

Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática

Ministério da Educação - MEC

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

Diretoria de Educação a Distância – DED

Universidade Aberta do Brasil – UAB

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Reitor Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação Aldo Bolten Lucion

Secretário de Educação a Distância Sérgio Roberto Kieling Franco

Coordenador da UAB/UFRGS Luis Alberto Segovia Gonzalez

Comitê Editorial da SEAD

Presidente Sérgio Roberto Kieling Franco

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Apoio em Publicações da SEAD

Deise Mazzarella Goulart

Laura Wunsch

Marleni Nascimento Matte

Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática Rudnei Dias da Cunha

Coordenadora do Curso Maria Alice Gravina

Coordenador do Programa de Pós-Graduação Marcus Vinicius de Azevedo Basso

em Ensino de Matemática

Revisão Textual

Revisor de Língua Portuguesa Zuleica Oprach de Souza (Evangraf)

Projeto Gráfico

Projeto Gráfico e Diagramação Rafael Marczal de Lima (Evangraf)

Capa Bibiana Carapeços de Lima



UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL



Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de Matemática

Organizadores

Maria Alice Gravina

Elisabete Zardo Búrigo

Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Vera Clotilde Vanzetto Garcia

Editora
Evangraf
Porto Alegre | 2012



**UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL**



© dos autores
1ª edição

Direitos reservados desta edição:
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

M425 Matemática, mídias digitais e didática : tripé para formação de professores de matemática / organizadores Maria Alice Gravina ... [et al.] Porto Alegre : Evangraf, 2012.

180 p. : il.

ISBN: 978-85-7727-328-7

1. Matemática-Ensino. 2. Mídias digitais. I.Gravina, Maria Alice.II.Búrigo, Elisabete Zardo. III.Basso, Marcus Vinicius de Azevedo. IV.Garcia, Vera Clotilde Vanzetto.

CDU – 51:37

Elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Capítulo 5

MODELAGEM MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: DESAFIOS À FORMAÇÃO DE PROFESSORES

SAMUEL EDMUNDO LOPEZ BELLO
MARINA MENNA BARRETO
MELISSA MEIER
THAÍSA JACINTHO MÜLLER

A Modelagem Matemática, como tendência em Educação Matemática voltada à pesquisa e ao ensino no âmbito da formação de professores, vem sendo objeto de investigação e discussão desde os trabalhos iniciados por volta dos anos 1990. Contudo, o que parece ser novidade e desafiador é colocar os princípios de organização curricular e de ação pedagógica dessa modelagem no âmbito da formação continuada de professores na modalidade a distância.

Nesse sentido, tomamos como ponto de partida para esta discussão o desenvolvimento da disciplina “Funções e Modelos Matemáticos e Prática Pedagógica IV”, oferecida entre os meses de maio a agosto de 2010, e o material didático organizado por Bello e Barreto (2010), no Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica, promovido pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática da UFRGS.

É tomando como referência essa experiência de ensino que queremos trazer algumas considerações sobre os alcances, as prioridades, as expectativas

e problemáticas dos processos de Modelagem Matemática¹, ao se pensarem os materiais pedagógicos, os recursos midiáticos e de informática (como softwares) a serem utilizados; e, também, o conjunto de atividades a serem realizadas pelos professores-alunos e a participação pedagógica dos professores tutores a distância, em cursos de formação continuada de professores de Matemática a distância.

Na primeira parte deste texto, são discutidos os pressupostos e entendimentos do uso de modelos nos processos de Modelagem e com os quais os materiais de estudo (estruturados em seis Módulos) e as atividades de caráter pedagógico foram propostos.

A seguir, apresenta-se também uma discussão sobre o uso de softwares, em particular do GeoGebra², e de vídeos que fizeram parte dos materiais postos à disposição dos professores-alunos e que deviam não somente se articular às temáticas propostas em cada um dos Módulos, mas serem ferramentas auxiliares no processo de realização das atividades de ensino e na compreensão dos conteúdos matemáticos que estavam sendo estudados.

Na terceira parte deste texto, problematizam-se os encontros e desencontros com os materiais propostos, destacando-se o papel e as intervenções de professores e tutores a distância.

Finalmente, e como considerações finais, apontamos uma série de reflexões em torno da proposta da disciplina, seus resultados e sua inter-relação com a proposta maior do Curso de Especialização e a formação continuada a distância.

Modelagem Matemática: algumas reflexões

Vista como um processo que se opera desde uma situação-problema até um modelo matemático, isto é, como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, apud SANT’ANA, 2007, p. 149) – ou como uma atividade de aplicação da matemática em outras

¹ A partir daqui, sempre que for mencionado no corpo do texto o termo Modelagem, estaremos nos referindo à “Modelagem Matemática”. Essa terminologia será usada a fim de evitarmos repetições desnecessárias.

² Software geométrico de livre acesso, disponibilizado no site <<http://www.geogebra.org>>.

áreas do conhecimento ou do cotidiano – a Modelagem Matemática tem sido entendida como uma estratégia que procura relacionar o mundo real com o mundo matemático.

Segundo Barbosa (2007, p. 2), para fins educacionais, a Modelagem pode ser considerada como o ambiente de aprendizagem no qual os alunos são *convidados a indagar e/ou investigar*, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade (grifo nosso). Deste modo, o recurso aos conceitos e métodos matemáticos depende do encaminhamento que os alunos dão para a investigação e dos campos de interesse dos alunos.

Barbosa (2001) também considera que a Modelagem pode se configurar em três diferentes níveis, como resultado de uma teorização crítica da prática corrente. Em outros termos, tratam-se de zonas de possibilidades que, segundo Barbosa, ilustram a realização da Modelagem na sala de aula. São esses:

Nível 1. “Problematização” de algum episódio “real”. A uma dada situação, e após uma breve discussão com os alunos, o professor associa determinados tipos de problemas. A partir das informações qualitativas e quantitativas apresentadas no texto da situação, o aluno desenvolve a investigação do problema proposto.

Nível 2. O professor apresenta um problema aplicado, mas os dados são coletados pelos próprios alunos durante o processo de investigação.

Nível 3. A partir de um tema gerador, os alunos coletam informações qualitativas e quantitativas, formulam e solucionam problemas.

Barbosa (idem) também destaca que, à medida que se vai avançando do nível 1 em direção ao 3, aumenta-se o “grau de abertura” e espera-se que os alunos assumam paulatinamente a condução das atividades.

