

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
COMISSÃO DE GRADUAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

João Gabriel Ribas

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS E ESTUDO
PARAMÉTRICO DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO**

Porto Alegre
agosto 2023

JOÃO GABRIEL RIBAS

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS E ESTUDO
PARAMÉTRICO DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Comissão de
Graduação do Curso de Engenharia Civil da Escola de Engenharia
da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos
requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientador: Prof. Dr. Inácio Benvegnu Morsch

Porto Alegre
agosto 2023

JOÃO GABRIEL RIBAS

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS E ESTUDO
PARAMÉTRICO DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pela Banca Examinadora, pelo Professor Orientador e pela Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, agosto de 2023

BANCA EXAMINADORA

Prof. Inácio Benvegnu Morsch (UFRGS)

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Prof. Enio Mesacasa Júnior (UFRGS)

Doutor pela Universidade de São Paulo

Prof. Jorge Luis Palomino Tamayo (UFRGS)

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

À minha família dedico minha sincera e enorme gratidão por todo suporte, essa conquista é tão minha quanto sua. Sem vocês não teria sido possível.

Aos meus amigos, àqueles que puderam me acompanhar nessa jornada, que se fizeram presentes não só nos momentos difíceis como um final de semestre, mas também nas vitórias conquistadas ao longo do caminho. Agradeço por partilharem desse capítulo da história comigo.

Aos meus colegas e parceiros de profissão, dos que projetam aos que executam, da aula à concepção, que servem de prumo e me auxiliam na constante busca por aperfeiçoamento. Agradeço pela ajuda no meu desenvolvimento técnico e na minha formação profissional.

Ao meu orientador, professor Inácio, que sempre acreditou no potencial e auxiliou no desenvolvimento desse estudo. Agradeço pelos esclarecimentos essenciais, pelas indicações de leitura e pela sua dedicação.

Por fim e finalmente, agradeço ao ensino público, gratuito e de qualidade. O ensino superior é para todos que desejam construir um futuro melhor.

RESUMO

O dimensionamento de perfis de aço formados a frio no Brasil tem como principal referência a norma NBR 14762 cuja última versão é de 2010. Essa norma apresenta o método da largura efetiva ainda como principal alternativa de procedimento. No entanto, é uma metodologia com rotinas extensas apresentando dificuldades tanto para ensino, quanto para aplicações práticas – principalmente quando se busca desenvolver uma seção transversal nova ou entender o comportamento de determinada seção. Como alternativas, a norma NBR 14762:2010 traz o método da resistência direta e o método da seção efetiva, os quais são baseados em uma análise de estabilidade elástica realizada, em geral, através de um método numérico. Nesse contexto, o presente trabalho investiga possíveis aplicações de análises de estabilidade elástica via método das faixas finitas, o qual tem por objetivo calcular as cargas críticas de instabilidade elástica que são utilizadas na determinação da capacidade última da barra constituída por perfil de aço formado a frio. Por fim, são abordados apenas problemas de compressão centrada, mas cabe comentar que os problemas de flexão simples são completamente análogos.

Palavras-chave: Método das faixas finitas. Análise de instabilidade elástica.
Método da resistência direta. Perfis de aço formado a frio.

ABSTRACT

Brazilian code NBR 14762, with latest version dates from 2010, is the main reference for the design of cold-formed steel sections in Brazil. This standard presents the effective width method as the main alternative procedure. However, it is a methodology with extensive routines that imply difficulties not only for teaching, but also for practical applications – especially when developing a new cross section or studying the behavior of a given section. The NBR 14762:2010 code also brings the direct resistance method and the effective section method as alternatives, which are based on an analysis of elastic stability performed, in general, through a numerical method. In this context, the present work investigates possible applications of elastic buckling analysis via finite strip method, which estimates the critical loads of elastic instability used to define the ultimate capacity of the cold-formed steel section. Furthermore, only columns under axial compression are addressed, but it should be noted that beams under simple bending problems are completely similar.

Keywords: Finite strip method. Elastic buckling analysis.
Direct strength method. Cold-formed steel sections.

LISTA DE SIGLAS

AISI – American Iron and Steel Institute

GBT – Teoria generalizada de viga (*Generalized Beam Theory*)

MAE – Método da área efetiva

MEF – Método dos elementos finitos

MFF – Método das faixas finitas

MFFr – Método das faixas finitas restringidas

MLE – Método da largura efetiva

MRD – Método da resistência direta

MSE – Método da seção efetiva

NBR – Norma Brasileira Regulamentadora

LISTA DE SÍMBOLOS

- A – Área bruta da seção transversal da barra
- a – Comprimento da faixa finita; largura nominal do enrijecedor de borda adicional
- a' – Largura na linha média do enrijecedor de borda adicional
- b – Largura da faixa finita
- \mathbf{B}_b – Vetor de derivadas de 2ª ordem das funções \mathbf{N}_w
- b_f', B' – Largura na linha média da mesa
- b_f, B – Largura nominal da mesa
- \mathbf{B}_m – Vetor de derivadas de 1ª ordem das funções \mathbf{N}_{uv}
- b_w, H – Largura nominal da alma
- b_w', H' – Largura na linha média da alma
- D – Espaço de deformações para o modo de instabilidade distorcional
- \mathbf{d} – Vetor de deslocamentos nodais da faixa finita
- D', d' – Largura na linha média do enrijecedor de borda
- D, d – Largura nominal do enrijecedor de borda
- \mathbf{d}_{uv} – Vetor de deslocamentos nodais associados ao problema de membrana
- $\mathbf{d}_w, \mathbf{d}_{w\theta}$ – Vetor de deslocamentos nodais associados ao problema de flexão
- \mathbf{E} – Matriz constitutiva
- E – Módulo de elasticidade longitudinal do aço
- \mathbf{f} – Vetor de forças nodais externas
- f_1, f_2 – Tensão de compressão na faixa finita
- f_y – Resistência ao escoamento do aço
- G – Espaço de deformações para o modo de instabilidade global
- \mathbf{G} – Matriz resultante da diferenciação das funções de forma
- G – Módulo de elasticidade transversal do aço
- \mathbf{G}_b – Matriz resultante da diferenciação das funções de forma associadas à flexão
- \mathbf{G}_m – Matriz resultante da diferenciação das funções de forma associadas à membrana
- H_1', H_2' – Larguras na linha média parciais da alma
- H_1, H_2 – Larguras nominais parciais da alma
- \mathbf{K}_e – Matriz de rigidez elástica global
- \mathbf{k}_e – Matriz de rigidez elástica local
- \mathbf{K}_g – Matriz de rigidez geométrica global
- \mathbf{k}_g – Matriz de rigidez geométrica local
- k_ℓ – Coeficiente de instabilidade local de seção completa

L – Comprimento da barra
 L – Espaço de deformações para o modo de instabilidade local
 \mathbf{N} – Vetor de funções de forma da faixa finita
 $N_{c,Rd}$ – Força axial de compressão resistente de cálculo
 $N_{c,Rdist}$ – Força axial de compressão resistente característica, associado à instabilidade distorcional
 $N_{c,Re}$ – Força axial de compressão resistente característica, associado à instabilidade global
 $N_{c,Rl}$ – Força axial de compressão resistente característica, associado à instabilidade local
 N_{dist} – Força axial de instabilidade distorcional elástica
 N_e – Força axial de instabilidade global elástica
 N_ℓ – Força axial de instabilidade local elástica
 \mathbf{N}_{uv} – Vetor de funções de forma associadas ao problema de membrana
 $\mathbf{N}_w, \mathbf{N}_{w\theta}$ – Vetor de funções de forma associadas ao problema de flexão
 O – Espaço de deformações para o modo de instabilidade outros
 P_u/P_y – Relação entre carga última obtida via MRD e carga de esmagamento
 \mathbf{R} – Matriz de transformação de coordenadas local–global, matriz de rotação
 r_i – Raio interno de dobramento
 s' – Largura na linha média do enrijecedor de alma
 s – Largura nominal do enrijecedor de alma
 t – Espessura de parede da seção transversal
 T_1, T_2 – Força de compressão na faixa finita
 u – Deslocamento nodal da faixa finita no eixo local x
 U – Energia de deformação interna da faixa finita
 \mathbf{u} – Vetor de deslocamentos da faixa finita
 v – Deslocamento nodal da faixa finita no eixo local y
 w – Deslocamento nodal da faixa finita no eixo local z
 \mathbf{W} – Energia potencial devido às forças atuantes no plano da faixa finita
 γ_{xy} – Deformação de corte (distorção) no plano da faixa finita
 $\boldsymbol{\varepsilon}$ – Vetor de deformações da faixa finita
 ε – Deformação específica no plano da faixa finita
 θ – Rotação da faixa finita no sistema local xyz
 λ_0 – Índice de esbeltez reduzido associado à instabilidade global
 λ_{dist} – Índice de esbeltez reduzido associado à instabilidade distorcional
 λ_ℓ – Índice de esbeltez reduzido associado à instabilidade local
 ν – Coeficiente de Poisson do aço

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS	17
2.1	MATRIZ DE RIGIDEZ ELÁSTICA PARA A FAIXA FINITA	19
2.2	MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA PARA A FAIXA FINITA	22
2.3	MATRIZES DE RIGIDEZ GLOBAIS	24
2.4	SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE	25
2.5	FAIXAS FINITAS RESTRINGIDAS	26
3	APLICAÇÕES DA ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELÁSTICA VIA MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS.....	28
3.1	CARACTERIZAÇÃO DAS ANÁLISES	33
3.2	AVALIAÇÃO DE ENRIJECEDORES DE BORDA EM PERFIS U.....	34
3.3	PROPOSTA DE FORMULAÇÃO DE k_{ℓ} PARA A SEÇÃO U_{e45}	41
3.4	ÁBACO DE CAPACIDADES RESISTENTES NOMINAIS.....	53
4	ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE PERFIS SIGMA	60
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA ANÁLISE.....	60
4.2	ANÁLISE DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	63
4.3	CONCLUSÕES ACERCA DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS	70
5	CONCLUSÕES FINAIS	72
6	REFERÊNCIAS	73

1 INTRODUÇÃO

O aço é um material versátil e amplamente utilizado em diversas aplicações devido às suas propriedades mecânicas e disponibilidade. Além disso, as estruturas de aço são desmontáveis e o material pode ser reutilizado, ou seja, *a priori* geram um menor impacto ambiental se comparado a uma estrutura de concreto armado. No âmbito da Engenharia Civil, as estruturas metálicas são comumente utilizadas em edifícios, pontes e complexos industriais. Supondo, por exemplo, uma viga bi-apoiada nas extremidades com carga uniformemente distribuída, a relação entre peso próprio e capacidade de carga tende a ser inferior se o material for aço ao invés de concreto armado.

Os perfis de aço formados a frio (PFF), *cold-formed steel sections*, possuem algumas vantagens em comparação aos materiais de construção mais usuais no Brasil – concreto armado e perfis de aço laminados ou soldados. Como vantagens, destacam-se o peso leve, a versatilidade de *design*, o controle de precisão na fabricação e a alta resistência. O sistema estrutural conhecido por *light steel framing* (LSF) é um exemplo que se caracteriza por tais propriedades. No entanto, como principal desvantagem, os PFF estão sujeitos a modos de falha não usuais às outras soluções, os quais exigem maior cuidado e atenção ao cálculo estrutural. Enquanto a instabilidade global é usualmente predominante para elementos de concreto armado ou perfis laminados, para os PFF, a instabilidade local e a distorcional também são fundamentais para o dimensionamento, bem como as possíveis interações entre os modos de instabilidade global, local e distorcional. Apenas placas curtas e muito espessas, com relação largura–espessura menor que 10 e índice de esbeltez menor que 20, estão sujeitas à falha por esmagamento (CARVALHO et al., 2014).

A resistência de uma barra de PFF é influenciada por diferentes fatores, dentre eles: influência do trabalho a frio (resultante do processo de encruamento do material na região da dobra), tensões residuais e imperfeições geométricas iniciais (provenientes do processo de montagem da estrutura, de armazenamento e de transporte dos componentes da estrutura). No entanto, a resistência pós-flambagem é a principal característica desse tipo de perfil, a qual corresponde à capacidade de resistir a um acréscimo de carregamento mesmo depois de ter atingido uma carga crítica de instabilidade. O modo local apresenta a maior reserva pós-flambagem, e o modo global apresenta a menor (GRIGOLETTI, 2008).

No Brasil, o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por PFF tem como referência a norma NBR 14762:2010, que apresenta os seguintes procedimentos: método da largura efetiva (MLE), método da resistência direta (MRD), método da seção efetiva (MSE) e dimensionamento com base em ensaios.

O MLE adota uma análise isolada de cada elemento que compõe a seção e classifica-o em AA ou AL (Figura 1). De modo simplificado se pode dizer que um elemento AA é apoiado em duas bordas ao longo do comprimento do perfil, enquanto um elemento AL é apoiado em apenas uma borda. Esse método está baseado em fundamentos experimentais derivados dos estudos de von Kármán. O MLE calcula uma largura efetiva correspondente ao elemento isolado, a qual é responsável por absorver todo o carregamento. Uma característica importante do MLE é que os resultados teóricos divergem estatisticamente dos resultados experimentais em virtude da base empírica (BATISTA, 2010). O MLE passou por calibração e atualização, destacando-se a contribuição dos experimentos de Winter, e é contemplado em diversas normas. Por outro lado, a rotina de cálculo do MLE é extensa e de difícil aprendizado, e só tem vantagem se for devidamente aplicada em uma planilha iterativa ou código computacional. A compreensão do comportamento estrutural do perfil costuma ser trabalhosa devido ao grande número de cálculos algébricos do MLE. A inclusão da instabilidade distorcional é dificultada, e, nesse ponto, a norma brasileira apenas apresenta os limites geométricos para dispensar essa verificação em alguns casos.

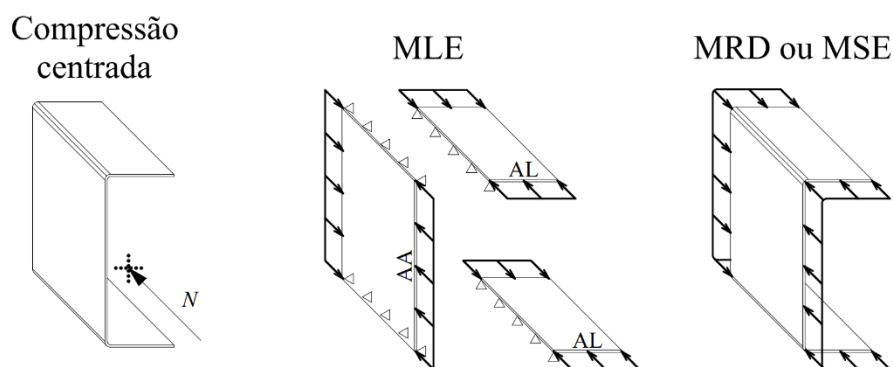


Figura 1 – Modelos de elementos isolados (MLE) e de seção completa (MRD ou MSE).

O MRD foi utilizado pela 1ª vez por Hancock e está presente na norma australiana e neozelandesa desde 1996, mas Schafer e Peköz propuseram e estenderam a aplicação desse método (GRIGOLETTI, 2008). A principal característica do MRD é que a análise do comportamento do perfil considera a interação entre os elementos da seção transversal e em

quaisquer condições de carregamento, diferentemente da análise dos elementos isolados conforme MLE (Figura 1). Por meio de curvas de resistência ajustadas a partir de resultados experimentais, o MRD é baseado em resultados reais dos PFF e apresenta avanços importantes em comparação ao MLE, cujo destaque é a maior convergência entre os resultados teóricos e experimentais, além da simplificada visualização e compreensão dos comportamentos de instabilidade da seção transversal. No entanto, para isso é necessária uma análise de estabilidade elástica que usualmente é feita pelo método das faixas finitas (MFF), *finite strip element*. Analiticamente, somente as cargas críticas de instabilidade local e de instabilidade global podem ser calculadas utilizando as metodologias apresentadas na NBR 14762:2010.

Originalmente, o método da área efetiva (MAE) foi proposto para colunas de PFF e pode ser considerado como um método direto também, tendo em vista a base em princípios da análise direta, tais como a determinação da instabilidade local do elemento considerando a interação da seção completa. A formulação do MAE é baseada em aplicações sucessivas do MFF, e seu objetivo inicialmente foi a análise das instabilidades local, global e a interação entre elas, não incluindo, portanto, a instabilidade distorcional. O MAE está presente na norma AISI S100-16 e não consta na norma NBR 14762:2010 (BATISTA, 2010).

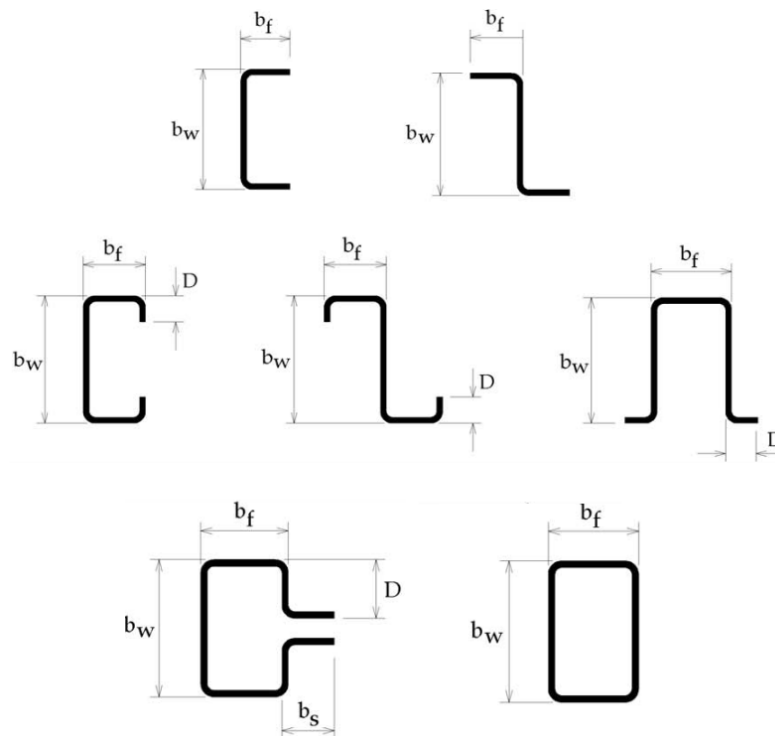


Figura 2 – Casos padronizados pelo MSE para compressão centrada (colunas).
(Fonte: adaptado de BATISTA, 2010)

Proposto por Batista (2010), o MSE é uma extensão do MAE, pois também incluiu formulações para vigas. O objetivo do MSE é fornecer, de forma direta, o valor real da carga crítica de instabilidade local da seção completa para colunas (Figura 2) e vigas de PFF. A partir de um conjunto de análises de estabilidade elástica realizadas em modelos numéricos, se aplicaram as equações do MRD para construir ábacos de dimensionamento para alguns casos de seção transversal. Uma hipótese tanto do MSE, quanto do MAE é a não ocorrência da interação entre o modo distorcional e os demais modos. No entanto, há estudos envolvendo o comportamento dos PFF que ratificam a interação já detectada entre os modos global e distorcional em perfis do tipo rack (PEREIRA, 2023), contradizendo tal hipótese do método. Destaca-se que o MSE é uma importante contribuição para introduzir as aplicações de uma análise de estabilidade elástica e de métodos numéricos, além de considerar a interação entre os elementos da seção transversal.

O último dos métodos presente na NBR 14762:2010 consiste no dimensionamento com base em ensaios, o qual deve ser aplicado aos casos não abordados pelos outros métodos. Em resumo, deve-se ensaiar um mínimo de três protótipos idênticos. Quando o coeficiente de variação for superior a 15%, no mínimo mais três ensaios idênticos devem ser feitos até que se apresente um coeficiente de variação inferior a 15%. O valor nominal obtido pelos ensaios deve ser dividido por um coeficiente ponderador de cálculo. Destaca-se que os ensaios devem ser feitos por laboratórios idôneos e por profissionais com comprovada experiência.

A identificação dos modos de instabilidade para os PFF exige o uso de métodos numéricos conforme mencionado para o MRD. Por outro lado, a norma AISI S100-16 apresenta alternativas aos métodos numéricos através de formulações analíticas, com a ressalva de que as condições de contorno e as geometrias são limitadas aos casos especificados; ainda, existem formulações relativas a alguns casos de perfis com furos. Para abordagens mais amplas, é recomendado o uso de métodos numéricos.

A instabilidade elástica ocorre quando uma estrutura submetida a um carregamento atinge uma condição crítica em que perde a estabilidade e pode sofrer deslocamentos e deformações significativos, mesmo que o material ainda esteja dentro do regime elástico. Para uma barra de PFF, as tensões críticas de instabilidade elástica são normalmente muito inferiores à tensão de escoamento do respectivo material, porém são utilizadas como referência para determinação da resistência da barra. Uma análise de estabilidade elástica consiste em determinar uma carga na

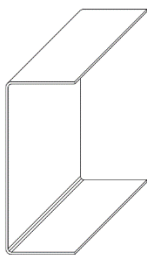
qual o elemento está em equilíbrio considerando a sua configuração indeformada, e pode ser realizada a partir da solução de um problema de autovalores e autovetores (MCGUIRE et. al, 2014). Existem diferentes métodos numéricos para realizar uma análise desse tipo, sendo os principais: MFF, método dos elementos finitos (MEF) e teoria generalizada de vigas (GBT).

Em comparação aos demais métodos, o MFF proporciona uma análise mais eficiente em termos de custos computacionais por empregar menos graus de liberdade, porém possui uma limitação importante: não pode haver variações ao longo do comprimento da faixa finita. Portanto, *a priori*, o MFF somente é aplicado a barras prismáticas com carregamentos e restrições constantes ao longo de todo o comprimento. No entanto, pesquisas com abordagens mais amplas também podem ser encontradas, podendo-se citar: Georgieva et. al (2012) utilizaram o MFF no estudo de perfis compostos conectados por parafusos, e Smith et al. (2014) estudaram colunas de PFF com furos ao longo do comprimento a partir de aproximações por faixas finitas.

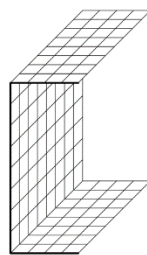
No MFF, o perfil é discretizado em elementos longitudinais (Figura 3), e uma análise convencional fornece como resultado a curva de assinatura do perfil, gráfico que associa uma carga crítica de instabilidade elástica para cada comprimento de faixa finita.

Já o MEF é sem dúvida o mais versátil em relação aos tipos de problemas que se pode analisar (PEREIRA, 2022). Os elementos finitos do tipo casca plana são apropriados para fornecer soluções de instabilidade elástica adequadas para os PFF e permitem a modelagem de furos ao longo do perfil, a inclusão de imperfeições geométricas iniciais e a consideração de análises não-lineares. Contudo, o número de elementos necessários para uma aproximação adequada é significativamente maior (Figura 3), e um estudo de convergência de malha é recomendado para garantir a qualidade dos resultados.

Modelo real



Modelo em MEF



Modelo em MFF

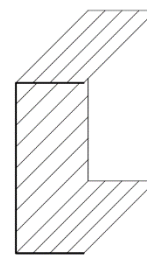


Figura 3 – Representação real do perfil e aproximações por faixas finitas (MFF) e por elementos finitos (MEF).

O último dos métodos numéricos amplamente utilizados para estudos de PFF é a GBT, originalmente desenvolvida por Schardt e posteriormente expandida por um conjunto de autores (AISI, 2016). A GBT é uma técnica para análises de primeira ordem, de instabilidade e pós-instabilidade, envolvendo estruturas prismáticas. De modo geral, a GBT emprega um número reduzido de nós e graus de liberdade em comparação ao MEF. Além disso, em termos de condições de contorno e carregamento, a GBT é mais versátil que o MFF (PEREIRA, 2022).

Dentre as pesquisas atuais na área, destacam-se as que aprofundam o estudo do comportamento de PFF, sendo as principais: nos Estados Unidos, os grupos de pesquisa dos professores Benjamin Schafer e Wei-Wen Yu, e na Austrália, por meio das pesquisas de Gregory Hancock e seu grupo. Existem pesquisas que vão na linha de estudar diferentes configurações geométricas de seções, como as seções estudadas por Wang et. al (2016).

