani H_{FT} tem, assim, a seguinte estrutura geral:

$$H_{\text{FT}} = H_q + H_{\text{mq}} + H_m , \tag{2.66}$$

onde H_q indica termos contendo somente operadores de quarks e antiquarks, H_{mq} indica termos contendo operadores de mésons e quarks e H_m contém apenas operadores de mésons. O procedimento para obter a Eq. (2.66) é substituir na Eq. (2.62) os operadores de quarks transformados, fazendo em seguida o ordenamento normal dos operadores.

Por exemplo, o termo H_q tem estrutura idêntica àquela apresentada na Eq. (2.62), exceto pelo termo que descreve a interação quark-antiquark, que é modificado de forma a não produzir, neste modelo, estados ligados quark-antiquark. Os operadores q e \bar{q} presentes em H e H_q têm também significados distintos, pois em H_q estes operadores representam somente estados de quarks e antiquarks não ligados. Assim,

$$\begin{aligned} H_q = & T(\mu) q_\mu^\dagger q_\mu + T(\nu) \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\nu + \frac{1}{2} V_{qq}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^\dagger q_\nu^\dagger q_\rho q_\sigma \\ & + \frac{1}{2} V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) \bar{q}_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\rho \bar{q}_\sigma + \mathcal{V}_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \bar{q}_\rho q_\sigma . \end{aligned} \quad (2.67)$$

O termo importante a salientar é aquele que descreve a interação quark-antiquark modificada e que é dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) = & V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) - \Delta(\mu\nu; \mu'\nu') H(\mu'\nu'; \sigma\rho) - H(\mu\nu; \sigma'\rho') \Delta(\sigma'\rho'; \sigma\rho) \\ & + \Delta(\mu\nu; \mu'\nu') H(\mu'\nu'; \sigma'\rho') \Delta(\sigma'\rho'; \sigma\rho) , \end{aligned} \quad (2.68)$$

onde $\Delta(\mu\nu; \mu'\nu')$ é conhecido como “*kernel* de estado ligado”

$$\Delta(\mu\nu; \mu'\nu') = \Phi_\alpha^{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu'\nu'} , \quad (2.69)$$

e $H(\mu\nu; \sigma\rho)$ é dado por:

$$H(\mu\nu; \mu'\nu') = \delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} [T(\mu') + T(\nu')] + V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \mu'\nu') . \quad (2.70)$$

A origem destes termos é a seguinte:

- primeiro termo em $\mathcal{V}_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho)$: este termo representa as contribuições de ordem zero nas funções de onda de estado ligado para os operadores de quarks:

$$V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^{\dagger(0)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} \bar{q}_\rho^{(0)} q_\sigma^{(0)} ; \quad (2.71)$$

- segundo termo: é dado pelas contribuições dos termos de primeira ordem nas funções de onda de estado ligado, ou seja,

$$T(\mu) q_\mu^{\dagger(1)} q_\mu^{(0)} , \quad T(\nu) \bar{q}_\nu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{(0)} , \quad V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho) q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} \bar{q}_\rho^{(0)} q_\sigma^{(0)} ; \quad (2.72)$$

- terceiro termo: este termo representa o conjugado Hermitiano das contribuições anteriores.

- quarto termo: é dado pelas contribuições dos termos de segunda ordem, nas funções de onda mencionadas anteriormente.

$$T(\mu)q_\mu^{\dagger(1)}q_\mu^{(1)}, \quad T(\nu)\bar{q}_\nu^{\dagger(1)}\bar{q}_\nu^{(1)}, \quad V_{q\bar{q}}(\mu\nu; \sigma\rho)q_\mu^{\dagger(1)}\bar{q}_\nu^{\dagger(0)}\bar{q}_\rho^{(0)}q_\sigma^{(1)}. \quad (2.73)$$

O fato de que a interação quark-antiquark remanescente não pode formar estados ligados, em particular aqueles estados ligados empregados na transformação unitária, está em um certo sentido de acordo com a idéia de quase-partículas de Weinberg [10, 11]. O formalismo de quase-partículas de Weinberg foi introduzido com o objetivo de calcular amplitudes de espalhamento para potenciais para os quais a teoria de perturbação não pode ser empregada. Neste formalismo, partículas elementares fictícias são introduzidas na teoria, em correspondência direta com os estados ligados. Para que a física do problema não seja modificada, Weinberg argumenta que é necessário mudar simultaneamente o potencial de forma que contribuições de interação sejam incorporadas gradativamente nas propriedades intrínsecas destas partículas. Como os aspectos dos estados ligados da teoria original são incorporadas em grande parte na forma de modificações das estruturas intrínsecas das partículas originais, o potencial modificado não deve produzir os estados ligados originais. Neste procedimento, o potencial modificado torna-se mais fraco e, por isso, a teoria de perturbação pode ser em geral usada. No formalismo Fock-Tani, o potencial enfraquecido de Weinberg é realizado pelo potencial da Eq. (2.68).

Em princípio, este processo pode ser estendido até qualquer ordem, ainda que a complexidade das expressões obtidas aumente muito com a ordem considerada. Sabe-se, no entanto, que para obter uma interação efetiva méson-méson, necessita-se ir somente até a terceira ordem nos operadores de quarks transformados [47]. Para o estudo dos decaimentos mesônicos do tipo $A \rightarrow B + C$, operadores de quarks (antiquarks) de até terceira ordem são suficientes. No trabalho de mestrado de Daniel T. da Silva [53] um modelo de decaimento mesônico foi deduzido, incluindo efeitos relacionados com o fato dos mésons não serem partículas sem estrutura. Este modelo mais robusto para estudar esses processos foi chamado de C^3P_0 , o modelo 3P_0 corrigido. A obtenção deste modelo corrigido implica em obter os operadores de quarks (antiquarks) transformados até quarta e quinta ordem. Os detalhes dessa dedução podem ser encontrados em [53]. Uma versão resumida, destes resultados, será apresentada no próximo capítulo.

Capítulo 3

Decaimento de Mésons- $Q\bar{Q}$

Neste capítulo faremos uma revisão do modelo 3P_0 , que será importante no decorrer desta tese para descrever, microscopicamente, o setor de quarks. Resumidamente, mencionamos aspectos deste modelo no capítulo 1. Entretanto, a sua larga utilização para mésons será descrita a seguir. Mostraremos a forma usual de se aplicar o modelo 3P_0 , conhecida na literatura, e também a forma quando deduzida a partir do formalismo de Fock-Tani (FFT). Neste caso, o modelo 3P_0 possui aspecto único que consiste no aparecimento de correções de estado ligado. Este modelo corrigido foi chamado de *modelo C^3P_0*

3.1 Modelo de Decaimento 3P_0

Há muito tempo os modelos de *criação de pares* para decaimentos hadrônicos fortes têm sido formulados e estudados por muitos autores [54]. O modelo 3P_0 é um modelo de decaimento que considera apenas decaimentos do tipo OZI-permitidos para as interações fortes. O modelo 3P_0 descreve a criação de um par quark-antiquark adicional na presença do méson do estado inicial. O modelo foi introduzido há mais de trinta anos por Micu [55] e aplicado em decaimento de mésons, na década de setenta, por LeYaouanc *et al* [56]. Esta descrição é uma consequência natural de hádrons descritos pelo modelo de quarks constituinte.

Neste modelo, o par quark-antiquark criado tem os números quânticos do vácuo e em relação aos números quânticos aditivos, deve ser neutro. Em outras palavras, o par deve ser um singlete de cor e sabor, deve ter paridade positiva, enquanto o momento linear e angular total iguais a zero. Um par férmion-antiférmion que possui estas propriedades deve ter $J^{PC} = 0^{++}$, isto é, $L = 1$ (onda-P) e $S = 1$.

As mais extensas aplicações para o decaimento de mésons foram obtidas por Kokoski e Isgur [57]. Estes autores, além de calcularem quase 400 amplitudes diferentes (das quais

umas 60 já foram medidas), também colocaram o modelo numa base teórica mais firme, mostrando que ele podia ser deduzido a partir de uma formulação de tubo de fluxo (*flux-tube*) baseada na QCD na rede.

A formulação do 3P_0 que adotaremos neste trabalho foi deduzida por E. S. Ackleh, T. Barnes e E. S. Swanson [58]. Os cálculos e aplicações que mostraremos no restante deste capítulo resultam deste estudo. Esta formulação do 3P_0 considera os decaimentos como sendo originados pelo limite não-relativístico do Hamiltoniano abaixo

$$H_{q\bar{q}} = g_{q\bar{q}} \int d\vec{x} \bar{\psi}(\vec{x}) \psi(\vec{x}). \quad (3.1)$$

Os decaimentos estudados são do tipo

$$(q\bar{q})_A \rightarrow (q\bar{q})_B + (q\bar{q})_C, \quad (3.2)$$

isto é, um méson que decai em outros dois. Note que este tipo de decaimento exige a criação de um par quark-antiquark, que do Hamiltoniano (3.1) será obtido através do termo $b^\dagger d^\dagger$. O acoplamento g é substituído pelo parâmetro γ relacionado com a massa do quark constituinte, m_q , por

$$\gamma = \frac{g_{q\bar{q}}}{2m_q}. \quad (3.3)$$

Neste modelo não se faz referência a cor, o qual simplesmente mudará a definição da força de interação γ , pois o fator de cor é um fator global. Visto que γ é ajustado aos dados experimentais, a inclusão da cor não mudará as predições para os decaimentos de mésons. Para determinar uma taxa de decaimento é necessário avaliar o elemento de matriz do Hamiltoniano de decaimento, o qual é da forma

$$\langle BC | H_{q\bar{q}} | A \rangle = \delta(\vec{P}_A - \vec{P}_B - \vec{P}_C) h_{fi}. \quad (3.4)$$

A definição geral de uma taxa de decaimento é

$$\Gamma = 2\pi P(\text{EF}) \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.5)$$

onde EF é o elemento do espaço de fase. Em muitos modelos de decaimento os cálculos são não-relativísticos; já em outras situações o momento de decaimento é muito grande e o EF deve ser relativístico. Assim temos

$$(\text{EF}) = \frac{M_B M_C}{M_A} \longrightarrow \text{não - relativístico} \quad (3.6)$$

$$(\text{EF}) = \frac{E_B E_C}{M_A} \longrightarrow \text{relativístico.} \quad (3.7)$$

Esta amplitude de decaimento h_{fi} pode ser combinada com o espaço de fase relativístico para dar a taxa de decaimento, a qual é

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \int d\Omega |h_{fi}|^2 \quad (3.8)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{p}_A &= 0 \\ P &= |\vec{p}_B| = |\vec{p}_C|. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Um resultado equivalente é obtido por Geiger e Swanson [54]. O momento P de decaimento pode ser avaliado de forma simples. Ele é o momento do sistema dos mésons B e C vistos do referencial (em repouso) do méson A. Assim, por conservação da energia relativística temos

$$\sqrt{p_A^2 + m_A^2} = \sqrt{p_B^2 + m_B^2} + \sqrt{p_C^2 + m_C^2}. \quad (3.10)$$

Usando (3.9) e elevando (3.10) ao quadrado, obtemos

$$m_A^2 = 2P^2 + m_B^2 + m_C^2 + 2\sqrt{(P^2 + m_B^2)(P^2 + m_C^2)}. \quad (3.11)$$

Após algumas manipulações algébricas simples pode-se isolar P

$$P = \frac{\sqrt{[m_A^2 - (m_B + m_C)^2][m_A^2 - (m_B - m_C)^2]}}{2m_A}. \quad (3.12)$$

A parte espacial das funções de onda dos mésons A, B e C a ser usada no cálculo do elemento de matriz (3.4) é do tipo oscilador harmônico.

Usualmente os resultados para decaimentos são expressos em termos da amplitude $\mathcal{M}_{L_{BC}S_{BC}}$ e desta forma a taxa $\Gamma_{A \rightarrow BC}$ fica reescrita

$$\Gamma_{A \rightarrow BC} = 2\pi P \frac{E_B E_C}{M_A} \sum_{LS} |\mathcal{M}_{LS}|^2. \quad (3.13)$$

Para a situação $S_{BC} = 0$ este \mathcal{M}_{LS} é o coeficiente do harmônico esférico Y_{LM} em h_{fi} . Visto que o modelo 3P_0 envolve uma força de interação fenomenológica, a comparação com o experimento requer um ajuste para taxas distintas (para determinar γ e o parâmetro β da função de onda).

Uma amplitude de decaimento h_{fi} no modelo 3P_0 com funções de onda do oscilador harmônico simples (OHS) é proporcional a um polinômio $\mathcal{P}_{LS}(x)$, com $x = P/\beta$ e $(L, S) = (L_{BC}, S_{BC})$, vezes uma exponencial gaussiana,

$$\mathcal{M}_{LS} = \frac{\gamma}{\pi^{1/4} \beta^{1/2}} \mathcal{P}_{LS}(x) e^{-x^2/2}. \quad (3.14)$$

Para os casos considerados aqui estes polinômios são dados pelas expressões abaixo (entre parênteses, apresentamos um exemplo de decaimento para o respectivo canal)

$$\mathcal{P}_{10}^{(3S_1 \rightarrow 1S_0 + 1S_0)} = -\frac{2^5}{3^3} x \quad (\rho \rightarrow \pi + \pi) \quad (3.15)$$

$$\mathcal{P}_{20}^{(3P_2 \rightarrow 1S_0 + 1S_0)} = +\frac{2^6}{3^4 5^{1/2}} x^2 \quad (f_2 \rightarrow \pi + \pi) \quad (3.16)$$

$$\mathcal{P}_{21}^{(3P_2 \rightarrow 3S_1 + 1S_0)} = -\frac{2^{11/2}}{3^7 25^{1/2}} x^2 \quad (a_2 \rightarrow \rho + \pi) \quad (3.17)$$

$$\mathcal{P}_{01}^{(3P_1 \rightarrow 3S_1 + 1S_0)} = +\frac{2^5}{3^5} \left(1 - \frac{2}{9} x^2\right) \quad (a_1 \rightarrow \rho + \pi) \quad (3.18)$$

$$\mathcal{P}_{21}^{(3P_1 \rightarrow 3S_1 + 1S_0)} = -\frac{2^{11/2}}{3^9} x^2 \quad (a_1 \rightarrow \rho + \pi) \quad (3.19)$$

$$\mathcal{P}_{00}^{(3P_0 \rightarrow 1S_0 + 1S_0)} = +\frac{2^{9/2}}{3^2} \left(1 - \frac{2}{9} x^2\right) \quad (f_0 \rightarrow \pi + \pi) \quad (3.20)$$

$$\mathcal{P}_{01}^{(1P_1 \rightarrow 3S_1 + 1S_0)} = -\frac{2^{9/2}}{3^5} \left(1 - \frac{2}{9} x^2\right) \quad (b_1 \rightarrow \omega + \pi) \quad (3.21)$$

$$\mathcal{P}_{21}^{(1P_1 \rightarrow 3S_1 + 1S_0)} = -\frac{2^6}{3^9} x^2 \quad (b_1 \rightarrow \omega + \pi) . \quad (3.22)$$

O parâmetro β situado numa faixa 0.35 - 0.4 GeV resulta numa descrição precisa das taxas de decaimento. Na Tabela (3.1) são mostradas as taxas de decaimento, resultado do ajuste de um conjunto representativo de sete mésons $q\bar{q}$ de onda-S e onda-P bem estabelecidos. Neste ajuste β e γ são considerados parâmetros livres [58]. As massas têm os seguintes valores $M_\pi = 0.138$ GeV, $M_K = 0.496$ GeV, $M_\rho = 0.77$ GeV, $M_\omega = 0.782$ GeV, $M_{h_1} = 1.17$ GeV, $M_{a_1} = 1.23$ GeV, $M_{b_1} = 1.231$ GeV, $M_{f_0} = 1.3$ GeV, $M_{a_2} = 1.318$ GeV e $M_{K_0^*} = 1.429$ GeV.

T. Barnes *et al* incluíram no cálculo o processo $K_0^*(1430) \rightarrow K\pi$, pois a taxa $3P_0 \rightarrow 1S_0 + 1S_0$ se mostrou muito sensível aos valores de β e também pelo fato de $K_0^*(1430)$ ser a única ressonância $3P_0$ bem estabelecida. O resultado do ajuste foi completado minimizando

$$\sum_{i=1}^7 \left(\frac{\Gamma_{A \rightarrow BC}^{teo.}}{\Gamma_{A \rightarrow BC}^{exp.}} - 1 \right)^2, \quad (3.23)$$

obtendo os seguintes parâmetros

$$\beta = 0.397 \text{ GeV} \quad , \quad \gamma = 0.506 . \quad (3.24)$$

A discrepância mais significativa na tabela (3.1) está no processo $\rho \rightarrow \pi\pi$ e também associado ao $K_0^*(1430)$. Desta forma pode-se calcular, por exemplo, o decaimento do méson ρ , concentrando-se num canal específico: $\rho^+(+\hat{z}) \rightarrow \pi^+\pi^0$, resultando em

$$h_{fi} \Big|_{\rho^+(+\hat{z}) \rightarrow \pi^+\pi^0} = -\frac{2^{7/2}}{3^3} \pi^{-1/4} \frac{g_{q\bar{q}}}{m_q} \frac{P}{\beta^{3/2}} e^{-P^2/12\beta^2} Y_{11}(\Omega_B) \quad (3.25)$$

Substituindo (3.25) em (3.8) obtemos a expressão para $\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi}$

$$\Gamma_{\rho \rightarrow \pi\pi} = \sqrt{\pi} \left(\frac{2^{10}}{3^6} \right) \gamma^2 \frac{M_\rho}{4} x^3 e^{-x^2/6}. \quad (3.26)$$

Decaimento	Exp.[60]	Teoria (3P_0)	D/S Exp.[59, 60]	D/S (Teoria 3P_0)
$\rho \rightarrow \pi\pi$	150.2 ± 2.4 MeV	79 MeV		
$f_2 \rightarrow \pi\pi$	$156.9 +3.9 -1.2$ MeV	170 MeV		
$a_2 \rightarrow \rho\pi$	74.9 ± 3.5 MeV	54 MeV		
$a_1 \rightarrow \rho\pi$	250 a 600 MeV	545 MeV	-0.09(2)	-0.154
$b_1 \rightarrow \omega\pi$	142 ± 9 MeV	143 MeV	+0.260(35)	+0.292
$h_1 \rightarrow \rho\pi$	360 ± 40 MeV	383 MeV	-	-0.111
$K_0^*(1430) \rightarrow K\pi$	294 ± 23 MeV	166 MeV		
$f_0 \rightarrow \pi\pi$	200 a 500 MeV	271 MeV		

Tab. 3.1: Ajuste do modelo 3P_0 para as taxas de decaimento dos mésons leves ($\gamma = 0.506$ e $\beta = 0.397$ GeV)

3.2 O Modelo C^3P_0

Nesta seção vamos revisar como é deduzido, no Formalismo de Fock-Tani, o modelo 3P_0 e também apresentar a sua generalização com a inclusão dos termos de correções de estado ligado: o modelo C^3P_0 [61]. Como é usual no formalismo de Fock-Tani, o ponto de partida sempre é um Hamiltoniano microscópico que descreve a interação entre os constituintes. No nosso estudo, este Hamiltoniano será o $H_{q\bar{q}}$ da Eq. (3.1). Inicia-se o cálculo escrevendo $H_{q\bar{q}}$ na representação de momento, isto é, partindo de

$$H_{q\bar{q}} = V_{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger, \quad (3.27)$$

onde $V_{\mu\nu}$ é uma notação compacta para o potencial de criação de pares, definida por

$$V_{\mu\nu} \equiv g_{q\bar{q}} \delta_{f_\mu f_\nu} \delta_{c_\mu c_\nu} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu). \quad (3.28)$$

Detalhes da sobre a dedução de (3.27) pode ser encontrado no apêndice B. Na expressão (3.27) usamos novamente a convenção da soma sobre índices repetidos (soma e/ou integração).

A aplicação da transformação de Fock-Tani sobre o Hamiltoniano (3.27) irá produzir uma expansão com inúmeras contribuições para os processos de decaimento. Isto significa

que em termos de estrutura operatorial deve-se reter termos do tipo

$$m^\dagger m^\dagger m. \quad (3.29)$$

Esta escolha corresponde a um decaimento do tipo $A \rightarrow B + C$. A estrutura (3.29) implica que, em ordem mais baixa na expansão em potências da função de onda, deve-se truncar esta expansão em terceira ordem. Como acontece na Eq. (2.66), aparecerá um Hamiltoniano transformado \mathcal{H}_m que envolverá apenas mésons. Desta forma, a contribuição para a Eq. (B.11), que dará origem a este Hamiltoniano será

$$\mathcal{H}_m = V_{\mu\nu} q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} + V_{\mu\nu} q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)}. \quad (3.30)$$

Das eqs. (2.39), (2.42), (2.58) e (2.61), temos que as contribuições destes termos são

$$\begin{aligned} q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} &\sim (m^\dagger m^\dagger m \bar{q}) \bar{q}^\dagger \\ q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)} &\sim (m^\dagger \bar{q}) \bar{q}^\dagger m^\dagger m. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Desta forma, considerando as Eqs. dadas e inserindo no Hamiltoniano, Eq. (3.30), obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_m &= V_{\mu\nu} \left[-\frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\rho\nu_1} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta \bar{q}_\sigma \right] \bar{q}_\nu^\dagger + V_{\mu\nu} \left[\Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} m_\alpha^\dagger \bar{q}_{\nu_1} \right] \left[-\frac{1}{2} \Phi_\beta^{\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{*\mu_1\nu} \bar{q}_{\nu_2}^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta \right] \\ &= -\frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\rho\nu_1} \Phi_\gamma^{*\rho\sigma} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta \bar{q}_\sigma \bar{q}_\nu^\dagger - \frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\mu_1\nu_2} \Phi_\gamma^{*\mu_1\nu} m_\alpha^\dagger \bar{q}_{\nu_1} \bar{q}_{\nu_2}^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta \end{aligned} \quad (3.32)$$

Após o ordenamento normal dos quarks, obtemos os termos que nos interessam para o processo de decaimento. Assim,

$$\mathcal{H}_m = -\frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\rho\nu_1} \Phi_\gamma^{*\rho\nu} m_\gamma^\dagger m_\alpha^\dagger m_\beta - \frac{1}{2} V_{\mu\nu} \Phi_\alpha^{*\mu\nu_1} \Phi_\beta^{\mu_1\nu_1} \Phi_\gamma^{*\mu_1\nu} m_\alpha^\dagger m_\gamma^\dagger m_\beta. \quad (3.33)$$

Se trocarmos os índices convenientemente, podemos somar os dois termos e então obter,

$$\mathcal{H}_m = -\Phi_\alpha^{*\sigma\nu} \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Phi_\gamma^{\sigma\rho} V_{\mu\nu} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma \quad (3.34)$$

que é o Hamiltoniano de Fock-Tani para decaimentos de mésons em ordem mais baixa da expansão em potências da função de onda. Uma representação diagramática de \mathcal{H}_m pode ser vista na Fig. (3.1).

Ao analisar a característica expansão em potências da função de onda do formalismo de Fock-Tani, percebe-se que o modelo 3P_0 é obtido em ordem mais baixa desta expansão, quando se considera como interação microscópica o Hamiltoniano de criação de par $H_{q\bar{q}}$ da Eq. (3.27). Os demais termos da expansão introduzem correções de estado ligado que corrigem o modelo de “ordem zero”. Estes termos possuem potências no kernel de estado ligado $\Delta(\mu\nu; \rho\sigma)$, definido pela Eq. (2.69). Desta forma, o Hamiltoniano \mathcal{H}^{C3P_0} , inclui

o termo de ordem zero, que é dado por H_m , e os termos que dependem apenas de uma $\Delta(\mu\nu; \rho\sigma)$, que denominamos de $\delta\mathcal{H}_m$, ou seja,

$$\mathcal{H}^{C3P0} = \mathcal{H}_m + \delta\mathcal{H}_m, \quad (3.35)$$

onde o Hamiltoniano sem correção \mathcal{H}_m é dado pela Eq. (3.34), e o Hamiltoniano da correção de estado ligado $\delta\mathcal{H}$ é obtido por

$$\delta\mathcal{H}_m = V_{\mu\nu} \left[q_\mu^{\dagger(3)} \bar{q}_\nu^{\dagger(2)} + q_\mu^{\dagger(1)} \bar{q}_\nu^{\dagger(4)} + q_\mu^{\dagger(5)} \bar{q}_\nu^{\dagger(0)} \right], \quad (3.36)$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{H}_m = & \left[-\frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \lambda\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} + \frac{1}{2} \Phi_\alpha^{*\rho\sigma} \Phi_\beta^{*\lambda\tau} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \Phi_\gamma^{\lambda\sigma} \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \Phi_\alpha^{*\sigma\tau} \Phi_\beta^{*\rho\nu} \Delta(\rho\tau; \mu\lambda) \Phi_\gamma^{\sigma\lambda} \right] V_{\mu\nu} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma. \end{aligned} \quad (3.37)$$

O Hamiltoniano \mathcal{H}^{C3P0} ainda pode ser escrito de uma forma compacta:

$$\mathcal{H}^{C3P0} = -\Phi_\alpha^{*\sigma\nu} \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Phi_\gamma^{\sigma\rho} V_{\mu\nu}^{C3P0} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger m_\gamma, \quad (3.38)$$

onde

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu}^{C3P0} = & V_{\mu\nu} \left[\delta_{\mu\lambda} \delta_{\nu\xi} \delta_{\omega\rho} \delta_{\sigma\tau} - \frac{1}{2} \delta_{\sigma\xi} \delta_{\lambda\omega} \Delta(\rho\tau; \mu\nu) \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} \delta_{\sigma\xi} \delta_{\lambda\mu} \Delta(\rho\tau; \omega\nu) + \frac{1}{4} \delta_{\xi\nu} \delta_{\lambda\omega} \Delta(\rho\tau; \mu\sigma) \right]. \end{aligned} \quad (3.39)$$

A expressão (3.37) contém todas as possíveis conexões das linhas de quarks entre $V_{\mu\nu}$ e Δ . A sua forma diagramática está descrita nas figuras (3.2), (3.3) e (3.4). O modelo C^3P_0 foi deduzido em detalhes em [53], onde foram obtidos os operadores transformados em mais alta ordem e aplicados aos mésons leve em [52].

