

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

**LUCAS DALLA CORTE FRANCHI**

**ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE  
MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE  
PARÂMETROS DE CÉLULA DE LÍTIO**

Porto Alegre  
2022

**LUCAS DALLA CORTE FRANCHI**

**ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE  
MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE  
PARÂMETROS DE CÉLULA DE LÍTIO**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA) apresentado à COMGRAD-CCA da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de *Bacharel em Eng. de Controle e Automação*.

**ORIENTADOR:**

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes

Porto Alegre  
2022

**LUCAS DALLA CORTE FRANCHI**

**ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE  
MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE  
PARÂMETROS DE CÉLULA DE LÍTIO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Eng. de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes, UFRGS  
Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Profa. Dra. Lucíola Campestrini , UFRGS  
Doutora em Engenharia Elétrica (PPGEE), UFRGS - Porto Alegre, RS, BRASIL

Prof. Dr. Paulo Roberto Eckert , UFRGS  
Doutor em Engenharia Elétrica (PPGEE), UFRGS - Porto Alegre, RS, BRASIL

---

Mário Roland Sobczyk Sobrinho  
Coordenador de Curso  
Eng. de Controle e Automação

Porto Alegre, maio de 2022.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais, Carlos Eduardo e Simone, meus avós Assis, Maria Inês e Odilon, minha madrinha Berenice, minha noiva Paola e ao meu irmão Rafael (In Memoriam) pelo apoio incondicional durante toda a graduação e a escrita deste trabalho.

Também gostaria de agradecer ao meu Orientador Prof. Dr. Pedro Rafael Bolognese Fernandes pelo apoio e suporte durante o desenvolvimento deste trabalho.

Além do Professor Pedro, gostaria de agradecer a todos os professores e colegas com quem trabalhei ou tive algum envolvimento durante a graduação, pois o convívio com eles me possibilitou evoluir até aqui.

Por fim, gostaria de agradecer a minha avó materna, Olímpia (In Memoriam), que foi uma pessoa muito importante na minha criação e que, por motivos de força maior, não pode estar junto a mim nesse momento.

## RESUMO

A indústria 4.0 trouxe consigo uma demanda referente a otimização de recursos que se espalhou pelos diversos setores da indústria. Um dos setores mais afetados por esse efeito foi o energético, resultando na rápida popularização e aumento da demanda de acumuladores de energia baseados em lítio. Entretanto essa popularização foi frenada por questões de segurança relacionadas a volatilidade das células de lítio. A fim de se transpor esse problema, um campo de pesquisa e desenvolvimento foi gerado com o intuito de desenvolver equipamentos de gerenciamento inteligentes de bateria, *Battery Management System* (BMS). Esses equipamentos são responsáveis por gerenciar as baterias de lítio e mantê-las em uma região de operação segura, evitando assim acidentes. Nas últimas décadas esses componentes passaram por inúmeros avanços permitindo que eles se tornassem menores, mais inteligentes e, por consequência, mais seguros. Mesmo após duas décadas de desenvolvimento, ainda há muito a se melhorar nesses dispositivos, como a adição de algoritmos de estimação dos parâmetros internos da célula que permitam um gerenciamento mais refinado da mesma, otimizando ainda mais os sistema de gerenciamento. A fim de determinar a eficiência destes métodos embarcados junto ao sistema de monitoramento, foi desenvolvido esse trabalho. Nele foi analisado a precisão e o tempo de execução do algoritmo de forma embarcada durante o processo de carga e descarga da bateria.

**Palavras-chave:** Algoritmo de gerenciamento de baterias, Bateria, Estimação de Parâmetros, Lítio, Mínimos Quadrados Recursivos, Sherman Morrison Woodbury.

## ABSTRACT

Industry 4.0 has brought with it a demand for resource optimization that has spread across different industry sectors. One of the most affected by this effect was the energy sector, resulting in the rapid popularization and increased demand for lithium-based energy accumulators. However, this popularization was stopped by security issues related to the volatility of lithium cells. In order to overcome this problem, a field of research and development was generated in order to develop intelligent battery management equipment, Battery Management System (BMS). These equipments are responsible for managing lithium batteries and keeping them in a safe operating region, thus preventing accidents. In the last decades these components have undergone numerous advances allowing them to become smaller, smarter and, consequently, safer. Even after two decades of development, there is still much to improve in these devices, such as the addition of algorithms for estimating the internal parameters of the cell that allow a more refined management of the same, optimizing even more the management systems. This work was developed in order to determine the efficiency of these methods embedded in the monitoring system. It analyzed the accuracy and execution time of the algorithm in an embedded way during the battery charging and discharging process.

**Keywords: Battery, Battery Algorithm Management, Lithium, Parameters Estimation, Recursive Least Squares, Sherman Morrison Woodburry.**

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	8
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	8
1.1.1	Objetivos Específicos	9
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	10
<b>2.1</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	10
2.1.1	Capacidade	10
2.1.2	Parâmetros Internos da Célula	10
2.1.2.1	Circuito Equivalente da Célula	10
2.1.2.2	Dinâmica Rápida e Lenta	11
2.1.2.3	Variação da resistência interna em função da capacidade	12
2.1.3	Medição de Resistência em Células de Lítio	13
2.1.3.1	Pulso CC	13
2.1.3.2	Espectroscopia de Impedância	13
<b>2.2</b>	<b>Discretização de Circuitos Analógicos</b>	14
2.2.1	Método de Euler	14
2.2.2	<i>Tustin ou Bilinear</i>	14
<b>2.3</b>	<b>Sherman-Morrison-Woodburry</b>	14
2.3.1	Mínimos Quadrados Recursivos	15
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	18
<b>3.1</b>	<b>Modelagem do Sistema</b>	18
3.1.1	Modelo discretizado Tustin	19
3.1.2	Modelo discretizado Euler	19
3.1.3	Sistemas de Equações do Modelo	20
3.1.4	Obtenção dos parâmetros físicos	20
<b>3.2</b>	<b>Implementação do Algoritmo de Estimação</b>	21
<b>3.3</b>	<b>Experimento</b>	23
3.3.1	Bancada de Testes	23
3.3.1.1	Controle de Carga e Descarga	23
3.3.1.2	Instrumentação da Célula	24
3.3.2	Roteiro do Experimento	26
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	28
<b>4.1</b>	<b>Conjunto de Dados</b>	28
4.1.1	Critérios de Análise	29
4.1.2	Comparação entre modelos de diferentes ordens	29
4.1.3	Comparação Euler versus Tustin	31

4.1.4	Análise Física . . . . .	31
5	<b>CONCLUSÃO</b> . . . . .	34
5.1	<b>Trabalhos Futuros</b> . . . . .	35
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	36

# 1 INTRODUÇÃO

O avanço da indústria 4.0 trouxe consigo uma demanda por novas tecnologias de acumuladores elétricos, que deveriam possuir maior densidade energética, menor tempo de recarga e maior vida útil. O candidato escolhido para suprir essa demanda foi o lítio, já que as baterias de lítio são superiores em relação as baterias de chumbo, em questão de densidade energética, vida útil e as mesmas possuem um menor tempo de recarga.

Essa eficiência e densidade energética elevada relacionada as baterias de lítio traz consigo um ônus. Diferente das baterias de chumbo ou níquel-cádmio, às células de lítio podem se tornar instáveis caso saiam da região de operação segura. Por essa razão, necessitam de um dispositivo eletrônico embarcado que tenha como principal função gerenciar as mesmas e evitar que elas operem fora de uma zona segura.

Esse dispositivo de proteção é chamado de BMS (*Battery Management System*) e é responsável por realizar uma série de medições de tensão, temperatura e corrente para então determinar se a bateria se encontra em uma região segura de operação. Caso a bateria não esteja em uma região segura, o BMS atua de forma a protegê-la. Essa é uma solução prática, porém não ideal, já que o mesmo atua após a detecção do problema de forma reativa.

Existem outros parâmetros internos que podem ser estimados e que auxiliariam o sistema de gerenciamento na detecção de problemas de operação. Entretanto, os sistemas de gerenciamento atuais presentes no mercado não estimam esse parâmetros e se baseiam apenas em tensão, corrente e temperatura.

A estimação de parâmetros com base em métodos recursivos em acumuladores de lítio é algo recorrente e amplamente estudado pela comunidade acadêmica. Porém, os estudos que comprovam a aplicabilidade do método de estimação utilizam equipamentos volumosos, como o Arbin BT 2000, que impossibilita a sua aplicação em sistemas móveis, como computadores portáteis, celulares e veículos elétricos em geral. O estudo presente nesse trabalho visa analisar a eficácia de métodos de estimação de parâmetros recursivos em microcontroladores, como o próprio sistema de gerenciamento.

A estimação dos parâmetros como resistência, capacitância e tensão de circuito aberto são de grande valia para o sistema de gerenciamento. Com base nesses parâmetros pode se estimar a capacidade, estado de saúde e o seu envelhecimento de cada uma das células presentes na bateria. O conhecimento prévio desses parâmetros auxilia o sistema de gerenciamento a detectar problemas nas células de forma preventiva aumentando a vida útil da bateria e a segurança dos equipamentos no qual ela está inserida.

## 1.1 Objetivos

Para que o sistema de gerenciamento, embarcado na bateria, seja capaz de gerenciar

a mesma com máxima eficiência é necessário que ele seja capaz de, além de executar as suas funções básicas de gerenciamento, estimar os parâmetros da bateria. Por essa razão, esse trabalho tem como objetivo principal implementar e analisar o desempenho do método de mínimos quadrados recursivo na estimação dos parâmetros reais de uma bateria de lítio, em um microprocessador de baixo custo.

Esse trabalho visa implementar um algoritmo de estimação em um sistema de gerenciamento microprocessado e analisar a sua aplicabilidade em soluções embarcadas.