Considerando as pesquisas nacionais, podem ser citados alguns trabalhos. Utilizando o CUFSM (SCHAFER et. al, 2006), software baseado em MFF, Brandão et al. (2018) propuseram uma formulação para o coeficiente de instabilidade local de seção completa (k_ℓ) considerando um perfil U enrijecido com borda adicional. Analogamente, uma proposta de formulação para o k_ℓ de um perfil S enrijecido foi proposto por Santos et al. (2019), com uso do MEF através do software ABAQUS (SIMULIA, 2017). Outro exemplo de formulação para o k_ℓ corresponde a um perfil U enrijecido com borda superior inclinada em 30° , estudado pelos autores Roquete et al. (2021) por meio da GBT utilizando o software GBTUL (BEBIANO et al., 2018).

É importante destacar que, usualmente, os cursos de Engenharia Civil no Brasil abordam o ensino sobre estruturas de aço com foco em perfis laminados e perfis soldados. Perfis conformados a frio, quando abordados, costumam ser em disciplinas eletivas. Normalmente, o procedimento de cálculo estudado se limita a MLE e MSE, sendo que, no segundo método, não se entra em detalhes sobre como o método foi proposto ou como pode ser estendido para outros casos geométricos de perfis. Nesse sentido, o objetivo do presente trabalho é investigar as aplicações do MFF nos estudos de PFF, em específico aplicando o software CUFSM e a versão paralela e independente em linguagem de programação Python, pyCUFSM.

2 MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS

A metodologia básica entre o MFF e o MEF é a mesma. Empregam-se funções de forma que descrevem o campo dos deslocamentos e o campo de deformações no interior do elemento em termos dos deslocamentos nodais. Por fim, pode-se definir as relações entre tensões e deformações e estabelecer os coeficientes da matriz de rigidez, a partir de relações constitutivas correspondentes aos problemas de flexão de placa e de membrana. A análise de estabilidade elástica via MFF é de certa forma similar, porém mais eficiente do que via MEF por resolver o problema com menor número de graus de liberdade e condições de contorno constantes ao longo do comprimento. Além disso, as condições de contorno de barra rotulada nas extremidades e empenamento livre é naturalmente imposta pelas funções de forma empregadas.

Os graus de liberdade de uma faixa finita são apresentados na Figura 4, com sistema de referência global representado pelos eixos XYZ, e sistema de referência local pelos eixos xyz. Resumidamente, a formulação do elemento de faixa finita combina um problema do tipo membrana (graus de liberdade u e v) com um problema do tipo flexão (graus de liberdade w e θ), resultando em um elemento similar ao do tipo casca plana utilizado em MEF. Os comportamentos de membrana e de flexão são completamente desacoplados, o que facilita a montagem das matrizes de rigidez; no entanto, toda vez que faixas finitas adjacentes não estiverem alinhadas no mesmo plano, a montagem da matriz de rigidez global causa o acoplamento do comportamento de membrana (no plano) com o de flexão (fora do plano) (GRIGOLETTI, 2008).

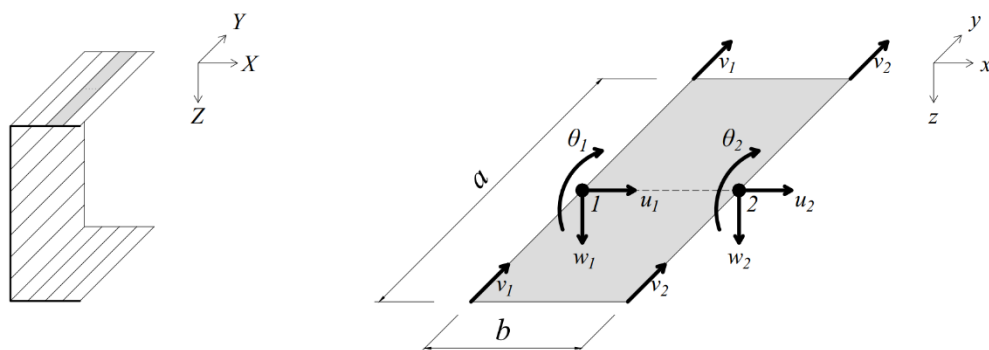


Figura 4 – Elemento de faixa finita e seus graus de liberdade.

A chamada curva de assinatura (Figura 5) é um caso especial para a análise de estabilidade elástica de barras rotuladas nas extremidades e empenamento livre (condições de contorno impostas naturalmente pela função de forma senoidal) conforme ilustrado na Figura 6.

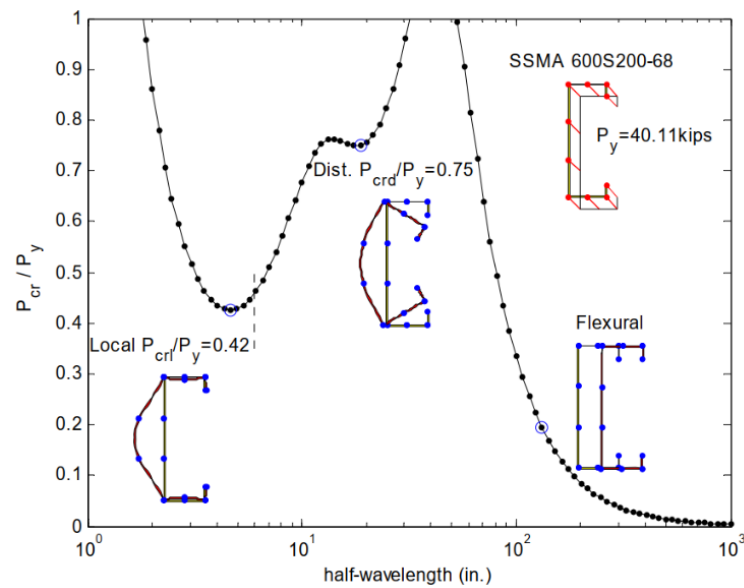


Figura 5 – Resultados de uma análise convencional para um perfil SSMA 600S200-68 (aproximadamente equivalente a um perfil Ue 152x51x16x1,73 mm).
(Fonte: SCHAFFER et. al, 2006)

Uma vantagem do MFF é a facilidade de interpretação dos resultados. A curva de assinatura ilustra os modos de deformação e as respectivas cargas críticas obtidas para as instabilidades local (P_{cr1}) e distorcional (P_{crd}) em função da carga de esmagamento ($P_y = A \cdot f_y$). Quanto à instabilidade global, a Figura 5 ilustra a instabilidade por flexão no comprimento de 200 in.

Nesse caso específico, quando apenas um termo é empregado na direção longitudinal ($m=1$), o comprimento de faixa finita (conhecido semi-comprimento de onda, *half-wavelength*) pode ser interpretado fisicamente como o comprimento da barra (SCHAFFER et. al, 2006). Para cada comprimento de faixa, associa-se uma carga crítica de instabilidade elástica e o respectivo modo de instabilidade através de uma solução de autovalores e autovetores.

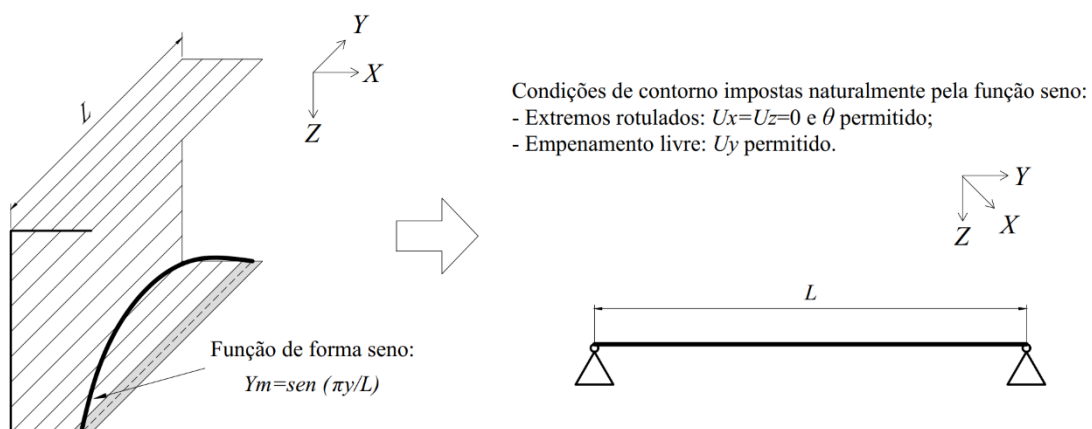


Figura 6 – Função de forma longitudinal e condições de contorno impostas naturalmente.

2.1 MATRIZ DE RIGIDEZ ELÁSTICA PARA A FAIXA FINITA

Na sequência se apresentam as formulações para a definição da matriz de rigidez de um elemento de faixa finita de acordo com Schafer e Ádány (2006) e com as notas de aula da disciplina de Método dos Elementos Finitos.

Considerando os graus de liberdade ilustrados na Figura 4, o campo de deslocamentos $\mathbf{u} = [u \ v \ w \ \theta]^T$ é aproximado pelos deslocamentos nodais, \mathbf{d} , e por funções de forma, N , como:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}\mathbf{d} = [\mathbf{N}_{uv} \ \mathbf{N}_w] [\mathbf{d}_{uv}^T \ \mathbf{d}_w^T]^T \quad (1)$$

Sendo que N_{uv} e N_w são as funções de forma associadas com os problemas de membrana e de flexão. Os graus de liberdade de membrana \mathbf{d}_{uv} e de flexão \mathbf{d}_w são organizados de modo separado no vetor de deslocamentos \mathbf{d} : $\mathbf{d} = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ w_1 \ \theta_1 \ w_2 \ \theta_2]^T$, sendo $\mathbf{d}_{uv} = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2]^T$ e $\mathbf{d}_w = [w_1 \ \theta_1 \ w_2 \ \theta_2]^T$. Para os graus de liberdade u e v , são consideradas funções de forma lineares na direção transversal (x) e na direção longitudinal (y) é considerada uma função seno para u e uma função cosseno para v :

$$u = \left[\left(1 - \frac{x}{b}\right) \quad \left(\frac{x}{b}\right) \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \sin\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \quad ; \quad v = \left[\left(1 - \frac{x}{b}\right) \quad \left(\frac{x}{b}\right) \right] \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \cos\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \quad (2)$$

O deslocamento w fora do plano é aproximado por uma função cúbica e escrito como:

$$w = \sin\left(\frac{m\pi y}{a}\right) \left[\left(1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}\right) \quad x \left(1 - \frac{2x}{b} + \frac{x^2}{b^2}\right) \quad \left(\frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3}\right) \quad x \left(\frac{x^2}{b^2} - \frac{x}{b}\right) \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

O campo de deformações numa faixa finita é dividido em deformações de membrana $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ e em deformações de flexão $\boldsymbol{\varepsilon}_b$ tal que $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_b$. As deformações de membrana atuam no plano médio da faixa finita e são governadas pelas hipóteses de Estado Plano de Tensões (EPT):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial x + \partial v / \partial y \end{Bmatrix} = [N'_{uv}] [d_{uv}] = \mathbf{B}_m \mathbf{d}_{uv} \quad (4)$$

Já as deformações de flexão são governadas pela teoria de placa fina de Kirchoff (AWRUCH et. al, 2018), sendo que são nulas no plano médio do elemento finito, portanto $\varepsilon_z = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$, e são função apenas de w nos demais planos:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}_b = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = [N'_w] [d_{w\theta}] = \mathbf{B}_b \mathbf{d}_{w\theta} \quad (5)$$

Portanto, tal qual no MEF, as deformações são escritas em função das derivadas das funções de forma, estabelecidas de acordo com o problema, e em função dos deslocamentos nodais.

A matriz de rigidez elástica \mathbf{k}_e pode ser estabelecida a partir da definição da energia de deformação interna como:

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \int \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \mathbf{d} = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{k}_e \mathbf{d} \quad (6)$$

O campo de tensões é relacionado com o campo de deformações a partir de uma relação constitutiva ortotrópica de EPT. De modo geral se pode escrever: $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon}$ com $\mathbf{E} = \mathbf{E}^T$. Como o comportamento de membrana, deslocamentos u e v , é desacoplado do comportamento de flexão, deslocamento w , é possível definir matrizes de rigidez individuais para cada um dos problemas. Nesse caso a matriz de rigidez elástica de uma faixa finita é escrita como:

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{em} & 0 \\ 0 & \mathbf{k}_{eb} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sendo que $\mathbf{k}_{em} = \int \mathbf{B}_m^T \mathbf{E} \mathbf{B}_m dV$ e $\mathbf{k}_{eb} = \int \mathbf{B}_b^T \mathbf{E} \mathbf{B}_b dV$ representam as matrizes de rigidez de membrana e de flexão. De modo expandido a conhecida relação $[f] = [k][d]$ pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} F_{u_1} \\ F_{v_1} \\ F_{u_2} \\ F_{v_2} \\ F_{w_1} \\ M_{\theta_1} \\ F_{w_2} \\ M_{\theta_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ uv \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Assumindo que a faixa finita não apresenta variação na espessura t , tem-se: $\mathbf{k}_{em} = \int \mathbf{B}_m^T \mathbf{E} \mathbf{B}_m dV$

e $\mathbf{k}_{eb} = t \int \mathbf{B}_b^T \mathbf{E} \mathbf{B}_b dA$. A matriz constitutiva \mathbf{E} é definida como:

$$[\mathbf{E}] = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Sendo que:

$$D_x = \frac{E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad ; \quad D_y = \frac{E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad ; \quad D_{xy} = \frac{Gt^3}{12} \quad (10)$$

$$D_1 = \frac{\nu_y E_x t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} = \frac{\nu_x E_y t^3}{12(1 - \nu_x \nu_y)} \quad (11)$$

Realizando as devidas substituições e integrações nas expressões anteriores é possível obter as expressões analíticas para as matrizes de rigidez de membrana e de flexão:

$$\mathbf{k}_{uv} = t \begin{bmatrix} \left(\frac{aE_1}{2b} + \frac{abk_m^2 G}{6} \right) & & & & \text{simétrica} \\ \left(\frac{ak_m \nu_x E_2}{4} - \frac{ak_m G}{4} \right) & \left(\frac{abk_m^2 E_2}{6} + \frac{aG}{2b} \right) & & & \\ \left(-\frac{aE_1}{2b} + \frac{abk_m^2 G}{12} \right) & \left(-\frac{ak_m \nu_x E_2}{4} - \frac{ak_m G}{4} \right) & \left(\frac{aE_1}{2b} + \frac{abk_m^2 G}{6} \right) & & \\ \left(\frac{ak_m \nu_x E_2}{4} + \frac{ak_m G}{4} \right) & \left(\frac{abk_m^2 E_2}{12} - \frac{aG}{2b} \right) & \left(-\frac{ak_m \nu_x E_2}{4} + \frac{ak_m G}{4} \right) & \left(\frac{abk_m^2 E_2}{6} + \frac{aG}{2b} \right) & \end{bmatrix} \quad (12)$$

Sendo que: $k_m = \frac{m\pi}{a}$; $E_1 = \frac{E_x}{1-\nu_x\nu_y}$; $E_2 = \frac{E_y}{1-\nu_x\nu_y}$. Nestas expressões E_x e E_y são módulos de elasticidade longitudinais, ν_x e ν_y são coeficientes de Poisson e G é o módulo de elasticidade transversal.

$$\mathbf{k}_{w\theta} = \begin{bmatrix} \left(\frac{13ab}{70}k_m^4D_y + \frac{12a}{5b}k_m^2D_{xy} \right) & & & \\ + \frac{6a}{5b}k_m^2D_1 + \frac{6a}{b^3}D_x & & & \\ \left(\frac{3a}{5}k_m^2D_1 + \frac{a}{5}k_m^2D_{xy} \right) & \left(\frac{ab^3}{210}k_m^4D_y + \frac{4ab}{15}k_m^2D_{xy} \right) & & \\ + \frac{3a}{b^2}D_x + \frac{11ab^2}{420}k_m^4D_y & + \frac{2ab}{15}k_m^2D_1 + \frac{2a}{b}D_x & & \\ \left(\frac{9ab}{140}k_m^4D_y - \frac{12a}{5b}k_m^2D_{xy} \right) & \left(\frac{13ab^2}{840}k_m^4D_y - \frac{a}{5}k_m^2D_{xy} \right) & \left(\frac{13ab}{70}k_m^4D_y + \frac{12a}{5b}k_m^2D_{xy} \right) & \\ - \frac{6a}{5b}k_m^2D_1 - \frac{6a}{b^3}D_x & - \frac{a}{10}k_m^2D_1 - \frac{3a}{b^2}D_x & + \frac{6a}{5b}k_m^2D_1 + \frac{6a}{b^3}D_x & \\ \left(-\frac{13ab^2}{840}k_m^4D_y + \frac{a}{5}k_m^2D_{xy} \right) & \left(-\frac{3ab^3}{840}k_m^4D_y - \frac{ab}{15}k_m^2D_{xy} \right) & \left(-\frac{11ab^2}{420}k_m^4D_y - \frac{a}{5}k_m^2D_{xy} \right) & \left(\frac{ab^3}{210}k_m^4D_y + \frac{4ab}{15}k_m^2D_{xy} \right) \\ + \frac{a}{10}k_m^2D_1 + \frac{3a}{b^2}D_x & - \frac{ab}{30}k_m^2D_1 + \frac{a}{b}D_x & - \frac{3a}{5}k_m^2D_1 - \frac{3a}{b^2}D_x & + \frac{2ab}{15}k_m^2D_1 + \frac{2a}{b}D_x \end{bmatrix} \quad \text{simétrica} \quad (13)$$

Essa matriz de rigidez representa o termo constante da rigidez do perfil. O próximo passo é definir o termo da rigidez do perfil que é função da carga de compressão.

2.2 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA PARA A FAIXA FINITA

A matriz de rigidez geométrica para uma faixa finita submetida a cargas de compressão de bordas linearmente variáveis pode ser determinada considerando a energia potencial adicional devido ao deslocamento das cargas de compressão de borda ao longo da direção y . A Figura 7 ilustra uma faixa finita com o carregamento aplicado.

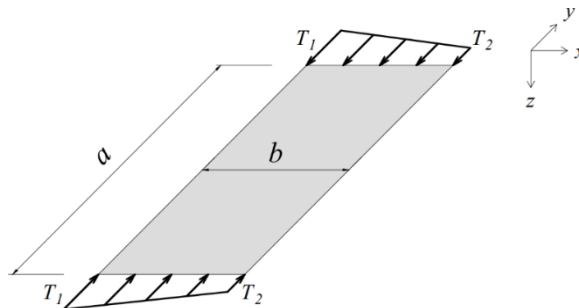


Figura 7 – Faixa finita com os lados comprimidos.

É importante destacar que nos textos usuais sobre MFF este tipo de carga é referido como trações, ou seja, a carga que provoca compressão é considerada com sinal positivo. As compressões correspondem a tensões f_1 e f_2 com variação linear nos lados, tal que as forças equivalem a $T_1 = f_1 t$ e $T_2 = f_2 t$. Logo a energia potencial devido às forças atuando no plano pode ser escrita como:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \left(\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy \quad (14)$$

Do mesmo modo que na dedução da matriz de rigidez elástica, as derivadas da equação (14) podem ser escritas em termos das derivadas das funções de forma e dos deslocamentos nodais:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix}^T = [G][d] \quad (15)$$

Sendo [G] a matriz resultante da diferenciação das funções de forma.

Logo a energia potencial pode ser escrita em termos dos deslocamentos nodais e da matriz de rigidez geométrica como $W = \frac{1}{2} [d]^T [k_g][d]$ sendo então a matriz de rigidez geométrica definida como:

$$[k_g] = \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) [G]^T [G] dx dy \quad (16)$$

De modo similar à matriz de rigidez elástica, a matriz \mathbf{k}_g também pode ser particionada em duas matrizes \mathbf{k}_{gm} e \mathbf{k}_{gb} sendo a 1ª relativa aos graus de liberdade de membrana e a 2ª relativa aos graus de liberdade de flexão. Estas submatrizes são escritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{gm} &= \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \mathbf{G}_m^T \mathbf{G}_m dx dy \\ \mathbf{k}_{gb} &= \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \mathbf{G}_b^T \mathbf{G}_b dx dy \end{aligned} \quad (17)$$

Realizando as devidas substituições e integrações podem ser escritas as expressões analíticas para estas matrizes:

$$\mathbf{k}_{gm} = C \begin{bmatrix} 70(3T_1 + T_2) & 0 & 70(T_1 + T_2) & 0 \\ & 70(3T_1 + T_2) & 0 & 70(T_1 + T_2) \\ & & 70(T_1 + 3T_2) & 0 \\ \textit{simétrica} & & & 70(T_1 + 3T_2) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{k}_{gb} = C \begin{bmatrix} 8(30T_1 + 9T_2) & 2b(15T_1 + 7T_2) & 54(T_1 + T_2) & -2b(7T_1 + 6T_2) \\ & b^2(5T_1 + 3T_2) & 2b(6T_1 + 7T_2) & -3b^2(T_1 + T_2) \\ & & 24(3T_1 + 10T_2) & -2b(7T_1 + 15T_2) \\ \textit{simétrica} & & & b^2(3T_1 + 5T_2) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Sendo que $C = b(m\pi)^2 / 1680a$.

2.3 MATRIZES DE RIGIDEZ GLOBAIS

Considerando um perfil composto de múltiplas faixas finitas, a contribuição de cada faixa deve ser considerada na montagem das matrizes de rigidezes globais elástica e geométrica como

$$\mathbf{K}_e = \sum_{n=1}^{\text{num. faixas}} [K_e]_n \quad \text{e} \quad \mathbf{K}_g = \sum_{n=1}^{\text{num. faixas}} [K_g]_n, \quad \text{sendo que as matrizes de rigidez elástica e}$$

geométrica de cada faixa já estão expressas em termos do sistema de referência global. (por esse motivo estas matrizes estão representadas por letras maiúsculas). Considerando que os graus de liberdade no sistema local são representados por letras minúsculas (u, v, w, θ) e os mesmos graus de liberdade no sistema global são representados por letras maiúsculas (U, V, W, Θ), a transformação local–global de um nó i de uma faixa j é dado por:

$$\begin{bmatrix} u_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha^{(j)} & \textit{sen} \alpha^{(j)} \\ -\textit{sen} \alpha^{(j)} & \cos \alpha^{(j)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ W_i \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} v_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ \Theta_i \end{bmatrix}$$

Sendo $\alpha^{(j)}$ o ângulo que identifica a posição da faixa finita. Logo a transformação dos deslocamentos nodais $\mathbf{d}^{(j)}$ da faixa finita j no sistema local, sendo $\mathbf{R}^{(j)}$ a matriz de rotação e $\mathbf{D}^{(j)}$ os deslocamentos da faixa finita j no sistema global, é dada por $\mathbf{d}^{(j)} = \mathbf{R}^{(j)} \mathbf{D}^{(j)}$ conforme:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha^{(j)} & 0 & 0 & 0 & \sin \alpha^{(j)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha^{(j)} & 1 & 0 & 0 & \sin \alpha^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha^{(j)} & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha^{(j)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \alpha^{(j)} & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha^{(j)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ W_1 \\ \Theta_1 \\ W_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

As transformações das matrizes de rigidez da faixa finita j seguem os procedimentos usuais:

$$\mathbf{K}_e^{(j)} = (\mathbf{R}^{(j)})^T \mathbf{k}_e^{(j)} \mathbf{R}^{(j)} \quad \text{e} \quad \mathbf{K}_g^{(j)} = (\mathbf{R}^{(j)})^T \mathbf{k}_g^{(j)} \mathbf{R}^{(j)} .$$

2.4 SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ESTABILIDADE

Para uma dada distribuição de tensões de compressão de borda numa faixa finita, a matriz de rigidez geométrica varia linearmente, sendo que a análise de estabilidade elástica é representada por um problema de autovalores e autovetores. Considerando um modo de instabilidade ϕ e o correspondente autovalor λ pode-se escrever:

$$\mathbf{K}_e \phi = \lambda \mathbf{K}_g \phi \quad (22)$$

Nota-se que as matrizes \mathbf{K}_e e \mathbf{K}_g são função do comprimento a . Portanto a tensão de instabilidade elástica e o correspondente modo de instabilidade são também função de a . Logo o problema pode ser resolvido para vários comprimentos a , e uma figura completa das tensões de instabilidade elástica e dos correspondentes modos de instabilidade pode ser determinada. Os valores mínimos dessa curva podem ser considerados como as cargas críticas de instabilidade elástica e os correspondentes modos de instabilidade para o elemento. O programa CUFMSM gera esse tipo de curva. Considerando as funções de forma adotadas na direção longitudinal, a é conhecido como semi-comprimento de onda de acordo com a Figura 6.