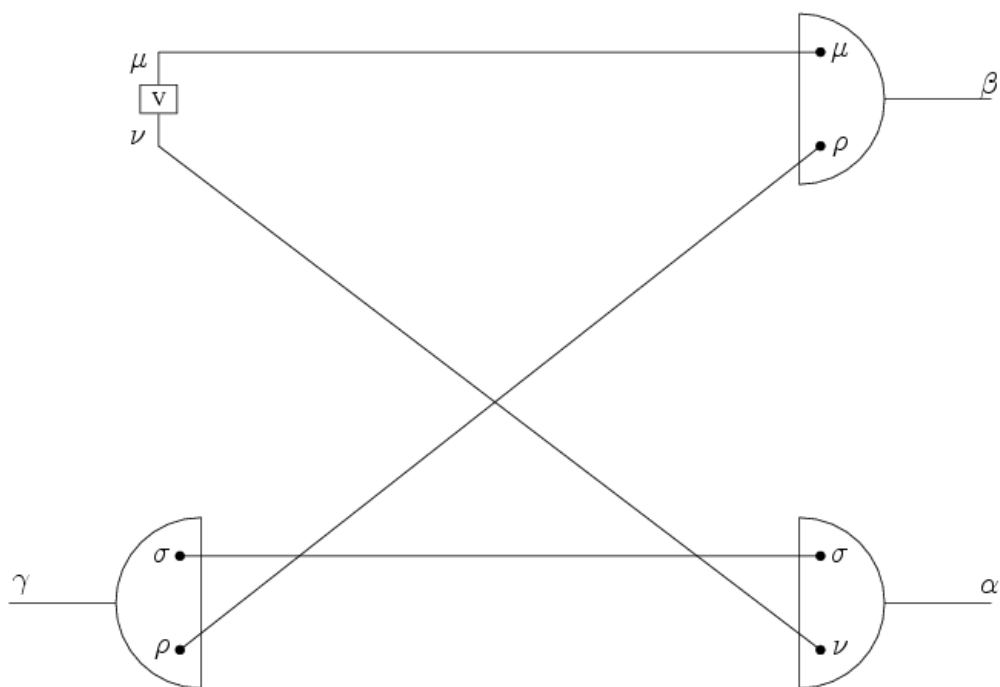


Fig. 3.1: Representação diagramática de H_m em (3.34).

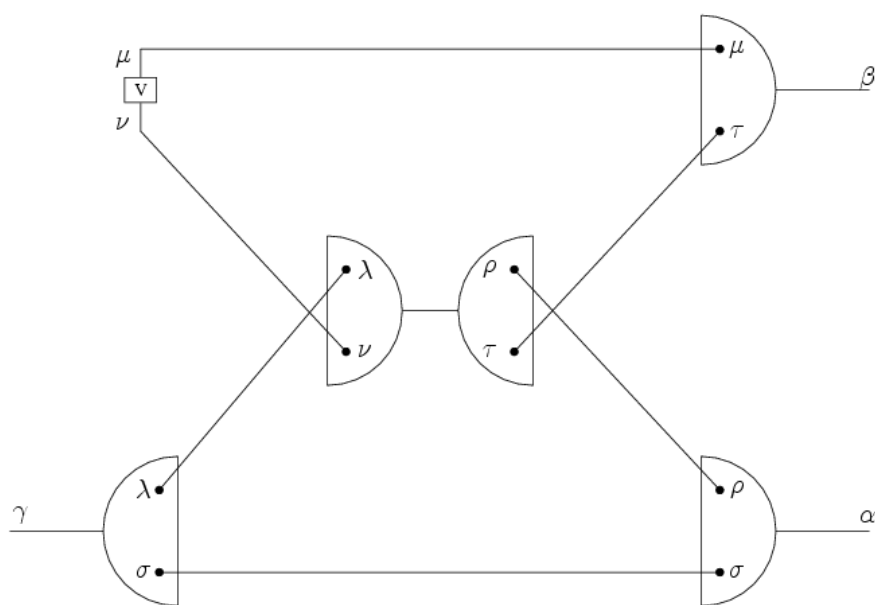


Fig. 3.2: Primeiro diagrama de δH_m .

Capítulo 4

Formalismo de Fock-Tani para Glueballs

Neste capítulo será apresentada uma revisão do formalismo de Fock-Tani para glueballs. O formalismo para os glueballs foi integralmente desenvolvido na minha dissertação de mestrado [50]. O contexto daquele trabalho era estudar a influência dos graus de liberdade dos glúons constituintes em espalhamento de glueballs na matéria densa. Este estudo tinha como foco avaliar a importância das seções de choque dos glueballs em colisões de íons pesados. Os resultados deste estudo de mestrado foram publicados em [51]. No que segue, a representação de Fock-Tani para glueballs será essencial para o estudo de decaimentos destas partículas, assim como a sua mistura com o setor de quarks.

4.1 Representação de Fock-Tani para Glueballs

Em segunda quantização, o estado ligado de dois glúons constituintes que formam o glueball é descrito de modo semelhante ao estado de um méson composto definido em (2.1),

$$|\alpha\rangle = G_\alpha^\dagger |0\rangle, \quad (4.1)$$

onde $|0\rangle$ é o estado de vácuo e o operador de criação de um glueball G_α^\dagger é definido como

$$G_\alpha^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_\alpha^{\mu\nu} a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger. \quad (4.2)$$

Nesta expressão $\Psi_\alpha^{\mu\nu}$ representa a função de onda de estado ligado do glueball e os operadores de criação, a^\dagger , e destruição, a , de um glúon obedecem as relações canônicas de comutação

$$[a_\mu, a_\nu] = 0 \quad (4.3)$$

e

$$[a_\mu, a_\nu^\dagger] = \delta_{\mu\nu}. \quad (4.4)$$

O operador de um glueball (4.2) satisfaz relações não-canônicas de comutação:

$$[G_\alpha, G_\beta] = 0, \quad (4.5)$$

$$[G_\alpha, G_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{G}_{\alpha\beta}, \quad (4.6)$$

onde

$$\mathcal{G}_{\alpha\beta} = 2\Psi_\alpha^{*\mu\gamma}\Psi_\beta^{\gamma\rho}a_\rho^\dagger a_\mu. \quad (4.7)$$

A existência do termo (4.7) nas relações de comutação de G_α revela que também para o glueball enfrentamos uma situação idêntica àquela encontrada quando foram estudados os mésons. Portanto, como a estratégia desenvolvida anteriormente mostrou-se adequada, iremos adota-la novamente na presente situação. Assim sendo efetuamos a seguinte substituição

$G_\alpha^\dagger 0\rangle$	\implies	$g_\alpha^\dagger 0\rangle$	(4.8)
<i>Glueball</i>		<i>glueball</i>	
<i>físico</i>		<i>ideal</i>	

em que os operadores correspondentes de glueballs são representados por g_α e g_β^\dagger e apresentam as propriedades de comutação

$$[g_\alpha, g_\beta] = 0, \quad (4.9)$$

$$[g_\alpha, g_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta}. \quad (4.10)$$

A forma de realizar a substituição que obedece à condição (4.8), similarmente ao procedimento adotado no estudo dos mésons, consiste em definir-se um operador anti-hermitiano $\mathcal{F}_{G0}^\dagger = -\mathcal{F}_{G0}$ tal que

$$\mathcal{F}_{G0} = f_{G0} - f_{G0}^\dagger = g_\alpha^\dagger G_\alpha - G_\alpha^\dagger g_\alpha, \quad (4.11)$$

onde a atuação, respectivamente, de \mathcal{F}_{G0} sobre os estados composto e elementar resulta em

$$\mathcal{F}_{G0}|\alpha\rangle = g_\alpha^\dagger|0\rangle, \quad (4.12)$$

e

$$\mathcal{F}_{G_0} g_\alpha^\dagger |0\rangle = -|\alpha\rangle. \quad (4.13)$$

Podemos então construir, a partir da definição de \mathcal{F}_{G_0} apresentado em (4.11), uma transformação unitária que possibilita implementar-se a condição (4.8)

$$U(t) = \exp(t\mathcal{F}_{G_0}) \quad (4.14)$$

onde o operador \mathcal{F}_{G_0} representa nesta definição o gerador da transformação unitária. Utilizando (4.13), podemos obter as expressões para as potências de \mathcal{F}_{G_0} aplicadas nos estados compostos e elementares, respectivamente,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{G_0}^2 G_\alpha^\dagger |0\rangle &= -G_\alpha^\dagger |0\rangle & \mathcal{F}_{G_0}^2 g_\alpha^\dagger |0\rangle &= -g_\alpha^\dagger |0\rangle \\ \mathcal{F}_{G_0}^3 G_\alpha^\dagger |0\rangle &= -g_\alpha^\dagger |0\rangle & \mathcal{F}_{G_0}^3 g_\alpha^\dagger |0\rangle &= G_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &\vdots & &\vdots \end{aligned} \quad (4.15)$$

e assim portanto utilizando estas expressões podemos realizar a transformação unitária sobre o estado composto

$$\begin{aligned} U^{-1}(t) G_\alpha^\dagger |0\rangle &= \left(1 - t\mathcal{F}_{G_0} + \frac{t^2}{2!}\mathcal{F}_{G_0}^2 - \frac{t^3}{3!}\mathcal{F}_{G_0}^3 + \dots \right) G_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= \left(1 + \frac{t^2}{2!}\mathcal{F}_{G_0}^2 + \frac{t^4}{4!}\mathcal{F}_{G_0}^4 + \dots \right) G_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &\quad - \left(t\mathcal{F}_{G_0} + \frac{t^3}{3!}\mathcal{F}_{G_0}^3 + \frac{t^5}{5!}\mathcal{F}_{G_0}^5 + \dots \right) G_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= \left(1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} - \dots \right) G_\alpha^\dagger |0\rangle - \left(t - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots \right) g_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= (\cos t) G_\alpha^\dagger |0\rangle - (\sin t) g_\alpha^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Se tomarmos $t = -\pi/2$ obtemos desta expressão o estado transformado

$$U^{-1} G_\alpha^\dagger |0\rangle = g_\alpha^\dagger |0\rangle \equiv |\alpha\rangle. \quad (4.17)$$

4.2 Transformação de Fock-Tani Generalizada

Construiremos nesta seção uma transformação de Fock-Tani generalizada que será capaz de cancelar os termos seculares. Esta generalização envolve obter um gerador \mathcal{F} mais geral que o apresentado em (4.11)

$$\mathcal{F}_G \equiv \mathcal{F}_{G_0} + \mathcal{F}_{G_1} + \mathcal{F}_{G_2} + \mathcal{F}_{G_3} + \dots \quad (4.18)$$

o que é equivalente a definir uma expansão em um operador \tilde{G}_α

$$\tilde{G}_\alpha \equiv \tilde{G}_\alpha^{(0)} + \tilde{G}_\alpha^{(1)} + \tilde{G}_\alpha^{(2)} + \tilde{G}_\alpha^{(4)} + \dots \quad (4.19)$$

O novo gerador fica então formalmente igual ao antigo (ver equação (4.11)) apenas com a substituição do operador G_α por \tilde{G}_α , ou seja,

$$\mathcal{F}_G = g_\alpha^\dagger \tilde{G}_\alpha - \tilde{G}_\alpha^\dagger g_\alpha, \quad (4.20)$$

tal que

$$\tilde{G}_\alpha^{(0)} \equiv G_\alpha. \quad (4.21)$$

Impomos que o novo operador, \tilde{G}_α , que substitui ao operador de glueballs composto, deva obedecer relações canônicas de comutação

$$[\tilde{G}_\alpha, \tilde{G}_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta}. \quad (4.22)$$

A construção deste comutador é feita de maneira iterativa. Em ordem mais baixa de interação a comutação de \tilde{G}_α resulta em

$$[\tilde{G}_\alpha^{(0)}, \tilde{G}_\beta^{(0)\dagger}] = [G_\alpha, G_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{G}_{\alpha\beta}. \quad (4.23)$$

Para cancelar o termo operatorial $\mathcal{G}_{\alpha\beta}$ e garantir que o comutador seja canônico até segunda ordem, soma-se a $\tilde{G}_\alpha^{(0)}$ um termo com uma estrutura adequada, isto é,

$$\tilde{G}_\alpha \equiv G_\alpha + c_1 \mathcal{G}_{\alpha\beta} G_\beta. \quad (4.24)$$

A determinação da constante c_1 é realizada mediante o cálculo do comutador apresentado na expressão (4.24),

$$\begin{aligned} [\tilde{G}_\alpha, \tilde{G}_\beta^\dagger] &= [G_\alpha, G_\beta^\dagger] + c_1 [G_\alpha, G_\gamma^\dagger \mathcal{G}_{\gamma\beta}] + c_1 [G_\beta^\dagger, \mathcal{G}_{\alpha\gamma} G_\gamma] + c_1^2 [\mathcal{G}_{\alpha\gamma} G_\gamma, G_\lambda^\dagger \mathcal{G}_{\lambda\beta}] \\ &\approx \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{G}_{\alpha\beta} + c_1 \left(G_\gamma^\dagger [G_\alpha, \mathcal{G}_{\gamma\beta}] + [G_\alpha, G_\gamma^\dagger] \mathcal{G}_{\gamma\beta} + \right. \\ &\quad \left. + \mathcal{G}_{\alpha\gamma} [G_\gamma, G_\beta^\dagger] + [\mathcal{G}_{\alpha\gamma}, G_\beta^\dagger] G_\gamma \right) + \mathcal{O}(\Psi^{\geq 4}). \end{aligned} \quad (4.25)$$

Na expressão acima foram desprezados termos que envolvem potências iguais ou maiores do que quatro na função de onda. Reagrupando os termos encontramos o seguinte resultado

$$[\tilde{G}_\alpha, \tilde{G}_\beta^\dagger] \approx \delta_{\alpha\beta} + (1 + 2c_1) \mathcal{G}_{\alpha\beta} + c_1 \left(G_\gamma^\dagger [G_\alpha, \mathcal{G}_{\gamma\beta}] + [\mathcal{G}_{\alpha\gamma}, G_\beta^\dagger] G_\gamma \right) + \mathcal{O}(\Psi^{\geq 4}).$$

Para ocorrer o cancelamento do termo de segunda ordem, o coeficiente c_1 deve ser igual a $-1/2$. Assim, temos que o comutador (4.25) pode ser expresso na forma

$$[\tilde{G}_\alpha, \tilde{G}_\beta^\dagger] \approx \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \left(G_\gamma^\dagger [G_\alpha, \mathcal{G}_{\gamma\beta}] + [\mathcal{G}_{\alpha\gamma}, G_\beta^\dagger] G_\gamma \right) + \mathcal{O}(\Psi^{\geq 4}). \quad (4.26)$$

A expressão acima é canônica até a segunda ordem em Ψ . Os termos entre parênteses são de terceira ordem na função de onda e foram gerados pela inclusão do contra-termo proporcional a c_1 em (4.24). O cancelamento destes termos irá ocorrer mediante uma nova modificação do operador \tilde{G}_α capaz, agora, de eliminar estas contribuições. Definindo um novo “ansatz” para \tilde{G}_α tal que,

$$\tilde{G}_\alpha \equiv G_\alpha - \frac{1}{2} \mathcal{G}_{\alpha\beta} G_\beta + c_2 G_\beta^\dagger [\mathcal{G}_{\beta\gamma}, G_\alpha] G_\gamma \quad (4.27)$$

esta definição garantirá que a transformação de Fock-Tani seja consistente até ordem três nos operadores. Este aspecto foi importante na dedução do potencial glueball - glueball na minha dissertação de mestrado, onde esta foi a ordem mínima, na função de onda, para se obter de maneira consistente o gerador \mathcal{F}_G . O valor de $c_2 = -1/2$ é encontrado pelo cálculo do comutador de (4.27), semelhantemente ao procedimento que foi utilizado para determinar c_1 . A inclusão do contra-termo proporcional a c_2 em (4.27) irá, por sua vez, gerar contribuições operatoriais em ordens mais altas. O procedimento que leva ao cancelamento destes termos é similar àquele. A nova transformação de Fock-Tani fica

$$U(t) = \exp(t\mathcal{F}_G), \quad (4.28)$$

de maneira que as respectivas equações de movimento resultam em

$$\dot{\tilde{G}}_\alpha(t) = [\tilde{G}_\alpha(t), \mathcal{F}_G(t)], \quad (4.29)$$

$$\dot{g}_\alpha(t) = [g_\alpha(t), \mathcal{F}_G(t)], \quad (4.30)$$

$$\dot{a}_\mu(t) = [a_\mu(t), \mathcal{F}_G(t)]. \quad (4.31)$$

Uma das vantagens da formulação generalizada aparece na resolução destas equações de movimento, um procedimento que apresenta, neste formalismo, expressiva simplicidade formal. As equações (4.29) e (4.30) são

$$\dot{\tilde{G}}_\alpha(t) = -g_\alpha(t), \quad (4.32)$$

$$\dot{g}_\alpha(t) = \tilde{G}_\alpha(t), \quad (4.33)$$

cuja integração leva a

$$\tilde{G}_\alpha(t) = \tilde{G}_\alpha \cos t - g_\alpha \sin t, \quad (4.34)$$

$$g_\alpha(t) = \tilde{G}_\alpha \sin t + g_\alpha \cos t. \quad (4.35)$$

Nesta formulação generalizada vemos que operadores transformados possuem uma estrutura similar àquela apresentada por operadores que sofrem uma rotação no espaço no qual são definidos. Na formulação “restrita”, isto é, com o gerador \mathcal{F}_G limitado ao termo \mathcal{F}_{G0} ,

são apenas os operadores de ordem zero que apresentam esta propriedade. Estas equações podem ser escritas ordem a ordem

$$\begin{aligned}\tilde{G}_\alpha^{(0)}(t) &= G_\alpha \cos t - g_\alpha \sin t & ; & \quad \tilde{G}_\alpha^{(1)}(t) = 0, \\ \tilde{G}_\alpha^{(2)}(t) &= -\frac{1}{2}\mathcal{G}_{\alpha\gamma}G_\gamma \cos t & ; & \quad \tilde{G}_\alpha^{(3)}(t) = -\frac{1}{2}G_\gamma^\dagger[\mathcal{G}_{\gamma\rho}, G_\alpha]G_\rho \cos t,\end{aligned}\quad (4.36)$$

e

$$\begin{aligned}g_\alpha^{(0)}(t) &= G_\alpha \sin t + g_\alpha \cos t & ; & \quad g_\alpha^{(1)}(t) = 0, \\ g_\alpha^{(2)}(t) &= -\frac{1}{2}\mathcal{G}_{\alpha\gamma}G_\gamma \sin t & ; & \quad g_\alpha^{(3)}(t) = -\frac{1}{2}G_\gamma^\dagger[\mathcal{G}_{\gamma\rho}, G_\alpha]G_\rho \sin t.\end{aligned}\quad (4.37)$$

A simplicidade das equações para os operadores de glueballs \tilde{G}_α e g_α não se reflete apenas na equação para os operadores de glúons. A equação de movimento para o operador a_μ , em particular até terceira ordem, é dada por

$$\begin{aligned}\dot{a}_\mu(t) &= -\sqrt{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^\dagger(t)g_\beta(t) \\ &+ \Psi_\alpha^{*\mu\gamma}\Psi_\beta^{\gamma\nu}(G_\beta^\dagger(t)a_{\mu'}(t)g_\beta(t) - g_\beta^\dagger(t)a_\nu(t)G_\beta(t)) \\ &+ \frac{\sqrt{2}}{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^\dagger(t)\mathcal{G}_{\beta\alpha}(t)g_\beta(t) \\ &- \sqrt{2}(\Psi_\alpha^{\mu\rho}\Psi_\beta^{\nu\tau}\Psi_\gamma^{*\tau\rho} + \Psi_\alpha^{\nu\rho}\Psi_\beta^{\mu\tau}\Psi_\gamma^{*\tau\rho})G_\gamma^\dagger(t)a_\nu^\dagger(t)G_\beta(t)g_\alpha(t).\end{aligned}\quad (4.38)$$

Uma equação de primeira ordem pode ser obtida de (4.38), desprezando-se os termos que possuem potências mais altas da função de onda

$$\dot{a}_\mu^{(1)}(t) = -\sqrt{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^{\dagger(0)}(t)g_\beta^{(0)}(t).\quad (4.39)$$

Uma maneira de resolver esta equação é substituímos $a_\nu^{\dagger(0)} = a_\nu^\dagger$ e (4.33) em (4.39) e obtemos

$$\dot{a}_\mu^{(1)}(t) = \sqrt{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^\dagger\dot{\tilde{G}}_\beta^{(0)}(t).\quad (4.40)$$

No lado direito de (4.40) vemos a presença de uma derivada total em t ; ao integrá-la obtemos:

$$\begin{aligned}a_\mu^{(1)}(t) &= \sqrt{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^\dagger(\tilde{G}_\beta^{(0)}(t) - \tilde{G}_\beta^{(0)}(0)) \\ &= -\sqrt{2}\Psi_\beta^{\mu\nu}a_\nu^\dagger[g_\beta \sin t + G_\beta(1 - \cos t)].\end{aligned}\quad (4.41)$$

Esta propriedade, a de sempre encontrarmos uma derivada total no lado direito das equações de movimento, constituiu um aspecto do formalismo de Fock-Tani descoberto por D. Hadjimichief em [44] que possibilita a resolução direta das equações de movimento para os operadores de glúons de ordens mais altas. A equação em segunda ordem é então

$$\begin{aligned}\dot{a}_\mu^{(2)}(t) &= -\sqrt{2}\Psi_\alpha^{\mu\nu}a_\nu^{\dagger(1)}(t)g_\alpha^{(0)}(t) \\ &+ \Psi_\alpha^{*\mu\gamma}\Psi_\beta^{\gamma\nu}(G_\beta^{\dagger(0)}(t)a_\nu^{(0)}(t)g_\alpha^{(0)}(t) - g_\beta^{\dagger(0)}(t)a_{\mu'}^{(0)}(t)G_\alpha^{(0)}(t)).\end{aligned}\quad (4.42)$$

Usando-se o fato que $G_\alpha^{(0)}(t) = \tilde{G}_\alpha^{(0)}(t)$ e as condições $a_\nu^{(0)} = a_\nu$ e (4.33), encontramos

$$\dot{a}_\mu^{(2)}(t) = \Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} \frac{d}{dt} \left(-2G_\beta^\dagger a_\nu \tilde{G}_\alpha^{(0)}(t) + \tilde{G}_\beta^{\dagger(0)}(t) a_\nu \tilde{G}_\alpha^{(0)}(t) \right). \quad (4.43)$$

A integração de (4.43) resulta em

$$\begin{aligned} a_\mu^{(2)}(t) = & -2\Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} G_\beta^\dagger a_\nu \tilde{G}_\alpha^{(0)}(t) + \Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} G_\beta^\dagger a_\nu G_\alpha \\ & + \Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} \tilde{G}_\beta^{\dagger(0)}(t) a_\nu \tilde{G}_\alpha^{(0)}(t), \end{aligned} \quad (4.44)$$

ou, escrito de uma forma aberta,

$$\begin{aligned} a_\mu^{(2)}(t) = \Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} & \left[G_\beta^\dagger a_\nu G_\alpha (1 - 2 \cos t + \cos^2 t) \right. \\ & + G_\beta^\dagger a_\nu g_\alpha (2 \sin t - \cos t \sin t) \\ & \left. - g_\beta^\dagger a_\nu G_\alpha \cos t \sin t + g_\beta^\dagger a_\nu g_\alpha \sin^2 t \right]. \end{aligned} \quad (4.45)$$

Vemos que esta transformação generalizada efetivamente cancela os termos seculares. O operador em terceira ordem é obtido da respectiva equação de movimento em terceira ordem

$$\begin{aligned} \dot{a}_\mu^{(3)}(t) = & -\sqrt{2} \Psi_\alpha^{\mu\nu} a_\nu^{\dagger(2)} g_\alpha^{(0)} - \sqrt{2} \Psi_\alpha^{\mu\nu} a_\nu^{\dagger(0)} g_\alpha^{(2)} \\ & + \Psi_\alpha^{*\mu\gamma} \Psi_\beta^{\gamma\nu} (G_\beta^{\dagger(0)} a_\nu^{(1)} g_\beta^{(0)} - g_\beta^{\dagger(0)} a_\nu^{(1)} G_\beta^{(0)}) \\ & + \frac{\sqrt{2}}{2} \Psi_\beta^{\mu\nu} a_\nu^{\dagger(0)} \mathcal{G}_{\beta\alpha} g_\beta^{(0)} \\ & - \sqrt{2} (\Psi_\alpha^{\mu\rho} \Psi_\beta^{\nu\tau} \Psi_\gamma^{*\tau\rho} + \Psi_\alpha^{\nu\rho} \Psi_\beta^{\mu\tau} \Psi_\gamma^{*\tau\rho}) G_\gamma^{\dagger(0)} a_\nu^{\dagger(0)} G_\beta^{(0)} g_\alpha^{(0)}, \end{aligned} \quad (4.46)$$

que, após a integração, resulta em

$$\begin{aligned} a_\mu^{(3)}(t) = & \sqrt{2} \Psi_\alpha^{\mu\nu} \Psi_\beta^{*\sigma\nu} \Psi_\gamma^{\sigma\tau} \left[G_\beta^\dagger a_\tau^\dagger G_\gamma G_\alpha (\cos^3 t - \cos^2 t + \cos t - 1) \right. \\ & + G_\beta^\dagger a_\tau^\dagger G_\gamma g_\alpha (\cos t \sin t - \cos^2 t \sin t - \sin t) \\ & + g_\beta^\dagger a_\tau^\dagger G_\gamma G_\alpha (\cos t \sin t - \cos^2 t \sin t) \\ & + g_\beta^\dagger a_\tau^\dagger G_\gamma g_\alpha (\cos^2 t \sin t - \sin^2 t) \\ & - G_\beta^\dagger a_\tau^\dagger g_\gamma G_\alpha \cos^2 t \sin t \\ & + G_\beta^\dagger a_\tau^\dagger g_\gamma g_\alpha \cos t \sin^2 t \\ & + g_\beta^\dagger a_\tau^\dagger g_\gamma G_\alpha \cos t \sin^2 t \\ & \left. - g_\beta^\dagger a_\tau^\dagger g_\gamma g_\alpha \sin^3 t \right] \\ & - \frac{\sqrt{2}}{2} \Psi_\alpha^{\mu\nu} a_\nu^\dagger \mathcal{G}_{\alpha\gamma} [2(\cos t - 1)G_\gamma - g_\gamma \sin t]. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Este resultado conclui a dedução dos operadores de glúons transformados básicos que serão necessários para obtenção amplitude de decaimento para glueballs a ser desenvolvida no próximo capítulo.