### **1.1.1 Objetivos Específicos**

- Implementar o método de mínimos quadrados recursivos em um sistema microcontrolado.
- Determinar o impacto relacionado a ordem do modelo utilizado no processo de estimação considerando eficiência computacional e precisão.
- Determinar o melhor método de discretização para obtenção dos parâmetros da célula.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Fundamentação Teórica

#### 2.1.1 Capacidade

A capacidade é uma grandeza física da bateria referente à quantidade máxima de energia que pode ser retirada dela e é geralmente expressa em Ampere-hora. Ela pode ser mensurada com base na variação da corrente da bateria ao longo do tempo, a Equação (1) é utilizada para o *State Of Charge* (SOC) da célula, que indica a energia remanescente na célula :

$$SOC = \int_0^t I(t)dt \quad (1)$$

Ela é amplamente utilizada em dispositivos eletrônicos para indicar a quantidade restante de energia presente neles, porém nesses casos o SOC é escrito na forma percentual. A Equação (2) relaciona o estado de carga atual com a capacidade total presente na bateria, representado pela variável  $C_{tot}$ .

$$SOC = \frac{1}{C_{tot}} \int_0^t I(t)dt \quad (2)$$

#### 2.1.2 Parâmetros Internos da Célula

É fundamental em operações que envolvam células de lítio conhecer os seus parâmetros internos nos distintos pontos de operação da mesma, para se obter o máximo desempenho da célula de lítio. Conhecendo os parâmetros internos é possível determinar o comportamento térmico da bateria e se ela encontra-se em uma faixa segura de operação.

##### 2.1.2.1 Circuito Equivalente da Célula

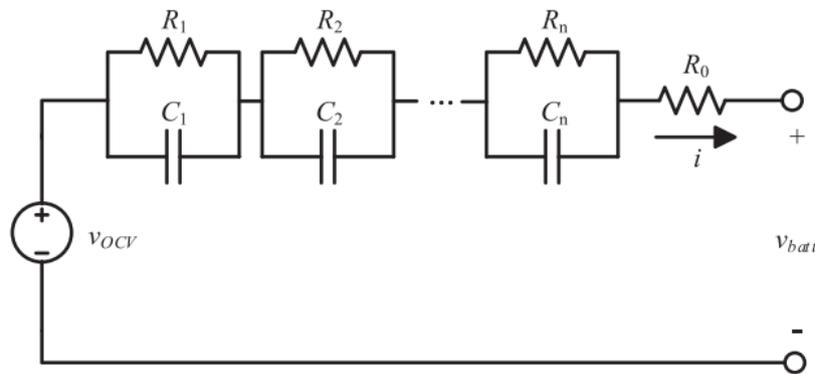
Células de lítio podem ser representadas por meio de um circuito elétrico linear, método que é conhecido na literatura como ECN (*Equivalent Circuit Network*). A principal razão de se utilizar essa técnica se deve a sua baixa complexidade frente a outros métodos baseados em modelos químicos, os quais são obtidos a partir de equações eletroquímicas, geralmente não lineares. Além disso, esse modelo permite representar as variações sofridas pela célula durante o processo de carga e descarga. Por essas razões, é um modelo amplamente utilizado nas mais diversas aplicações devido a sua modularidade e fácil escalabilidade (FOTOUHI et al., 2017).

O modelo básico de uma célula de lítio é composto por uma resistência constante  $R_0$ , uma rede capacitiva composta por um resistor e um capacitor e uma fonte independente. A fonte independente é referente à tensão de circuito aberto da célula, a resistência  $R_0$

é referente resistência interna da célula e a rede capacitiva descreve o comportamento dinâmico da mesma. A Equação (3) a seguir, a transformada de Laplace correspondente ao circuito presente na Figura 1.

$$V_{bat}(s) = I(s) \left( \sum_{i=1}^n \frac{R_n}{(1 + sR_n C_n)} + R_0 \right) + V_{ocv}(s) \quad (3)$$

Essa forma de representação é dita escalar e modular pela facilidade de se representar o sistema em diversos graus de complexidade adicionando poucos parâmetros. Caso o modelo obtido não descreva os fenômenos físicos presentes na célula com a precisão desejada, basta adicionar um novo bloco de circuito RC e reexecutar o experimento desejado. O único ônus relacionado ao aumento do grau do sistema é o aumento do custo computacional envolvido no processo de estimação desses componentes. Dessa forma, deve-se analisar qual o melhor modelo para cada situação (FOTOUHI et al., 2017).



**Figura 1:** Circuito de uma célula de ordem genérica  $n$ .  
Fonte: (XIA et al., 2016)

Outro ponto importante sobre os componentes que formam o modelo de uma célula de lítio é que eles variam conforme a quantidade de energia presente na célula. Por exemplo, uma célula totalmente carregada possui valores diferentes de resistência e capacitância se comparada a mesma célula descarregada. A Tabela 1 apresenta os valores obtidos por (FOTOUHI et al., 2017) para uma célula real, que demonstram essa variação nos parâmetros.

**Tabela 1:** Variação dos parâmetros durante o processo de descarga.

Capacidade (%)	95	85	75	65	55	45	35	25	15	5
$V_{ocv}(V)$	2371	2233	2083	2094	2098	2100	2099	2096	2087	1995
$R_0 (m\Omega)$	39	78	79	68	59	54	53	58	77	140

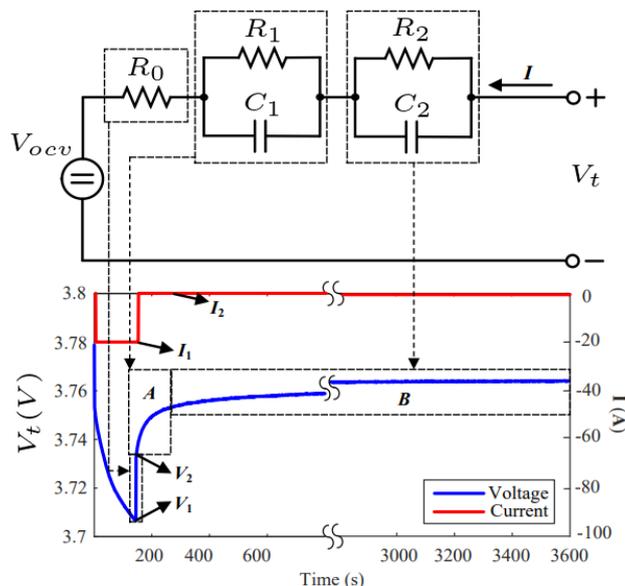
Fonte: (FOTOUHI et al., 2017)

### 2.1.2.2 Dinâmica Rápida e Lenta

Na representação de circuito equivalente (Figura 2), as redes capacitivas representam a dinâmica das células sendo a primeira, formada por  $R_1$  e  $C_1$ , responsável por representar a dinâmica rápida e a segunda, formada por  $R_2$  e  $C_2$ , a lenta. A dinâmica

rápida é representada pelos componentes  $R_0$ ,  $R_1$  e  $C_1$ , que englobam três fenômenos físicos distintos, sendo eles a resistência da bateria, a transferência de carga e o efeito de duas camadas. Já a dinâmica lenta ( $R_2$  e  $C_2$ ) do sistema é associada ao efeito de difusão química da célula (ZHANG et al., 2017).

A constante de tempo associada a dinâmica rápida fica na faixa de dezenas de segundos, enquanto a lenta fica na faixa de milhares de segundos (YANG et al., 2017).



**Figura 2:** Dinâmica rápida e lenta presente na descarga de uma célula.

Fonte: Adaptado de (YANG et al., 2017)

A Figura 2 apresenta as duas dinâmicas presentes na bateria. Inicialmente é drenada da bateria uma corrente de 20 A que causa uma variação instantânea na tensão. Após 200s essa corrente é zerada e a tensão da bateria volta a subir lentamente, acomodando após transcorrida 3000 segundos da descarga inicial.

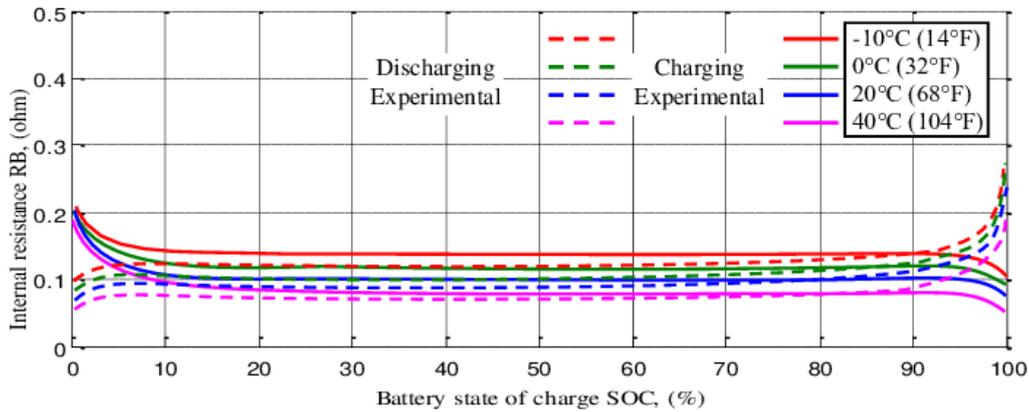
### 2.1.2.3 Variação da resistência interna em função da capacidade

A Figura 3 apresenta a variação da resistência interna da célula em função da capacidade. O primeiro ponto interessante sobre essa curva é que a resistência varia de forma diferente durante a fase de carga e descarga. A curva tracejada é referente ao processo de descarga e a contínua ao processo de carga.

Durante o processo de descarga a resistência da célula é máxima quando a célula encontra-se carregada e diminui exponencialmente até os 90% de capacidade. Após o decaimento inicial, ela se mantém estável por grande parte da descarga e volta a cair novamente no final do processo, quando a bateria encontra-se com menos de 10% de carga.

Durante a recarga, a resistência é máxima no instante que a célula encontra-se totalmente descarregada e diminui exponencialmente após o início do processo de carga. Após essa etapa inicial a sua resistência se mantém constante de maneira semelhante ao processo de descarga. No final da carga, a resistência diminui chegando ao seu valor mínimo.

Por fim, é importante ressaltar a ordem de grandeza dos valores presentes no gráfico. O valor máximo de resistência é próximo de 200mΩ e o mínimo é próximo de 50mΩ.



**Figura 3:** Resistência interna versus capacidade em diferentes temperaturas.

Fonte: (AKTAŞ; KIRÇIÇEK; ÖZKAYMAK, 2019)

### 2.1.3 Medição de Resistência em Células de Lítio

A resistência interna de uma célula de lítio é um parâmetro importante que pode ser utilizado para determinar a sua qualidade e seu número de ciclos. Esse parâmetro pode ser influenciado por diversos fatores como o estado de carga, a temperatura e o número de ciclos da célula. Por essa razão, é difícil mensurar com precisão a resistência interna da célula (WAAG; KÄBITZ; SAUER, 2013). Existem dois principais métodos na literatura, sendo eles: o Pulso de Corrente CC e Espectroscopia de impedância.