Dessa forma, para Bello (2010), procedimentos como a escolha do tema, a identificação do problema, a elaboração de hipóteses, o levantamento e a análise de informações através de modelos matemáticos, a obtenção de respostas e sua aplicação ao problema inicial são aspectos essenciais que

orientam todo o processo de Modelagem. Segundo Scheffer e Campagnollo (1998), o trabalho com Modelagem é uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses, e o conteúdo desenvolvido tem origem em um tema a ser problematizado. A Modelagem valoriza o saber do aluno, possibilitando o aprendizado de conteúdos matemáticos interligados aos de outras ciências e o desenvolvimento da capacidade criadora, tanto do professor quanto do aluno, ao resolverem os problemas propostos. A Modelagem redefine, pois, o papel do professor desde o momento em que ele passa a ser quem deverá problematizar, conduzir e direcionar as atividades numa posição de partícipe do processo (BARBOSA, 1999, p. 71). Para o trabalho de sala de aula, Sant´Ana (2007) nos sugere abordar as questões, temáticas ou problemas da modelagem de forma experimental. Nesse sentido, os problemas formulados consistem na descrição e compreensão da situação abordada.

Assim, diferentemente da resolução de problemas, em que muitas vezes se passa de uma linguagem cotidiana a uma linguagem matemática por processos heurísticos (problemas interpretados, características levantadas, planos de resolução e respostas verificadas), na Modelagem exigem-se hipóteses e aproximações para obter múltiplas respostas, ou múltiplos procedimentos, sem que haja necessidade de escolher uma melhor resposta ou um único procedimento para se chegar a uma única resposta.

Todos esses foram os entendimentos com os quais pensou-se a organização do material didático utilizado na educação a distância e as atividades que seriam desenvolvidas. Como indicado na parte introdutória deste texto, a disciplina “Funções e Modelos Matemáticos e Prática Pedagógica IV” foi organizada em seis Módulos de ensino, em que cada um tratava de uma determinada temática e enfatizava um objetivo, uma prática pedagógica, um recurso de mídia em particular e, da mesma forma, trazia um material complementar específico.

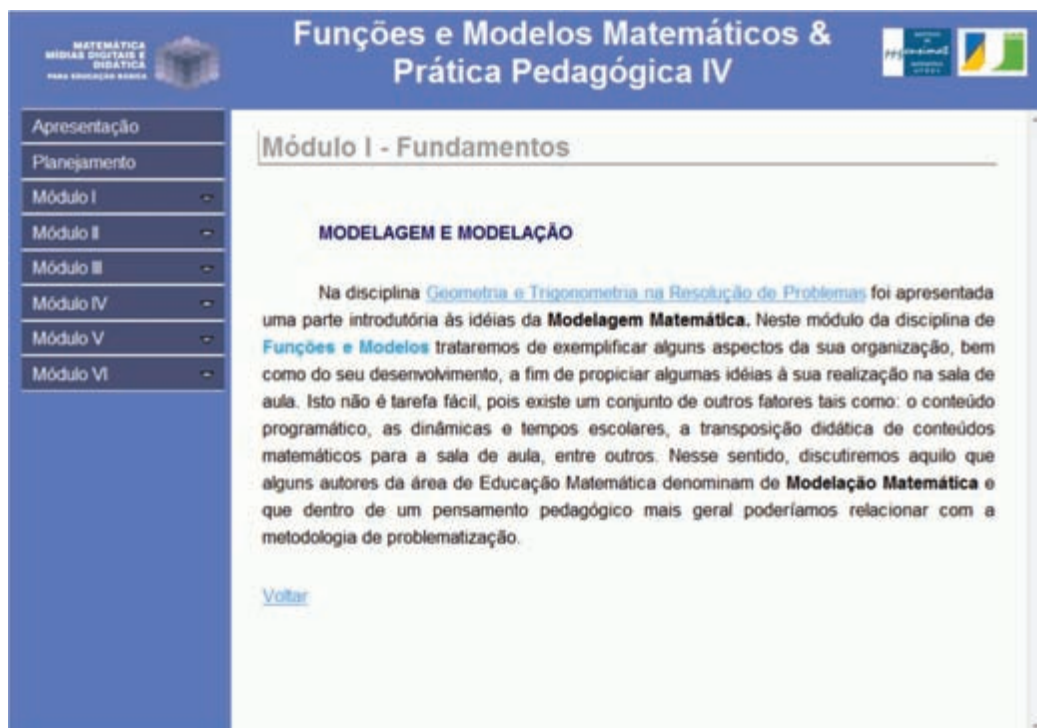


Figura 1 – Interface do site da disciplina Funções e Modelos Matemáticos & Prática Pedagógica IV. À esquerda têm-se os menus e, em destaque, os submenus referentes ao Módulo I.

Todas as questões em termos de estudos e teorizações sobre o processo de Modelagem foram organizadas para os alunos no Módulo I (Modelagem e Modelação) da disciplina (BELLO; BARRETO, 2010). Nesse mesmo Módulo, considerou-se que os processos de escolhas temáticas e problematização deveriam ser exercitados, sendo propostas aos professores-alunos atividades a esse respeito.

Contudo, esse modo de ver a Modelagem, isto é, como processo aberto, inventivo, convidativo à pesquisa – e, em grande medida, flexível diante das questões curriculares – colocava alguns desafios para se pensar a organização da disciplina, na modalidade a distância. Em princípio, pelos motivos que seguem:

1. Havia *a priori*, pelo plano de estudos da disciplina, uma definição das temáticas de estudo e de conteúdos matemáticos a serem abordados (função linear, função quadrática, função exponencial); portanto, as *diferentes situações que envolvessem a*

“*realidade*” deveriam ser dadas, e as indagações a serem feitas pelos alunos deviam ser necessariamente matemáticas. Essa prerrogativa colocou a experiência de ensino no âmbito Nível I proposto por Barbosa (2001), uma vez que a Modelagem Matemática, ao nosso ver, mobiliza possibilidades mais amplas de ensino e de aprendizagem, através de processos mais abertos como os descritos por Barbosa (*idem*) no nível 3.