Capítulo 5

Decaimento de Glueballs

A partir deste capítulo vamos apresentar a parte inédita desta tese. A discussão do desenvolvimento do formalismo de Fock-Tani feita até agora deu ênfase a decaimentos de mésons- $Q\bar{Q}$, dentro do contexto o modelo 3P_0 corrigido. Como foi mencionado em capítulos anteriores procura-se por candidatos concretos a glueballs. Entretanto, os candidatos estudados na literatura revelaram-se sistemas mais complexos do que foram imaginados inicialmente por apresentarem misturas. Neste capítulo vamos deduzir a Hamiltoniano de Fock-Tani para decaimento de glueballs puros.

5.1 Decaimento de Glueballs

O estudo do decaimento de um glueball exige a definição do vértice fundamental onde o glúon constituinte quebra num par $q\bar{q}$. O potencial que descreve tal processo foi mostrado na Fig. 1.4a e expresso na Eq. (1.27) reproduzida, novamente, a seguir

$$V^{(a_i q_l \bar{q}_k)} = g_G \delta(\vec{k}_i - \vec{p}_l - \vec{p}_k) (\vec{\sigma}_{(lk)} \cdot \vec{\epsilon}_i) \mathbf{1}_F^{(lk)} \left(\frac{1}{2} \sum_{b=1}^8 \lambda_{(lk)}^b A_i^b \right). \quad (5.1)$$

Semelhante ao procedimento adotado no estudo do modelo 3P_0 , onde o decaimento de mésons- $Q\bar{Q}$ era obtido a partir do limite não-relativístico do Hamiltoniano $H_{q\bar{q}}$, pode-se mostrar que este potencial (5.1) também pode ser obtido como um limite não-relativístico, mas do seguinte Hamiltoniano

$$H_{a \rightarrow q\bar{q}} = g_G \int d^3x \psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) \vec{\alpha} \cdot \vec{A}(\vec{x}) \quad (5.2)$$

onde $A_i(\vec{x}) = A_i^b(\vec{x}) \lambda^b / 2$. O objetivo agora é aplicar, na Eq. (5.2), o formalismo de Fock-Tani desenvolvido nos capítulos anteriores e obter a estrutura

$$m^\dagger m^\dagger g \quad (5.3)$$

que efetivamente descreve o decaimento de um glueball em dois mésons- $Q\bar{Q}$. Entretanto, a estrutura operatorial de $H_{a \rightarrow q\bar{q}}$ é dada por

$$H_{a \rightarrow q\bar{q}} \sim q^\dagger \bar{q}^\dagger a \quad (5.4)$$

e a transformação de Fock-Tani sobre (5.4) resulta em

$$U^{-1} q^\dagger \bar{q}^\dagger a U = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} q^{\dagger(i)} \bar{q}^{\dagger(j)} a^{(k)}, \quad (5.5)$$

ou seja,

$$U^{-1} q^\dagger \bar{q}^\dagger a U = \sum_{i,j=0}^{\infty} q^{\dagger(i)} \bar{q}^{\dagger(j)} [a^{(0)} + a^{(1)} + a^{(2)} + \dots]. \quad (5.6)$$

Como vemos, esta expansão não permite obter uma estrutura independente do operador de glúons, pois da Eq. (4.38), mesmo em ordem mais baixa, temos

$$\begin{aligned} a^{(0)} &\sim a, \\ a^{(1)} &\sim a^\dagger g, \\ &\vdots \end{aligned} \quad (5.7)$$

sempre sobrando ao menos um operador de glúon. Este fato implica que, com $H_{a \rightarrow q\bar{q}}$, o processo

$$g \rightarrow m + m \quad (5.8)$$

não pode ser descrito. Um alternativa viável consiste em construir num produto do tipo

$$a^{(0)} a^{(1)} \sim a a^\dagger g, \quad (5.9)$$

onde, após colocar em ordenameto normal, obtemos

$$a^{(0)} a^{(1)} \sim g. \quad (5.10)$$

Para encontrar uma estrutura operatorial compatível com o resultado da Eq. (5.10) o Hamiltoniano microscópico deve ser da forma

$$(q^\dagger \bar{q}^\dagger a) (q^\dagger \bar{q}^\dagger a), \quad (5.11)$$

o que corresponde a uma potência g_G^2 (segunda ordem de teoria de perturbação) no Hamiltoniano perturbativo $H_{a \rightarrow q\bar{q}}$. Desta forma, o Hamiltoniano fenomenológico consistente com o vértice (5.1) e que incorpora o resultado (5.11) é

$$H_{a q\bar{q}} = \frac{g_G^2}{\Lambda} \int d^3x d^3y \psi^\dagger(\vec{x}) \psi(\vec{x}) V(\vec{x}, \vec{y}) \psi^\dagger(\vec{y}) \psi(\vec{y}) \quad (5.12)$$

onde $V(\vec{x}, \vec{y}) = [\vec{\alpha} \cdot \vec{A}(\vec{x})] [\vec{\alpha} \cdot \vec{A}(\vec{y})]$ e Λ é um parâmetro de escala medida em GeV. Este Hamiltoniano pode ser representado no espaço de momento e detalhes são apresentados no apêndice D

$$H_{aq\bar{q}} = V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger a_\tau q_\eta^\dagger \bar{q}_\rho^\dagger a_\xi \quad (5.13)$$

onde

$$V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} = \frac{g_G^2}{\sqrt{2}(2\pi)^3} \left(\frac{\lambda^{a_\tau}}{2} \frac{\lambda^{a_\xi}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\xi}}} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \delta(\vec{p}_\eta + \vec{p}_\rho - \vec{p}_\xi) \\ \times \vec{\sigma}_{\mu\nu} \cdot \vec{\epsilon}_1(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau) \vec{\sigma}_{\eta\rho} \cdot \vec{\epsilon}_2(\vec{p}_\xi, \mathcal{P}_\xi), \quad (5.14)$$

com $\vec{\epsilon}$, o vetor de polarização do glúon, \mathcal{P} a sua respectiva polarização e

$$\vec{\sigma}_{\mu\nu} = \chi_{s_\mu}^* \vec{\sigma} \chi_{s_\nu}^c, \quad (5.15)$$

onde χ é o espinor de Pauli. Sendo assim, o Hamiltoniano de Fock-Tani \mathcal{H}_G para o decaimento de um glueball resulta da seguinte combinação

$$\mathcal{H}_G = V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \left[q_\mu^\dagger(1) \bar{q}_\nu^\dagger(0) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(1) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} + q_\mu^\dagger(1) \bar{q}_\nu^\dagger(1) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(0) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} \right], \quad (5.16)$$

que após a substituição dos operadores transformados e o ordenamento normal fornece

$$\mathcal{H}_G = \sqrt{2} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \left[\Phi_\beta^{*\mu\nu} \Phi_\delta^{*\eta\rho} \Psi_\alpha^{\xi\tau} - \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Phi_\delta^{*\nu\eta} \Psi_\alpha^{\xi\tau} \right] m_\beta^\dagger m_\delta^\dagger g_\alpha. \quad (5.17)$$

Desta expressão obtemos dois diagramas para o decaimento de um glueball em dois mésons. Estes diagramas podem ser vistos na Fig. (5.1). Nesta figura podemos ver claramente que

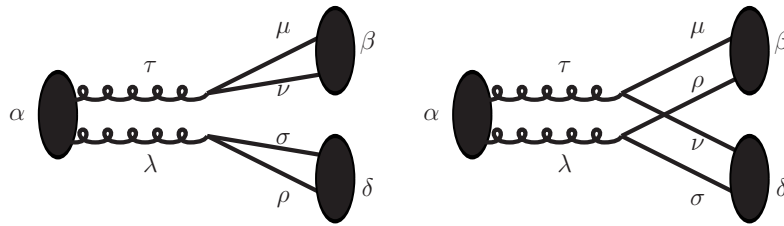


Fig. 5.1: Diagramas para o Hamiltoniano \mathcal{H}_G da eq. (5.17).

o primeiro diagrama não conserva a carga de cor, por isso não contribui para este processo. Sendo assim, não vamos considerar este primeiro termo em (5.17), resultando na expressão final para \mathcal{H}_G ,

$$\mathcal{H}_G = -\sqrt{2} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Phi_\delta^{*\nu\eta} \Psi_\alpha^{\xi\tau} m_\beta^\dagger m_\delta^\dagger g_\alpha. \quad (5.18)$$

O próximo passo, por uma questão de consistência, é procurar se há, no setor de glueballs, correções de estado ligado. O procedimento é similar ao realizado no setor de quarks. Procuramos combinações de operadores transformados, tais que, resultem em termos com uma Δ . Retornando ao Hamiltoniano $H_{aq\bar{q}}$ em (5.13) e expandindo os termos, obtemos

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{H}_G = & V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \left[q_\mu^\dagger(1) \bar{q}_\nu^\dagger(2) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(1) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} + q_\mu^\dagger(3) \bar{q}_\nu^\dagger(0) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(1) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} \right. \\ & \left. + q_\mu^\dagger(1) \bar{q}_\nu^\dagger(3) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(0) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} + q_\mu^\dagger(3) \bar{q}_\nu^\dagger(1) a_\tau^{(0)} q_\eta^\dagger(0) \bar{q}_\rho^\dagger(0) a_\xi^{(1)} \right] \end{aligned} \quad (5.19)$$

Após a inclusão dos operadores transformados e o respectivo procedimento de ordenamento normal, resulta numa expressão muito simples para a correção de estado ligado no setor do glueball

$$\delta\mathcal{H}_G = -\sqrt{2} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \Phi_\alpha^{*\mu\lambda} \Phi_\beta^{*\omega\nu} \Delta(\omega\lambda; \eta\rho) \Psi_\delta^{\xi\tau} m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger g_\delta. \quad (5.20)$$

Entretanto, substituindo as funções de onda de cor em (5.20) encontramos para o fator de cor a seguinte expressão

$$\lambda_{\mu\nu}^\xi \lambda_{\eta\rho}^\tau \delta^{\mu\lambda} \delta^{\omega\nu} (\delta^{\omega\lambda} \delta^{\eta\rho}) \delta^{\xi\tau} = \lambda_{\mu\nu}^\tau \text{Tr}[\lambda^\tau] \delta^{\mu\lambda} \delta^{\omega\nu} \delta^{\omega\lambda} = 0, \quad (5.21)$$

logo vemos

$$\delta\mathcal{H}_G = 0 \quad (5.22)$$

e portanto não há correção de estado ligado para o glueball.

Capítulo 6

Mistura de Mésons- $Q\bar{Q}$ e Glueballs no Formalismo de Fock-Tani

Nos capítulos anteriores apresentamos, em detalhe, o comportamento do formalismo de Fock-Tani para o mapeamento de dois tipos bem distintos de estados ligados, o primeiro constituído por férmions e o segundo por bósons. Foi apresentado como exemplo de aplicação do formalismo, no contexto da Física Hadrônica, o sistema de mésons- $Q\bar{Q}$ usuais e os glueballs. Entretanto, seguindo a discussão desenvolvida no primeiro capítulo, os mésons escalares $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$ podem apresentar misturas do seu conteúdo $Q\bar{Q}$ com o de glueballs. Para tanto, o formalismo de Fock-Tani necessita uma generalização que será desenvolvida neste capítulo.

6.1 Transformação de Fock-Tani com Misturas

No formalismo de Fock-Tani o ponto de partida é sempre a definição do operador de criação do estado ligado. Como o estudo dos mésons $f_0(M)$, implica em considerar um novo tipo de estado ligado com estrutura interna particular. Vamos definir o vetor de estado $|\alpha\rangle$ no espaço de Fock que descreve esse méson, dado por

$$|\alpha\rangle = F_\alpha^\dagger |0\rangle, \quad (6.1)$$

onde F_α^\dagger é o operador de criação de um méson composto do tipo $f_0(M)$, no estado α e $|0\rangle$ é o estado de vácuo, definido por:

$$q_\mu |0\rangle = \bar{q}_\nu |0\rangle = 0 \quad ; \quad a_\mu |0\rangle = 0. \quad (6.2)$$

Embora não tenhamos, ainda, uma definição explícita para F_α^\dagger , sabemos que este operador deve ter uma realção de comutação não-canônica

$$[F_\alpha, F_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{W}_{\alpha\beta}, \quad (6.3)$$

onde $\mathcal{W}_{\alpha\beta}$ é um termo operatorial que contém a informação sobre a estrutura interna do $f_0(M)$, com a seguinte forma funcional genérica

$$\mathcal{W}_{\alpha\beta} = f[\Phi, \Psi, q, \bar{q}, a]. \quad (6.4)$$

Novamente, a idéia do formalismo de Fock-Tani é fazer uma mudança de representação, de forma que os operadores das partículas compostas sejam redescritos por operadores que satisfazem relações de comutação canônicas. A mudança de representação é realizada por meio de um operador unitário, U , de modo que o estado de um $f_0(M)$ composto seja redescrito pelo estado de um $f_0(M)$ ideal, descrito por operadores de destruição e criação de partículas “ideais”, f_α e f_α^\dagger . Em outras palavras, queremos efetuar a seguinte substituição

$$\boxed{\begin{array}{ccc} F_\alpha^\dagger|0\rangle & \implies & f_\alpha^\dagger|0\rangle \\ f_0(M) & & f_0(M) \\ \textit{físico} & & \textit{ideal} \end{array}} \quad (6.5)$$

Desta forma, se $|\alpha\rangle$ representa um estado de um $f_0(M)$ composto, ele será redescrito por um $f_0(M)$ elementar “ideal” sob a transformação

$$|\alpha\rangle \longrightarrow U^{-1}|\alpha\rangle = f_\alpha^\dagger|0\rangle. \quad (6.6)$$

A escolha mais simples para a forma do operador F_α^\dagger consiste numa combinação dos operadores de méson M_α^\dagger e glueball G_α^\dagger estudado anteriormente, ou seja,

$$M_\alpha^\dagger = \Phi_\alpha^{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \quad ; \quad G_\alpha^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_\alpha^{\mu\nu} a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger, \quad (6.7)$$

resultando em

$$F_\alpha^\dagger = a_1 M_\alpha^\dagger + a_2 G_\alpha^\dagger, \quad (6.8)$$

onde a_1 e a_2 são os parâmetros de mistura. Como é indicado no quadro (6.5) as partículas físicas são substituídas pelas partículas ideais, desta forma o operador (6.8) é substituído, após a transformação, por

$$f_\alpha^\dagger = a_1 m_\alpha^\dagger + a_2 g_\alpha^\dagger, \quad (6.9)$$

onde as relações canônicas são satisfeitas

$$[m_\alpha, m_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta} \quad ; \quad [g_\alpha, g_\beta^\dagger] = \delta_{\alpha\beta}. \quad (6.10)$$

Para obter (6.9), o FFT exige a definição da transformação unitária U que mapeia o estado composto no estado ideal, *i.e.*,

$$U^{-1} M_\alpha^\dagger |0\rangle = m_\alpha^\dagger |0\rangle \quad ; \quad U^{-1} G_\alpha^\dagger |0\rangle = g_\alpha^\dagger |0\rangle. \quad (6.11)$$

Um candidato a operador unitário capaz de realizar o mapeamento (6.11) pode ser postulado a partir da seguinte definição

$$U = \exp(t\mathcal{F}) \quad (6.12)$$

onde o parâmetro t assume o valor de $-\pi/2$. Para satisfazer a exigência simultânea de transformar M_α^\dagger e G_α^\dagger , expressa em (6.11), o gerador da transformação \mathcal{F} , deve ser da seguinte forma

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_M + \mathcal{F}_G, \quad (6.13)$$

onde \mathcal{F}_M e \mathcal{F}_G foram definidos em capítulos anteriores como sendo

$$\mathcal{F}_M = m_\alpha^\dagger \tilde{M}_\alpha - \tilde{M}_\alpha^\dagger m_\alpha \quad ; \quad \mathcal{F}_G = g_\alpha^\dagger \tilde{G}_\alpha - \tilde{G}_\alpha^\dagger g_\alpha. \quad (6.14)$$

Os operadores \tilde{M} e \tilde{G} foram apresentados como expansões em potências da função de onda, restritos as seguintes condições, novamente válidas para os mésons com misturas,

$$\begin{aligned} [\tilde{M}_\alpha, \tilde{M}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Phi^{n+1}) \\ [\tilde{G}_\alpha, \tilde{G}_\beta^\dagger] &= \delta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(\Psi^{n+1}). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Observando as Eqs. (6.13) e (6.14) é fácil constatar que $\mathcal{F}^\dagger = -\mathcal{F}$, o que assegura que U é unitário. Há outro aspecto importante que deve ser notado

$$[\mathcal{F}_M, \mathcal{F}_G] = 0. \quad (6.16)$$

Recordando a relação de *Baker-Campbell-Hausdorff*, para dois operadores X e Y

$$\ln [e^X e^Y] = X + Y + \frac{1}{2}[X, Y] + \frac{1}{12}[X, [X, Y]] - \frac{1}{12}[Y, [X, Y]] + \dots \quad (6.17)$$

No caso de $[X, Y] = 0$, temos

$$\ln [e^X e^Y] = X + Y, \quad (6.18)$$

ou seja,

$$e^X e^Y = e^{X+Y}. \quad (6.19)$$

Desta forma, pelo resultado (6.16), juntamente com (6.19), encontramos

$$U = \exp [t(\mathcal{F}_M + \mathcal{F}_G)] = \exp (t \mathcal{F}_M) \exp (t \mathcal{F}_G) . \quad (6.20)$$

A expressão (6.20) garante a independência das transformações, assim

$$\begin{aligned} U^{-1} M_\alpha^\dagger |0\rangle &= e^{-t\mathcal{F}_M} e^{-t\mathcal{F}_G} M_\alpha^\dagger |0\rangle = e^{-t\mathcal{F}_M} M_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= m_\alpha^\dagger |0\rangle \end{aligned} \quad (6.21)$$

e da mesma forma

$$\begin{aligned} U^{-1} G_\alpha^\dagger |0\rangle &= e^{-t\mathcal{F}_M} e^{-t\mathcal{F}_G} G_\alpha^\dagger |0\rangle = e^{-t\mathcal{F}_M} g_\alpha^\dagger |0\rangle \\ &= g_\alpha^\dagger |0\rangle. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Finalmente, o mapeamento de F_α^\dagger em f_α^\dagger é realizado

$$U^{-1} F_\alpha^\dagger |0\rangle = f_\alpha^\dagger |0\rangle. \quad (6.23)$$

6.2 Hamiltoniano para Mésons Escalares

No tratamento de decaimentos de mésons com mistura é preciso, como nas situações anteriores, definir o Hamiltoniano microscópico. Este Hamiltoniano deve conter uma estrutura de criação de pares $q\bar{q}$ a partir do vácuo, juntamente com um termo onde o glúon pode quebrar também num par $q\bar{q}$. A escolha compatível com estas duas condições são os Hamiltonianos $H_{q\bar{q}}$ na Eq. (3.27) e $H_{aq\bar{q}}$ na Eq. (5.13), portanto vamos definir um novo Hamiltoniano fenomenológico H_{mix} , como sendo a soma destes dois, *i.e.*,

$$H_{\text{mix}} = H_{q\bar{q}} + H_{aq\bar{q}} \quad (6.24)$$

onde, recordando

$$\begin{aligned} H_{q\bar{q}} &= V_{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \\ H_{aq\bar{q}} &= V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger a_\tau q_\eta^\dagger \bar{q}_\rho^\dagger a_\xi, \end{aligned} \quad (6.25)$$

$V_{\mu\nu}$ e $V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi}$ são notações compactas para os potenciais

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu} &= g_{q\bar{q}} \delta_{f_\mu f_\nu} \delta_{c_\mu c_\nu} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \\ V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} &= \frac{g_G^2}{\sqrt{2}(2\pi)^3} \left(\frac{\lambda^{a_\tau}}{2} \frac{\lambda^{a_\xi}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\xi}}} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \delta(\vec{p}_\eta + \vec{p}_\rho - \vec{p}_\xi) \\ &\quad \times \vec{\sigma}_{\mu\nu} \cdot \vec{\epsilon}_1(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau) \vec{\sigma}_{\eta\rho} \cdot \vec{\epsilon}_2(\vec{p}_\xi, \mathcal{P}_\xi), \end{aligned} \quad (6.26)$$

Assim sendo, o Hamiltoniano de Fock-Tani, para mésons escalares, \mathcal{H}_{f_0} para o decaimento de um méson escalar será obtido utilizando o operador U definido em (6.12), atuando sobre H_{mix}

$$\mathcal{H}_{f_0} = U^{-1} H_{\text{mix}} U. \quad (6.27)$$

O Hamiltoniano \mathcal{H}_{f_0} conterà uma expansão infinita em potências da função de onda. As contribuições relevantes para o decaimento dos mésons $f_0(M)$ serão os termos de mais baixa ordem que foram calculados em capítulos anteriores, *i.e.*, $\mathcal{H}^{\text{C3P0}}$ e \mathcal{H}_G

$$\mathcal{H}_{f_0} \approx \mathcal{H}^{\text{C3P0}} + \mathcal{H}_G \quad (6.28)$$

Como foi discutido, em detalhe, no Capítulo 1, nas Eqs. (1.46) e (1.47), um méson escalar $f_0(M)$ genérico pode ser escrito como

$$|f_0(M)\rangle = c_1 |N\rangle + c_2 |S\rangle + c_3 |G\rangle \quad (6.29)$$

com a seguinte condição de normalização

$$\sum_{i=1}^3 c_i^2 = 1. \quad (6.30)$$

Assim, vemos que os mésons f_0 têm uma mistura adicional no setor de quarks que pode ser compatibilizada com a formulação descrita até agora da seguinte forma, definimos a função de onda do estado ligado do setor de quarks $\Phi_\alpha^{\mu\nu}$ como

$$\Phi_\alpha^{\mu\nu} \equiv \bar{a}_1 \varphi_\alpha^{\mu\nu} + \bar{a}_2 \Upsilon_\alpha^{\mu\nu} \quad (6.31)$$

onde \bar{a}_1 e \bar{a}_2 são os parâmetros de mistura das funções de onda do quarkonia $\varphi_\alpha^{\mu\nu}$ e estranhonia $\Upsilon_\alpha^{\mu\nu}$. Desta forma,

$$\begin{aligned} M_\alpha^\dagger &= [\bar{a}_1 \varphi_\alpha^{\mu\nu} + \bar{a}_2 \Upsilon_\alpha^{\mu\nu}] q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger \\ &\equiv \bar{a}_1 N_\alpha^\dagger + \bar{a}_2 S_\alpha^\dagger, \end{aligned} \quad (6.32)$$

o que resulta em

$$F_\alpha^\dagger = a_1 \bar{a}_1 N_\alpha^\dagger + a_1 \bar{a}_2 S_\alpha^\dagger + a_2 G_\alpha^\dagger, \quad (6.33)$$

ou ainda,

$$F_\alpha^\dagger = c_1 N_\alpha^\dagger + c_2 S_\alpha^\dagger + c_3 G_\alpha^\dagger, \quad (6.34)$$

com a seguinte identificação

$$c_1 = a_1 \bar{a}_1 \quad ; \quad c_2 = a_1 \bar{a}_2 \quad ; \quad c_3 = a_2. \quad (6.35)$$

Desta forma o estado $|f_0(M)\rangle$ é obtido

$$|f_0(M)\rangle = F_\alpha^\dagger |0\rangle = [c_1 N_\alpha^\dagger + c_2 S_\alpha^\dagger + c_3 G_\alpha^\dagger] |0\rangle = c_1 |N\rangle + c_2 |S\rangle + c_3 |G\rangle \quad (6.36)$$

e a normalização (6.30) é imposta naturalmente em (6.36). Finalmente, a determinação da amplitude de decaimento considera os estados iniciais e finais

$$\begin{aligned} |i\rangle &= f_\alpha^\dagger |0\rangle \\ |f\rangle &= m_\beta^\dagger m_\gamma^\dagger |0\rangle \end{aligned} \quad (6.37)$$

e o elemento de matriz de (6.28) entre estes estados, resultando em

$$\langle f | (\mathcal{H}^{C^3P^0} + \mathcal{H}_G) | i \rangle = \delta(\vec{p}_\alpha - \vec{p}_\beta - \vec{p}_\gamma) h_{fi} , \quad (6.38)$$

onde a amplitude de decaimento h_{fi} fica, simplesmente

$$h_{fi} = c_1 h_{fi}^{n\bar{n}} + c_2 h_{fi}^{s\bar{s}} + c_3 h_{fi}^g . \quad (6.39)$$

No próximo capítulo calcularemos explicitamente (6.39) para os mésons $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$.