#### 2.1.3.1 Pulso CC

O método de pulsos CC consiste em drenar uma certa corrente pulsada da bateria e analisar a queda de tensão em relação a corrente utilizando a Equação (4). A resistência obtida com base nesse método é chamada de RCC (Resistência de Corrente Contínua). Esse método é simples de executar, porém não descreve o comportamento dinâmico da bateria e apresenta variações em função da corrente aplicada (WAAG; KÄBITZ; SAUER, 2013).

$$RCC = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad (4)$$

#### 2.1.3.2 Espectroscopia de Impedância

O método de Espectroscopia de Impedância injeta na bateria uma corrente senoidal de baixa amplitude e frequência definida. A injeção de corrente causa uma variação senoidal na tensão da bateria. Conhecendo a corrente injetada e a perturbação causada é possível medir a impedância. A Equação (5) é utilizada para se obter a impedância da célula, sendo  $V_t$  a tensão terminal medida da bateria e  $I_{bat}$  a corrente da bateria (WAAG; KÄBITZ; SAUER, 2013).

$$Z(f) = \frac{V_t(f)}{I_{bat}(f)} \quad (5)$$

Esse método apresenta resultados superiores se comparado ao de Pulso CC, já que o mesmo não apresenta apenas um valor de resistência CC instantâneo. O resultado desse método é um valor referente a magnitude e a fase da célula que pode ser utilizado para

descrever parte de seu comportamento dinâmico.

O problema relacionado a esse método é que a impedância da célula não é constante ao longo da sua capacidade, sendo necessário realizar diversas vezes esse processo ao longo da vida da bateria.

## 2.2 Discretização de Circuitos Analógicos

A transformada de Laplace referente ao modelo generalizado presente na Equação (3) descreve a dinâmica do sistema em qualquer instante de tempo. Já um modelo discretizado descreve a dinâmica do sistema em apenas alguns instantes de tempo pré-estabelecidos, e igualmente espaçados no tempo, com período de amostragem  $T$  (ECKHARD; CAMPESTRINI, 2016).

Dessa forma, é mais adequado se utilizar um sistema discreto para a implementação do algoritmo de estimação, pois os dados provenientes da bateria estão definidos apenas em intervalos de tempo pré-estabelecidos e periódicos. Existem várias formas de se discretizar uma equação definida no tempo contínuo, sendo os métodos mais usuais *Backward Euler*, *Forward Euler* e *Tustin*.

### 2.2.1 Método de Euler

O método de Euler consiste em transformar um sistema contínuo em um sistema discreto com base na substituição da variável  $s$  pela Equação (6), onde  $T$  é a taxa de amostragem dos dados.

$$s = \frac{z - 1}{T} \quad (6)$$

Esse método é amplamente utilizado em sistemas nos quais a simplicidade é mais importante que a precisão. A sua aproximação retangular proporciona uma fácil implementação, porém um erro associado maior que nos demais métodos.

O método de Euler pode ser implementado considerando a derivada a frente (*Forward Euler*) ou a derivada atrás (*Backward*).

### 2.2.2 Tustin ou Bilinear

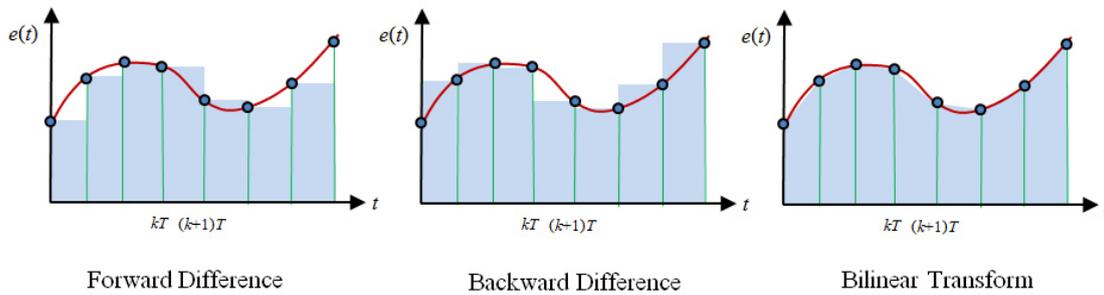
Outra forma de discretização é a proposta por Tustin, que se utiliza da aproximação trapezoidal, diferente da retangular de Euler. Isso implica em equações mais complexas, devido a substituição de  $s$  pela Equação (7), porém com um erro associado menor que Euler (TALHA; MAKDA, 2019). A Figura 4 apresenta uma comparação gráfica entre as três aproximações citadas (*Forward Euler*, *Backward Euler*, *Tustin*).

$$s = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad (7)$$

A curva em vermelho presente na Figura 4 refere-se ao um sinal contínuo e os círculos azuis representam as medidas discretizadas por cada uma dos métodos referenciados nesta seção.

## 2.3 Sherman-Morrison-Woodburry

A Equação de Sherman-Morrison-Woodburry (SMW) é um artifício matemático utilizado para reduzir o custo computacional de inversão de matrizes e pode ser uma



**Figura 4:** Comparação entre os métodos de Euler e Tustin.  
 Fonte: (BOYINA, 2018)

ferramenta muito útil em métodos recursivos.

Caso seja necessário obter a inversa de uma matriz  $W$  após a adição de uma perturbação  $X^T Y Z$ , e conhecendo preliminarmente a inversa da matriz  $W$ , pode-se utilizar o método de Sherman-Morrison-Woodbury (Equação (8)) afim de se reduzir o esforço computacional relacionado ao cálculo da matriz inversa (SHERMAN; MORRISON, 1950).

$$(W + X^T Y Z)^{-1} = W^{-1} - W^{-1} X^T (Y^{-1} + Z W^{-1} X^T)^{-1} Z W^{-1} \quad (8)$$

A Equação acima não apresenta um ganho computacional aparente frente ao método tradicional de matrizes. Porém, ela apresenta uma simplificação interessante no caso em que a perturbação adicionada é composta por vetores. Caso a perturbação adicionada seja um vetor o termo resultando do produto dos termos  $Y^{-1} + Z W^{-1} X^T$  é um escalar resultando na Equação (9).

$$(W + X^T Z)^{-1} = W^{-1} - \frac{W^{-1} X^T Z W^{-1}}{1 + Z W^{-1} X^T} \quad (9)$$

Dessa forma se obtém que não é mais necessário se inverter matrizes já que a única matriz elevada à -1 já é conhecida.

### 2.3.1 Mínimos Quadrados Recursivos

O método de mínimos quadrados recursivo visa resolver problemas similares ao método de mínimos quadrados ordinário, entretanto determina uma correção aos parâmetros obtidos a cada nova iteração. Dessa forma o método recursivo permite a estimação de parâmetros de sistemas nos quais os mesmos variam ao longo do tempo, diferente do método ordinário.

A dedução do método recursivo é feito com base no método ordinário. A Equação (10) é composta pela matriz  $A$ , de dimensão,  $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ , sendo que o número de linhas excede o número de colunas e os vetores  $b$  e  $x$ . A matriz  $A$  e o vetor  $b$  são conhecidos e com base neles e uma função custo (Equação (11)), a qual se deseja otimizar, é determinado o vetor  $x$ , por meio da Equação (12).

$$b = Ax \quad (10)$$

$$J = \|Ax - b\|_2 \quad (11)$$

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (12)$$

Em sistemas nos quais a estimação ocorre de forma *online* a matriz  $A$  e o vetor  $b$  são atualizados a cada nova medição. Portanto, a cada nova amostragem é adicionada uma nova linha a matriz  $A$  e uma nova amostra ao vetor  $b$ . Esse novo conjunto de dados adicionado ao método pode alterar os parâmetros obtidos nas iterações passadas. Por essa razão, deve-se obter os novos parâmetros que representam o modelo em questão naquele instante.

A implementação proposta nessa seção busca obter uma forma de atualização recursiva dos parâmetros frente a uma nova perturbação medida a cada iteração com base no método de Sherman–Morrison–Woodbury (SHERMAN; MORRISON, 1950).

Supõem-se um sistema inicial representado pela Equação (13), a qual é composta por um conjunto de dados conhecidos ( $\mathbf{A}_0$ ,  $\mathbf{y}_0$ ) e um conjunto parâmetros  $x_0$  que se deseja determinar. Dessa forma, aplicando mínimos quadrados obtém-se que os parâmetros  $x_0$  podem ser estimados pela Equação (14).

$$b_0 = A_0 x_0 \quad (13)$$

$$\hat{x}_0 = (A_0^T A_0)^{-1} A_0^T b_0 \quad (14)$$

Após um intervalo de tempo  $k$  uma nova medição é realizada, ela serve como base para atualizar a matriz  $A$  e o vetor  $b$ , adicionando uma nova linha a eles. A Equação (15) apresenta a adição de uma nova a medição ao método. Com base nessas matrizes atualizadas pode se obter os parâmetros que representam o sistema neste instante utilizando a Equação (16).

$$A = \begin{bmatrix} A_{[0,0]} & \cdots & A_{[0,n]} \\ A_{[1,0]} & \cdots & A_{[1,n]} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{x}_1 = (A_0^T A_0 + A_1^T A_1)^{-1} (A_0^T y_0 + A_1^T y_1) \quad (16)$$

Reescrevendo o termo inverso na Equação (16) com base no método de Sherman–Morrison–Woodbury, Equação (8), resulta na Equação (17).

$$P_1 = P_0 - P_0 A_1^T (I + A_1 P_0 A_1^T)^{-1} A_1 P_0 \quad (17)$$

A Equação (18) apresenta a Equação (17) e a dimensão de cada termo presente nela. No caso em que  $M$  é unitário o termo  $(\mathbf{I} + \mathbf{A}_1 \mathbf{P}_0 \mathbf{A}_1^T)$  torna-se um escalar, simplificando consideravelmente o custo computacional. Portanto, a Equação (17) aparenta ser mais complexa do que a Equação (16); porém, seu custo computacional é menor, pois não é mais necessário inverter matrizes.