2. Não se tratava de um professor levando adiante as ações de problematizar, conduzir e direcionar as atividades numa posição de partícipe junto aos seus alunos, em pequenos grupos com temáticas distintas. Tratava-se de sete tutores a distância acompanhando sete turmas diferentes, organizadas por polos, em centros urbanos geograficamente afastados, comunicando-se durante grande parte do tempo através do ambiente virtual Moodle, devendo dar conta de auxiliar os seus alunos nas atividades propostas e em suas dificuldades quanto ao uso dos recursos tecnológicos, visando desenvolver o conteúdo a partir de um tema problematizado.
3. Trabalhar com situações de caráter empírico-experimental que não envolvessem o uso de ferramentas computacionais e, sim, outro tipo de instrumentos e processos (tais como recipientes, papel milimetrado, esboços, estimativas) implicava em pensar de que maneira os resultados e o próprio processo seriam socializados e avaliados através do recurso informático disponível.

Assim, diante das contingências do Curso em andamento, um primeiro passo para o redimensionamento de nossa proposta de Modelagem foi reconsiderar o que seria entendido por Modelo no material pedagógico da disciplina.

Desse modo, diferentemente de entender o Modelo Matemático como algo extraído da realidade, preferimos entender Modelo como uma possibilidade de nos referirmos ao real, ou melhor, uma forma, dentre outras tantas possíveis, para se ver-ler-falar esse real, entendido como uma linguagem necessária à organização e ao entendimento das situações e fenômenos. Esse entendimento da matemática como uma possível leitura da realidade nos permitiu argumentar a favor de uma apropriação inicial do

referencial matemático, o qual passou a ser visto como uma linguagem operando sentidos no estudo de situações e problemas. Nessa perspectiva, os diferentes Módulos do curso pautavam-se por enunciações de problemas, definições, situações abertas, ou até mesmo objetivas, que requeriam que fosse dado o instrumental matemático necessário a seu entendimento.

Nesse sentido, no Módulo II da disciplina “Funções e Modelos Matemáticos e Prática Pedagógica IV” (BELLO; BARRETO, 2010) apresentamos uma situação em que se discutia, por exemplo, como a relação massa do fígado (em gramas) e volume do coração (em mililitros) pode ser vista e estudada através da relação matemática da forma: $y = f(x) = 0,95x - 585$, em que o peso do fígado x é posto em relação ao volume do coração y . Cabe ressaltar que funções do tipo linear são muito comuns na pesquisa em Biologia e, particularmente, na Medicina. Contudo, experimentalmente nos mostram, também, erros e flutuações, se comparadas com a coleta empírica de dados coletados. Mesmo assim, esses modelos são de grande valia, especialmente quando permitem que se façam estimativas ou prognósticos para orientar determinados tratamentos médicos.

Um segundo passo também foi priorizar, conforme Barbosa (2001, p. 10), o entendimento dos processos de modelagem, através da análise de modelos prontos, a fim de que se observasse, discutisse e refletisse sobre os procedimentos utilizados. Assim, foi proposta aos professores-alunos uma atividade 3, no Módulo II:

A partir da discussão sobre Modelos como aproximações do real feita aqui no nosso site, procure na internet por outras funções e modelos obtidos a partir de dados experimentais. Estes modelos poderão ser das ciências físicas, biológicas ou humanas. Do mesmo modo que fizemos aqui na disciplina, você também deverá situar brevemente a discussão da temática que foi modelada, a expressão analítica e o respectivo gráfico que mostre que foi necessário um ajuste. (BELLO; BARRETO, 2010)

Para Bean (2001), autores mais preocupados com os conteúdos propõem modificações no processo metodológico da própria Modelagem, sendo que a escolha dos temas e os problemas são feitos especificamente para suscitar o conteúdo da disciplina específica – objeto de estudo. Essa preocupação traduz-se na derivação, a partir da Modelagem, de um método de ensino

denominado *Modelação*. Assim, diferentemente da resolução de problemas comumente encontrados na matemática escolar, a modelagem ou modelação exigiria um processo no qual as características da situação em estudo vão sendo extraídas com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, sendo representadas a seguir em termos matemáticos, a fim de se constituir um modelo esperado.

Essas considerações permitiram-nos alguns desdobramentos do processo de elaboração do material, tais como:

1. que os diferentes Módulos constituíssem especificamente um objeto matemático de estudo – assim, o Módulo II tratou do tema de funções, o Módulo III do tema função linear, o Módulo IV da função quadrática e o Módulo V, do estudo da função exponencial;
2. que as diferentes etapas do processo de modelagem fossem vistas com prioridade em cada um dos Módulos. Assim, além do exercício de escolha temática e da problematização do Módulo I, o Módulo II enfatizou a coleta de dados; o Módulo III tratou da organização dos dados e os encaminhamentos para a formulação de modelos; o Módulo IV, além de retomar as etapas anteriores, avançou na interpretação e verificação de resultados; e o Módulo V retomou não apenas a análise de um modelo pronto, como o caso do problema de medicamentos (BELLO; BARRETO, 2010), mas propôs um novo problema de Modelagem. No Módulo VI, o intuito foi pensar e organizar processos de modelagem que pudessem ser levados para a sala de aula, deixando a maior abertura possível ao exercício analítico dos alunos;
3. que práticas experimentais (Módulos II e VI) fossem propostas para serem desenvolvidas pelos professores-alunos, não sendo esperado um único procedimento nem uma única resposta em sua realização.

A todo esse conjunto de atividades ainda somaram-se, no desenrolar de todos e de cada um dos Módulos, a utilização de recursos digitais como vídeos e softwares, cujo objetivo era, principalmente, auxiliar os professores na execução das atividades e no aprimoramento da sua formação em termos

de uso de tecnologia na sua prática pedagógica. A seguir, serão relatadas as perspectivas e as abordagens com que alguns softwares foram usados na disciplina.

As possibilidades das mídias digitais na aprendizagem da modelagem

Entre os objetivos almeçados quando se realiza qualquer processo educacional, e que não deixam de ser considerados quando se pensa e se desenvolve a educação a distância, está o aprendizado com criticidade e autonomia. Entretanto, quer os processos pedagógicos se organizem no modo presencial ou a distância, os alunos apresentam pouca familiaridade no que se refere ao estudo individualizado e à melhor maneira de fazê-lo. Foi com a intenção de diminuir essas dificuldades que foi pensado e elaborado o material didático para a disciplina de Funções e Modelos Matemáticos (BELLO; BARRETO, 2010).

O material foi construído na forma de hipertexto³, criando um ambiente de navegação com diferentes ferramentas de interação e uso de diferentes recursos de mídia, entre softwares e vídeos, que foram utilizados ao longo da disciplina para se trabalhar os conteúdos de cada Módulo. O site era o local em que se apresentavam não somente os conteúdos matemáticos, mas também diversos tipos de materiais bibliográficos e de consulta para a realização das atividades semanais.