Capítulo 7

Decaimentos de Mésons Escalares f_0

No capítulo anterior apresentamos os detalhes da extensão do formalismo de Fock-Tani para o mapeamento de dois tipos bem distintos de estados ligados, o primeiro constituído por férmions e o segundo por bósons. Em seguida deduzimos o Hamiltoniano \mathcal{H}_{f_0} , em ordem baixa, que descreve este processo de decaimento.

Neste capítulo iremos usar este Hamiltoniano fenomenológico para descrever as amplitudes e taxas de decaimento dos mésons escalares $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$.

7.1 Amplitudes e taxas de decaimento

Nesta seção iremos delinear detalhes do cálculo que será realizado utilizando o formalismo desenvolvido nos capítulos anteriores. Inicialmente vamos destacar as propriedades dos mésons escalares $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$, resumidas nas tabelas (7.1), (7.2) e (7.3). A partir destas tabelas vamos definir os seguintes canais teóricos de decaimento [16]:

$$f_0(M) \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi \pi \\ K \bar{K} \\ \eta \eta \\ \eta \eta' \\ a_1 \pi \\ \pi(1300) \pi \\ \sigma \sigma \\ \omega \omega \\ \rho \rho \end{array} \right. \quad (7.1)$$

Observação: o méson $\pi(1300)$ também será denominado de π^* .

$f_0(1370)$		$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$
Massa $m = 1200$ a 1500 MeV $\Gamma_{\text{Total}} = 200$ a 500 MeV		
Modos de decaimento	Fração $\Gamma_i/\Gamma_{\text{Total}}$	
$\pi\pi$	observado	
4π	observado	
$4\pi^0$	observado	
$2\pi^+2\pi^-$	observado	
$\pi^+\pi^-2\pi^0$	observado	
$\rho\rho$	dominante	
$(2\pi\pi)_{\text{onda-S}}$	observado	
$\pi(1300)\pi$	observado	
$a_1(1260)\pi$	observado	
$\eta\eta$	observado	
$K\bar{K}$	observado	
6π	não-observado	
$\omega\omega$	não-observado	
$\gamma\gamma$	observado	
e^+e^-	não-observado	

Tab. 7.1: *Propriedades do méson $f_0(1370)$*

$f_0(1500)$		$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$
Massa $m = 1505 \pm 6$ MeV $\Gamma_{\text{Total}} = 109 \pm 7$ MeV		
Modos de decaimento	Fração $\Gamma_i/\Gamma_{\text{Total}}$	
$\pi\pi$	$(34.9 \pm 2.3)\%$	
4π	$(49.5 \pm 3.3)\%$	
$4\pi^0$	observado	
$2\pi^+2\pi^-$	observado	
$\eta\eta$	$(5.1 \pm 0.9)\%$	
$\eta\eta'(958)$	$(1.9 \pm 0.8)\%$	
$K\bar{K}$	$(8.6 \pm 1.0)\%$	
$\gamma\gamma$	não-observado	

Tab. 7.2: *Propriedades do méson $f_0(1500)$*

$f_0(1710)$		$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$
Massa $m = 1720 \pm 6$ MeV $\Gamma_{\text{Total}} = 135 \pm 8$ MeV		
Modos de decaimento	Fração $\Gamma_i/\Gamma_{\text{Total}}$	
$K\bar{K}$	observado	
$\eta\eta$	observado	
$\pi\pi$	observado	
$\omega\omega$	observado	

Tab. 7.3: *Propriedades do méson $f_0(1710)$*

Para calcular as amplitudes de decaimento dos canais definidos na Eq. (7.1), temos que avaliar o elemento de matriz (6.38), ou seja,

$$\langle f | (\mathcal{H}^{C3P0} + \mathcal{H}_G) | i \rangle = \delta(\vec{p}_\alpha - \vec{p}_\beta - \vec{p}_\gamma) h_{fi} . \quad (7.2)$$

O objetivo final consiste em descrever a transição $f_\gamma \rightarrow m_\alpha + m_\beta$ e para isto vamos considerar os seguintes estados inicial e final

$$\begin{aligned} |i\rangle &= f_\gamma^\dagger |0\rangle = (a_1 m_\gamma^\dagger + a_2 g_\gamma^\dagger) |0\rangle \\ |f\rangle &= m_\alpha^\dagger m_\beta^\dagger |0\rangle . \end{aligned} \quad (7.3)$$

Inicialmente consideraremos a parte \mathcal{H}^{C3P0} , do elemento de matriz (7.2)

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{H}^{C3P0} | i \rangle &= -\Phi_{\alpha'}^{*\mu\lambda} \Phi_{\beta'}^{*\rho\nu} \Phi_{\gamma'}^{\rho\lambda} V_{\mu\nu}^{C3P0} \langle 0 | m_\alpha m_\beta (m_{\alpha'}^\dagger m_{\beta'}^\dagger m_{\gamma'}) (a_1 m_\gamma^\dagger + a_2 g_\gamma^\dagger) |0\rangle \\ &= -a_1 \Phi_{\alpha'}^{*\mu\lambda} \Phi_{\beta'}^{*\rho\nu} \Phi_{\gamma'}^{\rho\lambda} V_{\mu\nu}^{C3P0} \langle 0 | m_\alpha m_\beta (m_{\alpha'}^\dagger m_{\beta'}^\dagger m_{\gamma'}) m_\gamma^\dagger |0\rangle , \end{aligned} \quad (7.4)$$

que resulta em

$$\langle f | \mathcal{H}^{C3P0} | i \rangle = -d_1^{Q\bar{Q}} - d_2^{Q\bar{Q}} \quad (7.5)$$

onde $d_1^{Q\bar{Q}}$ e $d_2^{Q\bar{Q}}$ são dados por

$$\begin{aligned} d_1^{Q\bar{Q}} &= a_1 \Phi_\alpha^{*\rho\nu} \Phi_\beta^{*\mu\lambda} \Phi_\gamma^{\rho\lambda} V_{\mu\nu}^{C3P0} \\ d_2^{Q\bar{Q}} &= a_1 \Phi_\alpha^{*\mu\lambda} \Phi_\beta^{*\rho\nu} \Phi_\gamma^{\rho\lambda} V_{\mu\nu}^{C3P0} . \end{aligned} \quad (7.6)$$

O próximo elemento de é do termo \mathcal{H}_G , obtido na Eq. (5.18), *i.e.*,

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{H}_G | i \rangle &= -\sqrt{2} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \Phi_{\alpha'}^{*\mu\rho} \Phi_{\beta'}^{*\nu\eta} \Psi_{\gamma'}^{\xi\tau} \langle 0 | m_\alpha m_\beta (m_{\alpha'}^\dagger m_{\beta'}^\dagger g_{\gamma'}) (a_1 m_\gamma^\dagger + a_2 g_\gamma^\dagger) |0\rangle \\ &= -a_2 \sqrt{2} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \Phi_{\alpha'}^{*\mu\rho} \Phi_{\beta'}^{*\nu\eta} \Psi_{\gamma'}^{\xi\tau} \langle 0 | m_\alpha m_\beta (m_{\alpha'}^\dagger m_{\beta'}^\dagger g_{\gamma'}) g_\gamma^\dagger |0\rangle , \end{aligned} \quad (7.7)$$

que resulta em

$$\langle f | \mathcal{H}_G | i \rangle = -d_1^G - d_2^G \quad (7.8)$$

onde d_1^G e d_2^G são dados por

$$\begin{aligned} d_1^G &= a_2 \sqrt{2} \Phi_\alpha^{*\mu\rho} \Phi_\beta^{*\nu\eta} \Psi_\gamma^{\xi\tau} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} \\ d_2^G &= a_2 \sqrt{2} \Phi_\alpha^{*\nu\eta} \Phi_\beta^{*\mu\rho} \Psi_\gamma^{\xi\tau} V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} . \end{aligned} \quad (7.9)$$

O cálculo das amplitudes de decaimento passa pela definição da função de onda. Considerando os graus de liberdade spin χ , sabor f , cor C e espaço Φ , a função de onda do méson- $Q\bar{Q}$ pode ser escrito na forma

$$\Phi_\alpha^{\mu\nu} = \chi_{S_\alpha}^{s_\mu s_\nu} f_{f_\alpha}^{\mu f_\nu} C^{c_\mu c_\nu} \Phi_{nl}(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu) . \quad (7.10)$$

e, de forma similar, para o glueball

$$\Psi_\alpha^{\mu\nu} = \chi_{S_\alpha}^{s_\mu s_\nu} C^{c_\mu c_\nu} \Phi_{nl}(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu). \quad (7.11)$$

A componente de cor para os mésons- $Q\bar{Q}$ e glueball será dada por

$$\begin{aligned} C^{c_1 c_2} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \delta^{c_1 c_2} \quad ; \quad c_i = 1, 2, 3 \\ C^{ab} &= \frac{1}{\sqrt{8}} \delta^{ab} \quad ; \quad a, b = 1, \dots, 8. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Assumimos que a parte espacial será de funções de onda do oscilador harmônico simples

$$\Phi_{nl}(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) = \delta(\vec{P}_\alpha - \vec{p}_1 - \vec{p}_2) \phi_{nl}(\vec{p}_1, \vec{p}_2), \quad (7.13)$$

onde $\phi_{nl}(\vec{p}_i, \vec{p}_j)$ é dada por

$$\begin{aligned} \phi_{nl}(\vec{p}_i, \vec{p}_j) &= \left(\frac{1}{2\beta}\right)^l N_{nl} |\vec{p}_i - \vec{p}_j|^l \exp\left[-\frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{8\beta^2}\right] \\ &\quad \times \mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}\left[\frac{(\vec{p}_i - \vec{p}_j)^2}{4\beta^2}\right] Y_{lm}(\Omega_{\vec{p}_i - \vec{p}_j}), \end{aligned} \quad (7.14)$$

com $p_{i(j)}$ o momento interno, Y_{lm} o harmônico esférico e β a largura das gaussianas. A constante de normalização N_{nl} dependente dos números quânticos radial e orbital

$$N_{nl} = \left[\frac{2(n!)}{\beta^3 \Gamma(n+l+3/2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7.15)$$

Os polinômios de Laguerre $\mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}(p)$ são

$$\mathcal{L}_n^{l+\frac{1}{2}}(p) = \sum_{k=0}^n \frac{(-)^k \Gamma(n+l+3/2)}{k! (n-k)! \Gamma(k+l+3/2)} p^k. \quad (7.16)$$

Podemos reescrever as expressões (7.6) e (7.9) usando a decomposição das funções de onda definidas em (7.10) e (7.11), da seguinte forma

$$\begin{aligned} d_1^{Q\bar{Q}} &= Q_1^f Q_1^c Q_1^{s-e} \quad ; \quad d_2^{Q\bar{Q}} = Q_2^f Q_2^c Q_2^{s-e} \\ d_1^G &= G_1^f G_1^c G_1^s G_1^e \quad ; \quad d_2^G = G_2^f G_2^c G_2^s G_2^e, \end{aligned} \quad (7.17)$$

onde os fatores de sabor (f), cor (c), spin (s), espaço (e), e spin-espaço ($s-e$) ficam evidenciados. Os mésons (7.1) do estado final tem como componentes de sabor:

$$\underline{I=0}$$

$$\omega, \sigma \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) \quad ; \quad I_z = 0 \quad (7.18)$$

$I = 1$

$$\pi, \rho, a_1, \pi^* \longrightarrow \begin{cases} |d\bar{u}\rangle & ; I_z = +1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) & ; I_z = 0 \\ -|u\bar{d}\rangle & ; I_z = -1 \end{cases} \quad (7.19)$$

$I = 1/2, \mathcal{S} = +1$

$$K^+, K^0 \longrightarrow \begin{cases} -|u\bar{s}\rangle & ; I_z = +1/2 \\ -|d\bar{s}\rangle & ; I_z = -1/2 \end{cases} \quad (7.20)$$

$I = 1/2, \mathcal{S} = -1$

$$\bar{K}^0, K^- \longrightarrow \begin{cases} -|s\bar{d}\rangle & ; I_z = +1/2 \\ |s\bar{u}\rangle & ; I_z = -1/2 \end{cases} \quad (7.21)$$

Completam esta lista o mésons η e η' :

$$\begin{aligned} \eta &\longrightarrow c_1^\eta |n\bar{n}\rangle + c_2^\eta |s\bar{s}\rangle \\ \eta' &\longrightarrow c_1^{\eta'} |n\bar{n}\rangle + c_2^{\eta'} |s\bar{s}\rangle \end{aligned} \quad (7.22)$$

onde os coeficientes c_1^η , c_2^η , $c_1^{\eta'}$ e $c_2^{\eta'}$ serão fixados no momento do cálculo numérico. Os fatores de sabor para o setor $Q\bar{Q}$ foram calculados considerando que a interação não muda o sabor do quark, isto é,

$$V_{f_\mu f_\nu}^f = \delta_{f_\mu f_\nu} \quad (7.23)$$

Os resultados para este cálculo estão mostrados nas tabelas (E.1)-(E.4). Da mesma forma, os resultados para o cálculo dos coeficientes do sabor do setor de glueball estão listados na tabela (E.5).

As funções de onda de spin para os mésons podem ser de singleto de spin ($S = 0$; $S_z = 0$) dado por:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle - |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle) . \quad (7.24)$$

Enquanto os estados de triplete de spin ($S = 1$; $S_z = 1, 0, -1$) são representados por:

$$\begin{aligned} &|\uparrow\bar{\uparrow}\rangle \\ &\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\bar{\downarrow}\rangle + |\downarrow\bar{\uparrow}\rangle) \\ &|\downarrow\bar{\downarrow}\rangle . \end{aligned} \quad (7.25)$$

Uma outra informação importante para o cálculo que iremos realizar se refere à representação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$. Estes números quânticos, relevantes para a definição da parte espacial da função de onda (7.14), estão resumidos na Tab. (7.4).

Méson	$n^{2S+1}L_J$
π, K, η, η'	1^1S_0
ρ, ω	1^3S_0
$\sigma, f_0(1370), f_0(1500), f_0(1710)$	1^3P_0
a_1	1^3P_1
π^*	2^1S_0

Tab. 7.4: Notação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$

No cálculo da cor para o méson- $Q\bar{Q}$, usamos a componente da função de onda dada pela Eq. (7.12), introduzindo esta definição na equação para Q_i^c

$$\begin{aligned} Q_1^c &= C^{c_\rho c_\nu} C^{c_\mu c_\lambda} C^{c_\rho c_\lambda} V_{c_\mu c_\nu}^c \\ Q_2^c &= C^{c_\mu c_\lambda} C^{c_\rho c_\nu} C^{c_\rho c_\lambda} V_{c_\mu c_\nu}^c, \end{aligned} \quad (7.26)$$

mas como, neste modelo, não há interação que mude a cor, o potencial de interação (parte de cor) $V_{c_\mu c_\nu}^c$ fica

$$V_{c_\mu c_\nu}^c = \delta^{c_\mu c_\nu} \quad (7.27)$$

Combinando as Eqs. (7.26) e (7.27), temos então

$$Q_1^c = Q_2^c = \frac{1}{3\sqrt{3}} \delta^{c_\rho c_\nu} \delta^{c_\mu c_\lambda} \delta^{c_\rho c_\lambda} \delta^{c_\mu c_\nu} = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (7.28)$$

Como pode ser visto, a parte de cor sem correção de estado ligado resulta sempre no mesmo fator numérico independentemente do processo de decaimento em estudo. Isto pode ser evidenciado pelo fato de que o cálculo independe dos mésons envolvidos. Para o cálculo da cor com correção de estado ligado resulta sempre num único fator numérico $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ independentemente do processo de decaimento em estudo. O fator de cor do glueball também pode ser calculado de forma semelhante

$$G_1^c = G_2^c = \mathcal{C}^{c_1 c_3} \mathcal{C}^{c_4 c_2} T_{c_1 c_2}^a T_{c_4 c_3}^b \mathcal{C}^{ab}, \quad (7.29)$$

onde

$$T_{c_1 c_2}^a = \frac{\lambda_{c_1 c_2}^a}{2} \quad (7.30)$$

e λ^a são as matrizes de Gell-Mann. Usando as funções de onda de cor para mésons e glueballs (7.12) encontramos o fator de cor dado por

$$G_1^c = G_2^c = \frac{\sqrt{2}}{3}. \quad (7.31)$$

Pela natureza da interação de spin no setor $Q\bar{Q}$, este cálculo depende de um termo do tipo $\chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c$ e portanto será avaliado junto com a parte espacial no momento da integração. Já o fator de spin, no setor de glueball pode ser obtido da seguinte expressão

$$G_1^s = \chi_{S_B}^{*s_\mu s_\rho} \chi_{S_C}^{*s_\nu s_\eta} [\vec{\sigma}_{s_\mu s_\nu} \cdot \vec{\epsilon}_1(\vec{k}_\tau, \mathcal{P}_\tau)] [\vec{\sigma}_{s_\eta s_\rho} \cdot \vec{\epsilon}_2(\vec{k}_\xi, \mathcal{P}_\xi)] \chi_{S_A}^{\mathcal{P}_\tau \mathcal{P}_\xi}, \quad (7.32)$$

onde os glúons, sem massa, têm polarização transversal. Desta forma, podemos escrever os vetores de polarização, com polarização circular

$$\vec{\epsilon}_i(\vec{k}, \pm) = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} [\hat{1} \pm i \hat{j}] \quad (7.33)$$

Portanto, associamos com $\vec{\epsilon}_i(\vec{k}, \pm)$ a componente de spin ± 1 , onde o eixo de quantização é escolhido ao longo da direção de propagação, onde

$$\vec{\sigma}_{ss'} = \chi_s^* \vec{\sigma} \chi_{s'}. \quad (7.34)$$

Recordando que os espinores de Pauli são definidos como segue

$$\chi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \chi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \chi_1^c = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \chi_2^c = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.35)$$

e as quantidades, $\chi_S^{s s'}$ são os coeficientes de Clebsch-Gordan [60], isso nos leva a um fator de spin, após efetuarmos todas as contrações

$$G^s = \frac{2}{\sqrt{3}} (-1)^{1-S_B-S_C} \sqrt{\frac{(2S_B+1)(2S_C+1)}{(S_B-M_B)!(S_C-M_C)!}} \times \left[G(S_B, M_B; S_C, M_C) + G(S_C, M_C; S_B, M_B) \right] \quad (7.36)$$

onde

$$G(S_1, M_1; S_2, M_2) = \frac{(-1)^{S_2+M_2} \sqrt{S_2! (1-S_1)! (S_1+M_1)!}}{(1-S_1+M_1)! \sqrt{(S_2^2+3S_2+2) (S_1+2)! (1-S_2)! (S_2+M_2)!}}. \quad (7.37)$$

A parte espacial, sem correção de estado ligado, para o setor de mésons- $Q\bar{Q}$ (afora a δ global) é

$$Q_1^{s-e} = \int d^3k \left(\chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \varphi^* (2\vec{k} - \vec{P}) \varphi^* (2\vec{k} - \vec{P}) \varphi (2\vec{k}). \quad (7.38)$$

A contribuição do 1º termo da correção de estado ligado (afora a δ global) é

$$Q_1^{s-e} = \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left(\chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \times \varphi^* \left(2\vec{q} + \vec{P} \right) \varphi^* \left(2\vec{k} + \vec{P} \right) \left[\varphi \left(\vec{q} + \vec{k} + 2\vec{P} \right) \varphi^* \left(\vec{q} + \vec{k} \right) \right] \varphi \left(2\vec{q} \right) \quad (7.39)$$

Da mesma forma, a contribuição do 2º termo da correção de estado ligado (afora a δ global) é dada por

$$Q_1^{s-e} = \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left(\chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \times \varphi^* \left(2\vec{q} + \vec{P} \right) \varphi^* \left(2\vec{q} + \vec{P} \right) \left[\varphi \left(2\vec{q} + 2\vec{P} \right) \varphi^* \left(2\vec{k} \right) \right] \varphi \left(2\vec{q} \right) \quad (7.40)$$

Finalmente, a contribuição do 3º termo da correção de estado ligado (afora a δ global) é

$$Q_1^{s-e} = \frac{1}{2} \int d^3k d^3q \left(\chi_i^* \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \chi_j^c \right) \times \varphi^* \left(2\vec{q} - \vec{P} \right) \varphi^* \left(2\vec{k} - \vec{P} \right) \left[\varphi \left(\vec{q} + \vec{k} - 2\vec{P} \right) \varphi^* \left(\vec{q} + \vec{k} \right) \right] \varphi \left(2\vec{q} \right) \quad (7.41)$$

A expressão genérica para parte espacial para o setor de glueball é

$$G_1^e = \int \frac{d^3q d^3k}{2\omega_{\vec{q}}} \varphi^* \left(2(\vec{q} - \vec{k}) - \vec{P} \right) \varphi^* \left(2\vec{k} + \vec{P} \right) \varphi \left(2\vec{q} \right) . \quad (7.42)$$

As expressões Q_2^{s-e} e G_2^e são obtidas trocando $\vec{P} \rightarrow -\vec{P}$, nos resultados de (7.38)-(7.42). No cálculo analítico, a ser realizado a seguir, será considerado também que o gluon não tem massa, isto é,

$$\omega_{\vec{q}} = |\vec{q}| . \quad (7.43)$$

As funções de onda (gaussianas) das partículas envolvidas nos diversos canais de decaimento definidos em (7.1), são caracterizadas pelo parâmetro de largura β . Cada partícula terá a sua própria largura distinta, por exemplo a do pión será β_π , do ω será β_ω e assim por diante. Entretanto, consideraremos que os mésons f_0 sejam dotados de duas largura distintas, uma para o seu setor $Q\bar{Q}$, denominada de β_q , e outra para o setor de glueball que chamaremos de β_g . Outra questão importante a ser definida, para a realização do cálculo da amplitude de decaimento, é que mésons serão considerados no kernel de estado ligado Δ . Pela definição (2.69) deste kernel há uma contração adicional e implícita no índice α que implica num requerimento de *soma sobre espécies*. Como a função de onda Φ que é contraída nesta expressão é do estado ligado do espectro mesônico, em princípio, qualquer méson do respectivo multiplete poderia ser considerado nesta soma. Entretanto, adotaremos uma escolha mais restritiva [61], onde os únicos mésons presentes na correção são os mésons do estado final. Assim, por exemplo, para o canal $f_0 \rightarrow a_1\pi$

$$\Delta(\mu\nu; \sigma\rho) = \Delta_{a_1}(\mu\nu; \sigma\rho) + \Delta_\pi(\mu\nu; \sigma\rho) \quad (7.44)$$

ou para $f_0 \rightarrow \pi\pi$

$$\Delta(\mu\nu; \sigma\rho) = \Delta_{\pi^+}(\mu\nu; \sigma\rho) + \Delta_{\pi^-}(\mu\nu; \sigma\rho). \quad (7.45)$$

No caso $f_0 \rightarrow \eta\eta$

$$\Delta(\mu\nu; \sigma\rho) = 2 \Delta_{\eta}(\mu\nu; \sigma\rho) \quad (7.46)$$

onde os coeficientes de mistura dos η 's da correção serão distinguidos dos demais por uma notação $c_1^{\eta'oc}$ e $c_2^{\eta'oc}$. O mesmo irá ocorrer para o méson η' , que serão denominados de $c_1^{\eta'oc}$ e $c_2^{\eta'oc}$. Para o méson σ os coeficientes serão $c_1^\sigma = 1/\sqrt{2}$; $c_2^\sigma = 0$; $c_1^{\sigma oc} = 1/\sqrt{2}$ e $c_2^{\sigma oc} = 0$.