Outro ponto interessante dessa utilização é que o custo computacional depende de apenas  $n$  e  $M$  que são duas várias constantes, resultando assim em um custo computacional constante.

$$(A_0^T A_0 + A_1^T A_1)^{-1} = P_1 = \begin{matrix} P_0 & - & P_0 & A_1^T & (I + A_1 P_0 A_1^T)^{-1} & A_1 & P_0 \\ (n,n) & & (n,n) & (n,n)(n,M) & (M,M) & (M,n)(n,n) & \end{matrix} \quad (18)$$

Por fim, a Equação (16) é reescrita da seguinte forma:

$$\hat{x}_1 = [P_0 - P_0 A_1^T (I + A_1 P_0 A_1^T)^{-1} A_1 P_0] (A_0^T b_0 + A_1^T b_1) \quad (19)$$

A Equação (19) permite recalculer os parâmetros do modelo de forma recursiva com um custo computacional inferior se comparado ao método de mínimos quadrados

ordinários. Porém ela ainda não é a forma mais eficiente, já que o termo  $\mathbf{x}_1$  pode ser expresso com base no seu valor anterior mais a parcela referente a nova perturbação.

Aplicando-se a multiplicação pela matriz  $\mathbf{P}_1$  e agrupando as matrizes  $\mathbf{A}_1$  obtém-se a Equação (20). Por fim, os termos  $\mathbf{P}_1$  e  $\mathbf{A}_1$  podem ser agrupados como  $\mathbf{K}_1$  resultando assim na Equação (21).

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_0 + P_1 A_1^T (A_1 \hat{x}_0 - b_1) \quad (20)$$

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_0 + K_1 (A_1 \hat{x}_0 - b_1) \quad (21)$$

As equações obtidas podem ser generalizadas para qualquer instante de tempo  $k$  substituindo-se o termo 0 por  $k-1$  e o termo 1 por  $k$ , obtendo-se assim a Equação (22), referente a matriz de covariância generalizada.

$$P_k = (P_{k-1} - P_{k-1} A_k^T (I + A_k P_{k-1} A_k^T)^{-1} A_k P_{k-1}) \quad (22)$$

Por fim, o sistema abaixo apresenta o restante das equações que englobam o método:

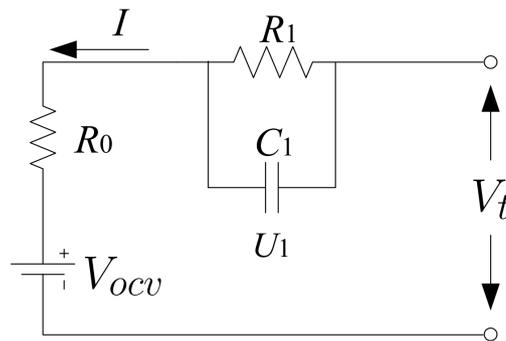
$$\begin{cases} P_k = (P_{k-1} - P_{k-1} A_k^T (I + A_k P_{k-1} A_k^T)^{-1} A_k P_{k-1}) \\ K_k = P_k A_k^T \\ \hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k (A_k \hat{x}_{k-1} - b_k) \end{cases} \quad (23)$$

### 3 METODOLOGIA

Esse capítulo visa apresentar o experimento realizado para determinar a aplicabilidade do método de mínimos quadrados recursivos em sistemas embarcados. Esse capítulo é dividido em três partes, sendo a primeira delas referente ao equacionamento dos modelos utilizados, a segunda referente ao algoritmo implementado no microprocessador e a última etapa que consiste na apresentação dos componentes presentes no experimento proposto para a estimação.

#### 3.1 Modelagem do Sistema

Células de lítio são sistemas nos quais ocorrem fenômenos físico-químicos complexos, mas o seu comportamento pode ser adequadamente representado por circuitos elétricos lineares (FOTOUHI et al., 2017). A Figura 5 apresenta um circuito de primeira ordem que pode ser utilizado para modelar as dinâmicas de uma célula. As equações presentes nesse capítulo são referentes ao modelo de primeira ordem, a fim de simplificar as demonstrações. Entretanto, vale ressaltar que o procedimento é o mesmo para modelos de ordens superiores.



**Figura 5:** Modelo de primeira ordem de uma célula de íons de lítio.

Fonte: (WANG; ZHENG; YU, 2021)

Aplicando a Lei de Kirchhoff no circuito presente na Figura 5, obtém-se a Equação (24). Nela a tensão terminal ( $V_t$ ) é igual a queda de tensão nos componentes passivos mais a tensão de circuito aberto ( $V_{ocv}$ ). Os componentes passivos presentes na Equação são a resistência térmica ( $R_0$ ) e o circuito RC composto por  $R_1$  e  $C_1$ .

$$V_t(s) = I(s) \left( \frac{R_1}{(1 + sR_1C_1)} + R_0 \right) + V_{ocv}(s) \quad (24)$$

A Equação (24) apresenta a equação referente ao modelo no domínio contínuo. Para a aplicação do método é necessário discretizar o modelo obtido. A Equação será discretizada de duas maneiras, por Tustin e por Euler.

### 3.1.1 Modelo discretizado Tustin

Aplicando-se a discretização proposta por Tustin, Equação (7), na Equação (24) obtém-se a Equação (25). O termo  $R_1C_1$  representa a constante de tempo do sistema, e por isso pode ser reescrito como  $\tau_1$ .

$$(V_t(z) - V_{ocv}) \left( 1 + \tau_1 \frac{2(1 - z^{-1})}{T(1 + z^{-1})} \right) = \left( R_0 \left( 1 + \tau_1 \frac{2(1 - z^{-1})}{T(1 + z^{-1})} \right) + R_1 \right) I(z) \quad (25)$$

Rearranjando a Equação (25), obtém-se a seguinte expressão:

$$(V_t(z) - V_{ocv}) \left( 1 + z^{-1} \frac{(T - 2\tau_1)}{(T + 2\tau_1)} \right) = \frac{(((R_0 + R_1)T + 2R_0\tau_1) + z^{-1}((R_0 + R_1)T - 2R_0\tau_1))}{(2\tau_1 + T)} I(z)$$

Os termos que compõem a expressão acima podem ser agrupados da seguinte maneira, onde T é o tempo de amostragem:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 = \frac{(2\tau_1 - T)}{(2\tau_1 + T)} \\ \hat{\theta}_2 = \frac{(R_0 + R_1)T + 2R_0\tau_1}{(2\tau_1 + T)} \\ \hat{\theta}_3 = \frac{(R_0 + R_1)T - 2R_0\tau_1}{(2\tau_1 + T)} \\ \hat{\theta}_4 = (1 + \hat{\theta}_1)V_{ocv} \end{cases} \quad (26)$$

Portanto a Equação (25) pode ser reescrita como:

$$(V_t(z) - V_{ocv})(1 - \hat{\theta}_1 z^{-1}) = \hat{\theta}_2 I(z) + \hat{\theta}_3 I(z) z^{-1} \quad (27)$$

Por fim, isola-se a tensão terminal e se obtém a Equação (28). Dessa forma a tensão terminal do circuito depende dos valores de entrada, a tensão terminal no instante anterior e a tensão de circuito aberto (parâmetro a ser estimado).

$$V_t(z) = \hat{\theta}_2 I(z) + \hat{\theta}_3 I(z) z^{-1} + V_{ocv}(1 - \hat{\theta}_1 z^{-1}) + V_t(z) \hat{\theta}_1 z^{-1} \quad (28)$$

### 3.1.2 Modelo discretizado Euler

De forma similar à dedução realizada pelo método de Tustin, é possível se obter um modelo com base na discretização de Euler. Aplicando a Equação (6) na Equação (24) obtém-se a Equação (29).

$$V_t(z) - V_t(z) = \frac{(T(R_0 + R_1) + R_0 R_1 C_1 (z - 1))}{(T + R_1 C_1 (z - 1))} \quad (29)$$

Rearranjando os termos da Equação (29) e novamente substituindo o termo  $R_1C_1$  por  $\tau_1$ , resulta na Equação (30).

$$V_t(z) - V_t(z) \left( 1 + \frac{(T - \tau_1)z^{-1}}{\tau_1} \right) = R_0 I(z) + \left( \frac{(R_0 + R_1)T - R_0 \tau_1}{\tau_1} \right) z^{-1} I(z) \quad (30)$$

Reescrevendo as variáveis do sistema  $R_0$ ,  $R_1$  e  $C_1$  como  $\theta$  se obtém o seguinte sistema, onde a variável  $T$  é referente ao tempo de amostragem:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_1 = \frac{(T - \tau_1)}{\tau_1} \\ \hat{\theta}_2 = R_0 \\ \hat{\theta}_3 = \frac{(R_0 + R_1)T - R_0 \tau_1}{\tau_1} \\ \hat{\theta}_4 = (1 + \hat{\theta}_1)V_{ocv} \end{cases} \quad (31)$$

Reescrevendo a Equação (30) de modo que a variável de saída, tensão terminal, dependa apenas do estado do sistema, obtém-se a Equação (32).

$$V_t(z) = \hat{\theta}_2 I(z) + \hat{\theta}_3 I(z)z^{-1} + V_{ocv}(1 - \hat{\theta}_1 z^{-1}) + V_t(z)\hat{\theta}_1 z^{-1} \quad (32)$$

### 3.1.3 Sistemas de Equações do Modelo

Ambos os modelos discretizados obtidos anteriormente possuem os mesmos estados e representação similar em função dos parâmetros  $\theta$ , de modo que ambos resultam no mesmo sistema de equações.

A tensão de circuito aberto apresenta uma variação mínima entre duas amostras, ou seja, o seu valor no instante atual é aproximadamente igual ao valor no instante anterior (WANG; ZHENG; YU, 2021). Desta forma, pode-se simplificar as equações (32) e (28) de modo a obter a Equação (33). Na Equação (33), o termo referente à tensão de circuito aberto não depende mais do seu valor no instante anterior, simplificando a mesma.

$$V_t(z) = \hat{\theta}_2 I(z) + \hat{\theta}_3 I(z)z^{-1} + \hat{\theta}_4 + V_t(z)\hat{\theta}_1 z^{-1} \quad (33)$$

A Equação (33) pode ser reescrita em função de  $k$ , sendo  $k$  um intervalo de tempo discreto, resultando assim na Equação (34). Por fim, ela pode ser reescrita em sua forma matricial conforme o sistema abaixo:

$$V_t(k) = V_t(k-1)\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 I(k) + \hat{\theta}_3 I(k-1) + \hat{\theta}_4 \quad (34)$$

$$\begin{cases} V_{t,k} = \theta_k^T \varphi_k \\ \varphi_k = [V_t(k-1) \ I(k) \ I(k-1) \ 1] \\ \theta_k = [\hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \hat{\theta}_3 \ \hat{\theta}_4] \end{cases} \quad (35)$$

### 3.1.4 Obtenção dos parâmetros físicos

Os parâmetros  $\hat{\theta}$  estimados pelo método de mínimos quadrados recursivos são compostos por uma combinação dos parâmetros físicos da célula ( $R_0$ ,  $R_n$ ,  $C_n$ ). Por essa razão é necessário reescrever os parâmetros físicos da célula em função das variáveis  $\hat{\theta}$ . Como dito anteriormente, a Equação que modela o sistema em função dos parâmetros  $\theta$  é igual para ambas as discretizações, entretanto a representação dos parâmetros muda dependendo do método aplicado. Por essa razão é necessário determinar as funções de

conversão de  $\theta$  para parâmetros físicos da bateria para cada um dos métodos, Euler ou Tustin.