A disciplina foi organizada em 6 Módulos e a maneira como os conteúdos foram organizados orientou-se pelas inter-relações possíveis entre as temáticas de estudo, os conteúdos matemáticos a serem abordados e as abordagens pedagógicas pertinentes à sua exploração.

O Módulo I tratou dos fundamentos pedagógicos, possibilidades curriculares, críticas e desafios gerais sobre a modelagem matemática e os principais recursos de mídia utilizados foram a própria internet, como recurso de pesquisa, e os programas *Power Point* e *Word*, para a construção de esquemas e organogramas.

³ O endereço do site da disciplina é <http://www6ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/>.

No Módulo II enfatizou-se a relação entre as funções e as características de um modelo e utilizou-se principalmente o recurso de vídeo como ferramenta de ensino e interação com o estudante. O Módulo III deu destaque à função linear e às relações diretamente proporcionais entre variáveis, presentes em diversas situações, dando-se significado à taxa de variação no modelo linear e em outros modelos matemáticos. Neste Módulo, o recurso de vídeo serviu para explicar conteúdo e introduzir um novo recurso: como utilizar o *Excel* na construção de gráficos a partir de tabelas. O Módulo IV tratou da função quadrática, a partir da leitura e interpretação do uso desta função e de seus parâmetros em situações cotidianas e das ciências humanas e da natureza. Neste Módulo, dois recursos de mídia foram utilizados: vídeo, como uma ferramenta de ensino e interação com os alunos, e objetos de aprendizagem na forma de *applets*⁴, com recurso dinâmico de visualização. O Módulo V destacou o modelo exponencial e seu uso na leitura, análise e interpretação de situações do cotidiano e das ciências em geral, utilizando animações para o estudo do movimento de gráficos. E, por fim, no Módulo VI foi feita uma revisão da temática Modelagem Matemática em situações de estudo com funções em que os recursos utilizados foram animações e vídeos explicativos.

Em todos os Módulos foi mantida a mesma estrutura, disponibilizando-se, em cada um deles, o recurso de mídia a ser trabalhado naquele momento. No entanto, foram nos Módulos II, V e VI que as mídias se fizeram mais presentes.

No Módulo II, por exemplo, foi proposto o estudo da representação gráfica das funções e de comportamentos como continuidades, pontos de inflexão, crescimentos e decrescimentos. Em uma das atividades do Módulo foi solicitado que os alunos construíssem alguns gráficos, utilizando para isso o software GeoGebra. Houve a preocupação de criar vídeos explicativos sobre como utilizar certas as ferramentas desse software. Pode-se dizer, então, que neste Módulo o recurso de vídeo (criado e utilizado pela equipe de produção de material) serviu como uma ferramenta de ensino e de apoio ao aluno no uso de outro recurso digital: o próprio software GeoGebra.

⁴ Foram construídos e transformados em animação Java no GeoGebra.

Funções e Modelos Matemáticos & Prática Pedagógica IV

Recursos

Na atividade que se encontra no item que trata do crescimento e do decréscimo de funções, no **desenvolvimento**, pede-se que você construa alguns gráficos com o GeoGebra. Trazemos aqui dois vídeos explicativos de como realizar essa tarefa no GeoGebra.

Clique sobre a imagem para assistir ao vídeo que explica como traçar uma curva polinomial como essa!

Clique sobre a imagem para assistir ao vídeo que explica como restringir o domínio em um gráfico no GeoGebra!

Figura 2 – Menu Recursos do Módulo II com os vídeos que explicam como traçar uma curva polinomial e como restringir o domínio em um gráfico no GeoGebra.

No Módulo IV, que tratou do estudo da função quadrática em situações cotidianas, foi proposto um problema de maximização. Para auxiliar na compreensão do problema, foi criado um objeto de aprendizagem interativo (figura 3) que representa a situação de cercar uma região retangular, com um comprimento fixo de tela a ser utilizado⁵. O objeto de aprendizagem se constitui em um *applet*, composto por um retângulo que representa a região a ser cercada e que pode ter suas dimensões modificadas ao se movimentar o ponto externo denominado “Mova”, mas mantendo o perímetro constante, correspondente ao comprimento fixo de tela utilizada para a construção da cerca. À medida que se modificam as dimensões do retângulo, sua área também se modifica, e é essa a relação que o professor-aluno é solicitado a observar e a expressar matematicamente.

⁵ Para fazer uma horta retangular aproveitando uma parte do muro da chácara utilizam-se 120 metros de tela. Movimente o ponto Mova e observe o que acontece com os lados do retângulo que representam a cerca. Com o botão direito do mouse habilite o rastro no ponto K. Observe a curva traçada! a) Qual é a função que melhor representa a área da horta em função do lado? b) Quais devem ser as dimensões dos lados da horta para que a área cercada seja máxima?

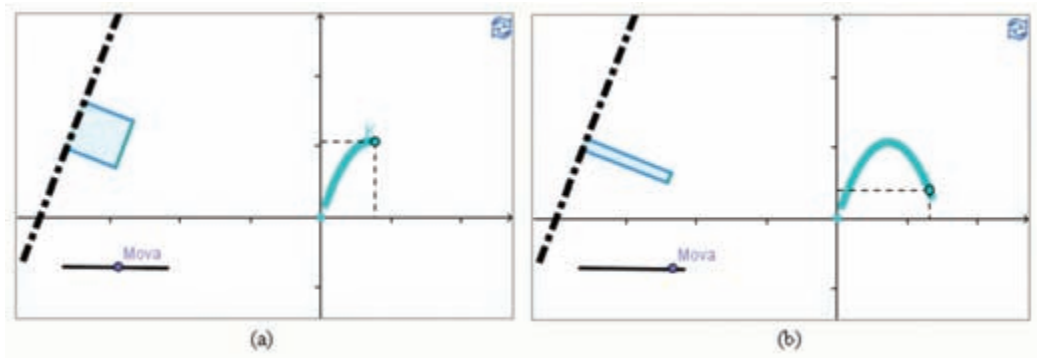


Figura 3 – Objeto de aprendizagem construído no software GeoGebra, em dois momentos de manipulação do ponto “Mova”. Ao se movimentar o ponto “Mova”, modificam-se as dimensões do retângulo que representa a cerca do problema. Ao mesmo tempo, o ponto K traça a curva que representa a área do retângulo como função da medida de um de seus lados.