Os resultados analíticos para as amplitudes de decaimento foram calculados usando computação algébrica a assumem a forma (6.39), ou seja,

$$h_{fi} = c_1 h_{fi}^{n\bar{n}} + c_2 h_{fi}^{s\bar{s}} + c_3 h_{fi}^g. \quad (7.47)$$

Definindo

$$\begin{aligned} e_1(p, \beta_m) &= e^{-\frac{p^2}{8\beta_q^2 + 4\beta_m^2}} \\ e_2(p, \beta_m) &= e^{-\frac{p^2(4\beta_q^2 + 5\beta_m^2)}{4\beta_m^2(4\beta_q^2 + 3\beta_m^2)}} \\ e_3(p, \beta_m) &= e^{-\frac{p^2(\beta_q^2 + 3\beta_m^2)}{4(3\beta_q^2\beta_m^2 + \beta_m^4)}}, \end{aligned} \quad (7.48)$$

onde β_m é do méson do estado final. A seguir listamos os resultados analíticos encontrados:

$f_0 \rightarrow \pi\pi$:

$$\begin{aligned} h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma [b_{10}(p_{\pi\pi}) e_1(p_{\pi\pi}, \beta_\pi) - b_{11}(p_{\pi\pi}) e_2(p_{\pi\pi}, \beta_\pi)] Y_{00} \\ h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\ h_{fi}^g &= g_G^2 b_{12} Y_{00} \\ b_{10}(p) &= \frac{16}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \beta_q^{5/2} \frac{3\beta_\pi^2(2\beta_q^2 + \beta_\pi^2) - p^2(\beta_q^2 + \beta_\pi^2)}{(2\beta_q^2 + \beta_\pi^2)^{7/2}} \\ b_{11}(p) &= \frac{32}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \beta_q^{5/2} \frac{3\beta_\pi^2(4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2) - 4p^2(\beta_q^2 + \beta_\pi^2)}{3(4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2)^{7/2}} \\ b_{12} &= \frac{4\sqrt{2}}{9\pi^{9/4}} \beta_g^{1/2} \beta_\pi^2 \frac{(3\beta_g^2 - 2\beta_\pi^2)}{(\beta_g^2 + 2\beta_\pi^2)^2} \end{aligned} \quad (7.49)$$

$f_0 \rightarrow K\bar{K}$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= -\gamma b_6(p_{K\bar{K}}) e_1(p_{K\bar{K}}, \beta_K) Y_{00} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= -\gamma b_6(p_{K\bar{K}}) e_1(p_{K\bar{K}}, \beta_K) Y_{00} \\
 h_{fi}^g &= g_G^2 \frac{4\sqrt{2}\beta_K^2\sqrt{\beta_g} (2\beta_K^2 - 3\beta_g^2)}{9(2\beta_K^2 + \beta_g^2)^2 \pi^{9/4}} Y_{00} \\
 b_6(p) &= \frac{8}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (6\beta_q^2\beta_K^2 + 3\beta_K^4 - [\beta_q^2 + \beta_K^2]p^2)}{(2\beta_q^2 + \beta_K^2)^{7/2}}
 \end{aligned} \tag{7.50}$$

$f_0 \rightarrow \eta\eta$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma (2c_1^{\eta^2}) \left[b_3(p_{\eta\eta}) e_1(p_{\eta\eta}, \beta_\eta) - 2b_4(p_{\eta\eta}) e_2(p_{\eta\eta}, \beta_\eta) \left[(c_1^{\eta'oc})^2 + (c_1^{\eta oc})^2 \right] \right] Y_{00} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= \gamma (c_2^{\eta^2}) \left[b_3(p_{\eta\eta}) e_1(p_{\eta\eta}, \beta_\eta) - 2b_4(p_{\eta\eta}) e_2(p_{\eta\eta}, \beta_\eta) \left[(c_2^{\eta'oc})^2 + (c_2^{\eta oc})^2 \right] \right] Y_{00} \\
 h_{fi}^g &= -g_G^2 b_5 (2c_1^{\eta^2} + c_2^{\eta^2}) Y_{00} \\
 b_5 &= \frac{4\sqrt{2}\beta_\eta^2\sqrt{\beta_g} (2\beta_\eta^2 - 3\beta_g^2)}{9(2\beta_\eta^2 + \beta_g^2)^2 \pi^{9/4}}
 \end{aligned} \tag{7.51}$$

$f_0 \rightarrow \eta\eta'$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma (2c_1^\eta c_1^{\eta'}) \left[b_3(p_{\eta\eta'}) e_1(p_{\eta\eta'}, \beta_\eta) - b_4(p_{\eta\eta'}) e_2(p_{\eta\eta'}, \beta_\eta) \left[(c_1^{\eta'oc})^2 + (c_1^{\eta oc})^2 \right] \right] Y_{00} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= \gamma (c_2^\eta c_2^{\eta'}) \left[b_3(p_{\eta\eta'}) e_1(p_{\eta\eta'}, \beta_\eta) - b_4(p_{\eta\eta'}) e_2(p_{\eta\eta'}, \beta_\eta) \left[(c_2^{\eta'oc})^2 + (c_2^{\eta oc})^2 \right] \right] Y_{00} \\
 h_{fi}^g &= 0 \\
 b_3(p) &= \frac{16}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (3\beta_\eta^4 + 6\beta_\eta^2\beta_q^2 - [\beta_\eta^2 + \beta_q^2]p^2)}{(\beta_\eta^2 + 2\beta_q^2)^{7/2}} \\
 b_4(p) &= \frac{32}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (9\beta_\eta^4 + 12\beta_\eta^2\beta_q^2 - 4[\beta_\eta^2 + \beta_q^2]p^2)}{(3\beta_\eta^2 + 4\beta_q^2)^{7/2}}
 \end{aligned} \tag{7.52}$$

$f_0 \rightarrow a_1\pi$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= -\gamma p_{a_1\pi} [b_1 e_1(p_{a_1\pi}, \beta_\pi) - b_2(p_{a_1\pi}) e_2(p_{a_1\pi}, \beta_\pi)] Y_{10} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\
 h_{fi}^g &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{32}{\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} \beta_\pi}{(2\beta_q^2 + \beta_\pi^2)^{5/2}} \\
 b_2(p) &= \frac{32}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (12\beta_q^4 \beta_\pi^2 + 18\beta_\pi^6 + 33\beta_q^2 \beta_\pi^4 + [4\beta_q^4 + 4\beta_q^2 \beta_\pi^2] p^2)}{\beta_\pi (4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2)^{9/2}} \quad (7.53)
 \end{aligned}$$

$f_0 \rightarrow \pi^* \pi$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= -\gamma [b_7(p_{\pi^* \pi}) e_1(p_{\pi^* \pi}, \beta_\pi) - b_8(p_{\pi^* \pi}) e_2(p_{\pi^* \pi}, \beta_\pi)] Y_{00} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\
 h_{fi}^g &= g_G^2 b_9 Y_{00} \\
 b_7(p) &= \frac{16}{3\pi^{1/4}} \frac{\beta_q^{5/2} \beta_\pi^2}{(2\beta_q^2 + \beta_\pi^2)^{11/2}} f_1(p) \\
 b_8(p) &= \frac{16}{27\pi^{1/4}} \frac{\beta_q^{5/2}}{\beta_\pi^4 (4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2)^{19/2}} f_2(p) \\
 b_9 &= \frac{8\beta_\pi^2 \beta_g^{5/2} (10\beta_\pi^2 - 3\beta_g^2)}{9\sqrt{3} (2\beta_\pi^2 + \beta_g^2)^3 \pi^{9/4}} \\
 f_1(p) &= 96\beta_q^6 - 18\beta_\pi^6 - 48\beta_q^2 \beta_\pi^4 + 24\beta_q^4 \beta_\pi^2 \\
 &\quad + [12\beta_q^4 + 13\beta_\pi^4 + 32\beta_q^2 \beta_\pi^2] p^2 - [\beta_q^2 + \beta_\pi^2] p^4 \\
 f_2(p) &= 30\beta_\pi^6 (4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2)^4 (528\beta_q^6 + 680\beta_q^4 \beta_\pi^2 - 18\beta_q^2 \beta_\pi^4 - 315\beta_\pi^6) \\
 &\quad + p^2 \beta_\pi^4 (4\beta_q^2 + 3\beta_\pi^2)^3 (-43136\beta_q^8 - 63808\beta_q^6 \beta_\pi^2 + 14696\beta_q^4 \beta_\pi^4 + 67008\beta_q^2 \beta_\pi^6 + 34389\beta_\pi^8) \\
 &\quad + 4p^4 (\beta_q^2 + \beta_\pi^2) (4\beta_q^2 \beta_\pi + 3\beta_\pi^3)^2 (6784\beta_q^8 + 832\beta_q^6 \beta_\pi^2 - 24056\beta_q^4 \beta_\pi^4 - 23520\beta_q^2 \beta_\pi^6 - 7605\beta_\pi^8) \\
 &\quad + 192p^6 (\beta_q^2 + \beta_\pi^2)^2 (-128\beta_q^{10} - 32\beta_q^8 \beta_\pi^2 + 968\beta_q^6 \beta_\pi^4 + 1490\beta_q^4 \beta_\pi^6 + 804\beta_q^2 \beta_\pi^8 + 153\beta_\pi^{10}) \\
 &\quad - 1152p^8 (\beta_q^2 + \beta_\pi^2)^3 (2\beta_q^2 \beta_\pi + \beta_\pi^3)^2 \quad (7.54)
 \end{aligned}$$

$f_0 \rightarrow \sigma \sigma$:

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma c_1^{\sigma^2} [b_{13}(p_{\sigma\sigma}) e_1(p_{\sigma\sigma}, \beta_\sigma) + b_{14}(p_{\sigma\sigma}) e_2(p_{\sigma\sigma}, \beta_\sigma) (c_1^{\sigma oc})^2 - (c_1^{\sigma oc})^2 b_{15}(p_{\sigma\sigma}) e_3(p_{\sigma\sigma}, \beta_\sigma)] Y_{00} \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\
 h_{fi}^g &= -g_G^2 b_{16} Y_{00} \\
 b_{13}(p) &= \frac{16}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{(2\beta_q^2 + \beta_\sigma^2)^{11/2}} f_3(p)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_{14}(p) &= \frac{64}{27\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{\beta_\sigma^2 (4\beta_q^2 + 3\beta_\sigma^2)^{15/2}} f_4(p) \\
 b_{15}(p) &= \frac{256}{3\sqrt{3}\pi^{1/4}} \frac{\beta_q^{5/2}}{\beta_\sigma^2 (3\beta_q^2 + \beta_\sigma^2)^{11/2}} f_5(p) \\
 b_{16} &= \frac{8\sqrt{2}\beta_\sigma^2 \sqrt{\beta_g} (12\beta_\sigma^4 - 32\beta_g^2 \beta_\sigma^2 - 3\beta_g^4)}{81 (2\beta_\sigma^2 + \beta_g^2)^3 \pi^{9/4}} \\
 f_3(p) &= 240\beta_q^6 \beta_\sigma^2 + 240\beta_q^4 \beta_\sigma^4 + 60\beta_q^2 \beta_\sigma^6 + [8\beta_q^6 + 11\beta_\sigma^6 + 12\beta_q^4 \beta_\sigma^2 + 26\beta_q^2 \beta_\sigma^4] p^2 \\
 &\quad - [\beta_q^2 \beta_\sigma^2 + \beta_\sigma^4] p^4 \\
 f_4(p) &= 60\beta_\sigma^4 (4\beta_q^2 + 3\beta_\sigma^2)^3 (46\beta_q^4 + 55\beta_q^2 \beta_\sigma^2 + 18\beta_\sigma^4) \\
 &\quad - p^2 \beta_\sigma^2 (4\beta_q^2 + 3\beta_\sigma^2)^2 (1216\beta_q^6 + 2816\beta_q^4 \beta_\sigma^2 + 1822\beta_q^2 \beta_\sigma^4 + 453\beta_\sigma^6) \\
 &\quad - 16p^4 (\beta_q^2 + \beta_\sigma^2) (4\beta_q^2 + 3\beta_\sigma^2) (8\beta_q^6 + 4\beta_q^4 \beta_\sigma^2 + 17\beta_q^2 \beta_\sigma^4 + 6\beta_\sigma^6) \\
 &\quad + 48p^6 \beta_\sigma^2 (\beta_q^2 + \beta_\sigma^2)^2 (2\beta_q^2 + \beta_\sigma^2) \\
 f_5(p) &= 60\beta_q^2 \beta_\sigma^4 (3\beta_q^2 + \beta_\sigma^2)^2 + p^2 \beta_\sigma^2 (57\beta_q^6 - 23\beta_q^4 \beta_\sigma^2 + 19\beta_q^2 \beta_\sigma^4 + 11\beta_\sigma^6) \\
 &\quad - 2p^4 (\beta_q^2 - \beta_\sigma^2)^2 (\beta_q^2 + \beta_\sigma^2)
 \end{aligned} \tag{7.55}$$

$\underline{f_0 \rightarrow \omega\omega} :$

$$\begin{aligned}
 h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma [h_\omega^{00} Y_{00} + h_\omega^{20} Y_{20}] \\
 h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\
 h_{fi}^g &= g_G^2 b_{21} Y_{00} \\
 h_\omega^{00} &= -e_1(p_{\omega\omega}, \beta_\omega) b_{17}(p_{\omega\omega}) - e_2(p_{\omega\omega}, \beta_\omega) b_{18}(p_{\omega\omega}) \\
 h_\omega^{20} &= -e_1(p_{\omega\omega}, \beta_\omega) b_{19}(p_{\omega\omega}) + e_2(p_{\omega\omega}, \beta_\omega) b_{20}(p_{\omega\omega}) \\
 b_{17}(p) &= \frac{32}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (6\beta_q^2 \beta_\omega^2 + 3\beta_\omega^4 - [\beta_q^2 + \beta_\omega^2] p^2)}{(2\beta_q^2 + \beta_\omega^2)^{7/2}} \\
 b_{18}(p) &= \frac{128}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (12\beta_q^2 \beta_\omega^2 + 9\beta_\omega^4 - 4[\beta_q^2 + \beta_\omega^2] p^2)}{(4\beta_q^2 + 3\beta_\omega^2)^{7/2}} \\
 b_{19}(p) &= \frac{128}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (\beta_q^2 + \beta_\omega^2)}{(2\beta_q^2 + \beta_\omega^2)^{7/2}} p^2 \\
 b_{20}(p) &= \frac{4096}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2} (\beta_q^2 + \beta_\omega^2)}{(4\beta_q^2 + 3\beta_\omega^2)^{7/2}} p^2
 \end{aligned}$$

$$b_{21} = \frac{4\sqrt{2}\beta_\omega\sqrt{\beta_g}(2\beta_\omega^2 - 3\beta_g^2)}{9(2\beta_\omega^2 + \beta_g^2)^2\pi^{9/4}} \quad (7.56)$$

$f_0 \rightarrow \rho\rho$:

$$\begin{aligned} h_{fi}^{n\bar{n}} &= \gamma[h_\rho^{00} Y_{00} + h_\rho^{20} Y_{20}] \\ h_{fi}^{s\bar{s}} &= 0 \\ h_{fi}^g &= g_G^2 b_{26} Y_{00} \\ h_\rho^{00} &= -e_1(p_{\rho\rho}, \beta_\rho) b_{22}(p_{\rho\rho}) - e_2(p_{\rho\rho}, \beta_\rho) b_{23}(p_{\rho\rho}) \\ h_\rho^{20} &= -e_1(p_{\rho\rho}, \beta_\rho) b_{24}(p_{\rho\rho}) + e_2(p_{\rho\rho}, \beta_\rho) b_{25}(p_{\rho\rho}) \\ b_{22}(p) &= \frac{16}{15\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{(2\beta_q^2 + \beta_\rho^2)^{7/2}} (15\beta_\rho^4 + 30\beta_q^2\beta_\rho^2 - 5(\beta_q^2 + \beta_\rho^2)p^2) \\ b_{23}(p) &= \frac{32}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{(4\beta_q^2 + 3\beta_\rho^2)^{7/2}} (12\beta_q^2\beta_\rho^2 + 9\beta_\rho^4 - 4[\beta_q^2 + \beta_\rho^2]p^2) \\ b_{24}(p) &= \frac{64}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{(2\beta_q^2 + \beta_\rho^2)^{7/2}} (20\beta_q^2 + \beta_\rho^2) p^2 \\ b_{25}(p) &= \frac{1024}{3\pi^{1/4}} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\beta_q^{5/2}}{(4\beta_q^2 + 3\beta_\rho^2)^{7/2}} (\beta_q^2 + \beta_\rho^2) p^2 \\ b_{26} &= \frac{4\sqrt{2}\beta_\rho\sqrt{\beta_g}(2\beta_\rho^2 - 3\beta_g^2)}{9(2\beta_\rho^2 + \beta_g^2)^2\pi^{9/4}} \end{aligned} \quad (7.57)$$

7.2 Resultados numéricos

Nesta seção iremos apresentar e discutir os resultados obtidos para as taxas de decaimento das ressonâncias $f_0(1370)$, $f_0(1500)$ e $f_0(1710)$. O primeiro passo para a obtenção dos resultados é definir qual o esquema de misturas a ser utilizado. Vamos considerar, para esta escolha, os esquemas mostrados no capítulo 1, Eqs. (1.49), (1.51) e (1.53). Dessa forma vamos tentar ajustar os resultados, obtidos com cada esquema de mistura, aos dados experimentais.

Os dados experimentais a serem utilizados, em sua maioria, são apresentados no Review of Particle Physics, elaborado pelo Particle Data Group (PDG) [60]. O melhor conjunto de dados experimentais fornecido pelo PDG para os mésons estudados é para $f_0(1500)$. Estes dados podem ser vistos na tabela 7.5. Em segundo lugar, estão os dados para $f_0(1710)$, onde são conhecidas algumas razões mostradas na tabela 7.6. Para a ressonância $f_0(1370)$ o PDG também apresenta algumas razões, mostrando os experimentos de onde foram extraídas (tabela 7.7).

Γ_{tot}	$\Gamma_{\pi\pi}$	$\Gamma_{K\bar{K}}$	$\Gamma_{\eta\eta}$	$\Gamma_{\eta\eta'}$
109 ± 7	$38,04^{+5,11}_{-4,69}$	$9,37^{+1,77}_{-1,27}$	$5,55^{+1,41}_{-1,27}$	$2,07^{+1,06}_{-0,95}$

Tab. 7.5: Valores experimentais para $f_0(1500)$ extraídos de [60].

Γ_{tot}	$\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}}$	$\Gamma_{\eta\eta}/\Gamma_{K\bar{K}}$	$\Gamma_{\eta\eta}/\Gamma_{tot}$
$137 \pm 8^*$	$0,41^{+0,11^*}_{-0,17}$	$0,48 \pm 0,15^*$	$0,18^{+0,03^\dagger}_{-0,13}$

Tab. 7.6: Valores experimentais para $f_0(1710)$ extraídos de $^*[60]$ e $^\dagger[62]$.

A estratégia a ser adotada para ajuste dos resultados aos dados experimentais consiste na escolha adequada dos parâmetros da teoria. Esta escolha de parâmetros ocorre de forma que possamos descrever as taxas de decaimento para uma das ressonâncias $f_0(M)$. Porém esta escolha não é completamente aleatória. Devemos considerar os valores característicos de alguns parâmetros no modelo de quarks, como, por exemplo, a constante de acoplamento da interação forte α_s que é tomada, aproximadamente, igual a 0,6. Outro parâmetro que podemos restringir é o parametro da função de onda gaussiana do setor de quarks para mésons leves β_i , que deve ser aproximadamente 0,4 GeV [58]. Pelo mesmo estudo da

Γ_{tot}	$\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{K\bar{K}}/\Gamma_{\pi\pi}$	$\Gamma_{\omega\omega}/\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{\sigma\sigma}/\Gamma_{\pi\pi}$	$\Gamma_{\rho\rho}/\Gamma_{\sigma\sigma}$
$200 - 500^{(a)}$	$0,26 \pm 0,09^{(b)}$	$0,08 \pm 0,08^{(c)}$	$< 0,13^{(d)}$	$5,6 \pm 2,6^{(e)}$	grande ^(f)
					$1,6 \pm 0,2^{(g)}$
					$\sim 0,65^{(d)}$

Tab. 7.7: Valores experimentais para $f_0(1370)$ extraídos de ^(a)[60], ^(b)[63], ^(c)[64], ^(d)[66], ^(e)[67], ^(f)[27] e ^(g)[65].

referência [58], o valor de γ também fica restrito ao intervalo de 0,35 a 0,55. Os únicos parâmetros, pouco estudados na literatura, e portanto no nosso estudo serão considerados livres, são β_q e β_g . Eles são os parâmetros da função de onda gaussiana das ressonâncias $f_0(M)$, para o setor de quarks e gluons respectivamente. Inicialmente, dividiremos o estudo em três partes, analisando cada um dos esquemas de mistura, separadamente.

O primeiro esquema de mistura a ser testado é do Weingarten, descrito pela Eq. (1.49). Com este esquema ajustamos os resultados obtidos para $f_0(1500)$. Para esta ressonância obtivemos, após a variação dos parâmetros, o melhor ajuste para os seguintes valores: $\beta_\pi = 0,42$ GeV, $\beta_K = 0,38$ GeV, $\beta_\eta = \beta_\rho = \beta_\omega = \beta_\sigma = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,55$, $\beta_g = 0,6$ GeV e $\beta_q = 0,7$ GeV, mostrado na tabela 7.8. Com os parâmetros dos méson leves agora definidos, podemos passar ao estudo dos decaimentos das ressonâncias $f_0(1370)$ e $f_0(1710)$. Este ajuste consiste em apenas modificar os parâmetros β_q e β_g , pois estas são as únicas quantidades que se referem ao f_0 . Se analisarmos os resultados para $f_0(1710)$ na tabela 7.8 com $\beta_q = 0,85$ e $\beta_g = 0,5$, podemos ver que se ajustamos a taxa total de decaimento Γ_{tot} o valor de cada canal não concorda com o que é previsto experimentalmente. Por exemplo, a taxa de decaimento de $f_0(1710) \rightarrow K\bar{K}$ deveria ser maior $f_0(1710) \rightarrow \pi\pi$, o que não acontece. A razão $\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}}$ é uma medida direta da estranheza do estado inicial, mas neste esquema de mistura $|f_0(1710)\rangle \approx |G\rangle$ [ver Eq. (1.54)], logo não seria surpresa encontrar um valor para $\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}}$ maior que um. Podemos ver também os resultados obtidos para $f_0(1370)$ com $\beta_q = 0,7$ GeV e $\beta_g = 0,5$ GeV.

Para o esquema de mistura do Close e Kirk, definido pela Eq. (1.51), vamos fazer algo semelhante ao caso anterior, isto é, ajustamos inicialmente o modelo aos resultados experimentais para $f_0(1500)$. Os parâmetros que ajustam os dados experimentais são: $\beta_\pi = \beta_K = \beta_\eta = \beta_\rho = \beta_\omega = \beta_\sigma = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,35$, $\beta_g = 0,5$ GeV e $\beta_q = 0,58$ GeV. Este ajuste para $f_0(1500)$ é mostrado na tabela 7.9. Devemos agora ajustar as ressonâncias $f_0(1370)$ e $f_0(1710)$. Este ajuste deve ser feito da mesma forma que no caso anterior, apenas se modificando os parâmetros β_q e β_g dos f_0 . Se analisarmos os resultados para $f_0(1710)$ na tabela 7.9, com $\beta_q = 0,44$ e $\beta_g = 0,7$, podemos ver que ao ajustar a taxa

	Γ_{tot}	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
$f_0(1370)$	347,40	84,31	19,08	62,06	0,81	4,12	31,29	39,66	87,34	18,72
$f_0(1500)$	108,46	34,25	6,33	9,49	4,23	8,35	15,15	7,79	10,78	12,08
$f_0(1710)$	145,74	20,57	17,21	12,29	0,15	44,04	19,01	13,47	13,28	5,71
	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$							
β_q (GeV)	0,7	0,7	0,85							
β_g (GeV)	0,5	0,6	0,5							

Tab. 7.8: Taxas de decaimentos (em MeV) calculadas no modelo **com** correção de estado ligado para o esquema de mistura proposto por Weingarten [21]: $\beta_\pi = 0,42$ GeV, $\beta_K = 0,38$ GeV, $\beta_\eta = \beta_\rho = \beta_\omega = \beta_\sigma = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,55$.