Para se determinar os parâmetros do modelo discretizado com base em Tustin foi utilizado o sistema de equações (26). Ele é composto por quatro equações e quatro variáveis que se deseja determinar, e apresenta a seguinte solução:

$$\begin{cases} R_0(k) = \frac{\hat{\theta}_{2,k} - \hat{\theta}_{3,k}}{1 + \hat{\theta}_{1,k}} \\ R_1(k) = 2 \frac{\hat{\theta}_{1,k} + \hat{\theta}_{2,k} + \hat{\theta}_{3,k}}{1 - \hat{\theta}_{1,k}^2} \\ C_1(k) = \frac{1 + \hat{\theta}_{1,k}^2}{4(\hat{\theta}_{1,k}\hat{\theta}_{2,k} + \hat{\theta}_{3,k})} \\ V_{ocv}(k-1) = \frac{\hat{\theta}_{4,k}}{(1 - \hat{\theta}_{1,k})} \end{cases} \quad (36)$$

A determinação dos parâmetros para o modelo discretizado pelo método de Euler foi realizada de forma análoga, com base no sistema de equações (37).

$$\begin{cases} \tau_1(k) = \frac{T}{(\hat{\theta}_{1,k} + 1)} \\ R_0(k) = \hat{\theta}_{1,k} \\ R_1(k) = \hat{\theta}_{1,k}\tau_{1,k} + R_{0,k}(\tau_{1,k} - T) \\ C_1(k) = \tau_{1,k}/R_{1,k} \\ V_{ocv}(k-1) = \frac{\hat{\theta}_{4,k}}{(1 - \hat{\theta}_{1,k})} \end{cases} \quad (37)$$

Aplicando os valores de  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $C_1$  obtidos pelo método na Equação (38) é possível determinar a impedância da bateria em cada instante de tempo, desde que a frequência da excitação imposta sobre a célula seja conhecida.

$$Z(k) = R_0(k) + \frac{R_1(k)}{R_1(k)C_1(k)2\pi f + 1} \quad (38)$$

A Equação (38) permite uma simplificação interessante durante o processo de carga da célula. Baterias de lítio são carregadas por uma fonte de corrente constante, dessa forma, a frequência de excitação é zero, portanto a impedância da célula durante a carga é obtida com base na Equação (39).

$$Z(k) = R_0(k) + R_1(k) \quad (39)$$

### 3.2 Implementação do Algoritmo de Estimação

Com o sistema de equações deduzido anteriormente é possível implementar um código em linguagem C capaz de determinar os parâmetros do modelo de forma *on-line*.

$$\begin{cases} P_k = (P_{k-1} - P_{k-1}A_k^T(I + A_kP_{k-1}A_k^T)^{-1}A_kP_{k-1}) \\ K_k = P_kA_k^T \\ \hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k(A_k\hat{x}_{k-1} - b_k) \end{cases} \quad (40)$$

Os termos presentes no sistema dependem de valores passados que não estão definidos no instante inicial do experimento. Por isso o algoritmo implementado é dividido em duas etapas, sendo a inicial descrita pelo sistema de equações (41) e a segunda pelo sistema (40).

$$\begin{cases} P_0 = (A_0^T A_0)^{-1} \\ \hat{x}_0 = P_0 A_0^T b_0 \end{cases} \quad (41)$$

A Figura 6 apresenta o código fonte em linguagem alto nível implementado no microprocessador.

```

RLS
if  $k = 0$  do
     $P_0 = (A_0^T A_0)^{-1}$ 
     $\hat{x}_0 = P_0(A_0^T y_0)$ 
for  $k = 1, 2, 3, \dots$  do
     $P_k = (P_{k-1} - P_{k-1}A_k^T(I + A_kP_{k-1}A_k^T)^{-1}A_kP_{k-1})$ 
     $K_k = P_kA_k^T$ 
     $\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + K_k(y_k - A_k\hat{x}_{k-1})$ 
end for

```

**Figura 6:** Algoritmo RLS em alto nível.

Fonte: autor

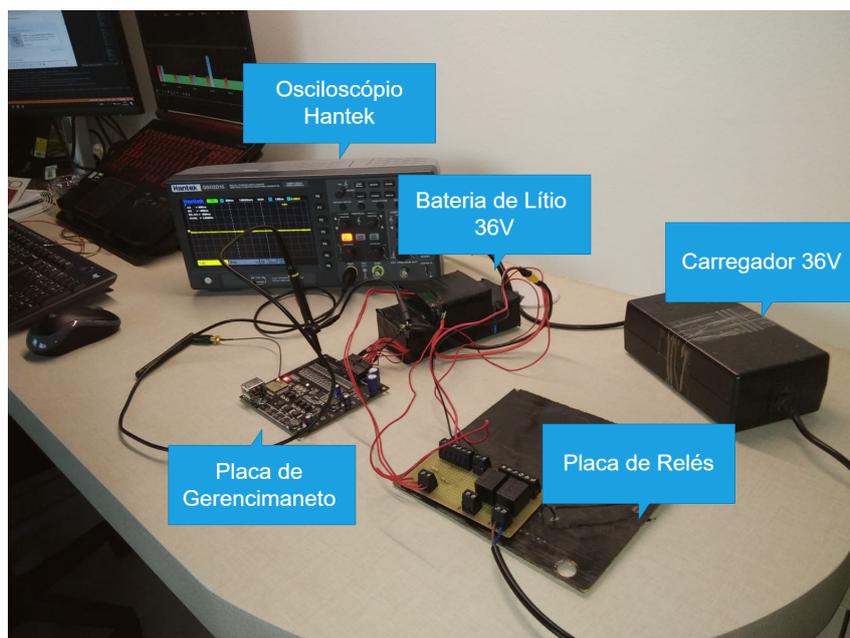
### 3.3 Experimento

O experimento foi realizado de forma a cobrir toda a extensão de uso da bateria, sendo ele dividido em duas partes. A primeira parte é o ciclo de descarga, no qual a bateria é descarregada a uma corrente constante, e o segundo referente ao ciclo de carga. Durante essas duas etapas foram coletados dados de tensão, corrente e temperatura das células. Para realizar a coleta de dados foi necessário instrumentar a bateria utilizando sensores de medição de corrente, tensão e temperatura e adicionar os circuitos externos responsáveis por carregar e drenar a célula.

#### 3.3.1 Bancada de Testes

A Figura 7 apresenta a bancada de testes desenvolvida para a coleta de dados. Ela é composta por uma bateria de 36 V e 2000 mAh, uma placa de gerenciamento Titanium (utilizada para a medição dos sinais de tensão, corrente e temperatura), placa de relés (utilizada no controle de carga e descarga), osciloscópio modelo Hantek DSO2D15 e um carregador de bateria de lítio 36 V. Além dos instrumentos citados foi utilizado uma carga eletrônica genérica.

No experimento foi considerado apenas uma das células presentes no arranjo da bateria, a bateria é composta por 10 células em conectadas em série totalizando uma tensão nominal de 36 V.



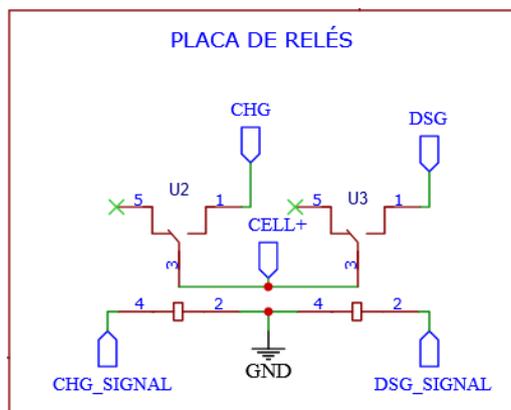
**Figura 7:** Bancada de teste desenvolvida para o experimento de estimação de parâmetros.

Fonte: Autor

##### 3.3.1.1 Controle de Carga e Descarga

Os componentes escolhidos para excitar a bateria, carregador e a carga eletrônica, não possuem nenhum controle interno. É interessante para facilitar o experimento que o controle da carga e descarga sejam feitos de forma automática, reduzindo assim o erro humano. Por essa razão, foi desenvolvida uma placa de relés conectada em série com o

terminal positivo da bateria, que tem por função controlar a carga e descarga da mesma com base em comandos elétricos.



**Figura 8:** Esquemático da placa de relés utilizada no experimento.

Fonte: Autor

A Figura 8 apresenta a ligação entre a placa de relés e a bateria. O conector CELL+ é conectado ao polo positivo da bateria, o conector CHG é conectado ao positivo do carregador, o conector DSG é conectado à carga eletrônica e os conectores CHG\_SIGNAL e DSG\_SIGNAL são conectados aos sinais de controle de carga e descarga, respectivamente, provenientes da placa de gerenciamento.

A Tabela 2 relaciona o estado da bateria com o sinal lógico aplicado pela placa de gerenciamento. Esses sinais são utilizados para alterar a fonte da excitação da bateria, alternando entre os estados BLOQUEADO, CARGA e DESCARGA.

**Tabela 2:** Tabela de acionamento dos relés da placa de gerenciamento.

ESTADO	DSG_SIGNAL	CHG_SIGNAL
BLOQUEADO	BAIXO	BAIXO
CARGA	BAIXO	ALTO
DESCARGA	ALTO	BAIXO

Fonte: Autor

### 3.3.1.2 Instrumentação da Célula

A coleta de dados referente à tensão, corrente e temperatura foi realizada pela própria placa de gerenciamento. A mesma possui 16 canais analógicos com resolução de 16 bits para medição de tensão, 8 canais analógicos com resolução de 24 bits para medição de temperatura e um canal analógico com resolução de 32 bits para medição de corrente. A Figura 9 apresenta a placa de gerenciamento utilizada durante os testes.