É interessante destacar que o dinamismo do gráfico associado ao movimento da figura que representa o problema permite que o aluno tenha um melhor entendimento da situação proposta, podendo testar as suas hipóteses de forma mais concreta. É interessante também observar que o objeto de aprendizagem em si não traz resposta direta para o aluno, pois o objeto ilustra a situação, mas não responde às questões propostas.

No submenu “Prática Pedagógica” do Módulo IV foi proposto um problema ⁶ com o objetivo de se refletir sobre a importância de coletar e organizar dados na modelagem matemática. A ideia da atividade era a de se esboçar caminhos que envolvessem a elaboração de tabelas, relações entre variáveis e elaboração de gráficos. Novamente foi criado um objeto de aprendizagem interativo que modela o problema proposto e que auxilia tanto na compreensão do problema como na formulação de hipóteses. O objeto

⁶ Para construir uma caixa a partir de uma chapa de papelão de 60 cm por 40 cm, deve-se cortar, em cada um dos quatro cantos, um quadrado de x cm de lado. a) Se o corte for grande, como será a forma da caixa resultante? O seu volume será grande ou pequeno?; b) Se o corte for pequeno, como será a forma da caixa resultante? O seu volume será grande ou pequeno?; c) Nosso problema consiste em determinar o valor de x a ser cortado, para obtermos uma caixa de volume máximo. Elabore uma tabela que contenha o valor do volume para vários valores de x . Para isso observe quais são os valores mínimo e máximo que x pode assumir!; d) A partir das informações obtidas de sua tabela, qual deve ser a medida do corte para que o volume seja máximo?; e) Escreva uma sentença matemática que expresse o volume da caixa em função do tamanho x do corte efetuado.

de aprendizagem (figura 4) constitui-se da representação, lado a lado, da chapa de papelão com os respectivos cortes nas pontas e da caixa construída a partir destes cortes. O objeto é interativo, já que o usuário pode movimentar um ponto externo (“Corte”) e modificar as dimensões dos cortes (representados por pequenos quadrados pontilhados nas extremidades do retângulo). À medida que se modificam as dimensões desses quadrados, as dimensões da caixa também se modificam, dando uma ideia bem real da situação-problema colocada.

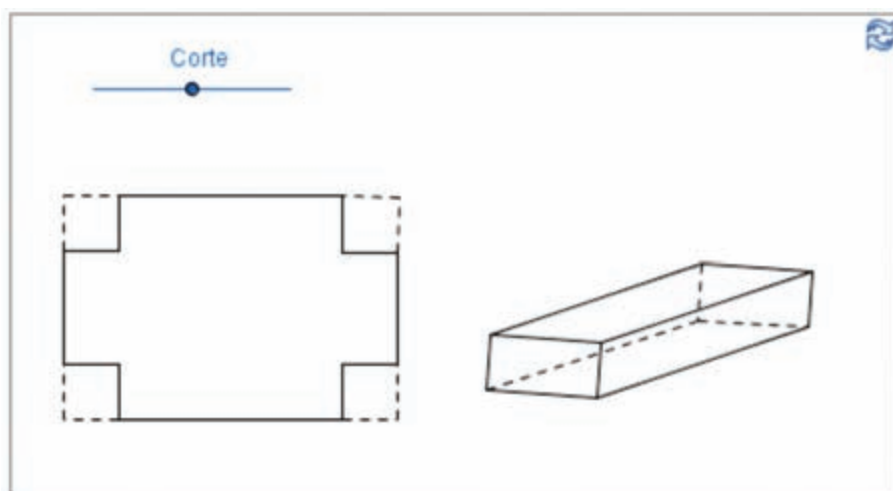


Figura 4 – Objeto de aprendizagem representando uma chapa de papelão e a respectiva caixa construída com a chapa. Ao se movimentar o ponto “Corte”, as dimensões do corte na chapa (representada pelo retângulo à esquerda) e as dimensões da caixa (à direita) se modificam.

É interessante observar que o objeto de aprendizagem, neste caso, serve como um instrumento de manipulação por parte do aluno-professor. O dinamismo do objeto permite que sejam testados diferentes tamanhos de corte e que sejam observadas a relação destes com o volume da caixa.

Para complementar ainda o estudo deste último problema, foi criado outro objeto de aprendizagem (figura 5) que relaciona o tamanho do corte com o volume da caixa de papelão, através de um gráfico interativo. Esse recurso tem por objetivo chamar a atenção do aluno para o gráfico da função e para o significado dos pontos de máximo e mínimo da função.

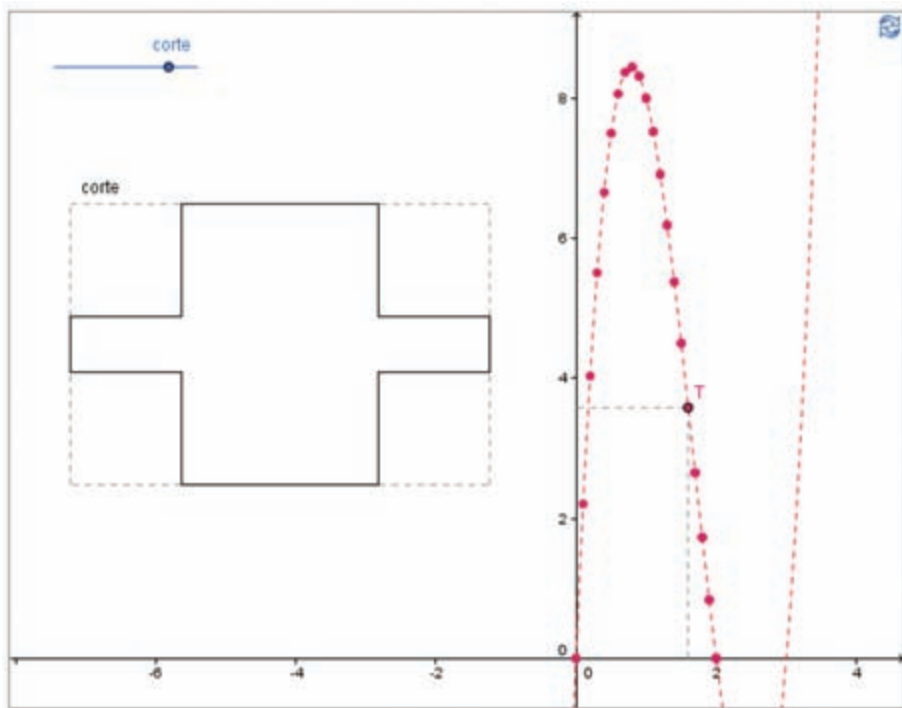


Figura 5 – Objeto de aprendizagem representando uma chapa de papelão e o gráfico da relação entre o tamanho do corte na chapa e o volume da correspondente caixa (planificada). Movimento aplicado ao ponto “Corte”, altera as dimensões da caixa e o ponto T, no sistema de coordenadas, traça o gráfico.