É importante enfatizar novamente que a condição de barra rotulada nas extremidades e empenamento livre é estabelecida pelas funções de forma empregadas na direção longitudinal (meia-onda seno). Nesse contexto a curva de resposta em termos de fator de carga e semi-comprimento de onda é denominada de curva de assinatura. A vantagem desta consideração é que as integrais usadas para formar a matriz de rigidez ficam desacopladas, o que facilita o processo de solução. Este procedimento é o que corresponde ao método padrão do CUFMSM.

A grande vantagem dessa abordagem é determinar as cargas críticas de instabilidade local e distorcional de um modo relativamente simples. Uma desvantagem, entretanto, é que os valores obtidos consideram uma condição simplesmente apoiada nas extremidades de barra. Para outras condições a análise torna-se limitada. Neste contexto, os modos de instabilidade globais podem ser modificados para considerar diferentes condições finais usando o comprimento efetivo, KL (AISI, 2016), em que K é uma constante que representa as condições de extremidade de barra e vale 1,0 para o caso de barra bi-rotulada. No entanto, para as instabilidades local e distorcional isso não é possível. Por outro lado, mesmo em uma coluna com extremidades engastadas, caso o comprimento seja suficientemente grande, a instabilidade local e distorcional estará livre para ocorrer no interior do perfil e convergirá para uma solução de extremidade rotulada com empenamento livre. Para instabilidade local, o comprimento em que uma solução engastada converge para o valor da condição simplesmente apoiada é apenas três a cinco vezes a maior dimensão característica de uma parede da seção transversal. Já a carga crítica de instabilidade distorcional obtida pela curva de assinatura pode ser corrigida, de modo aproximado, como:

$$P_{crd,engastado} = \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{L_{crd}}{L} \right)^2 \right] P_{crd} \quad (23)$$

(Fonte: MOEN et. al, 2008)

Em que L_{crd} é o comprimento de semi-onda crítico da instabilidade distorcional extraído da curva de assinatura e L é o comprimento não contraventado do membro para esta instabilidade.

2.5 FAIXAS FINITAS RESTRINGIDAS

A partir da solução obtida por uma análise convencional por MFF, nem sempre é possível identificar os modos de instabilidade local e distorcional na curva de assinatura. Além disso, as regras práticas de identificação de um modo local ou de um modo distorcional nem sempre se aplicam. Nesse contexto, os autores Ádány e Schafer propuseram o método das faixas finitas restringidas (MFFr) para ajudar da identificação dos modos.

Este método utiliza definições empregadas na GBT e inclui novas definições mecânicas para realizar a decomposição total da solução de análise de estabilidade elástica em uma base vetorial especificada. A decomposição é total no sentido de que a união de todos os modos decompostos resulta na solução original obtida (GRIGOLETTI, 2008). A separação dos modos de deformação é feita em global (G), distorcional (D), local (L) e outros (O).

A aplicação prática desse método é empregar os critérios à uma solução convencional e quantificar, para qualquer semi-comprimento de onda, o quanto um determinado modo de instabilidade está contribuindo para a instabilidade geral da seção (todos os modos interagindo). Na Figura 8 se apresentam, respectivamente: a curva de assinatura (solução convencional), a identificação modal obtida pela GBT e a identificação modal obtida pelo MFFr para o perfil apresentado na Figura 5.

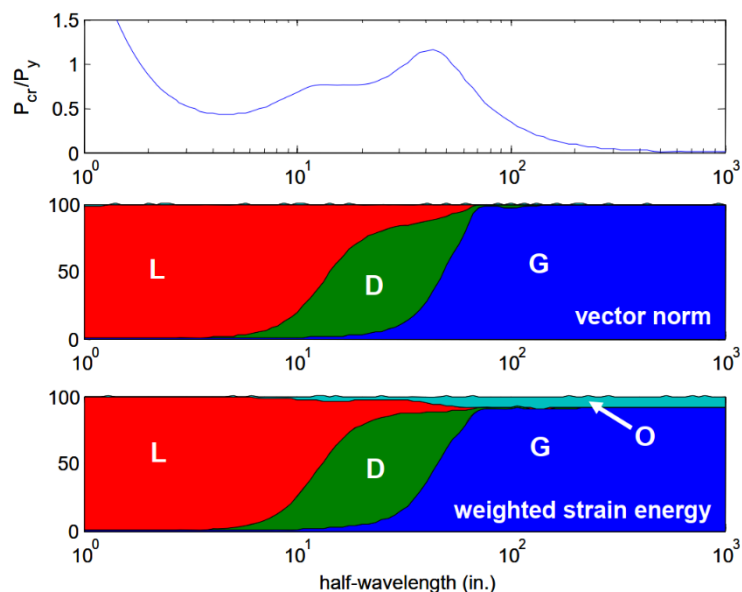


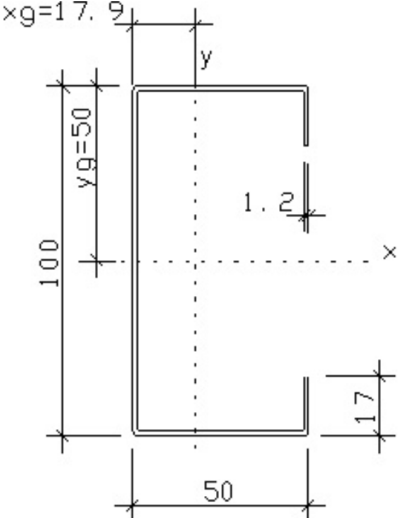
Figura 8 – Resultados da identificação modal o perfil da Figura 5.
(Fonte: SCHAFER et. al, 2006)

Portanto, o recurso de classificação modal pode ser bastante útil para interpretação dos resultados da análise de estabilidade elástica, sendo uma ferramenta importante para estudo do comportamento de seções transversais de perfis conformados a frio.

3 APLICAÇÕES DA ANÁLISE DE ESTABILIDADE ELÁSTICA VIA MÉTODO DAS FAIXAS FINITAS

Este capítulo apresenta aplicações da análise de estabilidade elástica via MFF empregando o software CUFSM. Tanto a versão mais recente, quanto manuais de usuário e tutoriais são disponibilizados gratuitamente no site: (<https://www.ce.jhu.edu/cufsm/downloads/>). Para realizar uma breve introdução, adota-se como referência o exemplo resolvido por Silva, Pierin e Pignatta (2014, p. 51) utilizando a formulação analítica da NBR 14762:2010 (Figura 9).

Exemplo 04 - Cálculo da força resistente à compressão de um pilar de seção do tipo Ue 100×50×17×1,2 mm e comprimento de 4,0 m. Sem travamentos intermediários ($k_x=k_y=k_z=1,0$):



Características geométricas do perfil Ue 100×50×17×1,2 mm segundo a ABNT NBR 6355:2012:

$A = 2,71 \text{ cm}^2$	$f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$
$I_x = 44,15 \text{ cm}^4$	$E = 20000 \text{ kN/cm}^2$
$W_x = 8,83 \text{ cm}^3$	$G = 7700 \text{ kN/cm}^2$
$r_x = 4,03 \text{ cm}$	$I_y = 10,12 \text{ cm}^4$
$I_t = 0,013 \text{ cm}^4$	$W_y = 3,15 \text{ cm}^3$
$I_w = 246,61 \text{ cm}^6$	$r_y = 1,93 \text{ cm}$
$r_0 = 6,19 \text{ cm}$	$x_0 = 4,28 \text{ cm}$
$r_i = t = 1,2 \text{ mm}$	

Resposta -

$$N_{c,Rd} = \chi A_{ef} f_y / \gamma = \frac{0,124 \cdot 2,71 \cdot 2500}{1,2} = 700 \text{ kgf}$$

= 7,0 kN

Dispensa da verificação da instabilidade distorcional -

Para os perfis de seção Ue submetidos à compressão centrada, a verificação à instabilidade distorcional é dispensada se a relação D/b_w for igual ou superior aos valores indicados na tabela 4.2. Neste exemplo, tem-se que:

$$b_w/t = 83,33 \text{ e } b_f/b_w = 0,5$$

Da tabela 4.2, por interpolação linear, tem-se:

	b_w/t		
b_f/b_w	100	83,33	50
0,4	0,04	0,0533	0,08
0,5		0,0716	
0,6	0,06	0,0900	0,15

Como $\frac{D}{b_w} = \frac{17}{100} = 0,17 > \left(\frac{D}{b_w} \right)_{\min} = 0,0716$

logo a instabilidade distorcional não precisa ser verificada.

Figura 9 – Exercício proposto.
(Fonte: adaptado de SILVA et. al, 2014)

Cabe destacar que a informação do enunciado referente aos comprimentos intertravados de barra ($k_x=k_y=k_z=1$) é análoga à condição de extremidades rotuladas empregada na análise convencional por MFF.

São quatro etapas essenciais para uma análise de estabilidade elástica via CUFSM: definição do material e discretização da seção transversal em elementos de faixa finita (Figura 10), definição das condições de contorno e dos semi-comprimentos de onda (Figura 11), análise de autovalores e autovetores e, por fim, obtenção das cargas críticas e dos respectivos modos de instabilidade (Figura 12). Realizando tais procedimentos, obtém-se todos os dados necessários para aplicação da rotina do MRD conforme o Anexo C da NBR 14762:2010.

A Figura 10 é a tela inicial, na qual devem ser informados os dados do pré-processamento referentes ao material, à seção transversal e às tensões aplicadas na barra. O campo *Material Properties* é preenchido com o módulo de elasticidade (E), o módulo de elasticidade transversal (G) e o coeficiente de Poisson (ν) referentes ao material, sendo possível considerar um material isotrópico ou ortotrópico. Em seguida, no campo *Nodes*, são informadas as coordenadas, as restrições e as tensões aplicadas em cada um dos nós que compõem a seção transversal (para compressão centrada, todos os nós possuem a mesma tensão aplicada). No campo *Elements* são definidas as conectividades dos nós e os materiais para cada elemento de faixa finita. Por último, também é possível considerar restrições semi-rígidas no campo *Springs* e definir outras condições de contorno gerais no campo *General Constraints*.

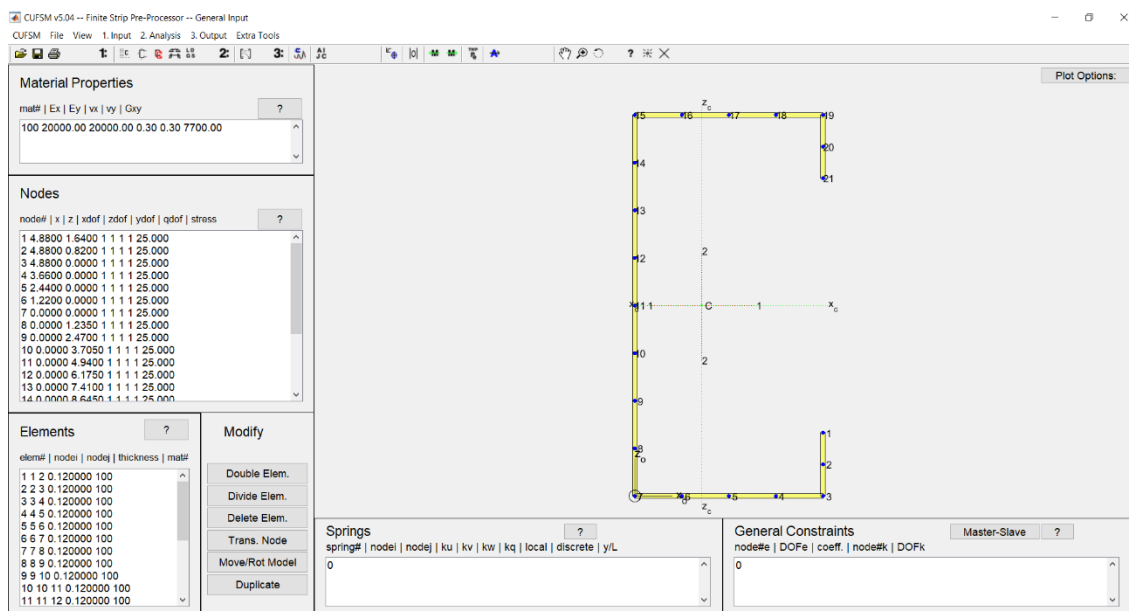


Figura 10 – Entrada de dados da seção transversal pelo CUFSM v5.04.

Além da tela inicial, o pré-processamento conta com recursos para inclusão de curvaturas nas dobras, cálculo de tensões e definição: das condições de apoio do PFF, dos semi-comprimentos de onda para empregar na análise e do número de termos longitudinais (Figura 11). A condição

de apoio chamada “*simple-simple (S-S)*” significa que a barra possui extremidades rotuladas e empenamento livre (condição imposta naturalmente pela função de forma senoidal na direção do comprimento). Para obter a curva de assinatura, obrigatoriamente deve-se ter (S-S).

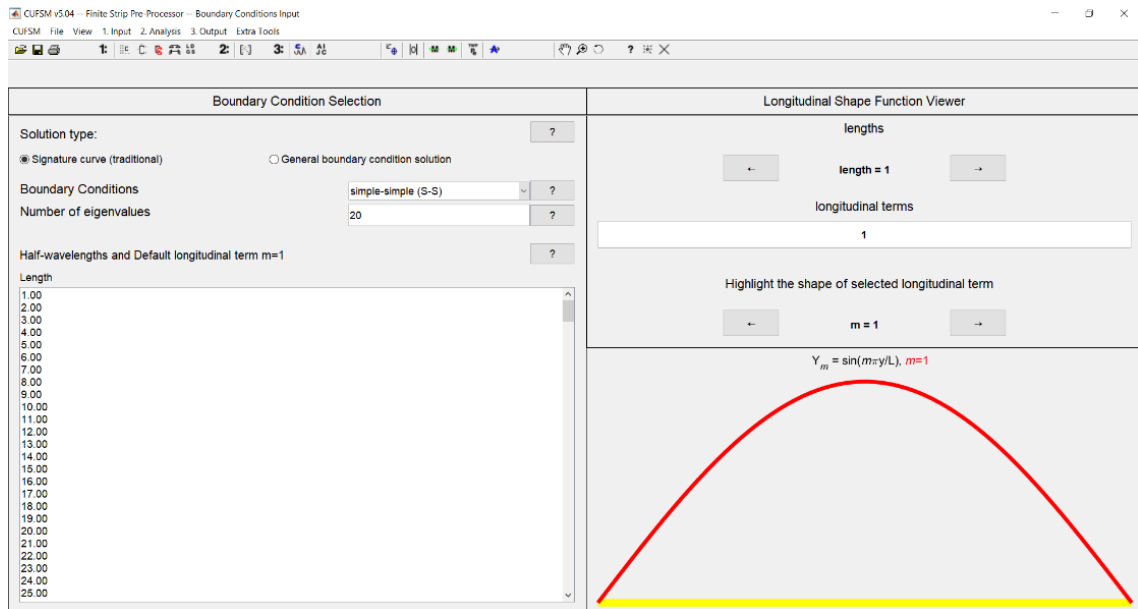


Figura 11 – Definição das condições de apoio, dos semi-comprimentos de onda e do número de termos longitudinais.

Para a solução do problema de autovalores e autovetores, basta executar a análise de instabilidade elástica e obter a curva de assinatura semelhante à tela de pós-processamento apresentada na Figura 12.

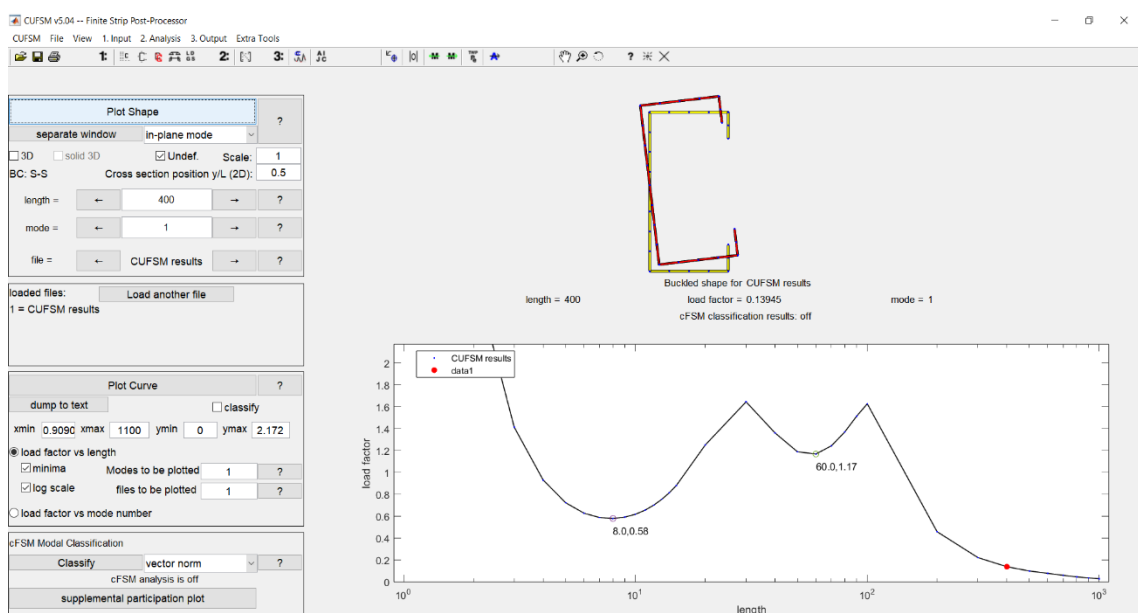


Figura 12 – Pós-processamento e curva de assinatura.

Percebe-se que automaticamente o gráfico marca os pontos mínimos de carga (eixo das ordenadas) que, *a priori*, correspondem às tensões críticas de instabilidade elástica do perfil. Além disso, é possível escolher especificamente um semi-comprimento de onda (eixo das abscissas) para visualizar o modo de deformação.

A Tabela 13 traz um resumo dos resultados que são obtidos pela análise via CUFSM. Os fatores de carga críticos são obtidos pela leitura direta do gráfico, e a carga de esmagamento¹.

Tabela 1 – Resultados da análise de estabilidade elástica para o exemplo proposto.

Modo	Carga crítica
Local	$N_{\ell} = N_{fy} \cdot fator_{\ell} = 67,8 \text{ kN} \cdot 0,58 = 39,3 \text{ kN}$
Distorcional	$N_{dist} = N_{fy} \cdot fator_{dist} = 67,8 \text{ kN} \cdot 1,17 = 79,3 \text{ kN}$
Global	$N_e = N_{fy} \cdot fator_e = 67,8 \text{ kN} \cdot 0,14 = 9,5 \text{ kN}$
Observação: $N_{fy} = \text{carga de esmagamento} = A \cdot f_y = 2,71 \cdot 25 = 67,8 \text{ kN}$	

Com os valores da Tabela 13, torna-se possível a aplicação do MRD. Os resultados dos procedimentos descritos no Anexo C da NBR 14762:2010 estão resumidos na Tabela 2.

Tabela 2 – Aplicação manual do MRD para o exemplo proposto.

Modo	Parâmetro	Valor
Global	λ_0	2,67
	$N_{c,Re}$	8,3 kN
Local	λ_{ℓ}	0,46
	$N_{c,R\ell}$	8,3 kN
Distorcional	λ_{dist}	0,92
	$N_{c,Rdist}$	54,2 kN
Carga última	$N_{c,Rd}$	$8,3 / 1,2 = 6,9 \text{ kN}$

Portanto, a carga última calculada pela análise de estabilidade elástica via MFF para o exemplo proposto é de 6,9 kN. Conforme apresentado na Figura 9, o valor obtido pelos autores Silva et. al (2014) é de 7,0 kN via método analítico, indicando assim convergência e coerência entre os resultados. Cabe lembrar que a NBR 14762:2010 não apresenta formulação analítica para o modo de instabilidade distorcional, mas apresenta critérios para dispensar tal verificação. Na análise de estabilidade elástica, manteve-se a verificação do modo distorcional no procedimento do MRD e obteve-se a confirmação de que o modo dominante de falha é o modo global.

¹ A carga de esmagamento pode ser entendida como o escoamento da seção bruta por compressão; teoricamente é o modo de falha respectivo às placas muito curtas e sem imperfeições geométricas.

Por fim, para a análise com faixas finitas restringidas, primeiramente deve-se ativar tal opção ainda no pré-processamento na tela *constrained Finite Strip Method (cFSM)*. Em seguida, executa-se a análise e, no pós-processamento, faz-se classificação modal para obter o gráfico da Figura 13.

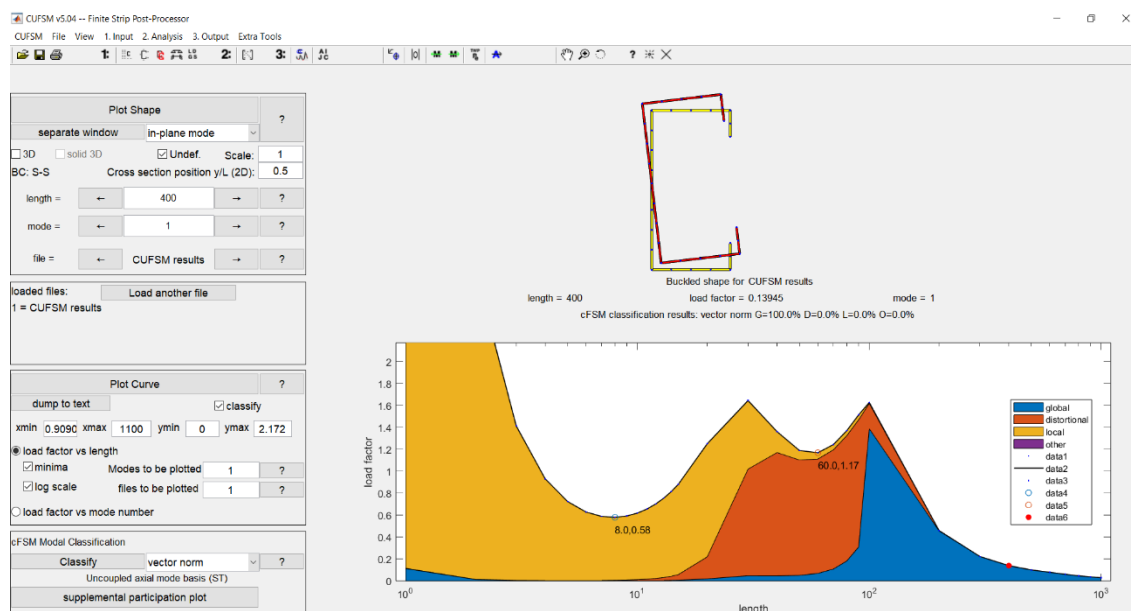


Figura 13 – Classificação modal para a curva de assinatura da Figura 12.

Resumidamente, com apenas essas etapas é possível obter a carga última de ruptura da barra comprimida. Cabe destacar que a curva de assinatura considera a interação entre os modos de instabilidade local, distorcional e global. Os modos de instabilidade que não possuem nem uma espécie de interação são chamados de modos de instabilidade *puros* (GRIGOLETTI, 2008).

Originalmente, o software foi programado em MATLAB (MATHWORKS, 2020) por Schafer como tese de pós-doutorado em 1997. Já a equipe ClearCalcs, liderada por Smith, disponibilizou abertamente a tradução do CUF5M para a linguagem Python v3 (PYTHON, 2008) chamada de pyCUF5M². Uma das vantagens da linguagem Python é a vasta quantidade de bibliotecas prontas para uso.