	Γ_{tot}	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
$f_0(1370)$	249,01	28,79	5,39	54,24	1,95	1,60	32,49	49,54	31,72	43,29
$f_0(1500)$	116,89	36,83	6,30	4,85	0,80	16,54	18,10	8,10	8,89	16,46
$f_0(1710)$	138,31	4,28	6,23	34,84	55,37	19,93	7,75	5,85	2,41	1,63
	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$							
β_q (GeV)	0,44	0,58	0,44							
β_g (GeV)	0,7	0,5	0,7							

Tab. 7.9: Taxas de decaimentos calculadas no modelo **com** correção de estado ligado para o esquema de mistura proposto por Close e Kirk [23]: $\beta_\pi = \beta_K = \beta_\eta = \beta_\rho = \beta_\omega = \beta_\sigma = 0,4$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,35$.

total de decaimento Γ_{tot} , temos uma razão $\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}} = 0,68$, porém maior do que o valor experimental. Neste esquema de mistura [ver Eq. (1.55)], $|f_0(1710)\rangle \approx |S\rangle$, o que implica num aumento de estranheza no estado inicial e conseqüentemente um melhor ajuste deste canal. Entretanto, a razão $\Gamma_{\eta\eta}/\Gamma_{K\bar{K}}$ fica incorretamente maior que um, o que indica que neste esquema o conteúdo de estranheza do $f_0(1710)$ ainda está mal estimado. Podemos ver também os resultados obtidos para $f_0(1370)$ com $\beta_q = 0,44$ e $\beta_g = 0,7$.

O mesmo procedimento pode ser utilizado para o esquema de M. Strohmeier-Prešiček *et. al.* descrito pela Eq. (1.53). Novamente ajustamos os resultados obtidos para $f_0(1500)$. Os parâmetros que ajustam os dados experimentais são: $\beta_\pi = 0,43$ GeV, $\beta_K = 0,4$ GeV, $\beta_\eta = 0,37$ GeV, $\beta_\rho = 0,46$ GeV, $\beta_\omega = 0,45$ GeV, $\beta_\sigma = 0,35$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,38$, $\beta_g = 0,76$ GeV e $\beta_q = 0,29$ GeV. Este ajuste para $f_0(1500)$ é mostrado na tabela 7.10.

	Γ_{tot}	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
$f_0(1370)$	271,06	74,64	10,84	31,09	1,57	5,97	37,16	38,53	57,60	13,67
$f_0(1500)$	113,28	34,65	8,03	0,77	3,51	24,18	16,12	6,44	6,09	13,50
$f_0(1710)$	130,90	15,77	27,05	15,19	18,27	35,14	10,04	3,61	4,97	0,86
	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$							
β_q (GeV)	0,6	0,29	0,6							
β_g (GeV)	0,87	0,76	0,87							

Tab. 7.10: Taxas de decaimentos calculadas no modelo **com** correção de estado ligado para o esquema de mistura proposto por M. Strohmeier-Prešiček *et. al.* [16]: $\beta_\pi = 0,43$ GeV, $\beta_K = 0,4$ GeV, $\beta_\eta = 0,37$ GeV, $\beta_\rho = 0,46$ GeV, $\beta_\omega = 0,45$ GeV, $\beta_\sigma = 0,35$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,38$.

Devemos agora ajustar as ressonâncias $f_0(1370)$ e $f_0(1710)$. Como foi feito anteriormente, devemos modificar apenas os parâmetros β_q e β_g . Se analisarmos os resultados para $f_0(1710)$ na tabela 7.10 com $\beta_q = 0,6$ e $\beta_g = 0,87$, podemos ver que para este conjunto de parâmetros é possível obter resultados próximos aos dados experimentais. Podemos ver também os resultados obtidos para $f_0(1370)$ com $\beta_q = 0,6$ GeV e $\beta_g = 0,87$ GeV.

Pelo estudo anterior conclui-se que o melhor esquema de mistura, destes apresentados, é o de M. Strohmeier-Prešiček *et. al.* [16]. O grau de influência da inclusão da correção de estado ligado, pode ser verificada neste esquema. Para tal, faremos dois tipos de comparações:

1. Comparar o melhor ajuste **com** correção (tabela 7.10) com o melhor ajuste obtido no modelo 3P_0 (modelo **sem** correção). Este resultado é mostrado na tabela 7.11.
2. Comparar o melhor ajuste **com** correção (tabela 7.10) com o ajuste obtido no modelo 3P_0 (modelo **sem** correção), usando os mesmos parâmetros do modelo com correção. Este resultado é mostrado na tabela 7.13.

Na situação descrita no item 1., o melhor ajuste do modelo 3P_0 tem os seguintes parâmetros: $\gamma = 0,37$, $\alpha_s = 0,6$, $\beta = 0,43$ GeV, $\beta_\omega = 0,45$ GeV, $\beta_\rho = 0,46$ GeV, $\beta_\sigma = 0,45$ GeV, $\beta_K = 0,4$ GeV, $\beta_\eta = 0,37$ GeV. Para a ressonância $f_0(1500)$, $\beta_q = 0,3$ GeV e $\beta_g = 0,76$ GeV; parâmetros para $f_0(1710)$ são $\beta_q = 0,61$ GeV e $\beta_g = 0,76$ GeV; parâmetros para $f_0(1370)$ são $\beta_q = 0,61$ GeV e $\beta_g = 0,76$ GeV. Estes resultados estão apresentados na tabela 7.11. Ao comparar estes resultados dos modelo corrigido com o não corrigido, vemos que no modelo 3P_0 a ressonância $f_0(1370)$ não é bem descrita. A

comparação é mostrada na tabela 7.12. A principal diferença está na descrição do méson σ que no modelo C^3P_0 resulta numa taxa de decaimento menor e consequentemente num Γ_{tot} menor.

	Γ_{tot}	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
$f_0(1370)$	456,56	70,25	9,74	29,84	1,78	4,59	14,03	38,48	128,65	159,15
$f_0(1500)$	112,94	34,52	7,61	0,76	4,63	22,69	10,22	6,79	4,95	20,72
$f_0(1710)$	127,33	13,92	25,93	13,79	23,20	28,87	5,90	3,60	7,28	4,81
	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$							
β_q (GeV)	0,61	0,3	0,61							
β_g (GeV)	0,76	0,76	0,76							

Tab. 7.11: Melhor ajuste das taxas de decaimentos calculadas com modelo **sem** correção de estado ligado para o esquema de mistura proposto por M. Strohmeier-Prešiček et. al. [16]: $\beta = 0,43$ GeV, $\beta_\omega = 0,45$ GeV, $\beta_\rho = 0,46$ GeV, $\beta_\sigma = 0,45$ GeV, $\beta_K = 0,4$ GeV, $\beta_\eta = 0,37$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,37$.

	Γ_{tot}	$\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{K\bar{K}}/\Gamma_{\pi\pi}$	$\Gamma_{\omega\omega}/\Gamma_{tot}$	$\Gamma_{\sigma\sigma}/\Gamma_{\pi\pi}$	$\Gamma_{\rho\rho}/\Gamma_{\sigma\sigma}$
Exp	200 – 500	$0,26 \pm 0,09$	$0,08 \pm 0,08$	$< 0,13$	$5,6 \pm 2,6$	grande $1,6 \pm 0,2$ $\sim 0,65$
3P_0	456,56	0,15	0,13	0,03	2,26	0,028
C^3P_0	271,06	0,25	0,14	0,13	0,18	0,43

Tab. 7.12: Comparação dos resultados para $f_0(1370)$.

Na situação descrita no item 2., os resultados da tabela 7.10 permitem fazer uma comparação com os valores que podem ser obtidos com o modelo 3P_0 , ou seja, sem correção de estado ligado, utilizando os mesmos parâmetros. Estes resultados podem ser vistos na tabela 7.13.

As figuras 7.1, 7.2 e 7.3 mostram as taxas de decaimento das ressonâncias $f_0(M)$ nos diferentes canais, como uma função de β_q (parâmetro da função de onda gaussiana para o setor de quarks do $f_0(M)$). A figura 7.4 mostra a taxa de decaimento total para $f_0(1500)$ com os três esquemas de mistura, onde fica evidente que o esquema de mistura tem uma

grande influência nos resultados. Os parâmetros utilizados foram os mesmos que na tabela 7.10.

	Γ_{tot}	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
$f_0(1370)$	437,76	76,42	10,84	33,29	1,99	4,93	15,44	42,58	132,73	119,55
$f_0(1500)$	137,57	33,91	8,03	0,81	4,99	23,06	10,51	7,11	7,12	42,03
$f_0(1710)$	141,87	15,35	27,05	14,91	25,78	33,62	6,67	3,98	10,10	4,41
	$f_0(1370)$	$f_0(1500)$	$f_0(1710)$							
β_q (GeV)	0,6	0,29	0,6							
β_g (GeV)	0,87	0,76	0,87							

Tab. 7.13: Taxas de decaimentos calculadas com modelo **sem** correção de estado ligado para o esquema de mistura proposto por M. Strohmeier-Prešiček et. al. [16]: $\beta_\pi = 0,43$ GeV, $\beta_K = 0,4$ GeV, $\beta_\eta = 0,37$ GeV, $\beta_\rho = 0,46$ GeV, $\beta_\omega = 0,45$ GeV, $\beta_\sigma = 0,35$ GeV, $\alpha_s = 0,6$, $\gamma = 0,38$.

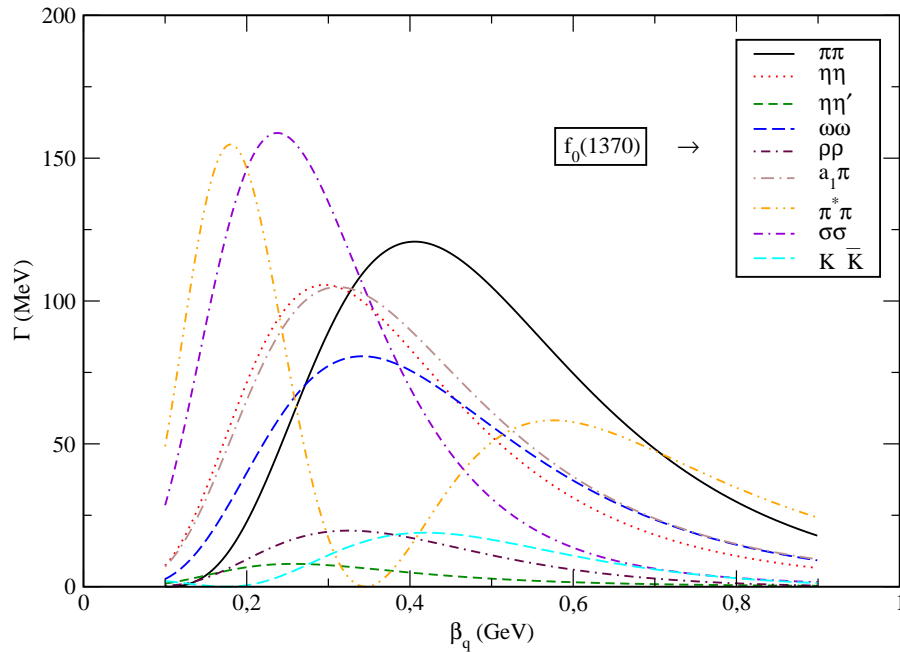


Fig. 7.1: Taxas de decaimento de $f_0(1370)$ em vários canais.

A última análise a ser realizada consiste na visualização dos efeitos da correção de estado ligado. Consideramos, inicialmente, o canal de decaimento $f_0(1500) \rightarrow \pi\pi$. Os resultados

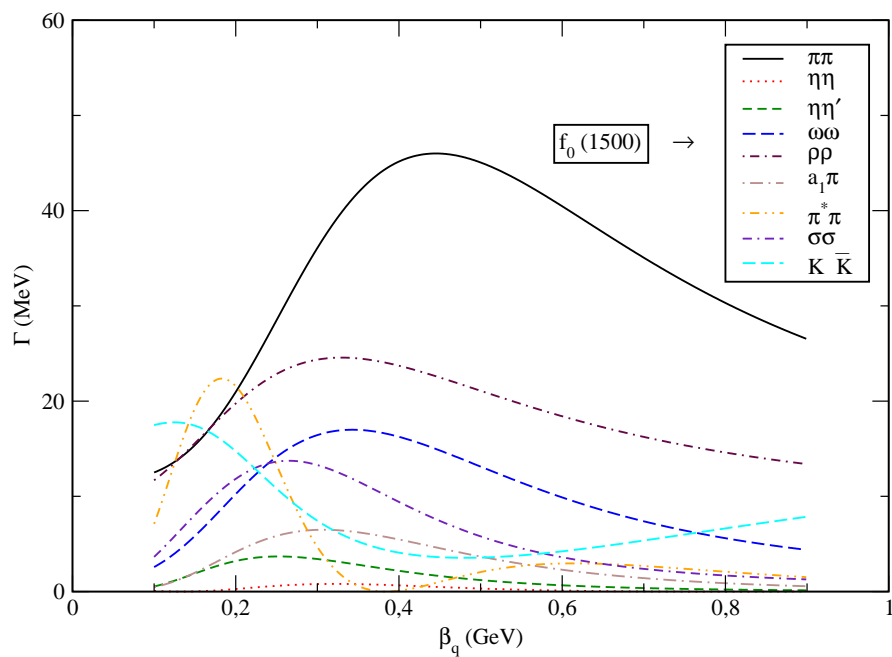


Fig. 7.2: Taxas de decaimento de $f_0(1500)$ em vários canais.

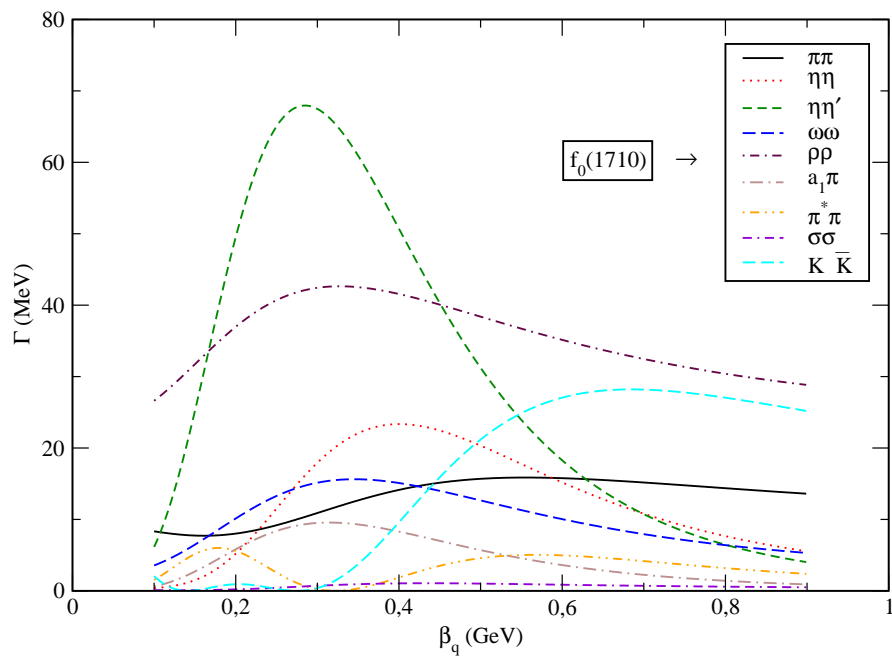


Fig. 7.3: Taxas de decaimento de $f_0(1710)$ em vários canais.

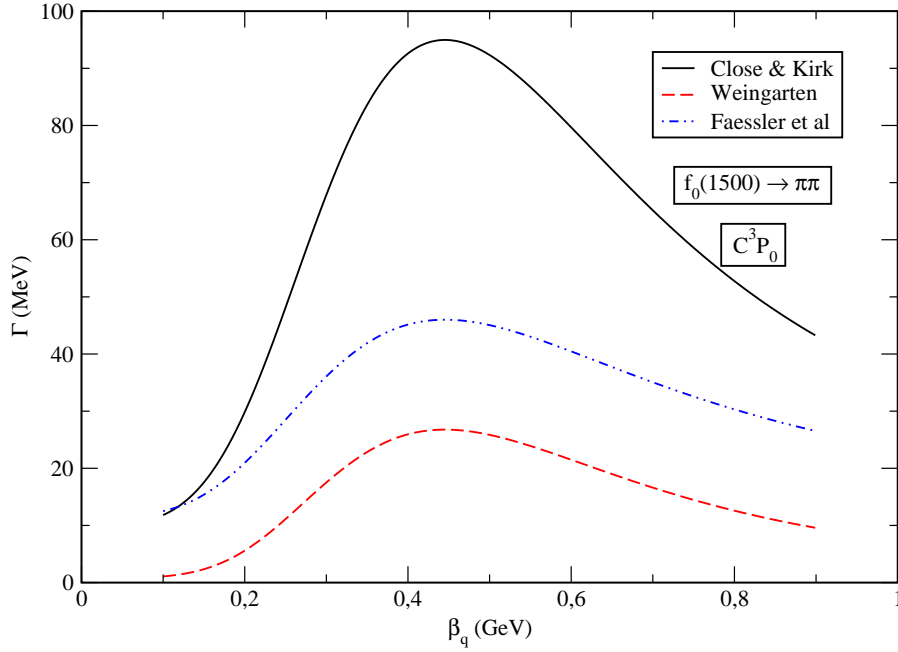


Fig. 7.4: Taxas de decaimento total para $f_0(1500)$ para diferentes esquemas de mistura.

para este canal podem ser vistos na figura 7.5. Percebe-se que a correção introduz uma modificação bem pequena neste canal. Um comportamento diferente ocorre para os outros canais, por exemplo, $f_0(1500) \rightarrow \omega\omega$, que pode ser visto na figura 7.6. Diferentemente do caso anterior, agora a correção introduz uma grande modificação nos resultados.

Sendo assim, podemos ver que a correção não se comporta da mesma forma para todos os canais. Na figura 7.7 podemos ver o efeito da correção na largura total de decaimento de $f_0(1500)$. Este efeito é bem considerável e por tanto, muito importante para se obter o ajuste preciso do modelo. Uma outra forma de se observar esse comportamento é comparar as tabelas 7.10 e 7.13. Com esta comparação podemos ver também que para alguns canais a correção aumenta o valor de taxa de decaimento ($f_0(1500) \rightarrow \pi\pi$ e $f_0(1500) \rightarrow \omega\omega$) e para outros diminui este valor ($f_0(1500) \rightarrow a_1\pi$). Nas figuras 7.5 e 7.7 é destacada a região da faixa experimental.

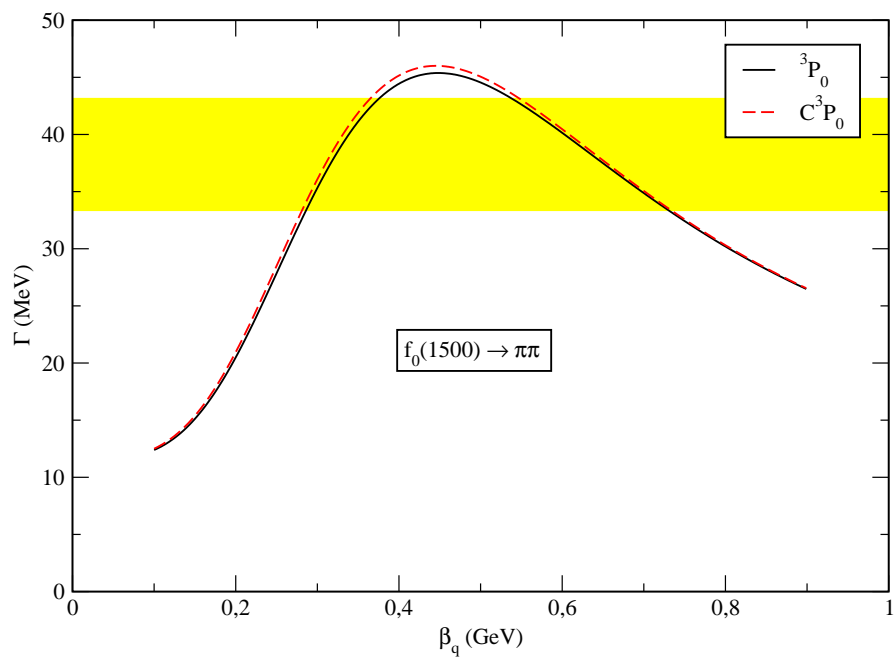


Fig. 7.5: *Taxas de decaimento $f_0(1500) \rightarrow \pi\pi$.*

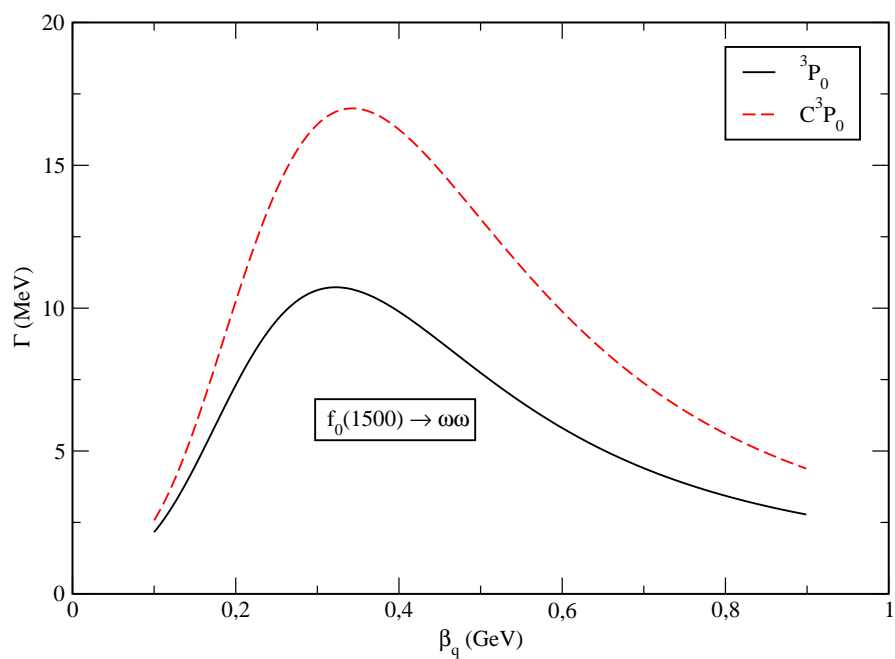


Fig. 7.6: *Taxas de decaimento $f_0(1500) \rightarrow \omega\omega$.*

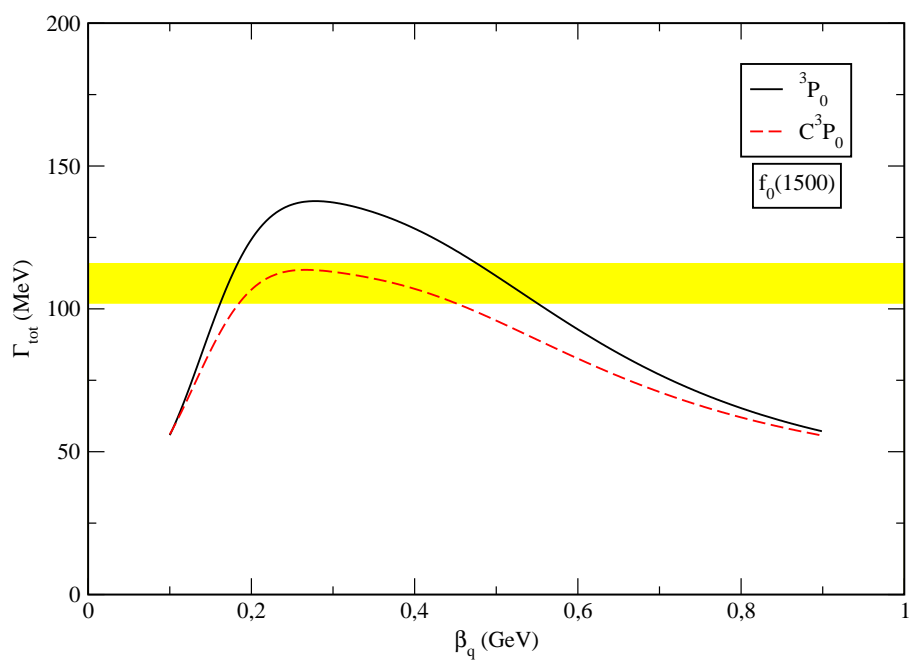


Fig. 7.7: *Taxas de decaimento total para $f_0(1500)$.*

Conclusões e Perspectivas Futuras

Neste trabalho de doutorado, aplicamos o formalismo de Fock-Tani no cálculo dos decaimentos das ressonâncias $f_0(M)$. Este cálculo incluiu o esquema de mistura de estados, que consistiu em considerar essas ressonâncias como formadas por uma mistura de três estados, $|n\bar{n}\rangle$, $|s\bar{s}\rangle$ e $|gg\rangle$.

Como estes mésons escalares são partículas compostas por constituintes elementares, foi fundamental a utilização do formalismo de Fock-Tani para se obter as taxas de decaimento. O formalismo de Fock-Tani consiste, em primeiro lugar, de observar que os operadores de criação e destruição de partículas compostas não obedecem às relações de (anti)comutação canônicas, devido à presença da estrutura interna. Após realizar a transformação unitária de Fock-Tani U sobre o operador de criação do estado ligado, um novo estado ligado é obtido sendo definido como a aplicação de um operador de criação ideal sobre o vácuo. Os operadores ideais obedecem às relações de (anti)comutação canônicas. Além de se transformar o estado também se efetua a transformação dos operadores da teoria (operadores de quarks, mésons, bárions, glueballs, entre outras partículas) obtendo-se, de forma iterativa, uma expansão em potências da função de onda. Com estes operadores efetivos torna-se possível construir quantidades efetivas em termos das quantidades fundamentais. Uma destas quantidades efetivas importantes que podem ser construídas é o Hamiltoniano, $H_{efetivo} = U^{-1}HU$, que possui, entre outras estruturas, diagramas correspondendo aos espalhamentos hadrônicos com troca de constituintes, decaimentos hadrônicos etc. Como estas ressonâncias $f_0(M)$ eram misturas de setores de quarks e de glúons distintos, teve que se construir duas transformações de Fock-Tani independentes, uma para cada setor, e introduzir a mistura no próprio formalismo.