Já no Módulo V, que tratou do estudo das funções exponenciais, procurou-se enfatizar as relações entre transformações de funções e de gráficos. Na disciplina anterior, que era a de Mídias Digitais II, os alunos já tinham feito um estudo sobre deslocamentos de gráficos de funções quadráticas através da manipulação de objetos de aprendizagem interativos desenvolvidos com os recursos do software GeoGebra. Assim, para a disciplina de Funções e Modelos, foram criados objetos de aprendizagem semelhantes àqueles, focando, desta vez, as funções exponenciais. Por exemplo, nos objetos de aprendizagem da figura 6, o aluno era convidado a movimentar pontos móveis (correspondentes à variável independente x) nas animações e observar a relação entre os pontos F e G, pertencentes aos gráficos das funções f e g , respectivamente. O aluno também era desafiado a modificar o valor dos parâmetros c e d em cada um dos objetos e a observar o comportamento dos gráficos deslocados em relação à curva original (em pontilhado) de $f(x) = 10^x$.

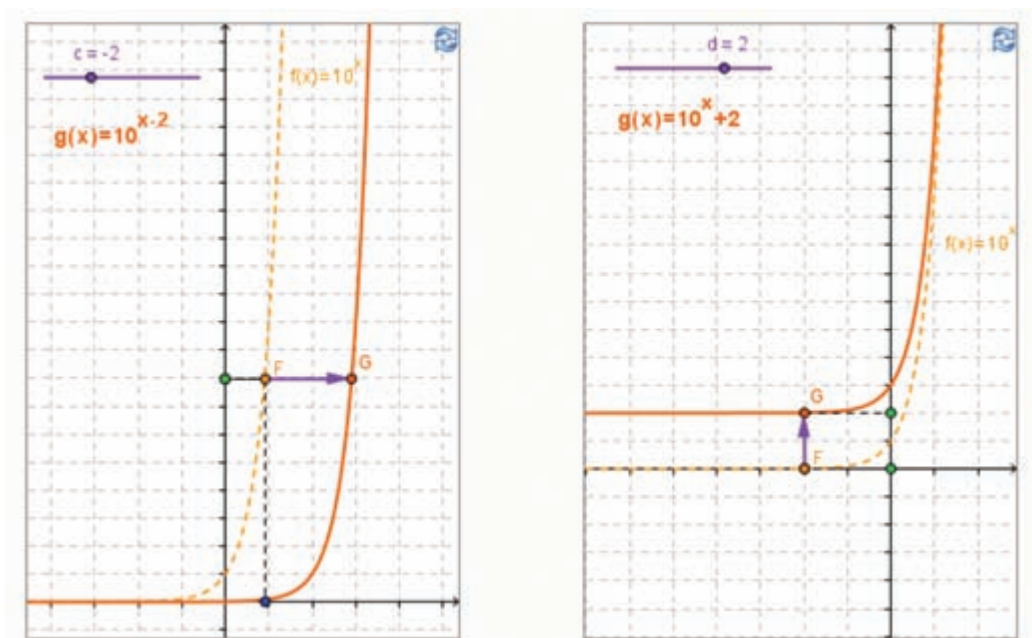


Figura 6 – Objetos de aprendizagem desenvolvidos com os recursos do software GeoGebra para o estudo de deslocamento de gráficos de funções exponenciais.

Ao final, depois de estudar e manipular os objetos de aprendizagem, o aluno-professor deveria ser capaz de compreender e dar significado aos diferentes tipos de movimento aplicados a uma mesma função exponencial.

Já no Módulo VI, foram desenvolvidas todas as etapas da Modelagem exercitadas nos Módulos anteriores, e para isso organizaram-se experiências de Modelagem plausíveis de serem realizadas na sala de aula. Em uma das atividades foi proposto um trabalho com embalagens, semelhante ao da atividade do Módulo IV, discutida anteriormente. Desta vez, no entanto, solicitou-se que o aluno-professor criasse uma animação no GeoGebra, como a apresentada na atividade do Módulo IV (figuras 4 e 5), que representasse o volume da caixa variando em função do tamanho de corte, bem como o gráfico dessa relação. Essa atividade também procurava incentivar o professor a construir sua própria animação, podendo mais adiante usá-la em sua própria prática escolar. Para auxiliar o aluno-professor na realização de parte desta atividade, criou-se um objeto de aprendizagem que explica todos os passos da construção de tal situação. Também foram produzidos vídeos que mostram, com maior detalhe, as ferramentas do software necessárias para a construção de gráficos de funções.

Como se pode perceber, o intuito em todas essas ações envolvendo as mídias, principalmente os vídeos explicativos e o uso de software, tinham como objetivo maior auxiliar e facilitar a aprendizagem dos alunos através da realização efetiva das tarefas que lhes eram propostas, além de fornecer subsídios de caráter prático-experimental à inserção das mídias na prática pedagógica. Entretanto, nem sempre isso acontecia, seja pelo entendimento do uso das mídias adquiria no contexto da educação a distância, seja porque os processos de Modelagem exigiam dos professores-alunos lidarem com imprevistos e incertezas que lhes causavam bastante insegurança.

No desenrolar da disciplina, o papel dos tutores foi fundamental, não apenas para que fossem dados aos professores-alunos os devidos esclarecimentos relativos à execução das tarefas e à organização do material, mas, também, como sujeitos-chave para o processo de formação e de ensino. Eram os tutores que traziam o retorno e os impactos do processo pedagógico importantes à reflexão sobre o trabalho que vinha sendo realizado e assim permitindo que ajustes fossem feitos, à medida que a disciplina se desenvolvia.

Sobre a aprendizagem na modalidade EAD: o olhar da Tutoria.