Outra vantagem em se utilizar a placa de gerenciamento para a coleta dos dados é que a mesma é capaz de enviá-los por meio do protocolo TCP/IP. Portanto, é possível visualizar os dados coletados e os parâmetros estimados em tempo real. Foi escolhido um protocolo sem fio para a troca de dados, de modo a simplificar a configuração do experimento, reduzindo o número de cabos conectados entre a placa e o servidor.

A Figura 10 apresenta em alto nível os componentes utilizados para a comunicação de dados. O sistema de gerenciamento atua como cliente, coletando os dados da bateria e estimando os parâmetros, para assim enviá-los ao servidor local.



**Figura 9:** Placa de gerenciamento de baterias Titanium.

Fonte: Autor



**Figura 10:** Sistema servidor-cliente e bateria.

Fonte: Autor

O microprocessador que compõem o hardware de gerenciamento possui as seguintes especificações presentes na Tabela 3.

A placa de gerenciamento utilizada neste experimento possui uma taxa de amostragem máxima de 4Hz. Devido a essa limitação imposta pelo hardware foi utilizado uma taxa de amostragem de 1Hz para o experimento.

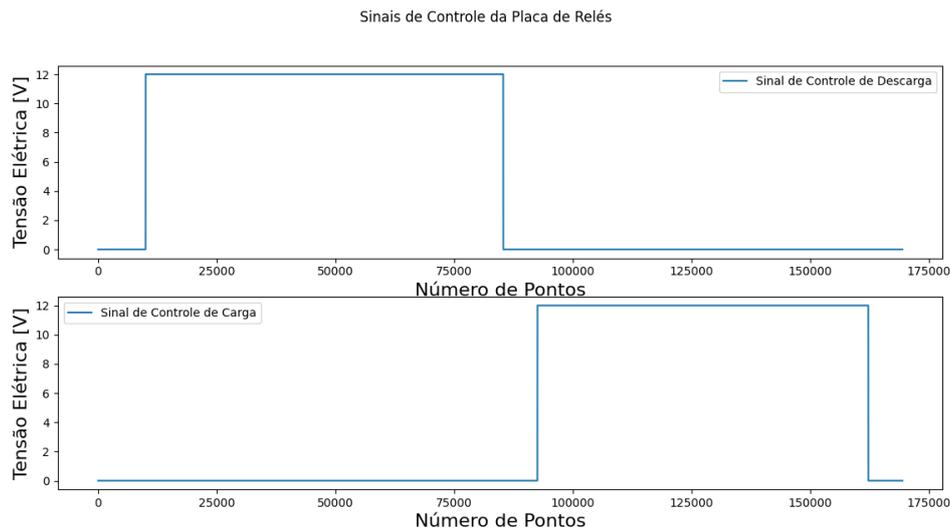
**Tabela 3:** Especificações do hardware de gerenciamento.

Especificações	Placa Titanium
Processador	XtensaR Dual-Core 32 bit LX6 600DMIPS
Frequência de Processamento	160MHz
SRAM	512kBytes
Número de Canais de Medição de Tensão	16
Sensor de Tensão ADC	16-bit
Número de Canais de Medição de Temperatura	8
Sensor de Temperatura ADC	16-bit
Sensor de Corrente ADC	32-bit
Protocolos	CAN/Modbus/MQTT

Fonte: Autor

### 3.3.2 Roteiro do Experimento

No início do experimento, a célula encontrava-se carregada com uma tensão terminal de 4,25V. Ela foi descarregada até a sua tensão mínima de 2,7V, sendo drenada uma corrente constante de 100mA. Foi realizada uma pausa entre o processo de carga e descarga de modo a acomodar a tensão após a descarga. Após a acomodação, a célula foi recarregada a partir da sua tensão mínima (2,7V) até a máxima (4,25V) por meio de uma corrente constante de 100mA. A Figura 11 apresenta os sinais de controle injetados na placa de relés pelo sistema de gerenciamento durante a etapa de obtenção de dados.



**Figura 11:** Sinais de controle da placa de relés.

Fonte: Autor

Células de lítio são sistemas sensíveis a trocas de temperatura, ou seja, os parâmetros obtidos a 25°C podem ser diferentes dos obtidos a 40°C. A temperatura da célula varia conforme a potência dissipada na sua resistência interna, Equação (42), sendo  $P$  a potência dissipada,  $R_{int}$  a resistência interna da célula e  $I$  a corrente que flui pela mesma. Por essa razão, foi escolhida uma corrente que não perturbe o comportamento térmico da célula durante o processo de carga e descarga, assumindo-se assim que a temperatura é constante ao longo do experimento.

$$P = R_{int} I^2 \quad (42)$$

O experimento foi realizado em duas etapas distintas, a primeira etapa consistiu na coleta de dados com base nos parâmetros apresentados anteriormente. Os dados obtidos na primeira etapa do experimento foram armazenados na memória ROM da placa de gerenciamento para serem utilizados de forma *offline*. Foi escolhida essa abordagem, ao invés de coletar os dados diretamente dos sensores, pois é necessário repetir o teste para cada um dos modelos propostos. A abordagem escolhida permite que todos os modelos possuam o mesmo conjunto de dados como base.

A segunda etapa consiste em executar o algoritmo, utilizando os dados da etapa anterior, dentro do microprocessador. Portanto o algoritmo foi executado três vezes, sendo uma para o modelo de primeira ordem, uma para o de segunda ordem e por fim o de terceira ordem, resultando em três curvas. Com base nessas curvas foi possível determinar o erro entre a saída estimada pelo modelo e o valor real medido, além do tempo de processamento

necessário em cada ciclo. Após a obtenção desses resultados o algoritmo foi executado mais duas vezes para determinar qual aproximação (Euler ou Tustin) se adequa melhor ao sistema embarcado.

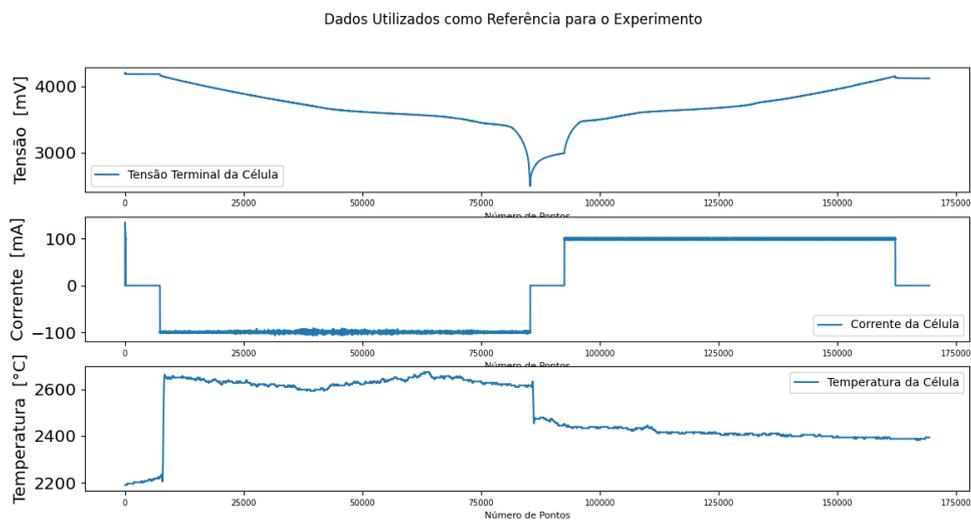
Como o comportamento das células de lítio varia conforme o sentido da corrente é necessário descartar os dados obtidos na etapa anterior. Ou seja, antes de se iniciar a estimação dos parâmetros físicos referente à carga é necessário limpar os dados obtidos durante o processo de recarga, de modo evitar a contaminação dos parâmetros obtidos durante à carga.

## 4 RESULTADOS

Os resultados presentes nesse capítulo são referentes ao experimento proposto no capítulo de metodologia. Vale ressaltar que os gráficos presentes neste capítulo consideram apenas uma das células presentes na bateria. Com base neles, foi possível determinar a se o método é capaz de identificar os parâmetros do sistema e qual modelo melhor se adéqua ao caso estudado.

### 4.1 Conjunto de Dados

O experimento teve duração de 48 horas, nos quais foram coletados 165.888 pontos de tensão, corrente e temperatura, com um período de amostragem de 1Hz. A Figura 12 apresenta os dados referentes à tensão e à corrente obtidos durante o experimento.



**Figura 12:** *Varição da tensão, corrente e temperatura durante o experimento.*

*Fonte: Autor*

Os dados utilizados como referência, Figura 12, são divididos em duas etapas que englobam o ciclo completo de carga e descarga de uma célula de lítio. A primeira etapa consiste em uma descarga a uma corrente constante de 100mA até o ponto que a célula esteja completa descarregada, tensão terminal igual a (2700mV). Na segunda etapa a célula é recarregada até a sua tensão máxima (4250mV) por uma corrente constante de 100mA.

#### 4.1.1 Critérios de Análise

Antes de se analisar os dados é necessário determinar quais métricas serão levadas em consideração na avaliação da efetividade do método. Um ponto importante é a precisão do método, ou seja, o quão distante o valor estimado se encontra do valor mensurado. Para isso, foram escolhidas duas formas de medição de erro: *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) e *Root-mean-square deviation* (RMSE).

O MAPE, Equação (43), foi escolhido como uma das métricas para se avaliar o modelo, pois o mesmo determina a diferença entre o valor predito e o estimado de forma absoluta. É importante que essa comparação seja em absoluto para evitar que um erro negativo anule um erro positivo. Outro ponto importante é que essa métrica independe da escala, pois a mesma é percentual.

A segunda métrica escolhida foi a RMSE que, assim como a MAPE, é absoluta, porém apresenta uma penalização maior ao erro que a MAPE. Essa penalização é resultado da soma quadrática presente na sua Equação (44).

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{k=0}^n \left( \left| \frac{V_{estimada} - V_{mensurada}}{V_{mensurada}} \right| \right) \quad (43)$$

$$RMSE = \sqrt{\sum_{k=0}^n \frac{(V_{estimada} - V_{mensurada})^2}{n}} \quad (44)$$

Outro ponto importante que deve ser considerado para determinar qual o melhor método a se utilizar é o custo computacional envolvido em cada iteração. É esperado que os modelos de segunda e terceira ordem possuam um erro menor, comparado com o de primeira ordem, e consumam mais processamento do microprocessador. Portanto, o tempo de execução de cada iteração também é um dos parâmetros que será considerado na análise do método. O tempo referente a cada iteração é obtido comparando a referência de tempo anterior com o tempo atual. Após a obtenção do tempo de execução a referência de tempo é atualizada para a última medição de tempo.