Alguns resultados iniciais, e extremamente preliminares, deste trabalho de doutorado, foram publicados nas referências: [68, 69, 70]. Nestes estudos, consideramos que as ressonâncias $f_0(M)$ eram constituídas exclusivamente por glúons. A evolução natural, deste trabalho inicial, culminou com o presente estudo: a importância das misturas e da estrutura interna dos $f_0(M)$ nas quantidades observáveis.

Para introduzir os esquemas de mistura no formalismo de Fock-Tani se procedeu da

seguinte forma:

1. Desenvolveu-se independentemente as transformações de FT para o setor de quarks (modelo C^3P_0) e para o setor de glúons (correção de estado ligado é nula, neste setor).
2. A construção da transformação mista, onde o méson composto foi dado por $F_\alpha^\dagger = a_1 M_\alpha^\dagger + a_2 G_\alpha^\dagger$, partiu do princípio que os geradores da transformação \mathcal{F}_M (mésons constituídos por quarks) e \mathcal{F}_G (mésons constituídos por glúons) obedecem

$$[\mathcal{F}_M, \mathcal{F}_G] = 0. \quad (7.58)$$

Desta forma usamos relação de Baker-Campbell-Hausdorff e escrevemos

$$U = \exp [t(\mathcal{F}_M + \mathcal{F}_G)] = \exp (t \mathcal{F}_M) \exp (t \mathcal{F}_G) . \quad (7.59)$$

Assim, foi possível mostrar

$$U^{-1} M_\alpha^\dagger |0\rangle = m_\alpha^\dagger |0\rangle \quad ; \quad U^{-1} G_\alpha^\dagger |0\rangle = g_\alpha^\dagger |0\rangle. \quad (7.60)$$

Finalmente, o mapeamento de F_α^\dagger em f_α^\dagger foi realizado

$$U^{-1} F_\alpha^\dagger |0\rangle = f_\alpha^\dagger |0\rangle. \quad (7.61)$$

Foram estudados três esquemas de mistura, bem conhecidos na literatura, resumidos nas equações (1.54), (1.55) e (1.56) da seguinte forma

1. Weingarten:

$$|f_0(1370)\rangle \approx |N\rangle \quad ; \quad |f_0(1500)\rangle \approx |S\rangle \quad ; \quad |f_0(1710)\rangle \approx |G\rangle, \quad (7.62)$$

2. Close e Kirk:

$$|f_0(1370)\rangle \approx |N\rangle \quad ; \quad |f_0(1500)\rangle \approx |G\rangle \quad ; \quad |f_0(1710)\rangle \approx |S\rangle, \quad (7.63)$$

3. M. Strohmeier-Prešiček, A. Faessler *et. al.*:

$$|f_0(1370)\rangle \approx |N\rangle \quad ; \quad |f_0(1500)\rangle \approx |G\rangle \quad ; \quad |f_0(1710)\rangle \approx |S\rangle. \quad (7.64)$$

Apesar destas aproximações resumidas acima, a descrição precisa das taxas de decaimento para os diferentes canais estudados, necessitaram da presença da mistura completa. Assim, os resultados que encontramos no modelo com correção de estado ligado (modelo C^3P_0) foram os seguintes.

1. Weingarten: a taxa de decaimento de $f_0(1710) \rightarrow K\bar{K}$ deveria ser maior $f_0(1710) \rightarrow \pi\pi$, o que não aconteceu. Pelo fato da razão $\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}}$ ser uma medida direta da estranheza do estado inicial, encontrar um valor para $\Gamma_{\pi\pi}/\Gamma_{K\bar{K}}$ maior que um, é consistente com a natureza do $f_0(1710)$, que neste esquema de mistura possui apenas 34% da sua constituição formada por quarks estranhos.
2. Close e Kirk: neste esquema de mistura, $|f_0(1710)\rangle \approx |S\rangle$, o que implicou num aumento de estranheza no estado inicial e conseqüentemente um melhor ajuste deste canal. Entretanto, a razão $\Gamma_{\eta\eta}/\Gamma_{K\bar{K}}$ ficou incorretamente maior que um, o que indicou que neste esquema o conteúdo de estranheza do $f_0(1710)$ ainda está mal estimado.
3. M. Strohmeier-Prešiček, A. Faessler et. al.: neste esquema de mistura obteve-se o melhor ajuste global podemos ver que para este conjunto de parâmetros é possível obter resultados próximos aos dados experimentais.

Como conclusão para este trabalho, fizemos uma comparação entre o modelo com correção e sem correção de estado ligado. O objetivo desta comparação foi para explicitar o efeito orindo do estado ligado nas taxas de decaimento. Em particular, e como exemplo, mostramos que o efeito podia ser pequeno, como no caso de $f_0(1500) \rightarrow \pi\pi$ e muito grande em $f_0(1500) \rightarrow \omega\omega$.

Os resultados finais, do estudo desenvolvido nesta tese, foram submetidos para publicação [71] e/ou estão em preparação para tal [72].

Como perspectivas futuras, podemos apontar algumas direções a serem seguidas imediatamente:

1. A inclusão de termos com duas Δ 's de correção de estado ligado na transformação. O Hamiltoniano de criação de par transformado pode ser expandido da seguinte forma

$$\delta\mathcal{H}^{(2\Delta)} = V_{\mu\nu} \left[q_{\mu}^{\dagger(3)} \bar{q}_{\nu}^{\dagger(4)} + q_{\mu}^{\dagger(1)} \bar{q}_{\nu}^{\dagger(6)} + q_{\mu}^{\dagger(5)} \bar{q}_{\nu}^{\dagger(2)} + q_{\mu}^{\dagger(7)} \bar{q}_{\nu}^{\dagger(0)} \right], \quad (7.65)$$

por exemplo, calculando o primeiro termo da Eq. (7.65) obtemos

$$\frac{1}{16} \Phi_{\alpha}^{*\rho\epsilon} \Phi_{\beta}^{*\mu\tau} \Delta(\rho\tau; \chi\sigma) \Delta(\chi\epsilon; \lambda\nu) \Phi_{\gamma}^{\lambda\sigma} V_{\mu\nu} m_{\alpha}^{\dagger} m_{\beta}^{\dagger} m_{\gamma}. \quad (7.66)$$

Este Hamiltoniano de correção poderia ter influência nos canais $f_0 \rightarrow K\bar{K}$, pois nestes canais com káons a correção com uma Δ é nula. A figura (7.8) mostra a forma diagramática para a Eq. (7.66).

2. Recentemente, foi publicada a descoberta de uma nova ressonância, $X(1835)$ [29]. Acredita-se que esta ressonância possa ser o estado de um glueball puro 0^{-+} . Portanto, com o formalismo apresentado temos condições de fazer predições concretas sobre a natureza desta nova partícula. Pretendemos obter as taxas de decaimento para esta ressonância. Sendo que esta pode ser considerada também como uma mistura de estados, da mesma forma que foram estudadas as ressonâncias abordadas nesta tese.

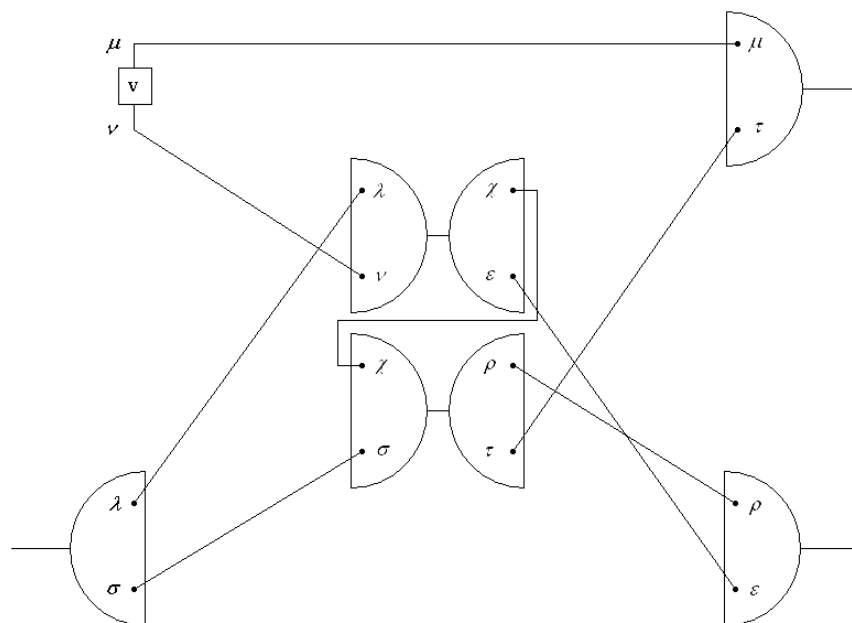


Fig. 7.8: Termo com duas Δ 's de correção de estado ligado.

Apêndice A

Mésons e seus números quânticos

Os quarks possuem spin S igual a $1/2$ e número bariônico B igual a $1/3$; os antiquarks, por sua vez, têm spin $1/2$; porém o seu número bariônico é $-1/3$. Desta forma, os quarks e antiquarks podem se combinar para formar os chamados *mésons convencionais* (com $B = 0$) e spin total 1 ou 0. O momento angular total \vec{J} é obtido, obedecendo às regras usuais de soma de momento angular da Mecânica Quântica, $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Os mésons considerados como objetos do tipo *quark-antiquark* ($q\bar{q}$), podem ter as seguintes propriedades:

1. **Paridade-P:** $P = (-1)^{L+1}$.

A paridade é um operador de reflexão de coordenadas espaciais em torno da origem e, se a função de onda for um auto-estado do operador paridade, então

$$P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \eta_P \psi(\vec{r}), \quad (\text{A.1})$$

onde η_P representa o auto-valor correspondente. Ao aplicar-se duas vezes o operador P a ψ , o estado original é recuperado; conseqüentemente os autovalores η_P podem assumir apenas os valores ± 1 . Frequentemente, podemos separar a função de onda ψ em uma parte radial, $R(r)$, e em outra angular, $Y_{LM}(\theta, \phi)$,

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi). \quad (\text{A.2})$$

Neste caso, a operação de paridade P_{orb} sobre a função de onda espacial não modifica a parte radial, mas transforma a parte angular na forma $Y_{LM}(\pi - \theta, \phi + \pi)$, em que

$$P_{orb}Y_{LM}(\theta, \phi) = Y_{LM}(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^L Y_{LM}(\theta, \phi). \quad (\text{A.3})$$

Ademais, quarks e antiquarks têm paridades intrínsecas opostas, assim $P_q \cdot P_{\bar{q}} = -1$ o que leva a uma paridade total $P = P_{orb}P_qP_{\bar{q}}$:

$$P|q\bar{q}\rangle = (-1)^L(-1)|q\bar{q}\rangle = (-1)^{L+1}|q\bar{q}\rangle. \quad (\text{A.4})$$

2. Paridade-C : $C = (-1)^{L+S}$.

A conjugação de carga C muitas vezes é chamada de paridade- C e representa a operação matemática que simula a transformação de uma partícula na sua respectiva antipartícula. Esta operação reverte propriedades intrínsecas da partícula como a sua carga elétrica e seu momento magnético. Uma partícula neutra representa um auto-estado do operador C ; por exemplo, pode-se considerar o pión π^0

$$C|\pi^0\rangle = \eta_C|\pi^0\rangle \quad (\text{A.5})$$

onde $\eta_C = \pm 1$. Se um méson for constituído, por exemplo, por quarks do tipo u , então $|q\bar{q}\rangle = |u\bar{u}\rangle$ e a função de onda total, contendo a parte de spin $\chi(\vec{S})$, caso possa ser expressa em uma forma separável, torna-se

$$\psi(\vec{r}, \vec{S}) = R(r)Y_{LM}(\theta, \phi)\chi(\vec{S}), \quad (\text{A.6})$$

onde \vec{r} é a coordenada relativa de separação entre os quarks.

Desta forma, o efeito do operador C sobre o par $u\bar{u}$ será a troca $u \longleftrightarrow \bar{u}$ o que efetivamente corresponde a realizar a troca $\vec{r} \longleftrightarrow -\vec{r}$, ou seja, uma operação de paridade sobre o sistema. Assim, a conjugação de carga introduz um fator igual ao obtido para a paridade-P, isto é $(-1)^{L+1}$. Esta operação também inverte o spin na função de onda de spin, o que resulta em um fator (-1) para o caso $\vec{S} = 0$ e em um fator $(+1)$ se $\vec{S} = 1$, ou seja, um fator geral $(-1)^{S+1}$. Este resultado, quando combinado com o fator correspondente que vem da contribuição do momento angular orbital \vec{L} fornece

$$C|q\bar{q}\rangle = (-1)^{L+S}|q\bar{q}\rangle. \quad (\text{A.7})$$

3. Paridade-G: $G = (-1)^{L+S+I}$.

Ficou claro da discussão anterior que partículas carregadas não podem ser auto-estados de C , por exemplo,

$$C|\pi^+\rangle = \eta|\pi^-\rangle. \quad (\text{A.8})$$

Entretanto, se aplicarmos o operador C em um estado de partícula carregada seguido de uma rotação no espaço de isospin, sendo o operador rotado representado por $R = \exp(i\pi I_2)$, tal que

$$|I, I_z\rangle \longrightarrow |I, -I_z\rangle, \quad (\text{A.9})$$

então partículas carregadas podem ser auto-estados deste novo operador. Vamos definir o operador de paridade- G como

$$G = C R. \quad (\text{A.10})$$

Desta definição não é difícil ver que, para um sistema do tipo $q\bar{q}$, temos que $G = C \cdot (-1)^I$, ou seja,

$$G = (-1)^{L+S+I}. \quad (\text{A.11})$$

Apêndice B

O potencial de criação de pares $Q\bar{Q}$

Para obter o potencial de criação de pares, inicia-se o cálculo escrevendo $H_{q\bar{q}}$ na representação de momento, isto é, partindo de

$$H_{q\bar{q}} = g_{q\bar{q}} \int d\vec{x} \bar{\psi}(\vec{x}) \psi(\vec{x}), \quad (\text{B.1})$$

substituímos as expressões para os campos de Dirac dos quarks. Estes são expandidos, para um dado instante de tempo ($t = 0$), em termos de contribuições de frequências positivas e negativas (onde foram suprimidos os índices de sabor e cor, para simplificar)

$$\psi(\vec{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\vec{p} \sum_s e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}} \left[u_s(\vec{p}) b_s(\vec{p}) + v_s(-\vec{p}) d_s^\dagger(-\vec{p}) \right] \quad (\text{B.2})$$

com a seguinte normalização

$$u_s^\dagger(\vec{p}) u_r(\vec{p}) = v_s^\dagger(\vec{p}) v_r(\vec{p}) = \delta_{sr}. \quad (\text{B.3})$$

Sendo os espinores dados por

$$u_s(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2E_p}} \begin{bmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E_p + m} \chi_s \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

$$v_s(\vec{p}) = \sqrt{\frac{E_p + m}{2E_p}} \begin{bmatrix} \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E_p + m} \chi_s^c \\ \chi_s^c \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Como $\bar{\psi}(\vec{x}) = \psi^\dagger(\vec{x}) \gamma^0$, a Eq. (B.1) pode ser escrita assim

$$\begin{aligned} H_{q\bar{q}} &= g_{q\bar{q}} \int d\vec{x} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{p} d\vec{p}' \sum_{ss'} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \left[u_{s'}^\dagger(\vec{p}') b_{s'}^\dagger(\vec{p}') + v_{s'}^\dagger(-\vec{p}') d_{s'}^\dagger(-\vec{p}') \right] \gamma^0 \\ &\times \left[u_s(\vec{p}) b_s(\vec{p}) + v_s(-\vec{p}) d_s^\dagger(-\vec{p}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Para o decaimento mesônico o termo que é relevante para este tipo de processo é aquele onde aparece $b^\dagger d^\dagger$, pois este é o termo que efetivamente cria um par quark-antiquark a partir

do vácuo. Assim, a Eq. (B.6) pode ser reduzida a

$$\begin{aligned}
 H_{q\bar{q}} &= g_{q\bar{q}} \int d\vec{x} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{p}d\vec{p}' \sum_{ss'} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \left[u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}) \right] \\
 &= g_{q\bar{q}} \int d\vec{p}d\vec{p}' \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{x} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}) \\
 &= g_{q\bar{q}} \int d\vec{p}d\vec{p}' \delta(\vec{p}-\vec{p}') \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(-\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(-\vec{p}), \tag{B.7}
 \end{aligned}$$

onde

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{x} e^{i\vec{x}\cdot(\vec{p}-\vec{p}')} = \delta(\vec{p}-\vec{p}'). \tag{B.8}$$

Trocando $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$ obtemos

$$H_{q\bar{q}} = g_{q\bar{q}} \delta_{ff'} \delta_{cc'} \int d\vec{p}d\vec{p}' \delta(\vec{p}+\vec{p}') \sum_{ss'} u_{s'}^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 v_s(\vec{p}) b_{s'}^\dagger(\vec{p}') d_s^\dagger(\vec{p}), \tag{B.9}$$

onde $\delta_{ff'}$ e $\delta_{cc'}$ são as deltas de sabor e cor, respectivamente. Introduzindo a seguinte notação

$$\left. \begin{array}{l} b \rightarrow q \\ d \rightarrow \bar{q} \end{array} \right| \begin{array}{l} \mu = \begin{cases} \vec{p}' \\ s' \\ c' \\ f' \end{cases} \\ \nu = \begin{cases} \vec{p} \\ s \\ c \\ f \end{cases} \end{array} \tag{B.10}$$

obtemos uma nova representação para $H_{q\bar{q}}$, isto é,

$$H_{q\bar{q}} = V_{\mu\nu} q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger, \tag{B.11}$$

onde $V_{\mu\nu}$ é uma notação compacta para o potencial de criação de pares, definida por

$$V_{\mu\nu} \equiv g_{q\bar{q}} \delta_{f_\mu f_\nu} \delta_{c_\mu c_\nu} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \tag{B.12}$$

Na expressão (B.11) usamos novamente a convenção da soma sobre índices repetidos (soma e/ou integração).

Podemos reescrever a Eq. (B.12) da seguinte forma

$$V_{\mu\nu} \equiv g_{q\bar{q}} V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \gamma^0 v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu) \tag{B.13}$$

onde

$$V_{f_\mu f_\nu}^f = \delta_{f_\mu f_\nu} \tag{B.14}$$

$$V_{c_\mu c_\nu}^c = \delta_{c_\mu c_\nu} \quad (\text{B.15})$$

Substituindo as Eqs. (B.4) e (B.5) na Eq. (B.13), obtemos

$$\begin{aligned} V_{\mu\nu} &= g_{q\bar{q}} V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \left[\frac{(E_{p_\mu} + m)(E_{p_\nu} + m)}{4E_{p_\mu} E_{p_\nu}} \right]^{1/2} \\ &\times \left[\chi_{s_\mu}^* \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu}{E_{p_\nu} + m} \chi_{s_\nu}^c - \chi_{s_\mu}^* \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{E_{p_\mu} + m} \chi_{s_\nu}^c \right] \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Tomando o limite não-relativístico, onde $E \rightarrow m$, encontramos

$$V_{\mu\nu} = -\frac{g_{q\bar{q}}}{2m_q} V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \left[\chi_{s_\mu}^* \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu \chi_{s_\nu}^c - \chi_{s_\mu}^* \vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\nu \chi_{s_\nu}^c \right]. \quad (\text{B.17})$$

Lembrando da Eq. (3.3) que $\gamma = g_{q\bar{q}}/(2m_q)$, podemos escrever

$$V_{\mu\nu} = -\gamma V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \chi_{s_\mu}^* [\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu)] \chi_{s_\nu}^c \quad (\text{B.18})$$

Finalmente podemos escrever o potencial $V_{\mu\nu}$ de uma forma mais compacta

$$V_{\mu\nu} = V_{f_\mu f_\nu}^f V_{c_\mu c_\nu}^c V_{s_\mu s_\nu}^{s-e} \quad (\text{B.19})$$

onde

$$V_{s_\mu s_\nu}^{s-e} = -\gamma \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu) \chi_{s_\mu}^* [\vec{\sigma} \cdot (\vec{p}_\mu - \vec{p}_\nu)] \chi_{s_\nu}^c \quad (\text{B.20})$$

é a parte spin-espaço do potencial $V_{\mu\nu}$.

Apêndice C

Propriedades do espaço de vetores de estado ideais

Neste apêndice vamos apresentar alguns aspectos formais associados ao espaço de Fock ideal [44]. Tomaremos como exemplo o espaço de mésons- $Q\bar{Q}$, mas os resultados são totalmente gerais.

Seja $|\Omega\rangle$ um vetor de estado arbitrário em segunda quantização e O um operador arbitrário, ambos expressos em termos dos operadores de quarks e antiquarks, $q, q^\dagger, \bar{q}, \bar{q}^\dagger$, da representação de Fock original e $|\Omega\rangle$ e O_{FT} as quantidades correspondentes na nova representação:

$$\begin{aligned} |\Omega\rangle &\longrightarrow |\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle, \\ O &\longrightarrow O_{\text{FT}} = U^{-1}OU. \end{aligned} \tag{C.1}$$

O operador U deve ser unitário, pois assim as normas dos produtos escalares entre os vetores de estado bem como os elementos de matriz (valores esperados) dos operadores serão preservados sob a mudança de representação:

$$\begin{aligned} \langle\Omega|\Omega\rangle &= (\Omega|\Omega), \\ \langle\Omega|O|\Omega\rangle &= (\Omega|O_{\text{FT}}|\Omega). \end{aligned} \tag{C.2}$$

O operador unitário U é construído expandindo-se o espaço de Fock original de modo que os estados de méson “ideal” sejam incluídos. Consideremos o espaço de Fock físico, indicado por \mathcal{F} . Esse é o espaço de estados gerado por todas as combinações lineares de operadores de quarks e antiquarks, atuando no vácuo físico na forma

$$q_{\mu_1}^\dagger \cdots q_{\mu_l}^\dagger \bar{q}_{\nu_1}^\dagger \cdots \bar{q}_{\nu_m}^\dagger |0\rangle, \tag{C.3}$$

onde l e m são parâmetros arbitrários. Definimos um espaço de Hilbert \mathcal{M} , o espaço de mésons ideais, independente do espaço de Fock físico \mathcal{F} , como o espaço gerado por todas as

combinações lineares de estados constituídos de operadores de “méson ideal”,

$$m_{\alpha_1}^\dagger \cdots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle_{\mathcal{M}}, \quad (\text{C.4})$$

onde $|0\rangle_{\mathcal{M}}$ é o vácuo de \mathcal{M} , definido por

$$m_\alpha |0\rangle_{\mathcal{M}} = 0. \quad (\text{C.5})$$

Agora, define-se um novo espaço de Hilbert, chamado “espaço de estados ideais”, como o produto direto dos espaços de Fock físico \mathcal{F} e de mésons ideais \mathcal{M} ,

$$\mathcal{I} = \mathcal{F} \otimes \mathcal{M}, \quad (\text{C.6})$$

onde o símbolo \otimes representa produto interno.

As relações de comutação das Eqs. (2.6) e (2.8), inicialmente definidas em \mathcal{F} , como também as da Eq. (2.11), inicialmente definidas em \mathcal{M} , são válidas também em \mathcal{I} . Por definição, os operadores de quark e de méson ideal são cinematicamente independentes e, portanto, também satisfazem a Eq. (2.12) em \mathcal{I} .

O vácuo de \mathcal{I} é dado pelo produto direto dos vácuos de \mathcal{M} e \mathcal{F} ,

$$|0\rangle \equiv |0\rangle \otimes |0\rangle_{\mathcal{M}}. \quad (\text{C.7})$$

Dessa forma, $|0\rangle$ é o vácuo dos graus de liberdade de quarks, antiquarks e mésons ideais:

$$q_\mu |0\rangle = \bar{q}_\nu |0\rangle = m_\alpha |0\rangle = 0. \quad (\text{C.8})$$

Note-se, porém, que os operadores de quarks e antiquarks atuam no vácuo físico $|0\rangle$ e os operadores de mésons ideais atuam no vácuo ideal de mésons $|0\rangle_{\mathcal{M}}$ na Eq. (C.7).

Estabelecemos, assim, uma correspondência um-para-um entre os estados do espaço de Fock físico \mathcal{F} e os estados de um sub-espaço de \mathcal{I} . Em \mathcal{I} , existe um sub-espaço \mathcal{I}_0 que é isomórfico ao espaço de Fock original \mathcal{F} e consiste dos estados $|\Omega\rangle \in \mathcal{F}$ sem mésons ideais,

$$m_\alpha |\Omega\rangle = 0 \quad \forall \alpha, \quad \text{ou} \quad N_m |\Omega\rangle = 0, \quad (\text{C.9})$$

onde N_m é o operador número total de mésons ideais

$$N_m = m_\alpha^\dagger m_\alpha. \quad (\text{C.10})$$

A Eq. (C.9) passa a ser um vínculo a ser satisfeito pelos estados permitidos em \mathcal{I} .