Para as aplicações propostas no presente trabalho, destacam-se as definições e propriedades apresentadas na seção 3.1. Inicialmente é feito um estudo da influência de enrijecedores de borda para perfis U sobre as cargas críticas de instabilidade local, global e distorcional (seção 3.2) utilizando somente o CUF5M. Em seguida, utilizando a versão pyCUF5M, monta-se uma

² O pyCUF5M é disponível gratuitamente no repositório online: (<https://github.com/ClearCalcs/pyCUF5M>).

rotina iterativa de cálculo para diferentes variações geométricas com objetivo de propor uma formulação de k_{ℓ} para um caso não padronizado pelo MSE (seção 3.3). Na aplicação seguinte, introduz-se à rotina iterativa o cálculo da capacidade nominal de perfis Ue por meio do MRD com objetivo de obter ábacos de dimensionamento (seção 3.4). O último estudo (seção 4) utiliza as conclusões obtidas nos 3 estudos anteriores e está baseado no perfil U com enrijecedores de alma e de mesa (perfil sigma) apresentado no trabalho de Wang et. al (2016).

3.1 CARACTERIZAÇÃO DAS ANÁLISES

Somente perfis submetidos à compressão centrada são estudados, não abordando, portanto, flexão simples (modalidades disponíveis para aplicação do MRD segundo a NBR 14762:2010). Quanto às propriedades do material, considera-se um aço isotrópico com $E=200.000$ MPa, $G=77.000$ MPa e $\nu=0,3$. Na maioria dos casos, foram executadas apenas análises convencionais. Porém há casos em que se faz necessário a análise com classificação modal, pois a respectiva curva de assinatura não apresenta nitidamente os mínimos de instabilidade elástica. As análises realizadas são do tipo elásticas e não consideram imperfeições iniciais.

Quanto à geometria, os PFF são modelados pelas coordenadas da linha média; essa aproximação é usual em trabalhos de pesquisa (PEREIRA, 2022). As dobras não são consideradas, ou seja, são modelados encontros perpendiculares entre paredes. De modo geral, essa aproximação apresenta bons resultados para raios de curvatura pequenos. Por exemplo, para perfis com espessuras entre 2 mm e 4 mm, o raio de curvatura interno (r_i) igual a $1,5t$ é usualmente adotado como padrão para a conformação a frio, enquanto espessuras maiores exigem raios maiores. De modo resumido, o raio de dobramento é estabelecido em função da tensão de escoamento e da ductilidade do aço considerado, bem como em função da espessura da chapa e da força de conformação mecânica necessária para a operação.

Por último, as variações geométricas de seções transversais utilizadas nas rotinas iterativas do pyCUFSM atendem aos limites da relação largura–espessura dos elementos estabelecidos pela Tabela 4 da NBR 14762:2010. Também são atendidos os limites de proporção entre os elementos indicados para o MSE (Tabela 3), conforme indicado por Batista (2010).

Tabela 3 – Limites de variação geométrica empregadas no pyCUFSM.

η : Proporção entre mesa e alma (b_f / b_w)	$0,1 \leq \eta \leq 1,0$
μ : Proporção entre enrijecedor e alma (D / b_w)	$0,1 \leq \mu \leq 0,3$

3.2 AVALIAÇÃO DE ENRIJECEDORES DE BORDA EM PERFIS U

O primeiro estudo é principalmente de caráter introdutório. O objetivo é avaliar a influência tanto da dimensão quanto da forma geométrica de enrijecedores de borda em perfis U. Foram analisados dois grupos de perfis U (U simples), Ue_{45} (U com enrijecedores de borda a 45°), Ue (U com enrijecedores de borda a 90°) e Uea (Ue com borda adicional a 90°). Para o 1º grupo (Família A), escolheu-se um valor das séries comerciais padronizadas pela NBR 6355:2012. A espessura (t) considerada é de 2 mm, e as dimensões nominais, referentes às medidas externas, são alma (b_w) 150 mm, mesa (b_f) 60 mm, enrijecedor (D) 20 mm. Para o 2º grupo (Família B), alterou-se apenas a dimensão do enrijecedor. Sendo assim, tem-se a dimensão nominal do enrijecedor (D) 50 mm, e as demais dimensões foram mantidas.

Para se estabelecer o desenho do perfil U com enrijecedores a 45° , manteve-se o centro da dobra igual em relação ao U enrijecido a 90° , alterando-se apenas o ângulo. Em relação ao comprimento nominal do enrijecedor, toma-se como referência o ponto médio do arco externo da dobra. A conclusão é que a área real das seções transversais dos perfis Ue e Ue_{45} ficaram praticamente iguais conforme Tabela 4, considerando-se as dobras com raio de curvatura interno (r_i) igual a $1,5t$.

Tabela 4 – Áreas reais dos perfis Ue e Ue_{45} .

Perfil (mm)	Área real (cm ²)	Perfil (mm)	Área real (cm ²)
Ue^A 150x60x20x2	5,903	Ue^B 150x60x50x2	7,103
Ue_{45}^A 150x60x20x2	5,900	Ue_{45}^B 150x60x50x2	7,100

Para distinguir as nomenclaturas, as dimensões da linha média apresentam uma apóstrofe no final. Tomando por exemplo o perfil Ue^A , as dimensões nominais são $b_w=150$ mm, $b_f=60$ mm, $D=20$ mm e $t=2$ mm, as respectivas medidas da linha média são alma' (b_w') 148 mm, mesa' (b_f') 58 mm e enrijecedor' (D') 19 mm.

A Figura 14 apresenta os perfis U, Ue_{45} , Ue e Uea da Família A, e a Figura 15, os da Família B. Os elementos da seção transversal são modelados da seguinte maneira: 8 faixas por alma, 4 faixas por mesa e 2 faixas por enrijecedor. De modo simplificado, para um PFF submetido à compressão centrada, cada parede pode ser modelada com 4 elementos e cada enrijecedor, com 2 elementos (essa recomendação foi extraída das notas de aula da disciplina de Método dos Elementos Finitos ministrada pelo Prof. Morsch, na qual é feito um estudo de malhas para uma seção Ue).

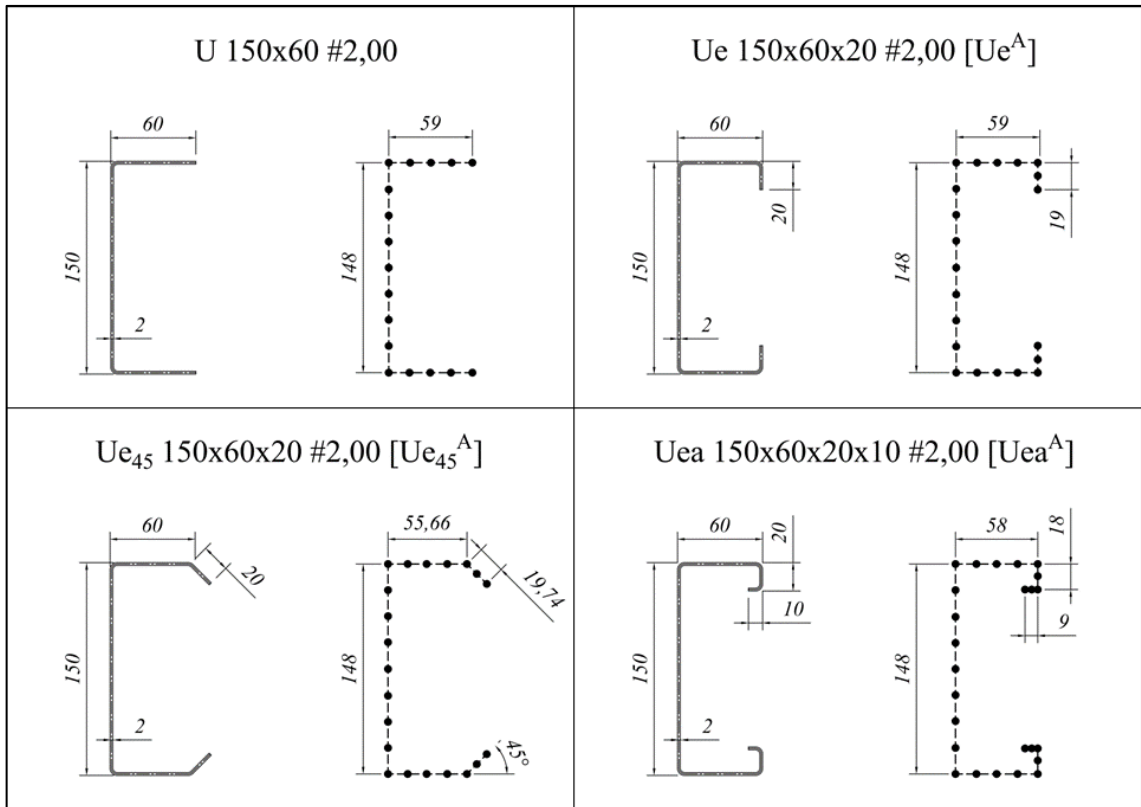


Figura 14 – Perfis da Família A (dimensões em mm).

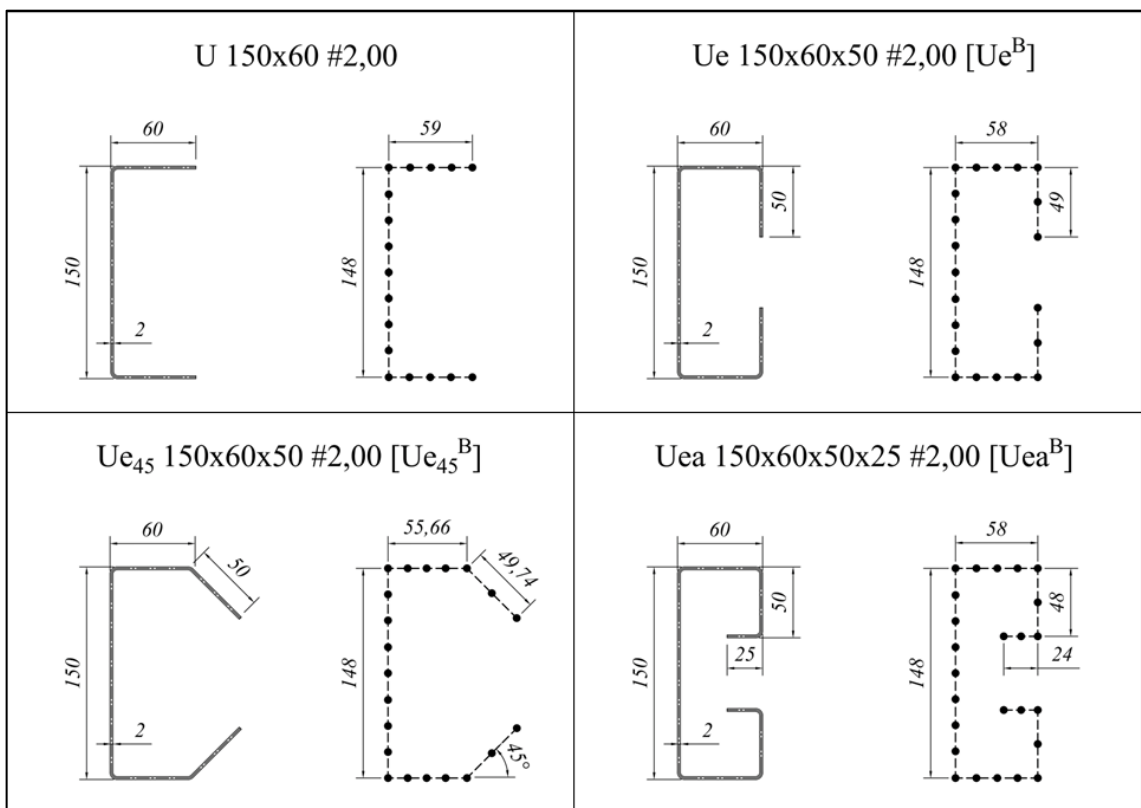


Figura 15 – Perfis da Família B (dimensões em mm).

3.2.1 Influência sobre o modo de instabilidade local

Em termos de instabilidade local, uma vez enrijecidas as mesas do perfil, praticamente não há alteração do comportamento do modo de instabilidade local de acordo com a Figura 16 e a Tabela 5. O acréscimo de resistência é de aproximadamente 43% a 45%. Percebe-se também que os valores de semi-comprimento de onda são muito próximos à altura da alma.

Tabela 5 – Resultados para o modo de instabilidade local.

Perfil	Área (cm ²)	Instabilidade local		
		Fator	L (mm)	Carga (kN)
U	5,28	0,511	150	67,48
Ue ₄₅ ^A	5,98	0,734	120	109,66
Ue ₄₅ ^B	7,18	0,735	120	131,93
Ue ^A	6,04	0,734	120	110,88
Ue ^B	7,24	0,733	120	132,69
Uea ^A	6,36	0,737	120	117,12
Uea ^B	8,16	0,742	110	151,42

Para a instabilidade local, alterar a mesa de um elemento AL para um elemento AA enrijecendo o perfil nas bordas teve diferentes efeitos. Para os perfis Ue₄₅ e Ue, os fatores de carga crítica de instabilidade local apresentados são praticamente iguais; sendo assim, o efeito do ângulo do enrijecedor é desprezível. Entretanto, o efeito do tamanho do enrijecedor é notável. O perfil Uea apresenta os maiores valores dos fatores de carga e das respectivas cargas críticas de instabilidade local, com destaque ao perfil Uea^B.

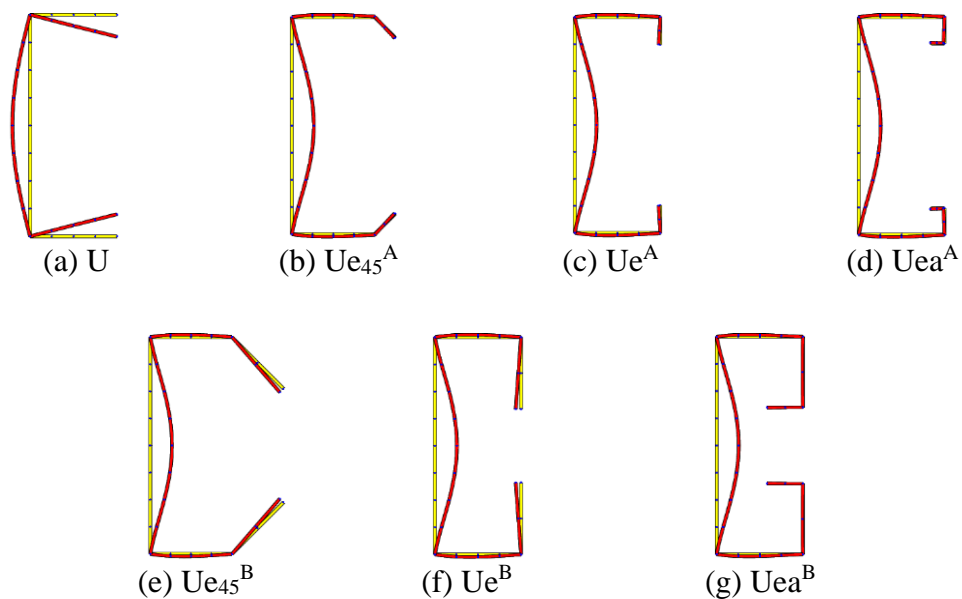


Figura 16 – Modos de instabilidade local dos perfis.

3.2.2 Influência sobre o modo de instabilidade distorcional

De acordo com a Tabela 11 da NBR 14762:2010, o valor da relação D/b_w (largura nominal do enrijecedor / largura nominal na mesa) deve ser no mínimo 0,06 para poder dispensar a verificação da instabilidade distorcional. A relação D/b_w para a Família A é 0,13 e, para a Família B é 0,33. Ambas atendem ao critério para dispensar a verificação do modo distorcional.

Quanto aos resultados da análise, não ficou evidente pela curva de assinatura a percepção do modo distorcional nos perfis Ue^B e Uea^B . Tomando o perfil Uea^B para ilustração, é possível observar na Figura 17 que não ocorre um ponto mínimo referente ao modo de instabilidade distorcional e, portanto, se fez necessária uma classificação modal. Destaca-se na curva um ponto no qual o modo distorcional é dominante. Nota-se pelo modo de deformação que há uma combinação entre o modo global (característico pelo deslocamento lateral entre a malha indeformada e a malha deformada) e o modo distorcional (característico por manter o ângulo de 90° entre a alma e a mesa). Esse ponto foi escolhido porque à direita do mesmo o percentual de contribuição do modo distorcional se reduz, e à esquerda desse ponto se obtém um fator de carga superior. Na ausência de um ponto de mínimo de distorcional, adota-se esse ponto para uma avaliação qualitativa do mesmo.

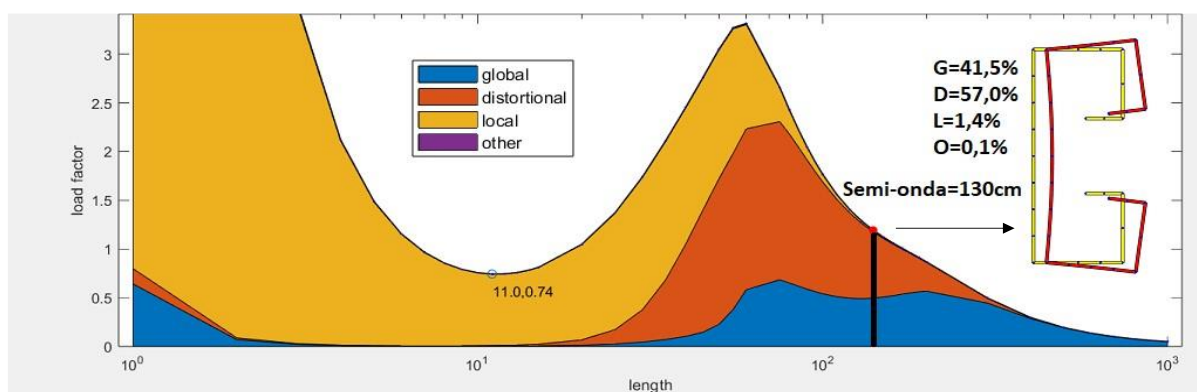


Figura 17 – Curva de assinatura com classificação modal do perfil Uea^B .

O procedimento adotado visa apenas a uma avaliação qualitativa, já que essa carga distorcional não pode ser aplicada no MRD, uma vez que este não dispõe de uma formulação correspondente a uma interação entre os modos distorcional e global. A alternativa nesse caso é empregar um modelo numérico em MEF para fazer uma verificação com base em uma análise não linear completa (não linearidade geométrica e do material) e considerando imperfeições geométricas iniciais.

Em contrapartida, os correspondentes perfis Ue e Uea na Família A apresentam o modo de instabilidade distorcional evidente. A Figura 18 traz os resultados para o perfil Uea^A e a classificação modal no ponto mínimo de instabilidade distorcional. Cabe destacar que o modo de deformação ilustrado apresenta características típicas de um modo distorcional (deslocamento insignificante dos vértices, que ligam a alma e a mesa, entre as malhas deformada e indeformada). Considerando o ponto escolhido de modo qualitativo para o perfil Uea^B, nota-se que o semi-comprimento de onda é bastante diferente entre os perfis Uea^A (75 cm) e Uea^B (130 cm).

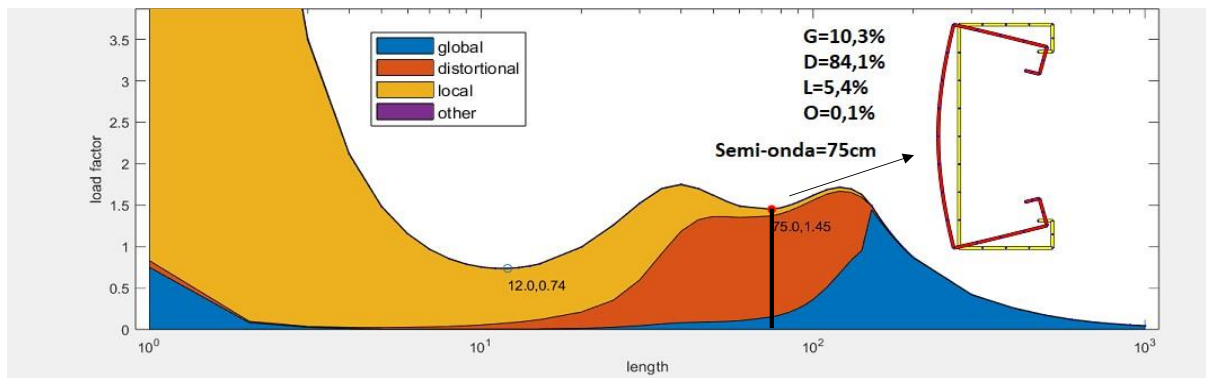


Figura 18 – Curva de assinatura com classificação modal do perfil Uea^A.

Quanto aos demais perfis, destaca-se que o enrijecedor a 45° foi o menos efetivo de ambas as famílias. A Tabela 6 apresenta os resultados para todos os casos.

Tabela 6 – Resultados para o modo de instabilidade distorcional.

Perfil	Área (cm ²)	Instabilidade distorcional		
		Fator	L (mm)	Carga (kN)
U	5,28	(não ocorre)		
Ue ^A	6,04	1,291	550	194,91
Ue ^B	7,24	1,326	1.200	239,95
Ue ₄₅ ^A	5,98	0,958	450	143,16
Ue ₄₅ ^B	7,18	0,914	800	163,96
Uea ^A	6,36	1,450	750	230,53
Uea ^B	8,16	1,283	1.300	261,77*

* Valor apenas para avaliação qualitativa.

Os respectivos modos de instabilidade distorcional obtidos para os perfis são apresentados na Figura 19.

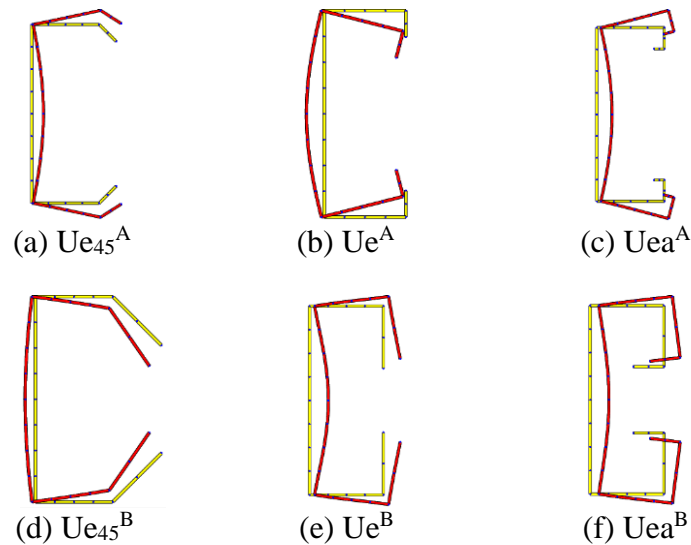


Figura 19 – Modos de instabilidade distorcional dos perfis.

Para o MSE, o limite da dimensão do enrijecedor é proporcional à largura da alma: deve-se ter a relação D/b_w entre 0,1 e 0,3. O enrijecedor da Família B é $0,33b_w$ e, portanto, acima do limite. Nota-se que os perfis Ue^B e Uea^B apresentam interação entre os modos distorcional e global, uma hipótese que não é considerada pelo MSE (BATISTA, 2010).

3.2.3 Influência sobre o modo de instabilidade global

Em termos de instabilidade global, todos os perfis da Família A apresentam comportamento de flexo-torção para $L=2.000$ mm, e o aumento de resistência é na ordem de 37% a 47%. Em contrapartida, para os perfis Ue^B e Uea^B , o comportamento global é de instabilidade por flexão, e o aumento de resistência é na ordem de 47% a 71% conforme Tabela 7.

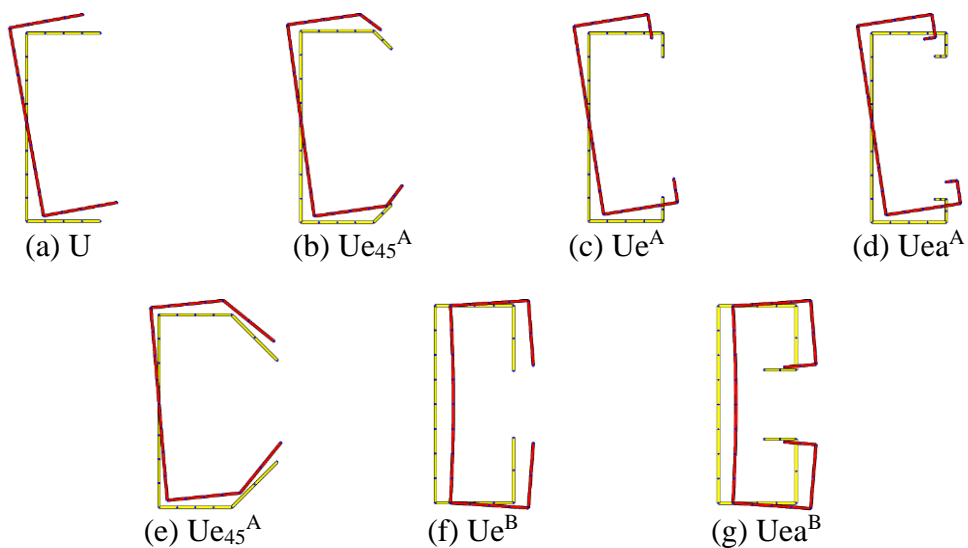


Figura 20 – Modos de instabilidade global dos perfis.