Com relação à disciplina “Funções e Modelos Matemáticos e Prática Pedagógica IV”, é importante observar que ela ocorreu na fase final do Curso de Especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática. Isso significa que, quando do início da disciplina, já existia uma equipe pedagógica composta por professores e tutores bastante consolidada, com experiência e conhecimento da turma. Assim, nesse momento do Curso, já era possível fazer uma avaliação das ações que tinham funcionado adequadamente em outras ocasiões e de outras que ainda precisavam ser mais enfatizadas ou reformuladas. Contudo, o maior desafio continuava sendo o de estimular os estudantes à leitura/estudo do material disponibilizado pelo curso, não apenas das seções ou submenus, nos quais se localizavam as tarefas a serem realizadas, mas também nos links adicionais ou mesmo em outros materiais. Para provocar essa leitura e estudo, no site da disciplina, algumas das atividades a realizar encontravam-se, estrategicamente, dispersas ao longo do próprio material de estudo. Desta forma, para acessar e realizar as atividades propostas em cada Módulo, os alunos precisavam acessar o material de estudo.

Tal estratégia, além de cumprir de forma expressiva seu objetivo, possibilitou uma revisão de aspectos importantes a serem discutidos pela equipe pedagógica do Curso. Alguns alunos demonstravam dificuldades em navegar pelo site da disciplina, de modo que não conseguiam encontrar as tarefas que deveriam realizar. Nesse sentido, a participação dos tutores a distância e do professor responsável pela disciplina no fórum geral ⁷ foi fundamental. Este espaço para comunicação funcionou de forma efetiva nas trocas entre equipe e alunos. Conseguimos, com ele, auxiliar os alunos na navegação pelo site e realizar discussões importantes sobre a relação tempo/quantidade de tarefas, avaliando o grau de dificuldade do que estava sendo solicitado.

Com o objetivo de discutir problemas e dar seguimento à disciplina, a partir do que ia sendo observado no andamento das atividades, o grupo de tutores a distância, professor e coordenação do curso, reunia-se semanalmente para avaliar e planejar cada semana de trabalho.

A disciplina Funções e Modelos Matemáticos, assim como as outras disciplinas do Curso de Especialização, contou com dois encontros presenciais, nos polos, com os grupos de professores-alunos. O primeiro encontro foi realizado dois meses após o início da disciplina e o outro no último mês, quando foi feita uma avaliação individual de aprendizagem. De modo geral, os encontros presenciais foram muito produtivos em termos de esclarecimentos quanto ao material e às tarefas propostas. Uma webconferência⁸ com essa mesma finalidade, realizada com um dos polos durante mais ou menos 4 horas, permitiu verificar que, através desse recurso, é possível esclarecer dúvidas e desenvolver uma comunicação bastante eficaz, conforme conseguimos observar no retorno dos professores-alunos.

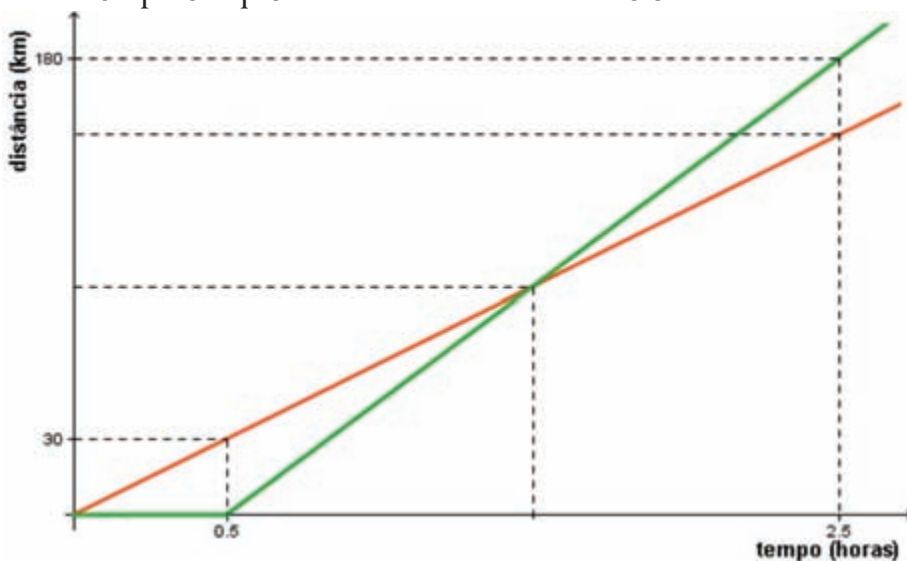
⁷ O *fórum* é uma interface assíncrona, que possibilita a interação e discussão entre os participantes do curso sobre determinado assunto. As mensagens são estruturadas de forma hierárquica, apresentando os assuntos em destaque. O fórum geral permite que os participantes do curso possam inserir tantos tópicos quantos desejarem.

⁸ Entendemos por webconferência uma discussão em grupo ou pessoa-a-pessoa na qual os participantes estão em locais diferentes, mas podem ver-se e ouvir-se uns aos outros como se estivessem reunidos em um único local; reunião ou encontro virtual realizada pela internet através de aplicativos ou serviço com possibilidade de compartilhamento de voz, vídeo, textos e arquivos via web.

No segundo encontro, foi proposta a realização de uma “avaliação final” da disciplina, na qual se apresentava uma situação-problema envolvendo função exponencial (um dos assuntos abordados durante a disciplina) e, entre outras solicitações, os alunos deveriam construir um gráfico utilizando o software GeoGebra. Neste momento, a necessidade de auxiliar os alunos com relação à matemática envolvida na questão foi maior do que na utilização do software. Entendemos, com essa observação, que as dificuldades com a tecnologia foram sendo superadas no decorrer do curso, uma vez que um dos objetivos deste curso era estimular o uso de softwares, familiarizando os alunos com tais recursos.

De maneira geral foi observado, especialmente no fórum geral da disciplina, que de todas as mensagens enviadas pelos alunos, poucas estavam diretamente relacionadas com dificuldades em lidar com o software escolhido para a atividade. Cabe destacar que, no site da disciplina, explicações referentes ao uso de software vinham acompanhadas de vídeos explicativos. Por outro lado, a questão do conteúdo matemático, seu domínio, seus modos de ler e escrever, foi amplamente discutida e trabalhada com os professores-alunos. O diálogo transcrito abaixo (registrado em Chat) registra um destes momentos de discussão entre aluno e tutor, relativo a uma atividade do Módulo III:

Atividade 2: Dois carros partem de uma cidade, deslocando-se pela mesma estrada. O gráfico apresenta as distâncias percorridas pelos carros, em função do tempo. Analisando o gráfico, em que tempo e a que distância os carros irão se encontrar?