A equação de vínculo, ou condição subsidiária, exige que em \mathcal{I}_0 os mésons ideais sejam modos redundantes, ou seja, correspondam a estados totalmente desocupados. Esta condição é necessária para evitar múltipla contagem de graus de liberdade. O operador unitário U

atua sobre estados de \mathcal{I} e não pode ser definido apenas em \mathcal{F} . Contudo, U está definido em \mathcal{I}_0 , que é isomórfico a \mathcal{F} . Definimos, então, o espaço de Fock-Tani \mathcal{F}_{FT} como o espaço imagem de \mathcal{I}_0 :

$$\mathcal{F}_{\text{FT}} = U^{-1}\mathcal{I}_0. \quad (\text{C.11})$$

Assim, o espaço \mathcal{F}_{FT} é o sub-espaço de \mathcal{I} cujos vetores de estado, representados por $|\Omega\rangle$ na nova representação, estão relacionados aos vetores de estado de \mathcal{I}_0 por

$$|\Omega\rangle = U|\Omega\rangle \Rightarrow |\Omega\rangle = U^{-1}|\Omega\rangle. \quad (\text{C.12})$$

Qualquer cálculo efetuado no espaço físico \mathcal{F} é equivalente ao cálculo no espaço de Fock-Tani. Para dois vetores de estados quaisquer, $|\Omega\rangle$ e $|\Omega'\rangle$, e para qualquer observável $O \in \mathcal{F}$, temos

$$\langle\Omega|O|\Omega'\rangle = (\Omega|U^{-1}OU|\Omega') = (\Omega|O_{\text{FT}}|\Omega'). \quad (\text{C.13})$$

É claro que em \mathcal{F}_{FT} , a condição que garante que não há dupla contagem,

$$U^{-1}m_\alpha U|\Omega\rangle = 0, \quad (\text{C.14})$$

deve sempre ser satisfeita. A vantagem de trabalhar em \mathcal{F}_{FT} é que neste espaço todos os operadores de criação e aniquilação satisfazem relações de comutação ou anti-comutação canônicas. No entanto, a natureza composta dos mésons será transferida para outro lugar. Os operadores transformados,

$$O_{\text{FT}} = U^{-1}OU, \quad (\text{C.15})$$

dão origem a séries infinitas que fisicamente representam, de algum modo, uma expansão na densidade do sistema [47].

O método apresentado será eficiente para cálculos práticos se forem necessários poucos termos da série para descrever as interações entre os mésons e os quarks. A obtenção de forças efetivas de muitos corpos entre os mésons requer uma expansão até altas ordens na função de onda do méson. No entanto, interações efetivas entre dois mésons podem ser obtidas em ordens relativamente baixas.

Outra complicação potencial relaciona-se com a condição subsidiária anteriormente apresentada em (C.9). Em problemas envolvendo muitos mésons deve-se tomar cuidado para não violar esse vínculo. Para um estado contendo vários mésons compostos, $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle = M_{\alpha_1}^\dagger \dots M_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle$, a transformação através do operador U não resulta, em geral, em um estado produto de mésons ideais, pois $U^{-1}M_\alpha^\dagger U$ difere de m_α^\dagger por uma série infinita contendo operadores de quarks. No entanto, é possível mostrar que um estado em \mathcal{F}_{FT} da forma $|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle = m_{\alpha_1}^\dagger \dots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle$ satisfaz a condição subsidiária Eq. (C.14) e, portanto, pode representar um estado físico. A imagem deste estado em \mathcal{I}_0 é um estado complexo contendo

quarks, antiquarks e mésons. Para processos de espalhamento, a matriz- S é definida em termos de estados assintóticos, os quais, por definição, não se superpõem, de forma que podemos escrever:

$$\begin{aligned} |\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle \rightarrow U^{-1}|\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle &= |\alpha_1, \dots, \alpha_n\rangle \\ &= m_{\alpha_1}^\dagger \dots m_{\alpha_n}^\dagger |0\rangle . \end{aligned} \tag{C.16}$$

Portanto, para estados assintóticos, a condição subsidiária é trivialmente satisfeita.

Apêndice D

O Hamiltoniano $H_{aq\bar{q}}$

Neste apêndice será mostrado a dedução do potencial micrescópico quark-glúon. Nosso ponto de partida é o Hamiltoniano a seguir

$$H_{aq\bar{q}} = \frac{g_G^2}{\Lambda} \int d^3x d^3y \psi^\dagger(\vec{x})\psi(\vec{x}) [\vec{\alpha} \cdot \vec{A}(\vec{x})] [\vec{\alpha} \cdot \vec{A}(\vec{y})] \psi^\dagger(\vec{y})\psi(\vec{y}) \quad (D.1)$$

onde Λ é um parâmetro de escala medida em GeV e $A_i(\vec{x}) = A_i^b(\vec{x})\lambda^b/2$. Os campos de quarks e glúons podem ser escritos na seguinte forma:

$$\psi(\vec{x}) = \sum_{s_\mu} \int \frac{d^3p_\mu}{(2\pi)^{3/2}} [u_{s_\mu}(\vec{p}_\mu)q_\mu + v_{s_\mu}(-\vec{p}_\mu)\bar{q}_\mu^\dagger] e^{i\vec{p}_\mu \cdot \vec{x}} \quad (D.2)$$

e

$$A_i^a(\vec{x}) = \sum_{\mathcal{P}_\tau=1}^2 \int \frac{d^3p_\tau}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} [\epsilon_i(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau)a_\tau + \epsilon_i(-\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau)a_\tau^\dagger] e^{i\vec{p}_\tau \cdot \vec{x}}. \quad (D.3)$$

O primeiro passo é substituir os campos de quarks e glúons no Hamiltoniano. No entanto, devemos escolher apenas os termos que são relevantes para o nosso estudo. A estrutura operatorial que estamos buscando é $(q^\dagger \bar{q}^\dagger q^\dagger \bar{q}^\dagger)(aa)$. Isto se deve ao fato de que quando aplicarmos o formalismo de Fock-Tani ao Hamiltoniano, vamos obter uma estrutura do tipo $m_\beta^\dagger m_\delta^\dagger g_\alpha$.

$$\begin{aligned} H_{aq\bar{q}} &= \frac{g_G^2}{\Lambda} \frac{1}{(2\pi)^9} \int d^3p_\mu d^3p_\nu d^3p_\tau d^3p_\eta d^3p_\rho d^3p_\xi \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\xi}}} \\ &\sum_{\mathcal{P}_\tau \mathcal{P}_\xi} \sum_{s_\mu s_\nu s_\eta s_\rho} [u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \vec{\alpha} \cdot \vec{\epsilon}(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau) v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu)] [u_{s_\eta}^\dagger(\vec{p}_\eta) \vec{\alpha} \cdot \vec{\epsilon}(\vec{p}_\xi, \mathcal{P}_\xi) v_{s_\rho}(\vec{p}_\rho)] \\ &q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger q_\eta^\dagger \bar{q}_\rho^\dagger a_\tau a_\xi \int d^3x e^{-i(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \cdot \vec{x}} \int d^3y e^{-i(\vec{p}_\eta + \vec{p}_\rho - \vec{p}_\xi) \cdot \vec{y}} \end{aligned} \quad (D.4)$$

As dependências em x e y pode ser eliminada se utilizarmos

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3x e^{-i(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \cdot \vec{x}} = \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau). \quad (D.5)$$

Desta forma podemos escrever

$$\begin{aligned}
 H_{aq\bar{q}} &= \frac{g_G^2}{\Lambda} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p_\mu d^3 p_\nu d^3 p_\tau d^3 p_\eta d^3 p_\rho d^3 p_\xi \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\xi}}} \\
 &\sum_{\mathcal{P}_\tau \mathcal{P}_\xi} \sum_{s_\mu s_\nu s_\eta s_\rho} [u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \vec{\alpha}^i v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu)] \vec{\epsilon}_i(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau) [u_{s_\eta}^\dagger(\vec{p}_\eta) \vec{\alpha}^j v_{s_\rho}(\vec{p}_\rho)] \vec{\epsilon}_j(\vec{p}_\xi, \mathcal{P}_\xi) \\
 &\delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \delta(\vec{p}_\eta + \vec{p}_\rho - \vec{p}_\xi) q_\mu^\dagger \bar{q}_\nu^\dagger q_\eta^\dagger \bar{q}_\rho^\dagger a_\tau a_\xi
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

Onde o produto escalar entre $\vec{\alpha} \cdot \vec{\epsilon}(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau)$ foi aberto para podermos resolver a parte espinorial. Para isso, vamos considerar a aproximação não-relativística dos espinores de Dirac

$$u_{s_\mu}(\vec{p}_\mu) = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2}\right) \chi_{s_\mu} \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{2m} \chi_{s_\mu} \end{pmatrix} \tag{D.7}$$

e

$$v_{s_\mu}(\vec{p}_\mu) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}_\mu}{2m} \chi_{s_\mu}^c \\ \left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2}\right) \chi_{s_\mu}^c \end{pmatrix}. \tag{D.8}$$

Nesta aproximação, consideramos apenas termos de, no máximo, segunda ordem em momento e apenas a dependência na interação de spin. Desta forma o produto dos espinores fica

$$[u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \alpha^i v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu)] = \chi_{s_\mu} \left[\left(1 - \frac{p_\mu^2}{8m^2} - \frac{p_\nu^2}{8m_1^2} - \frac{\vec{p}_\mu \cdot \vec{p}_\nu}{4mm_1}\right) \sigma^i \right] \chi_{s_\nu}^c. \tag{D.9}$$

Para o calculo a ser realizado vamos considerar apenas a interação da spin, ou seja, podemos escrever a equação anterior na seguinte forma:

$$[u_{s_\mu}^\dagger(\vec{p}_\mu) \alpha^i v_{s_\nu}(\vec{p}_\nu)] = \chi_{s_\mu} \sigma^i \chi_{s_\nu}^c. \tag{D.10}$$

ou ainda, em uma representação compacta

$$\chi_{s_\mu} \sigma^i \chi_{s_\nu}^c = \sigma_{\mu\nu}^i. \tag{D.11}$$

Dessa forma o potencial pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 V_{\mu\nu\eta\rho}^{\tau\xi} &= \frac{g_G^2}{(2\pi)^3} \left(\frac{\lambda^{a_\tau}}{2} \frac{\lambda^{a_\xi}}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\tau}}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\vec{p}_\xi}}} \delta(\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu - \vec{p}_\tau) \delta(\vec{p}_\eta + \vec{p}_\rho - \vec{p}_\xi) \\
 &\times \vec{\sigma}_{\mu\nu} \cdot \vec{\epsilon}_1(\vec{p}_\tau, \mathcal{P}_\tau) \vec{\sigma}_{\eta\rho} \cdot \vec{\epsilon}_2(\vec{p}_\xi, \mathcal{P}_\xi).
 \end{aligned} \tag{D.12}$$

Apêndice E

Tabelas com coeficientes de sabor

Neste apêndice será apresentado as tabelas com coeficientes de sabor.

$$|f_0\rangle = c_1 |n\bar{n}\rangle + c_2 |s\bar{s}\rangle$$

$f_0(n\bar{n}) \rightarrow$	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$
Q_1^f (3P_0)	c_1	0	$2c_1c_1^{\eta^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}$
Q_2^f (3P_0)	c_1	$-c_1$	$2c_1c_1^{\eta^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}$
Correção:				
Q_1^f	c_1	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + (c_1^{\eta_{oc}})^2]$
Q_2^f	c_1	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + (c_1^{\eta_{oc}})^2]$
Q_1^f	0	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[2(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + c_1^{\eta'_{oc}}c_2^{\eta'_{oc}} + c_1^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})]$
Q_2^f	0	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[2(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + c_1^{\eta_{oc}}c_2^{\eta_{oc}} + c_1^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})]$
Q_1^f	c_1	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + (c_1^{\eta_{oc}})^2]$
Q_2^f	c_1	0	$4c_1c_1^{\eta^2}c_1^{\eta_{oc}^2}$	$2c_1c_1^\eta c_1^{\eta'}[(c_1^{\eta'_{oc}})^2 + (c_1^{\eta_{oc}})^2]$

Tab. E.1: Coeficientes de sabor da parte $n\bar{n}$ do f_0

$$|f_0\rangle = c_1 |n\bar{n}\rangle + c_2 |s\bar{s}\rangle$$

$f_0(n\bar{n}) \rightarrow$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
Q_1^f (3P_0)	c_1	$2c_1$	c_1	c_1	$2c_1c_1^{\sigma^2}$
Q_2^f (3P_0)	c_1	$2c_1$	c_1	c_1	$2c_1c_1^{\sigma^2}$
Correção:					
Q_1^f	c_1	$4c_1$	c_1	c_1	$4c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$
Q_2^f	c_1	$4c_1$	c_1	c_1	$4c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$
Q_1^f	0	$8c_1$	0	0	$8c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$
Q_2^f	0	$8c_1$	0	0	$8c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$
Q_1^f	c_1	$4c_1$	c_1	c_1	$4c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$
Q_2^f	c_1	$4c_1$	c_1	c_1	$4c_1c_1^{\sigma^2}c_1^{\sigma_{oc}^2}$

 Tab. E.2: Coeficientes de sabor da parte $n\bar{n}$ do f_0

$$|f_0\rangle = c_1 |n\bar{n}\rangle + c_2 |s\bar{s}\rangle$$

$f_0(n\bar{n}) \rightarrow$	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$
Q_1^f (3P_0)	0	$-c_2$	$c_2c_1^{\eta^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}$
Q_2^f (3P_0)	0	0	$c_2c_1^{\eta^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}$
Correção:				
Q_1^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[(c_2^{\eta'_{oc}})^2 + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$
Q_2^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[(c_2^{\eta'_{oc}})^2 + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$
Q_1^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[2c_1^{\eta'_{oc}}c_2^{\eta'_{oc}} + (c_2^{\eta'_{oc}})^2 + 2c_1^{\eta_{oc}}c_2^{\eta_{oc}} + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$
Q_2^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}}(2c_1^{\eta_{oc}} + c_2^{\eta_{oc}})$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[2c_1^{\eta'_{oc}}c_2^{\eta'_{oc}} + (c_2^{\eta'_{oc}})^2 + 2c_1^{\eta_{oc}}c_2^{\eta_{oc}} + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$
Q_1^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[(c_2^{\eta'_{oc}})^2 + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$
Q_2^f	0	0	$2c_2c_2^{\eta^2}c_2^{\eta_{oc}^2}$	$c_2c_2^{\eta}c_2^{\eta'}[(c_2^{\eta'_{oc}})^2 + (c_2^{\eta_{oc}})^2]$

 Tab. E.3: Coeficientes de sabor da parte $s\bar{s}$ do f_0

$$|f_0\rangle = c_1 |n\bar{n}\rangle + c_2 |s\bar{s}\rangle$$

$f_0(n\bar{n}) \rightarrow$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
Q_1^f (3P_0)	0	0	0	0	0
Q_2^f (3P_0)	0	0	0	0	0
Correção:					
Q_1^f	0	0	0	0	0
Q_2^f	0	0	0	0	0
Q_1^f	0	0	0	0	0
Q_2^f	0	0	0	0	0
Q_1^f	0	0	0	0	0
Q_2^f	0	0	0	0	0

Tab. E.4: Coeficientes de sabor da parte $s\bar{s}$ do f_0

$$|f_0\rangle = c_3 |gg\rangle$$

$f_0(n\bar{n}) \rightarrow$	$\pi\pi$	$K\bar{K}$	$\eta\eta$	$\eta\eta'$	$\rho\rho$	$\omega\omega$	$a_1\pi$	$\pi^*\pi$	$\sigma\sigma$
Q_1^f (3P_0)	c_3	$-c_3$	$c_3 [2(c_1^\eta)^2 + (c_2^\eta)^2]$	0	c_3	c_3	c_3	c_3	$2c_3$
Q_2^f (3P_0)	c_3	$-c_3$	$c_3 [2(c_1^\eta)^2 + (c_2^\eta)^2]$	0	c_3	c_3	c_3	c_3	$2c_3$

Tab. E.5: Coeficientes de sabor da parte glueball do f_0

Referências

- [1] CHODOS, A.; *et al.* *Phys. Rev. D*, v. 9, p. 3471, 1974.
- [2] JAFFE, R. L.; JOHNSON, K. *Phys. Lett. B*, v. 60, p. 201, 1976.
- [3] ISGUR, N.; PATON, J. E. *Phys. Lett. B*, v. 124, p. 247, 1983.
- [4] ISGUR, N.; PATON, J. E. *Phys. Rev. D*, v. 31, p. 2910, 1985.
- [5] NOVIKOV, V. A.; *et al.* *Nucl. Phys. B*, v. 165, p. 67, 1980.
- [6] NARISON, S. *Phys. Rev. D*, v. 73, 114024, 2006.
- [7] SZCZEPANIAK, A. P.; SWANSON, E. S. *Phys. Lett. B*, v. 577, p. 61, 2003.
- [8] TANI, S. *Phys. Rev.*, v. 117, p. 252, 1960.
- [9] GIRARDEAU, M. D. *Phys. Rev. Lett.*, v. 27, p. 1416, 1971.
- [10] WEINBERG, S. *Phys. Rev.*, v. 130, p. 776, 1963.
- [11] WEINBERG, S. *Phys. Rev.*, v. 131, p. 440, 1963.
- [12] CREDE, V.; MEYER, C. A. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, v. 63, p. 74, 2009.
- [13] MICHAEL, C.; TEPER, M. *Phys. Lett. B*, v. 206, p. 299, 1988.
- [14] MICHAEL, C.; TEPER, M. *Nucl. Phys. B*, v. 314, p. 347, 1989.
- [15] BALI, G.S.; *et al.*, *Phys. Lett. B*, v. 309, p. 378, 1993.
- [16] STROHMEIER-PREŠIČEK, M.; GUTSCHE, T.; VINH MAU, R.; FAESSLER, A. *Phys. Rev. D*, v 60, 054010, 1999.
- [17] AMSLER, C.; *et al.* *Phys. Lett. B*, v. 342, p. 433, 1995.
- [18] AMSLER, C.; *et al.* *Phys. Lett. B*, v. 355, p. 425, 1995.
- [19] AMSLER, C.; *et al.* *Phys. Lett. B*, v. 291, p. 347, 1992.

- [20] AMSLER, C.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 353, p. 571, 1995.
- [21] WEINGARTEN, D. *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl)*, v. 53, p. 232, 1997.
- [22] DE-MIN LI, HONG YU, QI-XING SHEN, *Mod. Phys. Lett. A*, v. 15, p. 1781, 2000.
- [23] CLOSE, F. E.; KIRK, A. *Phys. Lett. B*, v. 483, p. 345, 2000.
- [24] BARGIOTTI, M.; et al. *Eur. Phys. J. C*, v. 26, p. 371, 2003.
- [25] BARBERIS, D.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 453, p. 305, 1999.
- [26] BARBERIS, D.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 462, p. 462, 1999.
- [27] BARBERIS, D.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 471, p. 440, 2000.
- [28] BARBERIS, D.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 479, p. 59, 2000.
- [29] ABLIKIM, M. *Phys. Rev. Lett*, v. 95, 262001, 2005.
- [30] LI, B. A. *Phys. Rev. D*, v. 74, 034019, 2006.
- [31] ABLIKIM, M.; et al. *Phys. Lett. B*, v. 642, p. 441, 2006.
- [32] BESSON, D. ; et al. *Phys. Rev. D*, v. 75, 072001, 2007.
- [33] AUBERT, B. ; et al. *Phys. Rev. D*, v. 74, 032003, 2006.
- [34] GARMASH, A. ; et al. *Phys. Rev. D*, v. 71, 092003, 2005.
- [35] GIRARDEAU, M. D. *J. Math. Phys.*, v. 16, p. 1901, 1975.
- [36] GIRARDEAU, M. D.; GILBERT, J. D. *Physica A*, v. 97, p. 42, 1979.
- [37] GILBERT, J. D. *J. Math. Phys.*, v. 18, p. 791, 1977.
- [38] GIRARDEAU, M. D. *Phys. Rev. A* , v 26, p. 217, 1982.
- [39] OJHA, P. C.; GIRARDEAU, M. D.; GILBERT, J. D.; STRATON, J. C. *Phys. Rev. A*, v. 33, p. 112, 1986.
- [40] STRATON, J. C. *Phys. Rev. A*, v. 35, p. 3725, 1987.
- [41] STRATON, J. C.; GIRARDEAU, M. D. *Phys. Rev. A*, v. 40, p. 2991, 1989.
- [42] LO, C.; GIRARDEAU, M. D. *Phys. Rev. A*, v. 41, p. 158, 1990.

- [43] STRATON, J. C. *Phys. Rev. A*, v. 43, p. 6018, 1991.
- [44] HADJIMICHEF, D. *Formalismo de Fock-Tani para a Física Hadrônica*. 1995. 131 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, 1995.
- [45] SZPIGEL, S. *Interação Méson-Méson no Formalismo Fock-Tani*. 1995. 183 p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.
- [46] GIRARDEAU, M. D.; KREIN, G.; HADJIMICHEF, D. *Mod. Phys. Lett. A*, v. 11, p. 1121, 1996.
- [47] HADJIMICHEF, D.; KREIN G.; SZPIGEL S.; DA VEIGA, J. S. *Ann. Phys.*, v. 268, p. 105, 1998.
- [48] HADJIMICHEF, D.; HAIDENBAUER, J.; KREIN, G. *Phys. Rev. C*, v.66, 055214, 2002.
- [49] HADJIMICHEF, D.; HAIDENBAUER, J.; KREIN, G. *Phys. Rev. C*, v. 63, 035204, 2001.
- [50] SILVA, M. L. L. ; HADJIMICHEF, D. ; VASCONCELLOS, C. A. Z. *Int. J. Mod. Phys. D*, v. 13, p. 1399, 2004.
- [51] Da SILVA, M. L. L.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C. A. Z.; BODMANN, B. E. J. *J. Phys. G*, v. 32, p. 475, 2006.
- [52] De QUADROS, J.N. “Decaimento de Mésons Leves de Sabor Aberto no Modelo C^3P_0 ”, Dissertação de Mestrado - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.
- [53] Da SILVA, D.T. “Um Novo Modelo para Decaimento de Mésons”, Dissertação de Mestrado - Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.
- [54] GEIGER, P.; SWANSON, E. S. *Phys. Rev. D*, v. 50, p. 6855, 1994.
- [55] MICU, L. *Nucl. Phys. B*, v 10, p. 521, 1969.
- [56] LE YAOUANC, A.; OLIVIER, L.; PÈNE, O.; RAYNAL J. *Phys. Rev. D*, v. 8, p. 2223, 1973.
- [57] KOKOSKI, R.; ISGUR, N. *Phys. Rev. D*, v. 35, p. 907, 1987.

- [58] ACKLEH, E. S.; BARNES, T.; SWANSON, E. S. *Phys. Rev. D*, v. 54, p. 6711, 1996.
- [59] ALBRECHT, H.; *et al.* *Z. Phys. C*, v. 58, p. 61, 1993.
- [60] AMSLER, C.; *et al.* (Particle Data Group) *Phys. Lett. B*, v. 667, 1, 2008.
- [61] SILVA, D. T. ; SILVA, M. L. L. ;DE QUADROS, J.N.;HADJIMICHEF, D. *Phys. Rev. D*, v. 78, 076004, 2008.
- [62] LONGACRE, R. S.; *et al.* *Phys. Lett. B*, v. 177, p. 223, 1986.
- [63] BUGG, D. V.; SARANTSEV, A. V.; ZOU, B. S. *Nucl. Phys. B*, v 471, p. 59, 1996.
- [64] ABLIKIM, M.; *et al.* (Colaboração BES) *Phys. Lett. B*, v. 607, p. 243, 2005.
- [65] AMSLER, C.; *et al.* *Phys. Lett. B*, v. 322, 431, 1994.
- [66] GASPERO, M. *Nucl. Phys. A*, v 562, p. 407, 1993.
- [67] ABELE, A.; *et al.* *Eur. Phys. Jour. C*, v 19, p. 667, 2001.
- [68] DA SILVA, D.T.; DA SILVA, M.L.L.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C.A.Z. *Glueball decay in the Fock-Tani formalism*. e-Print Archive: hep-ph/0510400.
- [69] DA SILVA, M.L.L.; DA SILVA, D.T.; HADJIMICHEF, D.; VASCONCELLOS, C.A.Z. *Int. J. Mod. Phys. D***16**, 541 (2007).
- [70] DA SILVA, M.L.L.; DA SILVA, D.T.; VASCONCELLOS, C.A.Z.; HADJIMICHEF, D.; *Braz. J. Phys.* **37**, 668 (2007).
- [71] SILVA, M. L. L. ; SILVA, D. T. ; DE QUADROS, J.N.; HADJIMICHEF, D.; **submetido** para publicação em *Phys. Lett. B*.
- [72] SILVA, M. L. L. ; SILVA, D. T. ; DE QUADROS, J.N.; VASCONCELLOS, C.A.Z.; HADJIMICHEF, D.; **em preparação**, para ser submetido para publicação em *Jour. Phys. G*.