Por fim, o perfil Ue_{45}^B apresenta instabilidade por flexo-torção, porém o aumento do fator de carga local é na ordem de 130%, destacando-se entre os casos.

Tabela 7 – Resultados para o modo de instabilidade global.

Perfil	Área (cm ²)	Instabilidade global		
		Fator	L (mm)	Carga (kN)
U	5,28	0,591	2.000	78,01
Ue_{45}^A	5,98	0,830	2.000	123,96
Ue_{45}^B	7,18	1,356	2.000	243,34
Ue^A	6,04	0,809	2.000	122,23
Ue^B	7,24	1,011	2.000	183,01
Uea^A	6,36	0,871	2.000	138,50
Uea^B	8,16	0,866	2.000	176,69

Pela Figura 21 é possível perceber que o semi-comprimento de onda $L=200$ cm se encontra próximo a uma região de pico na curva de assinatura. Como consequência, o perfil Ue_{45}^B destaca-se entre os casos com maior fator de carga.

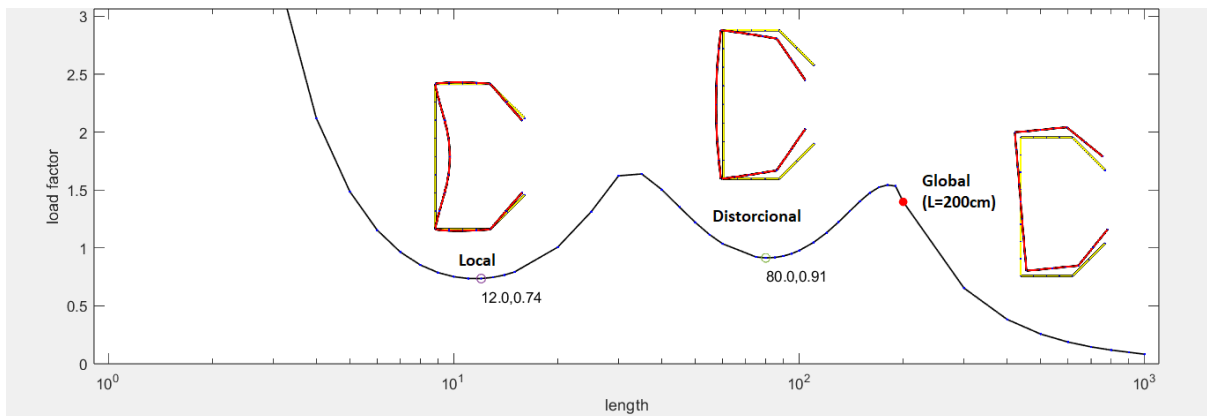


Figura 21 – Curva de assinatura do perfil Ue_{45}^B .

3.2.4 Resultados

Os dois principais resultados obtidos são: (i) os enrijecedores de borda apresentaram comportamento similar para instabilidade local, fato que se confirma pela formulação do k_ℓ para compressão centrada, a qual não é função de D ; (ii) alguns perfis da Família B, com enrijecedores acima do limite de $0,3b_w$ dado pelo MSE, não apresentaram uma curva de assinatura com os mínimos de instabilidade distorcional evidentes.

Conforme citado anteriormente, o fator de carga respectivo ao modo distorcional para os perfis Ue^B e Uea^B é obtido pelo MFFr, utilizando como critérios o menor fator de carga com a maior contribuição do modo distorcional. A Tabela 8 apresenta a comparação entre as famílias.

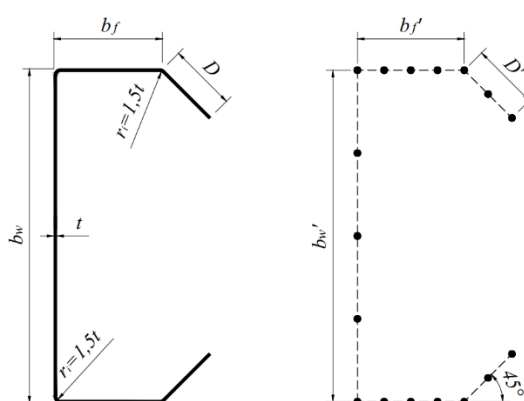
Tabela 8 – Identificações modais para os perfis Ue e Uea.

Classificação Ue ^A	Classificação Ue ^B
Distorcional (L=550 mm): G=5,1%; D=83,8%; L=11,0%; O=0,1%.	Distorcional (L=1.200 mm): G=29,7%; D=67,6%; L=2,6%; O=0,1%.
Global (L=2.000 mm): G=99,1%; D=0,8%; L=0,0%; O=0,0%.	Global (L=2.000 mm): G=73,4%; D=25,8%; L=0,7%; O=0,1%.
Classificação Uea ^A	Classificação Uea ^B
Distorcional (L=750 mm): G=10,3%; D=84,1%; L=5,4%; O=0,1%.	Distorcional (L=1.300 mm): G=38,2%; D=60,0%; L=1,8%; O=0,1%.
Global (L=2.000 mm): G=99,1%; D=0,8%; L=0,0%; O=0,0%.	Global (L=2.000 mm): G=65,4%; D=34,0%; L=0,5%; O=0,1%.

Por último, é possível concluir que a análise de estabilidade elástica via faixas finitas possui potencialidades para estudar o comportamento de PFF empregando pequenas alterações na forma de um perfil, tais como diferentes tipos de enrijecedores de borda.

3.3 PROPOSTA DE FORMULAÇÃO DE k_ℓ PARA A SEÇÃO Ue₄₅

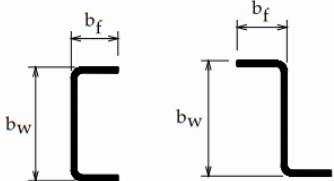
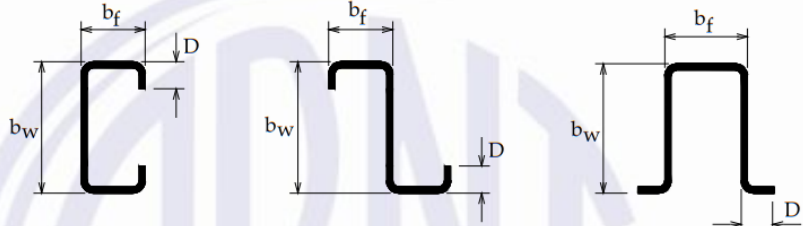
Para barras submetidas à compressão centrada, os casos padronizados pelo MSE e presentes na NBR 14762:2010 são apresentados na Tabela 9. Conforme citado anteriormente, existem pesquisas brasileiras que propõem k_ℓ para diferentes seções transversais. Portanto, o objetivo deste segundo estudo é propor uma formulação para a seção Ue₄₅ apresenta na Figura 22

Figura 22 – Modelagem utilizada nas análises da seção Ue₄₅.

Para testar a aplicabilidade do pyCUFSM em uma rotina iterativa e a saída de dados, primeiro realiza-se um estudo que busca calcular o k_ℓ para a seção Ue (caso padronizado pelo MSE). Com a validação, prossegue-se para a proposta de formulação para a seção Ue₄₅. Cabe destacar

que, *a priori*, as equações do k_ℓ para as seções Ue e Ue45 devem ser semelhantes, tendo em vista os resultados obtidos no estudo anterior.

Tabela 9 – Coeficiente k_ℓ para a seção completa em barras sob compressão centrada.

Seção U simples e Seção Z simples	
Caso a	 $k_\ell = 4,0 + 3,4 \eta + 21,8 \eta^2 - 174,3 \eta^3 + 319,9 \eta^4 - 237,6 \eta^5 + 63,6 \eta^6$ $(0,1 \leq \eta \leq 1,0)$
Caso b	<p>Seção U enrijecido, Seção Z enrijecido e Seção cartola</p>  $k_\ell = 6,8 - 5,8 \eta + 9,2 \eta^2 - 6,0 \eta^3$ $(0,1 \leq \eta \leq 1,0 \text{ e } 0,1 \leq D/b_w \leq 0,3)$
NOTA 1	b_f , b_w , b_s e D são as dimensões nominais dos elementos, conforme indicado na Figura correspondente.
NOTA 2	$\eta = b_f / b_w$.

(Fonte: adaptado de Tabela 9, NBR 14762:2010)

3.3.1 Variação dos parâmetros

Para a rotina iterativa no pyCUFSM (Figura 23), as coordenadas das seções transversais foram parametrizadas em função dos valores de b_w , b_f , D e ângulo da dobra. Destaca-se que a variação geométrica empregada é igual para as seções Ue e Ue45. A lógica final é a seguinte:

- i. O parâmetro principal é a largura da alma b_w , e as demais dimensões geométricas são função da alma;
- ii. É testado somente um valor de tensão de escoamento: $f_y=250$ MPa (aço ASTM A36);
- iii. Separadamente, foram adotadas duas espessuras: $t=2$ mm e 3 mm;
- iv. São 9 valores de b_w variando com passo de 25 mm, de 100 mm a 300 mm;
- v. Para cada b_w , determinam-se 7 valores de largura da mesa b_f em função de $\eta \cdot b_w$, com valores η variando com passo de 0,1, de 0,3 a 0,9;
- vi. Para cada b_w e b_f , são determinados 3 valores de largura do enrijecedor D em função de $\mu \cdot b_w$, com valores $\mu = 0,15, 0,20$ e $0,25$;
- vii. Ao final, são 189 casos combinados para cada tipo de seção e cada espessura.

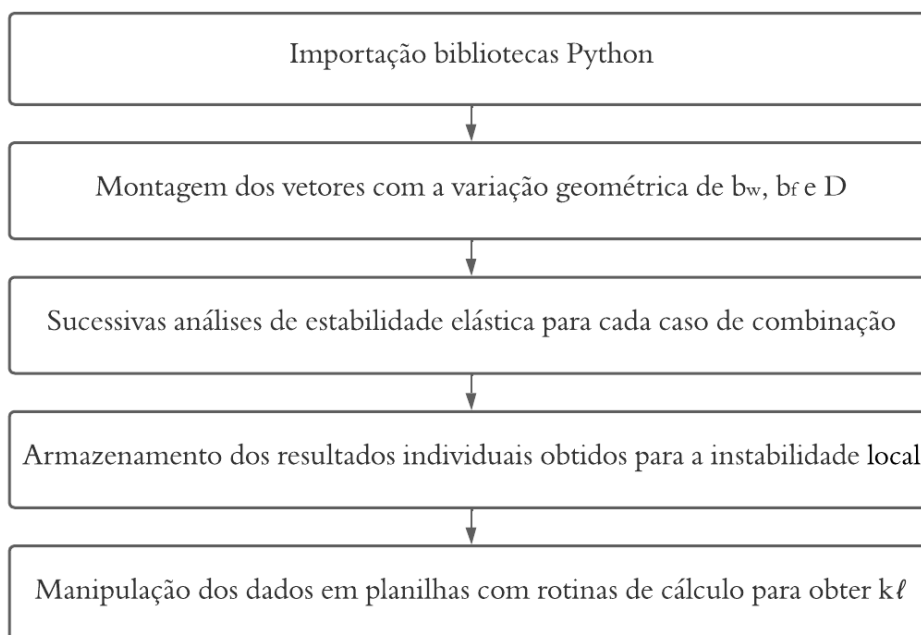


Figura 23 – Fluxograma da rotina iterativa empregada no pyCUFSM para obter k_ℓ (MSE).

3.3.2 Comparação com o MSE

Para a comparação dos valores calculados a partir do pyCUFSM com os valores do MSE para o coeficiente k_ℓ da seção U_e , foram geradas as curvas da Figura 24. Para fins de visualização, alongou-se a área de plotagem da curva até os limites 0,1 e 1,0 de η .

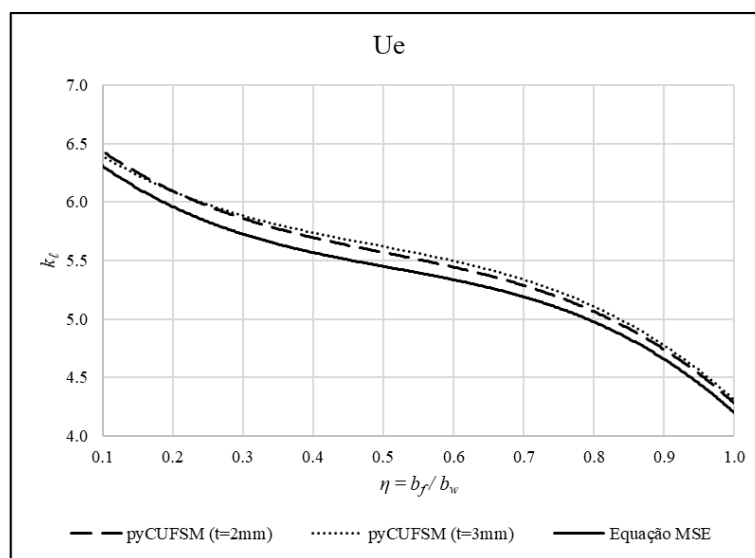


Figura 24 – Análise para um caso padronizado do MSE (U_e).

A diferença relativa entre os valores fica na faixa entre 0,84% e 4,11% para a espessura de 2 mm, ficando mais próximo do MSE do que a espessura 3 mm, cuja diferença ao MSE varia de 0,90% a 5,42%. Observa-se que a curva do MSE sempre aproximou a curva do pyCUFSM por baixo, ou seja, ligeiramente mais conservador. Conclui-se, portanto, que os dados obtidos são adequados e podem ser utilizados como balizadores para a presente proposta de trabalho.

A curva referente ao MSE foi gerada a partir da função apresentada na NBR 14762:2010 referente ao caso b) apresentado na Tabela 9. Cabe destacar que as respectivas funções são obtidas por um processo de interpolação e, sendo assim, algum nível de erro é esperado ao realizar comparações entre elas. No entanto, a convergência das curvas é evidente.

3.3.3 Formulação proposta para k_{ℓ} da seção Ue₄₅

Ao todo, 6 casos da espessura 3 mm (do total de 189 conjuntos de dados, conforme 3.3.1) tiveram de ser descartados da análise, pois não apresentaram um mínimo de instabilidade local evidente. Tomando como exemplo a seção transversal com $b_w=100$ mm, $b_f=30$ mm e $D=15$ mm, a curva de assinatura com a classificação modal é apresentada na Figura 25. O ponto destacado (semi-comprimento de onda igual a 160 mm) possui uma proporção modal composta por: G=0,6%, D=27,4%, L=61,7% e O=10,2%.

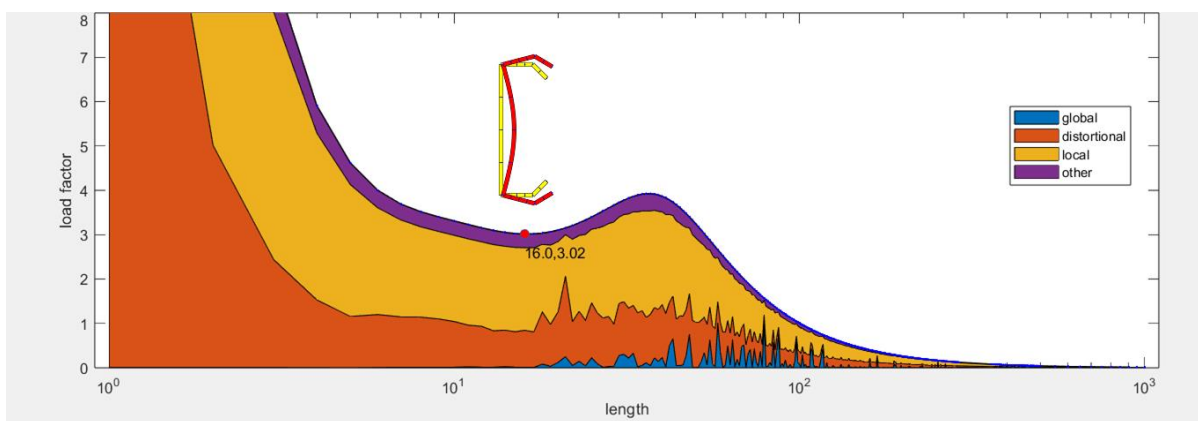


Figura 25 – Curva de assinatura e classificação modal para Ue₄₅ 100x30x15x3,00 mm.

Para a espessura de 2 mm não houve comportamentos atípicos e, portanto, todos os 189 casos de combinações geométricas foram utilizados para obter o gráfico da Figura 26. Nota-se que a curva interpoladora está com $R^2=0,99$ sugerindo uma boa convergência.

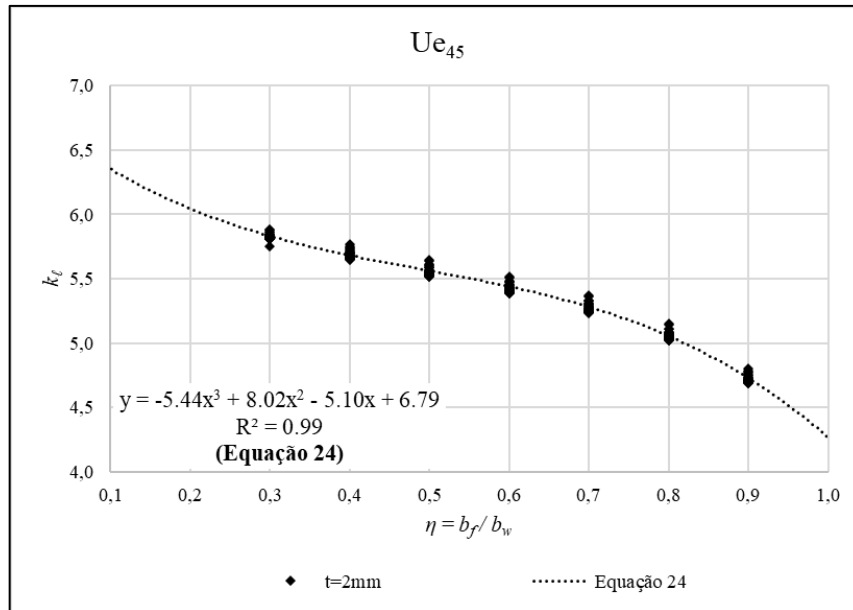


Figura 26 – Análise para o perfil Ue₄₅ com espessura 2 mm.

Com o filtro de dados para a espessura de 3 mm, obtém-se o gráfico ilustrado na Figura 27. Em relação à equação anterior, é possível notar que a curva interpoladora possui uma pequena diminuição no valor de R^2 , indicando maior variação. Esse efeito é visualizado pelo afastamento entre os pontos marcados sobre o gráfico.

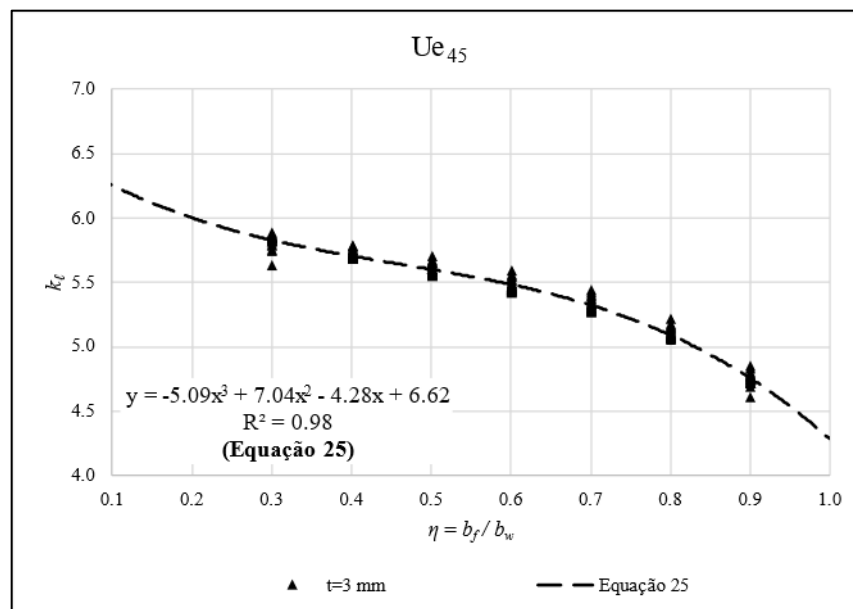


Figura 27 – Análise para o perfil Ue₄₅ com espessura 3 mm.

Para iguais dimensões de alma e mesa, os diferentes valores de enrijecedor levam a resultados ligeiramente diferentes, sugerindo uma possível influência sobre o coeficiente k_ℓ . No entanto, não é investigada essa possibilidade. Outro ponto é que naturalmente se esperam valores de

resistência maiores, tendo em vista o acréscimo na área da seção transversal com o aumento do tamanho de enrijecedor.

Por fim, as funções interpoladoras obtidas são escritas como:

$$\text{Para } t=2 \text{ mm: } k_{\ell} = 6,79 - 5,10 \eta + 8,02 \eta^2 - 5,44 \eta^3 \quad (24)$$

$$\text{Para } t=3 \text{ mm: } k_{\ell} = 6,62 - 4,28 \eta + 7,04 \eta^2 - 5,09 \eta^3 \quad (25)$$

Buscando avaliar a diferença relativa entre as equações, foram tomados todos os pontos η espaçados a cada 0,01 entre 0,1 e 1,0 e calculados o coeficiente de correlação entre os valores de k_{ℓ} obtidos pelas 2 equações. O valor desse coeficiente de correlação é 0,9983. Portanto, a correlação entre os valores é alta e indica valores muito próximos de k_{ℓ} , conforme esperado. Cabe lembrar que a formulação do k_{ℓ} no MSE não depende da espessura, mas apenas dos parâmetros η e μ .

3.3.4 Verificação das funções

As funções interpoladoras foram aplicadas em 2 casos utilizados nos conjuntos de dados (seções A e B) e 2 casos não incluídos (seções C e D). Ressalta-se que não são consideradas as curvaturas no modelo, mas que usualmente se adota um raio interno de dobra igual a $1,5t$. As dimensões nominais das seções são:

- Seção A: 100x60x20x2,00 mm;
- Seção B: 225x90x45x3,00 mm;
- Seção C: 250x85x25x2,65 mm;
- Seção D: 300x100x25x4,25 mm.

Para cada seção, fez-se uma análise individual utilizando o CUFISM na versão MATLAB, cujas curvas de assinatura obtidas estão apresentadas a seguir. A partir do valor do fator de carga para o modo de instabilidade local, se aplica a formulação do MSE presente na NBR 14762:2010 para estimar o valor do coeficiente k_{ℓ} .

As respectivas seção A (Figura 28), seção B (Figura 29) e seção C (Figura 30) apresentaram uma curva de assinatura típica, com os pontos mínimos referentes aos modos de instabilidade local e distorcional bem evidentes.

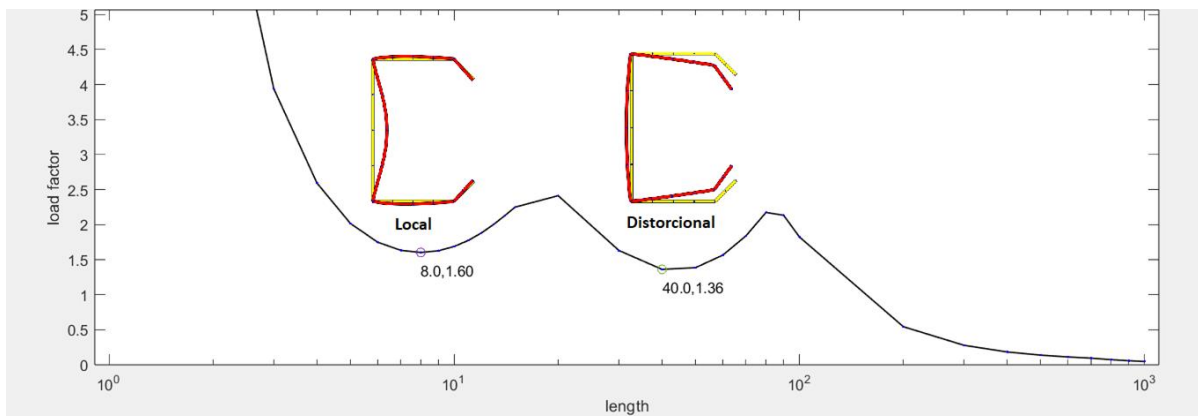


Figura 28 – Curva de assinatura da seção A: 100x60x20x2,00 mm.