- TUTOR: percebeu que o carro verde ficou 0,5h parado enquanto o vermelho andou 30km?
- ALUNO: sim, por isso usamos como o tempo do verde 2h
- TUTOR: por que? o tempo não parou!
- ALUNO: o q pensamos foi q ele saiu meia hora depois que o vermelho
- TUTOR: melhor, deu uma vantagem de 30km para o vermelho!
- ALUNO: não estamos conseguindo achar, percebemos isto, mas onde vamos colocar esse dado, para que ele nos ajuda??
- TUTOR: se o verde não tivesse saído da mesma cidade que o vermelho, ou seja, da posição zero, de qual posição ele teria que ter saído para dar essa vantagem de 30km? Ou geometricamente falando, se prolongar para baixo no eixo dos xx a reta verde, onde ela cortaria o eixo dos yy?
- ALUNO: ta se ele tivesse dado um vantagem de 30 km ele teria q ter saído da posição 30km no tempo zero.

Nesse diálogo, podemos observar a atenta intervenção do tutor para superar a dificuldade do aluno. Essa interação entre tutores e alunos foi uma importante estratégia de apoio na realização das diferentes atividades realizadas semanalmente.

Por fim, é conveniente destacar mais uma vez que o maior obstáculo desta disciplina estava relacionado à leitura e compreensão do material por parte dos alunos. Estamos dando os primeiros passos nesta modalidade de educação e acreditamos que, nesta disciplina, conseguimos contribuir para o envolvimento dos alunos, neste modelo de educação a distância, que exige muita organização para estudos individualizados e de tempo para a realização das tarefas. É importante salientar que o curso se propunha a tratar de Matemática, Mídias Digitais e Didática e assim foi exigido dos alunos o desenvolvimento de um amplo leque de competências, e naturalmente se apresentaram as dificuldades. Mas a experiência certamente contribuiu muito para a formação continuada dos professores-alunos envolvidos e também para o crescimento da equipe de professores e tutores.

Considerações finais

Procurou-se, ao longo deste texto, deixar alguns registros do olhar teórico e dos encaminhamentos metodológicos realizados em uma disciplina sobre Funções e Modelagem, em termos matemáticos, tecnológicos e pedagógicos, seus alcances e resultados. Ficou, de alguma forma, posta a necessidade de que mais experiências de ensino através de processos de modelagem, na formação continuada de professores de Matemática a distância e envolvendo a produção de processos de leitura e escrita, sejam estudadas e discutidas.

Certamente, os princípios sobre os quais vem se sustentando a organização de processos de Modelagem como processo aberto, inventivo e convidativo à pesquisa e que têm sido resultado das pesquisas em Educação Matemática nos últimos 20 anos, diante da educação a distância, estão sendo desafiados. Isso acontece não porque esses princípios sejam insuficientes para uma educação de qualidade, mas porque estão demandando, para professores e estudantes, um conjunto de condições sobre as quais precisamos ainda refletir; dentre elas, as formas de se construir e apropriar “conhecimentos” e, conseqüentemente, os modos de ensinar e aprender.

Assim, a pesquisa torna-se necessária e urgente, devendo tomar as ações que vêm sendo realizadas na educação a distância como objeto de estudo, sendo apenas alguns dos pontos de partida: a problematização da elaboração de materiais; a discussão sobre o papel e a importância da linguagem no processo constitutivo das práticas, atividades, tarefas, explicações dos/nos espaços virtuais; o redimensionamento da importância e os alcances das mídias nessa construção/apropriação de conhecimento, entre outros pontos.

Por outro lado, é preciso se considerar também que o contexto no qual se articulam todos esses questionamentos escapa do que tradicionalmente se conhece como parte dos denominados espaços escolares da sala de aula. Foi possível perceber, pelos relatos de tutoria e dos próprios professores-alunos, que os encontros e desencontros se organizam e se instituem em espaços e tempos descontínuos, próprios, específicos. Parafraseando Santos (2009, p. 30), torna-se emergente repensar o sujeito, neste caso, a partir de uma análise conjunta com a evolução tecnológica – dando ênfase ao contemporâneo, à Internet, ao ciberespaço e às facilidades/empecilhos da comunicação virtual. A produção do sujeito da educação a distância está potencialmente imbricada pelos sentidos e significados que o ciberespaço e

a Internet assumem; ora, um espaço-tempo de produção de identidades e subjetividades.

Modelagem Matemática e Educação a Distância são, certamente, processos desafiadores para a formação de professores. As tentativas e reflexões descritas e apresentadas sugerem que está aberto um campo bastante fértil de discussão e produção intelectual.

Referências

BARBOSA, Jonei Cerqueira. O que pensam os professores sobre a modelagem matemática? *Zeletike*, Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-86, jan/jun. 1999.

_____. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BARBOSA, Jonei Cerqueira; SANTOS, Marluce Alves dos. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. *Anais...* Recife: SBEM, 2007. Disponível em: <<http://www.uefs.br/nupemm/cc86136755572.pdf>>.

BEAN, Dale. O que é modelagem matemática? *Educação Matemática em Revista*, SBEM, Ano 8, n. 9-10, p. 49-57, abr. 2001.

BELLO, Samuel Edmundo L. Pedagogia de Projetos e a Prática pedagógica em matemática: alguns outros referenciais. In: BITENCOURT, Karliúza F. *Educação Matemática por projetos na escola: prática pedagógica e formação de professores*. Curitiba: Certa Editorial, 2010. p. 51-68.

BELLO, Samuel E. L.; BARRETO, Marina M. *Funções e Modelos Matemáticos*. Material Didático. Curso de Especialização: Matemática, Mídias Digitais e Didática para a Educação Básica. Porto Alegre, UAB/IM/UFRGS, 2010. Disponível em: <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/>.

SANT'ANA, Marilaine de Fraga. Modelagem de experimento e ensino de cálculo. In: BARBOSA, J.; CALDEIRA, A.; ARAUJO, J. (orgs). *Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p. 149-160.

SANTOS, Suelen A. *Experiências narradas no ciberespaço: um olhar para as formas de se pensar e ser professora que ensina matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009. 123 f.

SCHEFFER, Nilce; CAMPAGNOLLO, Adriano J. Modelagem Matemática uma alternativa para o ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. *Zeletike*, Campinas, v. 6, n. 10, p.35-56, jul/dez. 1998.