#### 4.1.2 Comparação entre modelos de diferentes ordens

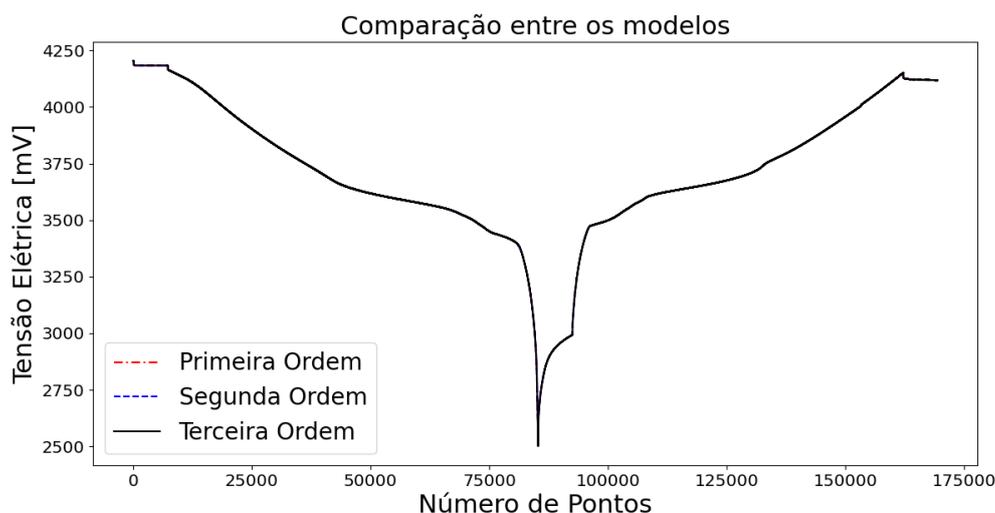
A Figura 13 apresenta a tensão terminal estimada pelo método com base em modelos de diferentes ordens, equações (45), (46) e (47), referente a primeira, segunda e terceira ordem respectivamente. O modelo de primeira ordem é representado pela curva em vermelho, o de segunda pela curva em azul e o de terceira pela curva preta. A Tabela 4 apresenta os resultados referentes às métricas de erro e o tempo computacional de cada iteração para um dos modelos utilizados no experimento.

$$\frac{V_t(z)}{I(z)} = \frac{\hat{\theta}_2(k) + \hat{\theta}_3(k)z^{-1}}{1 + \hat{\theta}_1(k)z^{-1}} \quad (45)$$

$$\frac{V_t(z)}{I(z)} = \frac{\hat{\theta}_3(k) + \hat{\theta}_4(k)z^{-1} + \hat{\theta}_5(k)z^{-2}}{1 + \hat{\theta}_1(k)z^{-1} + \hat{\theta}_2(k)z^{-2}} \quad (46)$$

$$\frac{V_t(z)}{I(z)} = \frac{\hat{\theta}_4(k) + \hat{\theta}_5(k)z^{-1} + \hat{\theta}_6(k)z^{-2} + \hat{\theta}_7(k)z^{-3}}{1 + \hat{\theta}_1(k)z^{-1} + \hat{\theta}_2(k)z^{-2} + \hat{\theta}_3(k)z^{-3}} \quad (47)$$

A comparação entre as curvas de forma sobreposta indica que a ordem do método não impacta de forma considerável na precisão do mesmo. Entretanto, quando se analisam



**Figura 13:** Curva referente a tensão terminal estimada para diversas ordens.

Fonte: Autor

**Tabela 4:** Tabela comparativa entre modelos de diferentes ordens.

Ordem do Modelo	RMSE (mV)	MAPE (%)	Tempo de Iteração (ms)
Primeira Ordem	9,3658	0,2131	10,125
Segunda Ordem	3,3403	0,0271	279,56
Terceira Ordem	4,6536	0,0526	987,98

Fonte: Autor

as métricas de erro, presentes na Tabela 4, percebe-se que o sistema de segunda ordem apresenta menores erros em relação aos demais.

O modelo de primeira ordem apresenta um erro superior se comparado com os modelos de segunda e terceira ordem. Entretanto o erro máximo apresentado pelo modelo de primeira ordem é próximo de 0,1% da excursão máxima do sinal. Outro ponto que favorece o modelo de primeira ordem é o seu tempo de iteração menor que os demais. Os resultados presentes nesse trabalho consideram apenas uma célula, entretanto é importante ressaltar que sistemas de gerenciamento podem possuir até 16 células conectadas.

O modelo de terceira ordem apresenta um erro semelhante ao modelo de segunda ordem, entretanto um tempo de iteração superior. Por essa razão ele não será considerado nas análises posteriores.

A superioridade, em relação a precisão, do modelo de segunda ordem frente ao de primeira se deve ao fato de a mesma possuir um polo referente a dinâmica lenta e outro a rápida. O polo referente a dinâmica lenta é alocado próximo do ponto (1,0) e o referente a dinâmica rápida próximo da origem no plano imaginário.

O sistema de primeira ordem por sua vez possui apenas um polo para representar ambas as dinâmicas o que pode explicar o seu frente aos modelos de ordem maior (segunda e terceira ordem). O polo do modelo de primeira ordem é alocado próximo do ponto (1, 0) evidenciando uma forte dominância da dinâmica lenta em baterias de lítio.

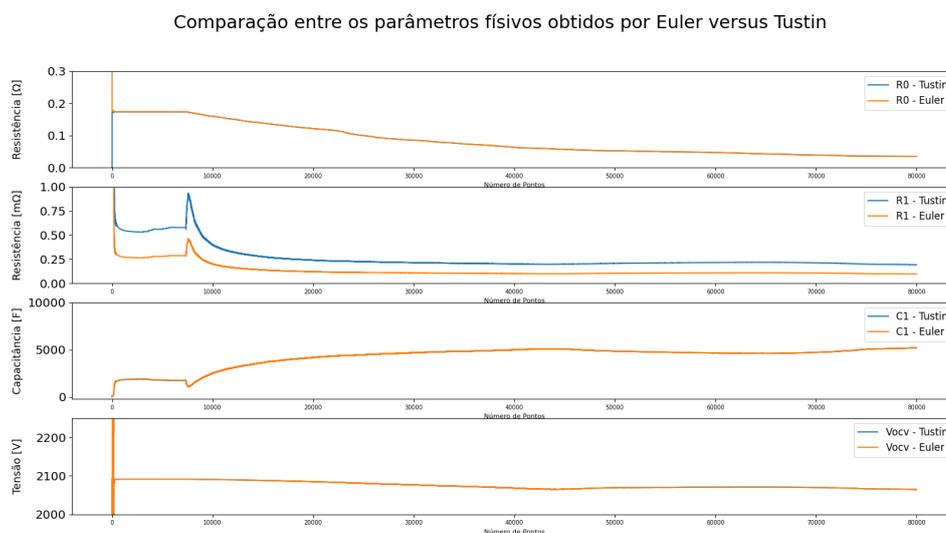
Essa dominância corrobora os resultados obtidos na Tabela 4, pois mesmo sem um polo referente a dinâmica rápida, o erro entre os modelos é inferior ao erro associado ao

sensor de tensão (próximo de 1%).

Por essa razão, optou-se por utilizar o modelo de primeira ordem para o restante do experimento. O mesmo possui um erro prático semelhante ao de segunda ordem, devido ao sensor de medição de tensão utilizado. Porém o mesmo é executado de forma muito mais rápida que o de segunda ordem.

### 4.1.3 Comparação Euler versus Tustin

As figura 14 e 15 apresentam o valor dos parâmetros físicos estimados da célula com base no método de mínimos quadrados recursivo utilizando o modelo de primeira ordem e as discretizações propostos por Euler e Tustin.



**Figura 14:** Comparação entre os parâmetros físicos da célula obtidos durante o processo de descarga.

Fonte: Autor

Os gráficos referentes a resistência  $R_0$  apresentam valores semelhantes para os dois métodos após a primeira iteração do método. Os gráficos referente a capacitância e tensão de circuito aberto da célula apresentam um comportamento semelhante, não sofrendo variações com base no método escolhido para a estimação.

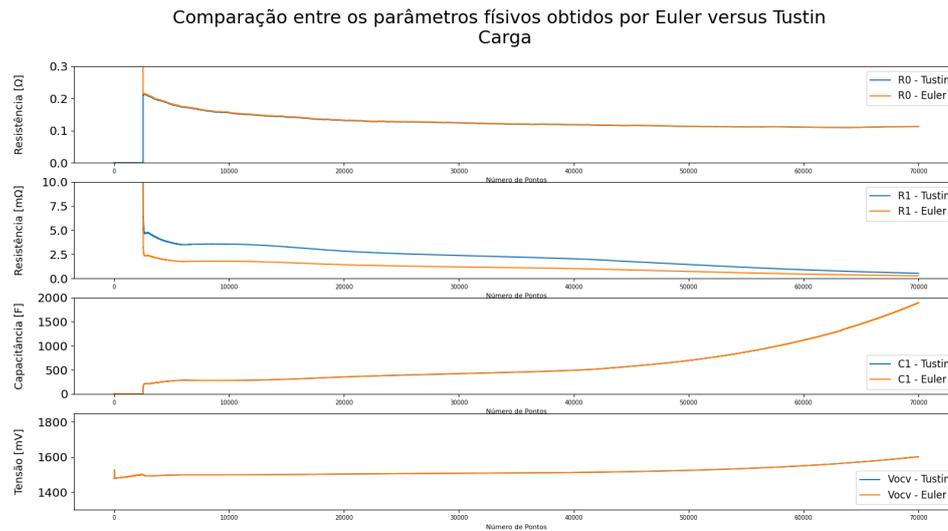
O único parâmetro estimado que apresentam uma variação com base na discretização foi a resistência  $R_1$ . Essa variação pode ter sido causada pela taxa de amostragem escolhida. O método de Euler é sensível a taxa de amostragem, diferente de Tustin, devido as limitações impostas pelo *hardware* não se pode aumentar a taxa de amostragem para assim analisar esse efeito.

O custo computacional associado a ambos os métodos foi idêntico, pois o cálculo de conversão dos parâmetros em ambos os casos é composto por operações básicas que não necessitam de uma alta taxa computacional.

Como o custo computacional não pode ser considerado um fator de decisão, optou-se por utilizar o método de Tustin devido a sua aproximação trapezoidal, dessa forma esperando-se um erro menor.