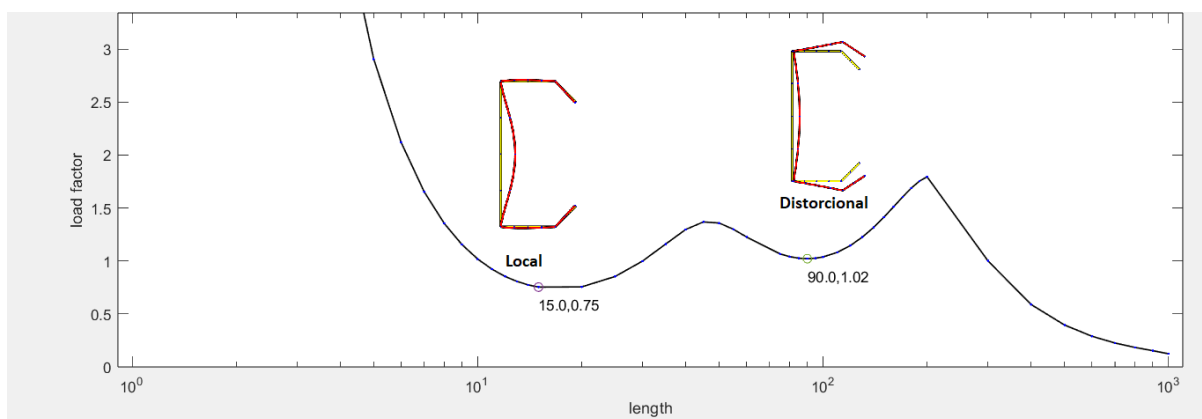


Figura 29 – Curva de assinatura da seção B: 220x90x45x3,00 mm.

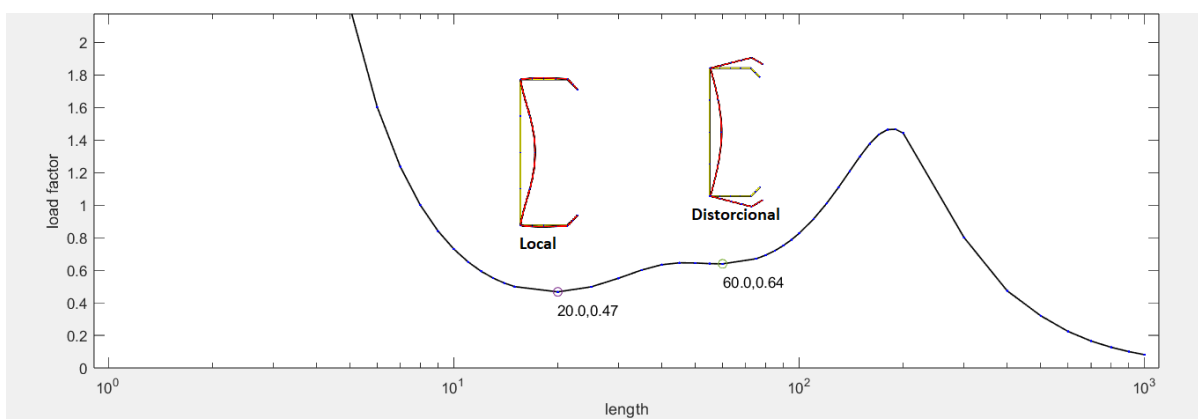


Figura 30 – Curva de assinatura da seção C: 250x85x25x2,65 mm.

Em contrapartida, a seção D apresenta pontos mínimos de instabilidade local e distorcional bastante similares. A Figura 31 ilustra a curva de assinatura extraída do CUFSM, com destaque à proximidade entre os modos local e distorcional.

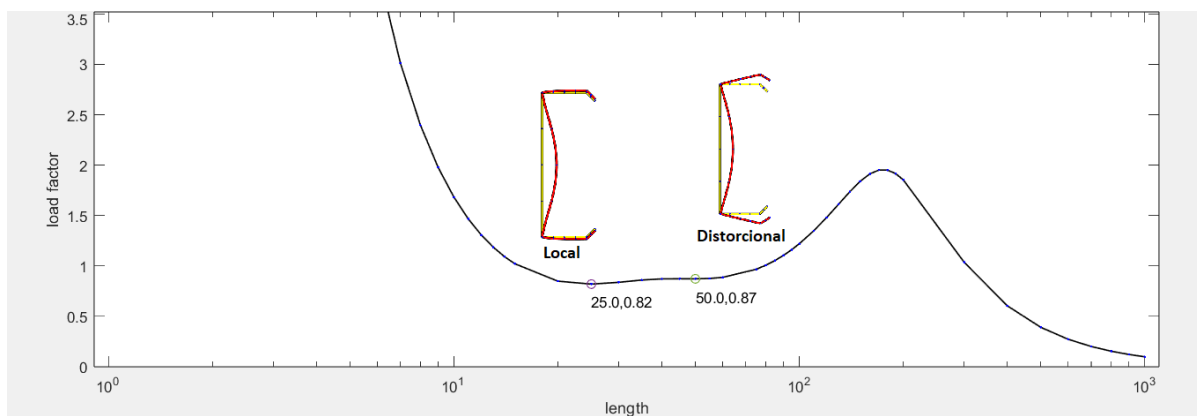


Figura 31 – Curva de assinatura da seção D: 300x100x25x4,25 mm.

Os dados da Tabela 10 demonstram um comportamento semelhante à comparação com o MSE feita anteriormente pelo ábaco da Figura 24. Observa-se que a equação (24), obtida com a espessura de 2 mm, teve diferenças relativas menores em relação à curva de assinatura quando comparadas à equação (25) obtida com a espessura de 3 mm. A maior diferença relativa entre as funções interpoladoras e os resultados do CUFSM é obtida para a seção D, com espessura de 4,25 mm. No entanto, nota-se que ainda há uma boa aproximação dos valores.

Tabela 10 – Resumo da verificação das funções interpoladoras para instabilidade local.

Seção	A	B	C	D
Fator_{CUFSM}	1.60	0.73	0.47	0.82
kl_{CUFSM}	5.53	5.71	5.79	5.65
kl_{EQ}⁽²⁴⁾	5.46	5.70	5.79	5.80
Δ_{CUFSM}	1.33%	0.20%	0.00%	-2.56%
kl_{EQ}⁽²⁵⁾	5.51	5.73	5.80	5.81
Δ_{CUFSM}	0.38%	-0.36%	-0.33%	-2.87%

3.3.5 Resultados

Foi detectada uma influência da espessura para a formulação do k_{ℓ} . Observou-se que utilizar espessuras menores para formulação é mais coerente do ponto de vista normativo, tendo em vista que a norma não considera o efeito da espessura diretamente sobre o coeficiente, contrapondo o que foi observado na montagem das funções interpoladoras. Parcialmente, conclui-se que utilizar espessuras de chapa entre 2 mm e 3 mm, para rotinas iterativas, levam a melhores resultados em termos de comportamento da curva de assinatura, tendo em vista os casos descartados tais como o da Figura 25, que não apresentou um mínimo de instabilidade local evidente.

3.3.6 Espessuras maiores e o coeficiente k_ℓ

Com o aumento da espessura, a seção transversal começa a apresentar um comportamento similar a perfis laminados ou soldados. A título de referência, a padronização das seções de PFF apresentada na NBR 6355:2012 possui espessuras na faixa de 1,20 mm a 6,30 mm para perfis U enrijecidos (limite usual para perfis de aço estruturais).

Do ponto de vista prático, o raio mínimo de dobramento depende da espessura da chapa, da tensão de escoamento do material e da ductilidade do mesmo. Na região da curvatura se tem uma linha neutra com uma porção do material estando em compressão e a outra porção em tração. A região das fibras externas apresenta deformações plásticas e, nas regiões mais próximas da linha neutra, deformações elásticas. No caso, o raio mínimo se estabelece para que o material não apresente fissuras. Por outro lado, mesmo que o material tenha uma ductilidade considerável, outro fator relevante é a força mecânica que a máquina deve aplicar para executar o processo de dobramento, o qual não será realizado apenas uma vez.

Já do ponto de vista analítico, a modelagem da curvatura pode ser empregada, e a divisão dos elementos da seção transversal em faixas finitas aproxima o arco de circunferência formado pela dobra. Com base nisso, podem ser estabelecidos 3 abordagens: a 1ª considera um encontro perpendicular entre as paredes, a 2ª aplica um elemento a 45° unindo alma e mesa do perfil, e a 3ª emprega um arco de circunferência por meio do recurso integrado ao CUFSM (Figura 33). Foi adotada uma espessura de chapa igual a 6,30 mm e $r_i = 3t$ no exemplo a seguir. Em busca de testar a validade do k_ℓ para perfis com espessuras maiores, são comparados os tipos de modelagem para o perfil Ue 250x100x45x6,30 mm (Figura 32).

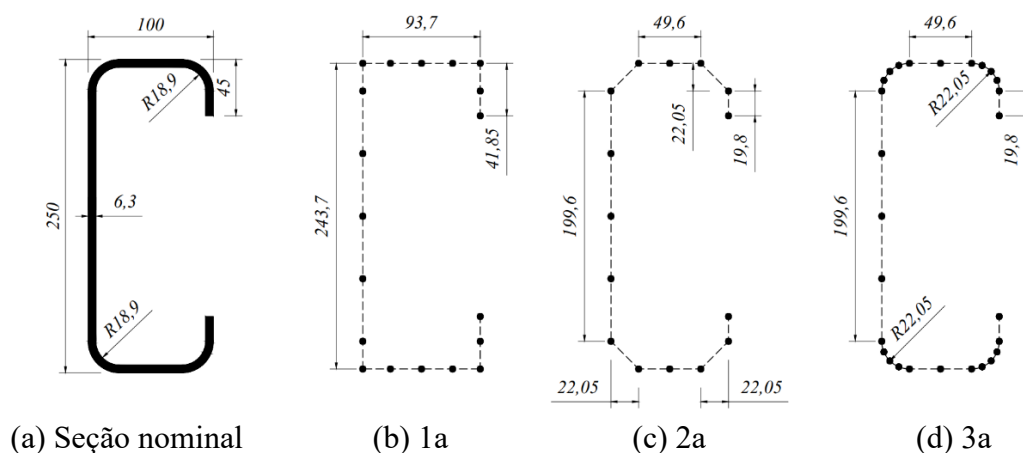


Figura 32 – Modelagens do perfil Ue 250x100x45x6,30 mm.

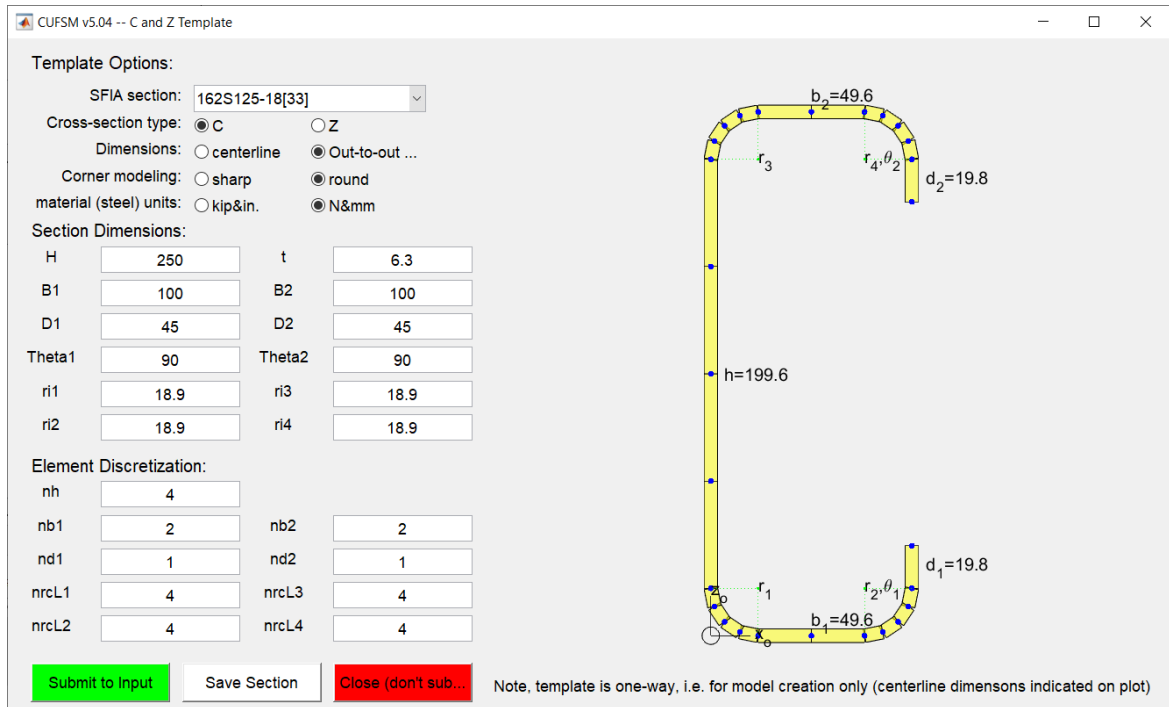


Figura 33 – Recurso de modelagem geométrica presente no CUFSM (*C and Z Template*).

Em relação à modelagem das malhas, mantém-se fixas as coordenadas dos nós que dividem o trecho retilíneo do trecho curvo. Em função disso, a divisão da alma na malha 1a não apresenta elementos uniformes, enquanto nas malhas 2a e 3a os elementos da alma possuem tamanho uniforme.

Após as análises, percebe-se que o modo de instabilidade local é o mais afetado pela alteração da malha, enquanto as demais regiões da curva apresentam convergência nas 3 soluções. A Figura 34 traz as diferentes curvas de assinatura obtidas.

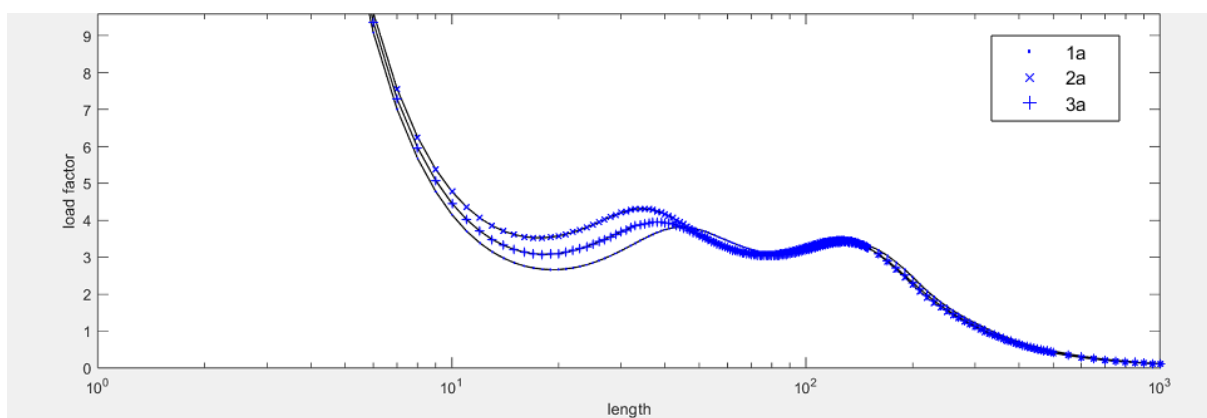


Figura 34 – Curva de assinatura para as malhas 1a, 2a e 3a.

Para a malha 1a com encontros perpendiculares, se obtém a maior área de seção transversal e o menor fator de carga. Já a malha 2a, que emprega um elemento a 45° na região, possui a menor área de seção e o maior fator de carga (acréscimo superior a 30% em relação à malha 1a). Por outro lado, a curva da solução para a malha 3a com as curvaturas ficou intermediária entre as outras duas, tanto no valor da área de seção quanto do fator de carga.

A área da seção transversal, o fator de carga e o semi-comprimento de onda dos modelos de faixas finitas são extraídos do CUFSM. As cargas N_ℓ são obtidas pela multiplicação da carga de esmagamento e do fator de carga local correspondente. Por fim, o coeficiente k_ℓ pode ser isolado e calculado pela equação:

$$N_\ell = k_\ell \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)(b_w/t)^2} A \quad (26)$$

(Fonte: NBR 14762:2010)

O valor de k_ℓ calculado a partir da equação do MSE (caso padronizado Ue) é apresentado na Tabela 11, e os resultados obtidos pelas malhas de faixas finitas são comparados com o resultado do MSE.

Tabela 11 – Resultados do estudo de malhas para espessuras maiores.

Malha	Área (cm ²)	Instabilidade local		Diferença relativa ao MSE
		Fator	k_ℓ	
1a	32,43	2,66	5,79	3,95%
2a	29,24	3,53	7,69	38,06%
3a	29,82	3,08	6,71	20,47%
MSE	30,05	-	5,57	-

A fim de testar a qualidade das malhas, são propostas 3 novas modelagens (respectivamente 1b, 2b e 3b) considerando maior quantidade de elementos em busca de uniformizar o tamanho de elemento em todo o perfil, conforme a Figura 35. As demais especificações são mantidas iguais às malhas 1a, 2a e 3a.

Na sequência, se repetem os cálculos para as novas modelagens, e os resultados obtidos estão apresentados na Tabela 12. A partir da coluna de diferenças relativas entre as malhas 1a e 1b, e assim sucessivamente, conclui-se que os valores do CUFSM estão coerentes e convergentes.

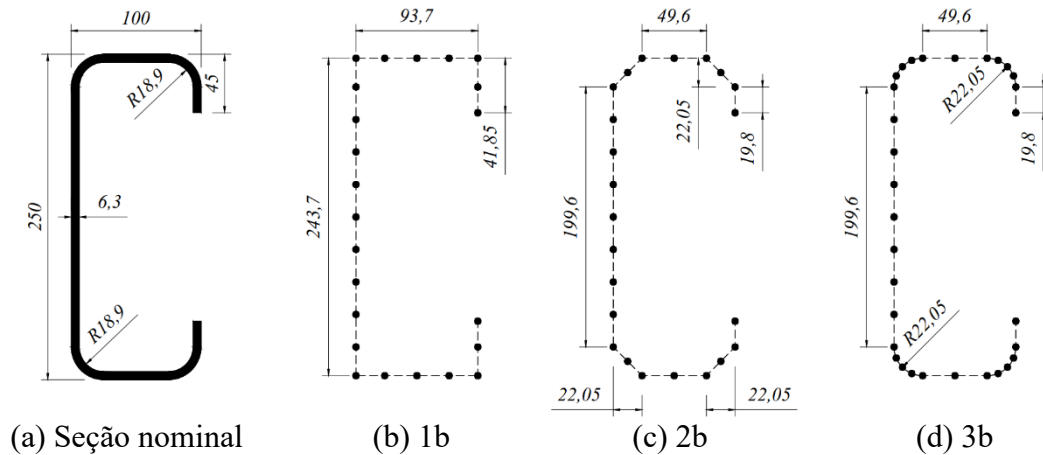


Figura 35 – Novas modelagens do perfil Ue 250x100x45x6,30 mm.

Tabela 12 – Resultados do novo estudo de malhas para espessuras maiores.

Malha	Área (cm ²)	Instabilidade local		Diferença relativa ao MSE	Diferença relativa à 1ª modelagem*
		Fator	k_t		
1a	32,43	2,66	5,79	3,95%	0,00%
2a	29,24	3,51	7,64	37,16%	-0,65%
3a	29,82	3,07	6,69	20,11%	-0,30%
MSE	30,05	-	5,57	-	-

* Valores obtidos pela diferença com as malhas 1a, 2a e 3a respectivamente.

Nota-se que não houve variação significativa dos valores após refinar a malha. Por outro lado, a grande diferença relativa ao MSE indica que os valores normativos são conservativos em relação aos resultados da análise de estabilidade elástica.

A modelagem com encontros perpendiculares é bastante usual e pode ser empregada mais facilmente que as demais, sendo a malha que mais aproxima os valores normativos. A diferença relativa de 3,95% ao MSE pode ser resultado do erro associado à interpolação, uma vez que a ordem de grandeza é pequena. A outra possibilidade, porém, é que provavelmente no trabalho de Batista (2010) os modelos considerados para as análises de estabilidade elástica não levam em conta as dobras. Vale ressaltar que, para o modelo nominal Ue 250x100x45x6,30 mm adotado para a presente avaliação, a dobra circular é modelada com $r_i=3t$ em função da espessura elevada. Em aplicações com espessuras na ordem de 1 mm a 3 mm, mais comuns, é usual a consideração de $r_i=t$.

O elemento a 45° não é a melhor alternativa, tendo em vista que o valor de carga crítica ficou muito acima dos demais. A alternativa de malha com circunferência, porém, resulta em ganho de resistência à instabilidade local oriundo do aumento de rigidez em função da geometria dos

elementos na região das curvaturas. Considerando espessuras maiores é necessário utilizar raios de dobra coerentes, o que termina comprometendo a análise do perfil pela abordagem do MSE. No modelo real, cabe destacar que ocorre o efeito de encruamento mecânico, o qual não é considerado na análise de estabilidade elástica.

Por fim, é importante observar que as relações entre a largura e a espessura dos elementos não são iguais, fator que pode ter influência sobre os resultados. A título de uma avaliação qualitativa, a Figura 36 traz as ilustrações da relação b'/t para os trechos retilíneos da alma e da mesa nas malhas.

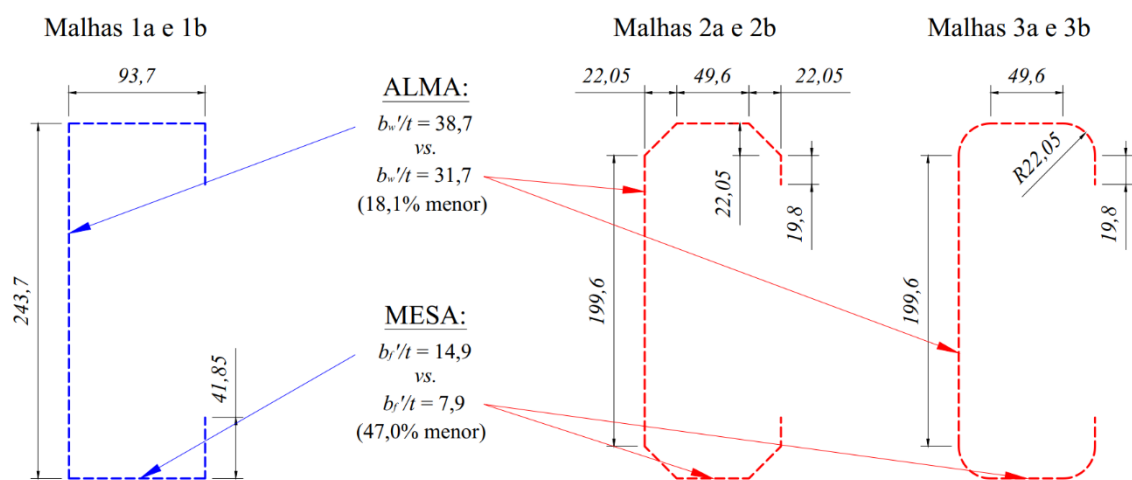


Figura 36 – Valores da relação b'/t das respectivas modelagens.

3.4 ÁBACO DE CAPACIDADES RESISTENTES NOMINAIS

Na sequência, a última das aplicações introdutórias corresponde à inclusão dos procedimentos do MRD na rotina iterativa, buscando-se obter um ábaco com capacidades nominais de PFF à compressão centrada. Para tal se considera a seção Ue com redução no número de casos geométricos para cada espessura e cada tensão de escoamento.