### 4.1.4 Análise Física

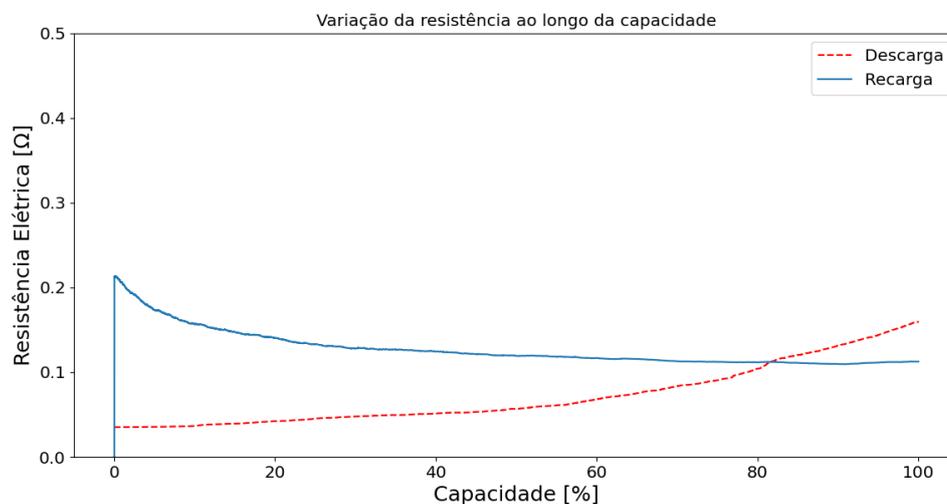
A Figura 16 apresenta o valor de resistência interna estimado pelo método de



**Figura 15:** Comparação entre os parâmetros físicos da célula obtidos durante o processo de carga.

Fonte: Autor

mínimos quadrados recursivos utilizando o modelo de primeira ordem e discretização de Tustin durante os processos de descarga e recarga.



**Figura 16:** Variação da resistência interna  $R_0$  em função da capacidade.

Fonte: Autor

O comportamento obtido é similar ao apresentado na Figura 3. No início do processo de descarga a resistência da célula é máxima, próxima de  $170m\Omega$ , e decai até atingir o valor de  $40m\Omega$ . A única diferença em relação a curva base (Figura 3) é o decaimento exponencial, pois os resultados obtidos apresentam um decaimento mais longo do que o apresentado como base.

O comportamento da resistência interna durante o processo de carga (Figura 16) apresentou uma variação, em relação a Figura 3, nos intervalos extremos de capacidade, de 0% a 10% e 90% a 100%. No início do processo de carga a resistência deveria diminuir,

porém ela aumenta de forma contínua durante todo o processo, com uma inclinação suave. Ao longo do processo de recarga o seu comportamento é semelhante ao da curva base, se mantendo praticamente constante devido ao seu aumento lento.

De forma geral, os parâmetros obtidos apresentam um comportamento esperado quando comparados a curva base, 3, em grande parte de sua extensão. O comportamento obtido pelo experimento difere um pouco do esperado nos pontos mais extremos de carga e descarga. A resistência possui uma variação acentuada e não linear nos extremos, sendo esse um dos fatores que reduzem a precisão dos dados próximos a esses pontos.

## 5 CONCLUSÃO

O principal objetivo desse trabalho era implementar e analisar a aplicabilidade do método de mínimos quadrados recursivos em um sistema embarcado, de forma a estimar os parâmetros de uma célula de lítio. A estimação desses parâmetros é crucial para a evolução dos avanços tecnológicos na área de gestão de células de lítio, sendo uma necessidade não atendida hoje pelos equipamentos de gerenciamento presentes no mercado.

Portanto, foi proposta uma série de experimentos utilizando diferentes modelos como base, para assim determinar a aplicabilidade do método em sistemas embarcados. Nos experimentos foram analisados aspectos como a precisão do método e o tempo necessário para cada iteração.

O modelo de primeira ordem se mostrou mais interessante para esse trabalho já que é o único capaz de executar o algoritmo de forma sequencial para cada uma das 10 células presentes na bateria. Entretanto, ele apresenta um erro maior se comparado ao sistema de segunda e terceira ordem. Em aplicações na qual se possui um *hardware* de maior capacidade é interessante optar-se pelo modelo de segunda, o que não é o caso desse estudo.

Um erro maior que os demais modelos já era esperado para o modelo de primeira ordem, já que baterias de lítio possuem duas constantes de tempo distintas, uma na ordem de dezenas de segundos e outra em milhares de segundos (XIA et al., 2016). A análise de polos e zeros demonstrou que o sistema de primeira ordem apresenta um polo localizado próximo do ponto  $(1, 0)$  no plano complexo, e o de segunda ordem dois polos, um localizado próximo a origem e outro próximo do ponto  $(1,0)$ . Quanto mais distante da origem, maior é o tempo de acomodação do sistema, e portanto o sistema de primeira ordem apresenta apenas um polo, representado a dinâmica lenta do sistema.

Outro ponto que corrobora a escolha do modelo de primeira ordem para esse trabalho é número de células presentes na bateria. Ele era o único modelo capaz de estimar os parâmetros referente as 10 células em uma única iteração. O modelo de segunda ordem necessita de 2,5 segundos para estimar as dez células presentes na bateria, período esse mais que o dobro da taxa de amostragem.

Após a definição do modelo, foi necessário determinar um método para que, com base nele, se possa converter os parâmetros obtidos em parâmetros físicos da célula. Nesse trabalho foram propostos dois métodos de conversão, o primeiro com base no método de Euler e o segundo com base no de Tustin. O fator de decisão escolhido para se determinar o método mais adequado não se mostrou efetivo, já que ambos possuem um tempo de execução semelhante. Dessa forma, não havia diferença do ponto de vista do microprocessador sobre qual método de conversão seria utilizado. Optou-se então por Tustin, já que o mesmo apresenta uma aproximação trapezoidal da qual se espera um erro inferior quando comparado a Euler.

Esse estudo provou que é possível aplicar o método de mínimos quadrados recursivos de forma embarcada para estimação de parâmetros de lítio, já que o tempo de execução do método é inferior à taxa de amostragem. Pode-se utilizar tanto o modelo de primeira ordem, em casos em que o sistema carece de processamento, ou o de segunda ordem em *hardwares* mais potentes.

Os parâmetros físicos ( $R_0$ ,  $R_1$  e  $C_1$ ) da célula não são fornecidos pelo fabricante, o que torna o processo de corroboração dos dados complexos, devido a falta de referência para esses valores. Essa falta de dados pode ser resultado da dificuldade relacionada a obtenção dos mesmos, corroborando assim a necessidade da popularização de métodos de estimação com enfoque em baterias de lítio. Portanto, provar que esses dados podem ser obtidos por um sistema microprocessado, com baixa taxa de processamento frente a processadores *Desktop*, pode impulsionar a utilização de tais métodos.

## 5.1 Trabalhos Futuros

Uma possível melhoria ao método de mínimos quadrados recursivo, apresentado neste trabalho, seria a utilização de alguma ferramenta que possibilite o descarte inteligente dos dados desatualizados. Como os parâmetros do modelo variam em função da capacidade, temperatura e sentido da corrente não é interessante manter dados antigos, pois os mesmos podem impactar de forma negativa a estimação dos parâmetros por estarem defasados.

Para se realizar o descarte destes dados de forma a melhorar o método, pode se adicionar um fator de esquecimento ou uma janela de dados. Estes artifícios diminuem o impacto de dados defasados na estimação de parâmetros e removem a necessidade de descartes forçados como o utilizado neste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- AKTAŞ, A.; KIRÇIÇEK, Y.; ÖZKAYMAK, M. Modeling and validation analysis according to temperature effect of different type batteries. *Thermal Science*, v. 24, p. 331–331, jan. 2019. DOI: 10.2298/TSCI190401331A.
- BOYINA, H. *How to convert a continuous time PID controller to a digital PID controller?* [S.l.: s.n.], out. 2018.
- ECKHARD, D.; CAMPESTRINI, L. Análise do uso de modelos discretizados para identificação de modelos de biorreatores anaeróbicos. In: PROCEEDING Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics. [S.l.]: SBMAC, ago. 2016. DOI: 10.5540/03.2016.004.01.0059. Disponível em: <<https://doi.org/10.5540/03.2016.004.01.0059>>.
- FOTOUHI, A. et al. Lithium–Sulfur Cell Equivalent Circuit Network Model Parameterization and Sensitivity Analysis. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 66, n. 9, p. 7711–7721, 2017. DOI: 10.1109/TVT.2017.2678278.
- SHERMAN, J.; MORRISON, W. J. Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix. *The Annals of Mathematical Statistics*, Institute of Mathematical Statistics, v. 21, n. 1, p. 124–127, 1950. DOI: 10.1214/aoms/1177729893. Disponível em: <<https://doi.org/10.1214/aoms/1177729893>>.
- TALHA, M.; MAKDA, I. Frequency-Domain Modeling and Tustin Discretization Method based Controlling of DC Step-Up Chopper. In: p. 1–5. DOI: 10.1109/ICPEA1.2019.8911147.
- WAAG, W.; KÄBITZ, S.; SAUER, D. U. Experimental investigation of the lithium-ion battery impedance characteristic at various conditions and aging states and its influence on the application. *Applied Energy*, v. 102, p. 885–897, 2013. Special Issue on Advances in sustainable biofuel production and use - XIX International Symposium on Alcohol Fuels - ISAF. ISSN 0306-2619. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.09.030>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030626191200671X>>.
- WANG, H.; ZHENG, Y.; YU, Y. Lithium-Ion Battery SOC Estimation Based on Adaptive Forgetting Factor Least Squares Online Identification and Unscented Kalman Filter. *Mathematics*, v. 9, n. 15, 2021. ISSN 2227-7390. DOI: 10.3390/math9151733. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2227-7390/9/15/1733>>.
- XIA, B. et al. Accurate Lithium-ion battery parameter estimation with continuous-time system identification methods. In: 2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE). [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–8. DOI: 10.1109/ECCE.2016.7854811.

YANG, J. et al. Improved Battery Parameter Estimation Method Considering Operating Scenarios for HEV/EV Applications. *Energies*, v. 10, n. 1, 2017. ISSN 1996-1073. DOI: 10.3390/en10010005. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1996-1073/10/1/5>>.

ZHANG, C. et al. Online estimation of battery equivalent circuit model parameters and state of charge using decoupled least squares technique. *Energy*, v. 142, out. 2017. DOI: 10.1016/j.energy.2017.10.043.