Para se reduzir o número de casos foi considerado apenas uma largura de enrijecedor para cada valor de mesa. A premissa adotada é atender aos limites da Tabela 11 da NBR 14762:2010, obtendo uma largura de enrijecedor que dispensa a verificação à instabilidade distorcional.

3.4.1 Variação dos parâmetros

A NBR 14762:2010 dispõe de valores mínimos da largura do enrijecedor em função da proporção entre alma e mesa, bem como, entre alma e espessura, para dispensar a verificação da instabilidade distorcional. Adota-se essa limitação para que se obtenha uma curva de assinatura bem-comportada, em busca de evitar casos destoantes conforme obtido na atividade anterior. Portanto, com o objetivo de fixar apenas um valor para largura do enrijecedor que atendesse a todos os 54 casos, adotou-se os valores de D/b_w com base nos valores da norma.

Mantiveram-se na variação geométrica as alturas de alma, retirou-se a proporção de 30% entre mesa e alma (parâmetro η) e utilizou-se apenas um enrijecedor para cada η . Por último, foram considerados dois valores de tensão de escoamento.

A lógica final utilizada é a seguinte:

- i. O parâmetro principal é a largura da alma b_w , e as demais dimensões geométricas são função da alma;
- ii. Separadamente, foram testadas duas tensões de escoamento: $f_y=250$ MPa (ASTM A36) e $f_y=345$ MPa (ASTM A572);
- iii. Separadamente, foram adotadas duas espessuras: $t = 2$ mm e 3 mm;
- iv. São 9 valores de b_w variando com passo de 25 mm, desde 100 mm a 300 mm;
- v. Para cada b_w , são determinados 6 valores de largura da mesa b_f em função de $\eta \cdot b_w$, com valores η variando com passo de 0,1, desde 0,4 a 0,9;
- vi. Para cada b_f , determina-se 1 valor de largura do enrijecedor D , respectivamente os valores $\mu = 0,13, 0,15, 0,17, 0,20, 0,22$ e $0,25$;
- vii. Ao final, são 54 casos combinados para cada espessura e cada tensão de escoamento.

Para a determinação de valores de instabilidade global pela curva de assinatura, são considerados os 3 seguintes comprimentos de coluna: curta (1.500 mm), média (2.500 mm) e longa (3.500 mm).

3.4.2 Determinação da capacidade última

Caso uma determinada barra de PFF apresentar comprimento suficientemente pequeno, os modos de falha dessa barra se limitam à instabilidade local pura ou esmagamento. Porém a instabilidade local no MRD é calculada a partir do valor de carga crítica da instabilidade global.

Para a coluna curta do caso 50, observa-se na curva da Figura 37 que há um pico de fatores de carga para semi-comprimentos de onda entre 2.000 mm e 4.000 mm, fazendo com que a capacidade nominal aumente com o comprimento da coluna dentro dessa faixa.

O respectivo semi-comprimento de onda referente à instabilidade local é de 240 mm, enquanto a instabilidade distorcional ocorre no semi-comprimento de onda de 2.000 mm. As cargas críticas de instabilidade para o caso 50, $t=2$ mm, $f_y=250$ MPa (Figura 37) são:

- Instabilidade local (semi-comprimento de onda=240 mm): 50,4 kN;
- Instabilidade distorcional (semi-comprimento de onda=2.000 mm): 195,4 kN;
- Carga crítica para o semi-comprimento de onda=1.500 mm: 228,0 kN;
- Carga crítica para o semi-comprimento de onda=2.500 mm: 203,5 kN;
- Carga crítica para o semi-comprimento de onda=3.500 mm: 274,7 kN.

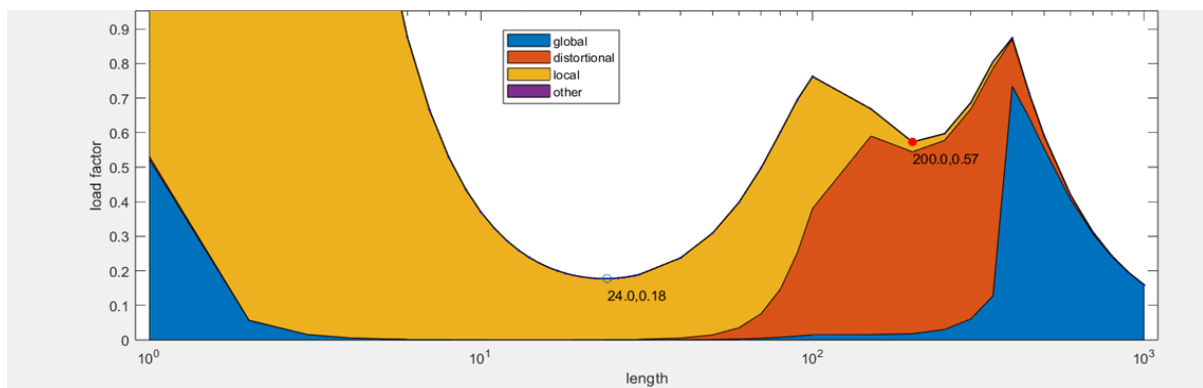


Figura 37 – Curva de assinatura e classificação modal caso 50: 300x150x45x2 mm.

As respectivas capacidades nominais obtidas para o caso da Figura 37 são 50,4 kN para coluna curta, 84,1 kN para coluna média e 94,6 kN para coluna longa.

3.4.3 Validação dos cálculos

O caso número 13, $t=2$ mm, $f_y=250$ MPa (Figura 38) foi escolhido arbitrariamente para aplicação manual do MRD e verificação dos resultados do pyCUFSM. Nota-se pela curva de assinatura que o perfil tem comportamento usual, com os pontos mínimos evidentes.

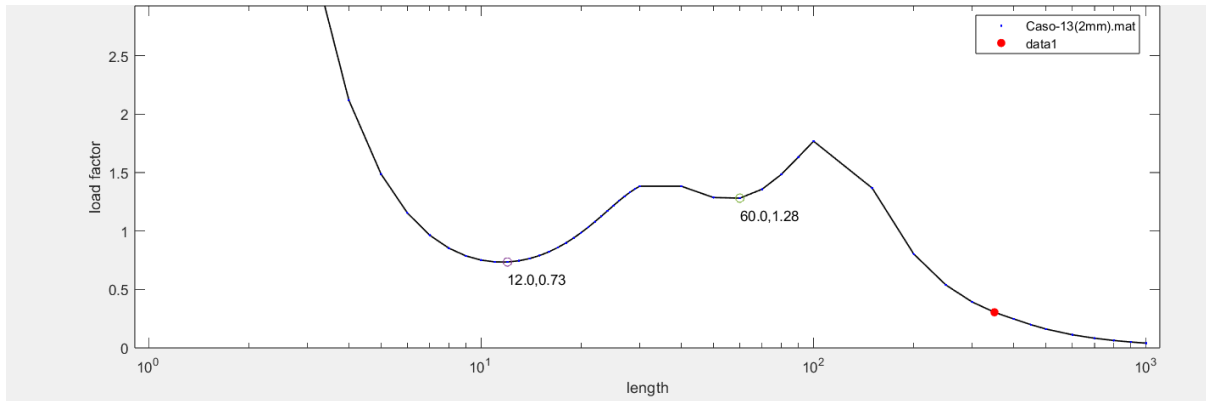


Figura 38 – Curva de assinatura para o caso 13, $t=2$ mm, $f_y=250$ MPa: 150x60x20x2 mm.

Dimensões da seção transversal:

$$b_w = 150\text{mm}; \quad b_f = 60\text{mm}; \quad D = 20\text{mm}; \quad t = 2\text{ mm}$$

Carga de esmagamento:

$$N_{f_y} = A \cdot f_y = 6,02\text{ cm}^2 \cdot 25\text{ kN/cm}^2 = 150,5\text{ kN}$$

Os resultados da análise de estabilidade elástica são resumidos na Tabela 14. Em seguida, são aplicadas as equações referentes ao MRD para as colunas curta, média e longa com a seção transversal do caso 13. Os parâmetros e o resultado da aplicação manual do MRD são resumidos na Tabela 14 (para $L=1.500$ mm), na Tabela 15 (para $L=2.500$ mm) e Tabela 16 (para $L=3.500$ mm).

Tabela 13 – Resultados da análise de estabilidade elástica para o caso da Figura 38.

Modo	Carga crítica
Local	$N_\ell = N_{f_y} \cdot fator_\ell = 150,5\text{ kN} \cdot 0,73 = 109,9\text{ kN}$
Distorcional	$N_{dist} = N_{f_y} \cdot fator_{dist} = 150,5\text{ kN} \cdot 1,28 = 192,6\text{ kN}$
$L=1.500\text{mm}$	$N_{g1500} = N_{f_y} \cdot fator_{g1500} = 150,5\text{ kN} \cdot 1,37 = 206,2\text{ kN}$
$L=2.500\text{mm}$	$N_{g2500} = N_{f_y} \cdot fator_{g2500} = 150,5\text{ kN} \cdot 0,54 = 81,3\text{ kN}$
$L=3.500\text{mm}$	$N_{g3500} = N_{f_y} \cdot fator_{g3500} = 150,5\text{ kN} \cdot 0,30 = 45,2\text{ kN}$

3.4.4 MRD para a barra com $L=1.500$ mm

Tabela 14 – Aplicação manual do MRD para a coluna curta ($L=1.500$ mm).

Modo	Parâmetro	Valor
Global	λ_0	0,85
	$N_{c,Re}$	111,2 kN
Local	λ_ℓ	1,01
	$N_{c,R\ell}$	94,5 kN
Distorcional	λ_{dist}	0,88
	$N_{c,Rdist}$	124,3 kN
Carga última	$N_{c,Rd}$	94,5 / 1,2 = 78,8 kN

O valor obtido pelo pyCUFSM foi 78,4 kN. Portanto, a diferença relativa de 0,5% por conta de arredondamento das casas decimais indica que os cálculos automatizados estão corretos.

3.4.5 MRD para a barra com $L=2.500$ mm

Tabela 15 – Aplicação manual do MRD para a coluna média ($L=2.500$ mm).

Modo	Parâmetro	Valor
Global	λ_0	1,36
	$N_{c,Re}$	69,4 kN
Local	λ_ℓ	0,79
	$N_{c,R\ell}$	68,6 kN
Distorcional	λ_{dist}	0,88
	$N_{c,Rdist}$	124,3 kN
Carga última	$N_{c,Rd}$	68,6 / 1,2 = 57,1 kN

O valor obtido pelo pyCUFSM foi 56,9 kN. Conclui-se que a diferença relativa é devida a erros de arredondamento e, portanto, os valores do pyCUFSM estão corretos.

3.4.6 MRD para a barra com $L = 3.500$ mm

Tabela 16 – Aplicação manual do MRD para a coluna longa ($L=3.500$ mm).

Modo	Parâmetro	Valor
Global	λ_0	1,83
	$N_{c,Re}$	39,4 kN
Local	λ_ℓ	0,60
	$N_{c,R\ell}$	39,4 kN
Distorcional	λ_{dist}	0,88
	$N_{c,Rdist}$	124,3 kN
Carga última	$N_{c,Rd}$	39,4 / 1,2 = 32,8 kN

O valor obtido pelo pyCUFSM foi 33,5 kN. Novamente, conclui-se que os cálculos estão corretos e que a diferença relativa é consequência de arredondamentos no cálculo manual.

3.4.7 Resultados

A Tabela 17 e a Tabela 18 apresentam os resultados para o mesmo grupo de seções transversais variando, apenas, a tensão de escoamento. Em uma análise de estabilidade elástica, o resultado não depende do valor da tensão de escoamento. Quanto à influência sobre a capacidade última utilizando as equações do MRD, presentes no Anexo C da NBR 14762:2010, nota-se que a capacidade nominal é igual em ambas as tabelas.

Adicionalmente, cabe ressaltar que diversas combinações de variáveis podem ser feitas. Por exemplo, uma possibilidade para ábacos de dimensionamento é relacionar as capacidades nominais de perfis em função dos contornos perimétricos de seção transversal. Tal medida teria grande impacto em estruturas de produção em série para evitar perdas por recorte de bobina, conforme ilustrado pelo exemplo genérico da Figura 39. A largura nominal de chapa mais usual no comércio costuma ser 1.200 mm; portanto, o objetivo do ábaco poderia ser relacionar seções transversais com contornos perimétricos múltiplos desse valor, evitando assim possíveis sobras.

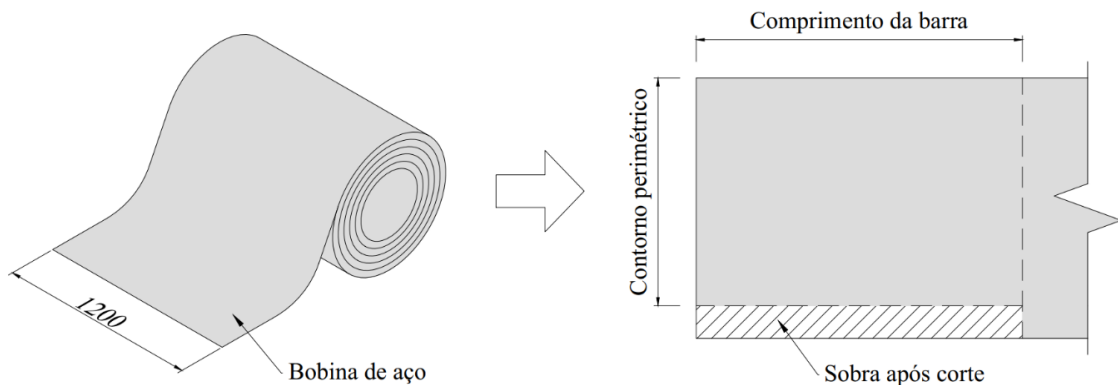


Figura 39 – Exemplo de sobra de chapa após corte de bobina.

Por fim, o objetivo inicial de aplicar o MRD e automatizar o dimensionamento de PFF para variações geométricas específicas foi atendido. Os dados são organizados na forma de tabelas, com destaque à largura dos elementos e às respectivas capacidades resistentes nominais e cargas críticas. Opcionalmente, os resultados podem ser organizados na forma de gráficos para uma interpretação visual do comportamento.

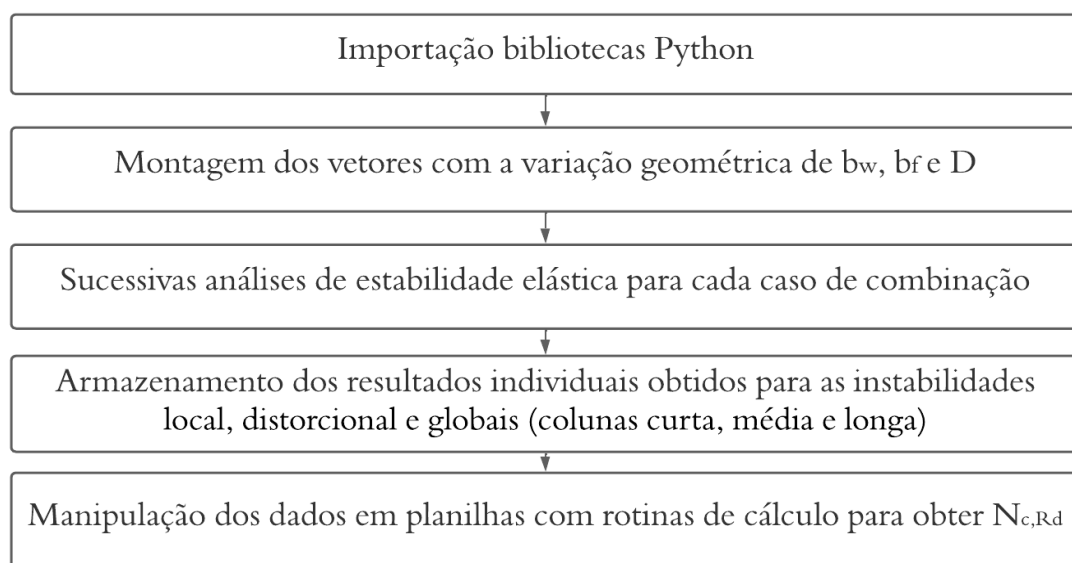
Apresenta-se a seguir os primeiros 12 casos para a espessura $t=2$ mm considerando $f_y=250$ MPa (Tabela 17) e $f_y=345$ MPa (Tabela 18). O fluxograma da Figura 40 resume as etapas de cálculo empregadas para obtenção dos resultados.

Tabela 17 – Resultados dos 12 primeiros casos para $t=2$ mm e $f_y=250$ MPa.

N	b_w (mm)	b_f (mm)	D (mm)	A (cm ²)	Capacidade nominal (kN)			Cargas críticas de instabilidade (kN)				
					1500 mm	2500 mm	3500 mm	Local	Dist.	1500 mm	2500 mm	3500 mm
1	100	40	13	3.96	45.8	19.9	10.2	164.5	205.3	70.5	27.2	13.9
2	100	50	15	4.44	54.7	28.4	18.1	181.0	217.8	88.5	38.8	24.8
3	100	60	17	4.92	63.0	32.1	19.4	196.2	217.9	105.6	43.9	26.5
4	100	70	20	5.44	72.0	36.9	21.3	211.4	222.1	125.4	50.5	29.1
5	100	80	22	5.92	79.5	41.1	23.1	221.0	217.1	141.1	56.3	31.6
6	100	90	25	6.44	88.2	46.8	25.7	224.1	220.1	160.5	64.1	35.2
7	125	50	16	4.99	67.7	37.9	20.5	132.3	197.2	124.0	51.9	28.0
8	125	63	19	5.59	78.4	47.1	27.2	145.1	212.7	161.3	64.6	37.2
9	125	75	21	6.19	87.8	55.5	31.2	157.0	211.8	193.2	76.9	42.7
10	125	88	25	6.84	97.3	65.1	36.3	169.0	218.5	225.1	91.3	49.7
11	125	100	28	7.44	104.3	73.0	40.8	176.3	213.3	243.2	103.4	55.8
12	125	113	31	8.09	108.6	82.6	46.7	179.2	225.8	240.4	118.7	63.9

Tabela 18 – Resultados dos 12 primeiros casos para $t=2$ mm e $f_y=345$ MPa.

N	b_w (mm)	b_f (mm)	D (mm)	A (cm ²)	Capacidade nominal (kN)			Cargas críticas de instabilidade (kN)				
					1500 mm	2500 mm	3500 mm	Local	Dist.	1500 mm	2500 mm	3500 mm
1	100	40	13	3.96	50.6	19.9	10.2	164.5	205.3	70.5	27.2	13.9
2	100	50	15	4.44	61.9	28.4	18.1	181.0	217.8	88.5	38.8	24.8
3	100	60	17	4.92	72.2	32.1	19.4	196.2	217.9	105.6	43.9	26.5
4	100	70	20	5.44	83.6	36.9	21.3	211.4	222.1	125.4	50.5	29.1
5	100	80	22	5.92	92.9	41.1	23.1	221.0	217.1	141.1	56.3	31.6
6	100	90	25	6.44	103.7	46.8	25.7	224.1	220.1	160.5	64.1	35.2
7	125	50	16	4.99	75.6	37.9	20.5	132.3	197.2	124.0	51.9	28.0
8	125	63	19	5.59	88.9	47.2	27.2	145.1	212.7	161.3	64.6	37.2
9	125	75	21	6.19	100.2	56.2	31.2	157.0	211.8	193.2	76.9	42.7
10	125	88	25	6.84	111.6	66.8	36.3	169.0	218.5	225.1	91.3	49.7
11	125	100	28	7.44	119.5	75.6	40.8	176.3	213.3	243.2	103.4	55.8
12	125	113	31	8.09	123.3	86.7	46.7	179.2	225.8	240.4	118.7	63.9

Figura 40 – Fluxograma da rotina iterativa empregada no pyCUFSM para obter $N_{c,Rd}$ (MRD).

4 ESTUDO DO COMPORTAMENTO DE PERFIS SIGMA

Este capítulo apresenta o estudo realizado para seções transversais do tipo sigma, as quais possuem enrijecedores de alma. Para analisar esse tipo de perfil empregando o MLE é necessário considerar como referência a norma AISI; cabe destacar que a NBR 14762:2010 não apresenta formulação para enrijecedores de alma. Para esse estudo foi considerado como referência o artigo de Wang et. al (2016), no qual são analisados e ensaiados os tipos de seções transversais de PFF apresentados na Figura 41.

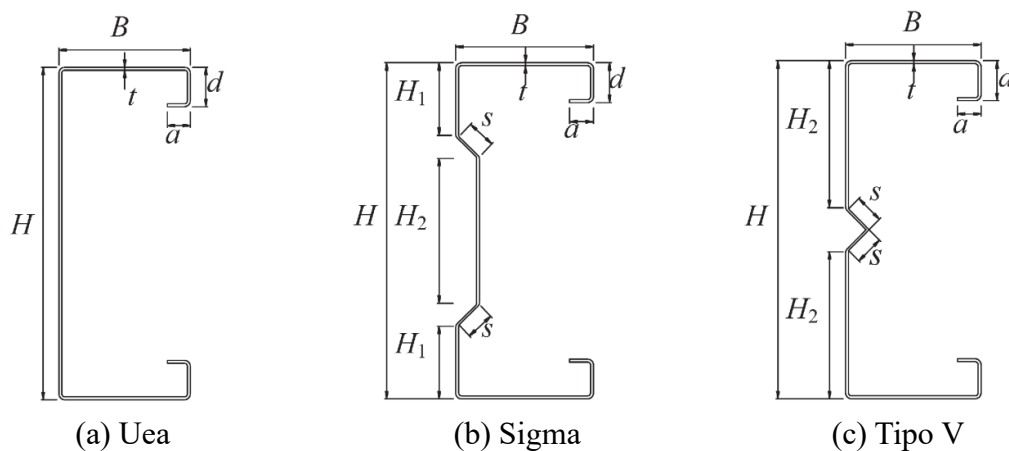


Figura 41 – Seções transversais analisadas no estudo mencionado.
(Fonte: adaptado de WANG et. al, 2016)

Segundo Wang et. al (2016), o perfil sigma apresentou melhores resultados em termos de capacidade resistente última das barras, com destaque para a proporção $H_1=H_2$ (iguais alturas parciais de alma). Portanto, essa proporção geométrica foi empregada no presente estudo, cujo objetivo é avaliar a influência que as proporções geométricas entre os elementos têm sobre a capacidade resistente última do perfil obtida com a rotina do MRD. A análise é focada na influência da largura do enrijecedor de alma (s) em função da largura de mesa (B). Também são testadas diferentes proporções da largura dos enrijecedores de borda (d) e de borda adicional (a).

4.1 CARACTERIZAÇÃO DA ANÁLISE

Assim como nas aplicações anteriores, somente perfis submetidos à compressão centrada são estudados. Foi adotado o mesmo material (aço isotrópico com $E=200.000$ MPa, $G=77.000$ MPa e $\nu=0,3$), e as condições de apoio são extremidades rotuladas e empenamento livre.

Os elementos da seção transversal são modelados da seguinte maneira: 4 elementos por mesa, 2 por alma parcial, 2 por enrijecedor de alma, 1 por enrijecedor de borda e 1 por enrijecedor de borda adicional. As seções transversais são parametrizadas em função da largura dos elementos, e a Figura 42 apresenta a modelagem final. Em relação à altura parcial de alma H_1' na linha média, foi empregada a seguinte regra:

$$H_1' = \frac{H' - 2 \cos(45^\circ) s'}{3} \quad (27)$$

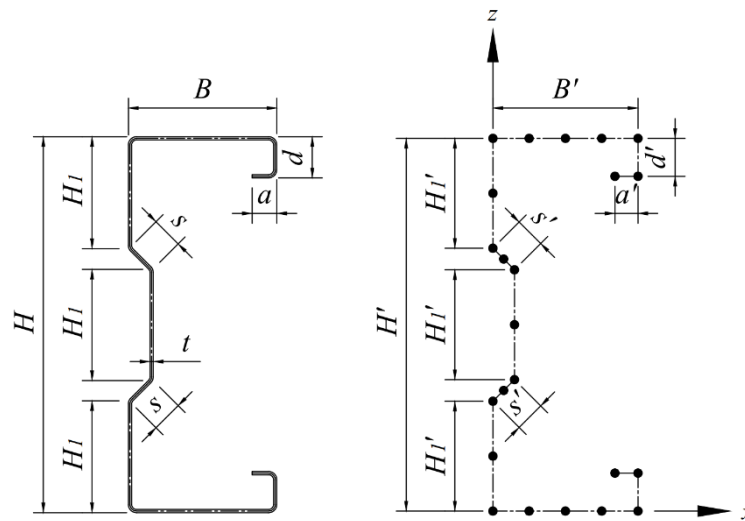


Figura 42 – Modelagem utilizada na presente análise.

4.1.1 Variação dos parâmetros

Do primeiro estudo introdutório (item 0), a conclusão parcial é que os enrijecedores de borda possuem pouca influência sobre as instabilidades local e global. Já quanto à instabilidade distorcional, o comportamento dos enrijecedores de borda foi melhor para os casos delimitados pelo MSE, ou seja, com $\mu = D/b_w$ entre 0,1 e 0,3. Portanto, foram adotados apenas 2 valores para a relação d'/H' (proporção do enrijecedor de borda à altura da alma na linha média) dentro desses limites.

Do segundo estudo (item 3.3), destaca-se que todos os resultados de perfis com espessura de 2 mm apresentaram modos críticos de instabilidade elástica evidentes e foram utilizados na formulação do k_{el} . Como o mesmo não ocorreu para as espessuras maiores, foi adotada somente a espessura de 2 mm para o estudo do perfil sigma.

Do terceiro estudo (item 3.4), a tensão de escoamento pouco influenciou na capacidade última dos perfis com as equações do MRD. Além disso, em uma análise de estabilidade elástica,

sabe-se que não há influência direta do valor da tensão de escoamento nos resultados. Portanto, é utilizada somente a tensão $f_y=250$ MPa para o presente estudo.

Por fim, como o foco é estudar a influência do enrijecedor de alma sobre a capacidade última da barra conforme a relação alma–mesa (B'/H'), foram empregados 4 valores para cada parâmetro B'/H' e s'/H' . Optou-se por manter a nomenclatura dos elementos da seção transversal conforme apresentado no artigo de Wang et. al (2016) para melhor interpretação.

A lógica final é a seguinte:

- i. O parâmetro principal é a largura total da alma na linha média H' , e as demais dimensões geométricas são função da alma;
- ii. É testado somente um valor de tensão de escoamento: $f_y=250$ MPa (aço ASTM A36);
- iii. Adotado $t=2$ mm;
- iv. São 2 valores de H' : 200 mm e 300 mm;
- v. Para cada H' , determinam-se 4 valores de largura da mesa B' em função de B'/H' : 0,4 a 0,7, com passo de 0,1;
- vi. Para cada H' e B' , são determinados 4 valores de largura do enrijecedor de alma s' em função de s'/H' : 0,08 a 0,26, com passo de 0,06;
- vii. Para cada H' , B' e s' , são determinados 2 valores de largura do enrijecedor de borda d' em função de d'/H' : 0,14 e 0,26;
- viii. Para cada H' , B' , d' e s' , são determinados 2 valores de largura do enrijecedor de borda adicional a' em função de a'/H' : 0,00 e 0,08;
- ix. Ao final, são 128 casos combinados.

Para a determinação de valores de instabilidade global pela curva de assinatura, são considerados os 3 seguintes comprimentos de coluna: curta (1.000 mm), média (2.000 mm) e longa (4.000 mm).

Com isso, o número total de análises de perfis é de 384 casos de barras submetidas à compressão centrada.

4.1.2 Metodologia

Com a rotina iterativa no pyCUFSM, são obtidos os fatores de carga para os modos de instabilidade local, distorcional e global. Em seguida, os dados são divididos em combinações conforme a Tabela 19. Para se estabelecer tais casos, o critério empregado é manter os parâmetros d'/H' e a'/H' fixos (grupos GI, GII e GIII) e variar o parâmetro s'/H' .

Os diferentes valores de enrijecedores de alma são organizados em ordem crescente dentro do mesmo grupo, na mesma ordem que os números das combinações. O 1º grupo (C1 à C4) é caracterizado por não possuir o enrijecedor de borda adicional a' . Já o 2º grupo (C5 à C9) é obtido com a adição da borda adicional a' ao grupo GI. Por fim, para o 3º grupo (C10 à C12) é considerado um aumento do enrijecedor de borda d' em relação ao grupo GII.

Tabela 19 – Combinações geométricas.

Grupo	d'/H'	a'/H'	s'/H'	Combinação
GI	0,14	0 *	0,08	C1
			0,14	C2
			0,20	C3
			0,26	C4
GII	0,14	0,08	0,08	C5
			0,14	C6
			0,20	C7
			0,26	C8
GIII	0,26	0,08	0,08	C9
			0,14	C10
			0,20	C11
			0,26	C12

* Não possui enrijecedor de borda adicional.

Utilizando uma planilha programada com a rotina do MRD, são gerados gráficos com a relação P_u/P_y no eixo das ordenadas (carga última / carga de esmagamento) e a relação B'/H' no eixo das abscissas. A comparação e a análise dos resultados são feitas separadamente, destacando o comportamento do enrijecedor de alma.

4.2 ANÁLISE DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Na sequência se apresentam os resultados obtidos na forma de tabelas e de gráficos. É feita uma análise para cada altura de alma empregada nas combinações, divididas nos comprimentos de coluna e nos grupos da Tabela 19. O título das tabelas e dos gráficos é dado pela altura da alma (H200 ou H300) e o comprimento de coluna (L1000, L2000 ou L4000) respectivamente.

4.2.1 Resultados para $H'=200$ mm

Considerando as colunas curtas (L1000) com $H'=200$ mm (H200), para todos os casos nota-se que o sucessivo aumento do enrijecedor de alma resulta em sucessivos acréscimos de resistência à seção transversal. Na prática, a mesa é a maior dimensão da seção transversal, tendo em vista que a menor proporção é $B'=0,4H'$ e que a altura parcial de alma sempre é inferior a $H_1 < H'/3$

(ver equação 27). Quanto maior for s' , menor será H'_l , influenciando assim na instabilidade local dos elementos da seção, já que em colunas curtas se espera o modo local como dominante.

Ao adicionar um enrijecedor de borda adicional $a'=0,08H'$ ao grupo GI (obtendo o grupo GII), as colunas L1000 apresentam um ganho de resistência para todas as combinações, e a influência do enrijecedor de alma é a mesma: quanto maior o enrijecedor s' , maior a relação P_u/P_y . O mesmo efeito de s' sobre a resistência ocorre para o último grupo, GIII, obtido com o aumento do enrijecedor de borda em relação ao GII (de $d'/H'=0,14$ para $d'/H'=0,26$). Destaca-se os maiores valores obtidos na Tabela 20. Fica evidente que o grupo GIII apresenta melhor comportamento. Já a melhor proporção de B'/H' em geral fica entre $0,4H'$ para alguns casos, e $0,5H'$ para outros conforme Figura 43.

Tabela 20 – P_u/P_y para H200–L1000.

B'/H'	s'	L1000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0,552	0,586	0,641
	0,14	0,598	0,619	0,654
	0,20	0,633	0,648	0,672
	0,26	0,653	0,666	0,686
0,5	0,08	0,528	0,592	0,672
	0,14	0,564	0,616	0,683
	0,20	0,590	0,637	0,696
	0,26	0,604	0,649	0,705
0,6	0,08	0,498	0,581	0,643
	0,14	0,520	0,594	0,651
	0,20	0,535	0,605	0,658
	0,26	0,543	0,612	0,664
0,7	0,08	0,436	0,522	0,586
	0,14	0,451	0,532	0,594
	0,20	0,461	0,540	0,598
	0,26	0,468	0,544	0,599

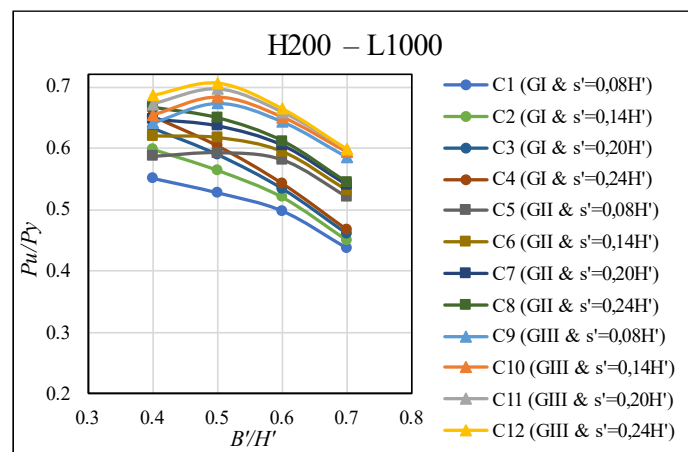


Figura 43 – Gráficos para H200–L1000.

Para as colunas intermediárias (L2000) se espera a ocorrência da instabilidade distorcional, bem como a interação entre os modos críticos. O aumento do enrijecedor de alma resulta em pequenos acréscimos de resistência para a maioria dos casos. Resumidamente, ocorre um comportamento semelhante às barras curtas (quanto maior o s' , maior a relação P_u/P_y), porém a variação nos valores é menor; nota-se pela Figura 44 que as curvas estão relativamente mais próximas entre si.

Diferentemente do que se observa para as colunas curtas, a influência de s' sobre P_u/P_y depende da largura da mesa para as colunas H200–L2000. Conforme os valores destacados na Tabela 21, os perfis do grupo GI ($d'/H'=0,14$ e $a'/H'=0$) resultam em maiores relações P_u/P_y para $B'=0,4H'$ e $B'=0,5H'$. Já para larguras de mesa $0,6H'$ e $0,7H'$, os perfis do grupo GIII ($d'/H'=0,26$ e $a'/H'=0,08$) apresentam melhores resultados.

Tabela 21 – P_u/P_y para H200–L2000.

B'/H'	s'	L2000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0,584	0,563	0,522
	0,14	0,572	0,553	0,512
	0,20	0,569	0,552	0,512
	0,26	0,574	0,558	0,520
0,5	0,08	0,590	0,565	0,550
	0,14	0,589	0,563	0,543
	0,20	0,593	0,568	0,544
	0,26	0,601	0,578	0,550
0,6	0,08	0,529	0,527	0,556
	0,14	0,534	0,530	0,553
	0,20	0,541	0,538	0,554
	0,26	0,551	0,551	0,559
0,7	0,08	0,437	0,457	0,505
	0,14	0,442	0,461	0,504
	0,20	0,450	0,468	0,506
	0,26	0,461	0,477	0,509

Para as curvas das colunas longas (L4000), novamente se observa que a variação de P_u/P_y conforme o aumento de s' depende de B'/H' , sugerindo que a influência de s' sobre a resistência depende de B' nos casos em que a instabilidade global é dominante. Nota-se que larguras de mesa acima de $B'=0,5H'$ tendem a apresentar um pequeno acréscimo de resistência conforme o aumento de s' . Entretanto, para a proporção $B'/H'=0,4$ observa-se que o aumento de s' leva a menores resistências. Por último, fica evidente pela Figura 45 que a melhor relação B'/H' é 0,6 para as colunas com $L=4.000$ mm e $H'=200$ mm.

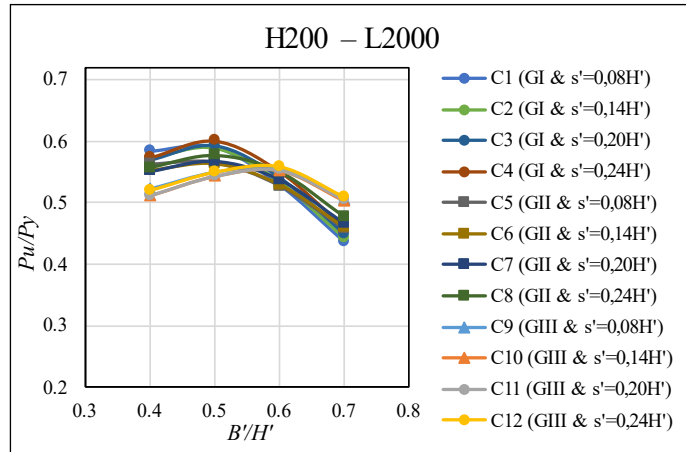


Figura 44 – Gráficos para H200–L2000.

Quanto à influência dos enrijecedores de borda e de borda adicional, também se observa efeito análogo às colunas L1000 e L2000: tanto a adição de a' (do grupo GI para o grupo GII), quanto o aumento d' (do grupo GII para o grupo GIII) resultam em acréscimo de P_u/P_y . Portanto, a consequência prática é que os melhores resultados foram obtidos para o GIII, à exceção de 2 casos do GII com $B'/H'=0,5$ de acordo com a Tabela 22.

Tabela 22 – P_u/P_y para H200–L4000.

B'/H'	s'	L4000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0,394	0,407	0,412
	0,14	0,374	0,387	0,393
	0,20	0,357	0,369	0,376
	0,26	0,345	0,355	0,362
0,5	0,08	0,421	0,447	0,503
	0,14	0,444	0,467	0,488
	0,20	0,468	0,485	0,474
	0,26	0,465	0,472	0,463
0,6	0,08	0,430	0,455	0,532
	0,14	0,450	0,472	0,535
	0,20	0,471	0,489	0,526
	0,26	0,492	0,507	0,517
0,7	0,08	0,411	0,442	0,490
	0,14	0,422	0,452	0,496
	0,20	0,435	0,462	0,495
	0,26	0,447	0,472	0,494

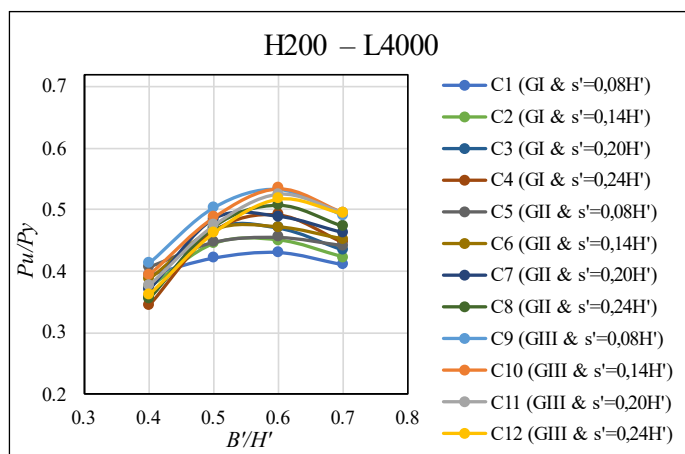


Figura 45 – Gráficos para H200–L4000.

De um modo geral, os melhores resultados para perfis sigma com $H'=200$ mm são obtidos para o grupo GIII, com $d'/H'=0,26$ e $a'/H'=0,08$. A influência de s' é diferente para cada um dos comprimentos de coluna empregados. O aumento do enrijecedor de alma conduz a maiores relações P_u/P_y para colunas L1000 e, para colunas L4000, essa influência depende da proporção B'/H' . As colunas L2000 se destacam por apresentar pouca influência do enrijecedor de alma, sendo que no grupo GIII é possível notar que os valores de P_u/P_y estão bastante próximos.

Portanto, não é possível estabelecer um valor ótimo de proporção geométrica s'/H' que conduza a maiores valores de resistência para todos os casos. Foi observado que proporções B'/H' entre 0,5 e 0,6 levam a melhores resultados.

4.2.2 Resultados para $H'=300$ mm

Para as colunas H300–L1000, a observação inicial que pode ser feita a partir da Figura 46 é que, em todas as curvas, a relação entre os valores de P_u/P_y e B'/H' é inversamente proporcional. Portanto, a melhor proporção de mesa para os casos analisados foi $B'=0,4H'$. Adicionando o enrijecedor de borda adicional às seções do grupo GI, ocorre um ganho de resistência para todos os casos e, sendo assim, os melhores resultados (destacados na Tabela 23) são em geral do grupo GII. Por fim, quanto às seções do grupo GIII, ocorre um pequeno decréscimo de P_u/P_y na maioria dos casos. Por fim, o aumento de s' resulta em aumento de P_u/P_y de maneira geral.

Tabela 23 – P_u/P_y para H300–L1000.

B'/H'	s'	L1000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0,518	0,528	0,615
	0,14	0,556	0,642	0,629
	0,20	0,585	0,653	0,629
	0,26	0,589	0,657	0,629
0,5	0,08	0,483	0,514	0,532
	0,14	0,501	0,524	0,539
	0,20	0,507	0,540	0,538
	0,26	0,509	0,561	0,538
0,6	0,08	0,423	0,462	0,460
	0,14	0,436	0,478	0,466
	0,20	0,440	0,482	0,465
	0,26	0,442	0,481	0,465
0,7	0,08	0,368	0,400	0,398
	0,14	0,378	0,411	0,403
	0,20	0,381	0,413	0,403
	0,26	0,383	0,412	0,403

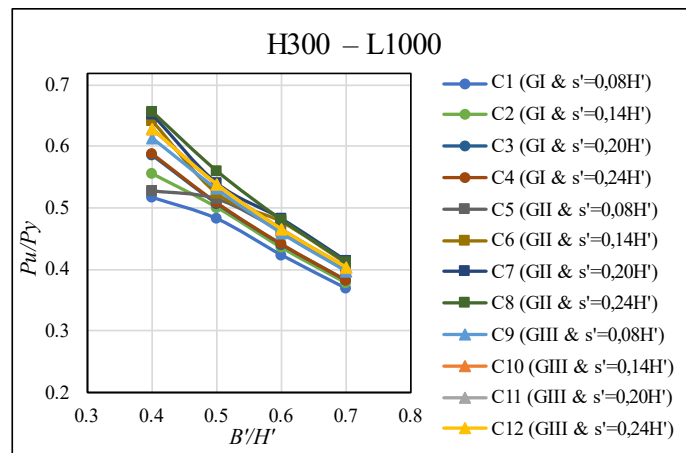


Figura 46 – Gráficos para H300–L1000.

Para colunas L2000, resumidamente: o aumento de s' conduz a maiores resistências, bem como a inclusão de a' e o aumento de d' . Conforme a Tabela 24, o grupo GIII apresenta os melhores resultados em geral, e se observa na Figura 47 que a melhor proporção de mesa testada é $B'/H'=0,4$.

Tabela 24 – P_u/P_y para H300–L2000.

B'/H'	s'	L2000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0,436	0,470	0,534
	0,14	0,483	0,508	0,544
	0,20	0,517	0,548	0,562
	0,26	0,539	0,571	0,562
0,5	0,08	0,372	0,434	0,495
	0,14	0,400	0,452	0,501
	0,20	0,423	0,471	0,511
	0,26	0,438	0,484	0,511
0,6	0,08	0,309	0,382	0,453
	0,14	0,328	0,395	0,458
	0,20	0,345	0,407	0,466
	0,26	0,355	0,415	0,466
0,7	0,08	0,259	0,338	0,413
	0,14	0,272	0,347	0,419
	0,20	0,284	0,356	0,425
	0,26	0,292	0,362	0,425

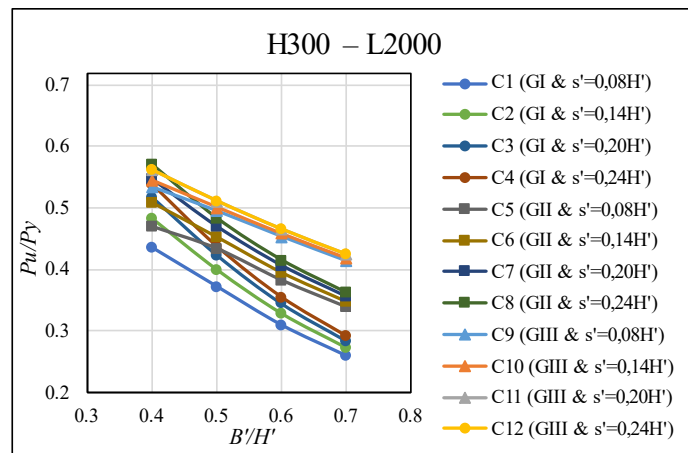


Figura 47 – Gráficos para H300–L2000.

O último conjunto de perfis são as colunas H300–L4000. Novamente se observa pela Figura 48 que a melhor proporção de mesa é $B'/H'=0,4$. Já o efeito que o aumento de s' causa na relação P_u/P_y é em menor escala se comparado às análises anteriores; para o grupo GIII, é possível observar que os valores são praticamente iguais. Por fim, conforme os valores destacados na Tabela 25, nota-se que a influência das larguras d' e a' são função da largura B' . Para larguras de mesa até $0,5H'$, o grupo GI foi o melhor ($d'/H'=0,14$ e $a'/H'=0$). Para larguras de mesa acima de $0,5H'$, a maior relação P_u/P_y é obtida para o grupo GIII ($d'/H'=0,14$ e $a'/H'=0$).

Tabela 25 – P_u/P_y para H300–L4000.

B'/H'	s'	L4000		
		GI	GII	GIII
0,4	0,08	0.482	0.460	0.415
	0,14	0.475	0.451	0.405
	0,20	0.477	0.454	0.408
	0,26	0.484	0.466	0.408
0,5	0,08	0.422	0.421	0.414
	0,14	0.423	0.422	0.411
	0,20	0.430	0.429	0.413
	0,26	0.440	0.440	0.413
0,6	0,08	0.340	0.349	0.377
	0,14	0.345	0.352	0.375
	0,20	0.354	0.360	0.377
	0,26	0.366	0.371	0.377
0,7	0,08	0.264	0.286	0.341
	0,14	0.270	0.289	0.341
	0,20	0.279	0.296	0.342
	0,26	0.289	0.305	0.342

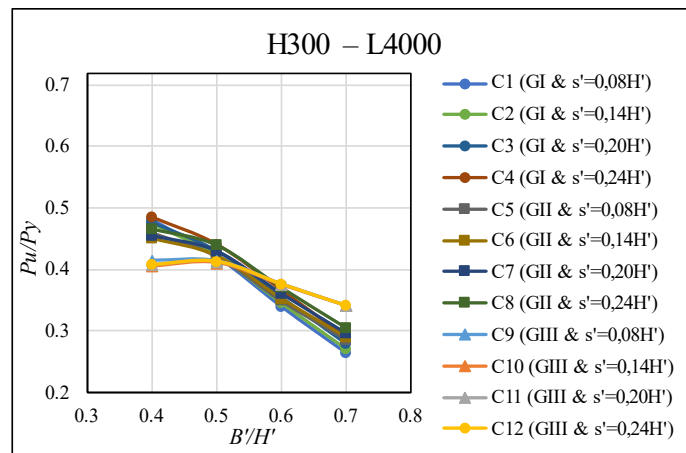


Figura 48 – Gráficos para H300–L4000.

4.3 CONCLUSÕES ACERCA DOS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

De acordo com os valores adotados de H' , e dentro das limitações empregadas (tais como extremidades rotuladas e empenamento livre para análise de estabilidade elástica), foram obtidos diferentes resultados para a influência dos parâmetros. Cabe também lembrar que se adotou a premissa de que $H_1=H_2$ (iguais alturas parciais de alma) resulta em melhor comportamento do perfil sigma. A título de comparação, os parâmetros utilizados nas análises de Wang. et. al (2016) são: três comprimentos de coluna ($L=1000$ mm, $L=2000$ mm e $L=3000$ mm), duas larguras nominais de alma ($H=230$ mm e $H=330$ mm), duas espessuras ($t=1$ mm e $t=2$ mm), três razões de alturas parciais de alma ($H_1/H_2=0,5$; 1; 1,5; 2; 3), uma largura nominal

de mesa ($B=90$ mm), uma largura nominal de enrijecedor de alma ($s=20$ mm), uma largura nominal de enrijecedores de borda ($d=25$ mm) e de borda adicional ($a=15$ mm) e duas tensões de escoamento do aço ($f_y=345$ MPa e $f_y=345$ MPa). Parametrizando esses valores em função de H , se obtém: $B/H=0,39$; $0,27 - s/H=0,09$; $0,06 - d/H=0,11$; $0,075 - a/H=0,06$; $0,045$).

Começando pelas larguras de mesa (variação do parâmetro B'/H'), valores entre 0,4 e 0,6 conduziram a maiores relações P_u/P_y . Vale ressaltar que, para os perfis com $H'=300$ mm, a relação entre os valores de P_u/P_y e B'/H' é inversamente proporcional, fato que fica visível a partir das curvas.

Em relação ao efeito do enrijecedor de alma (variação do parâmetro s'/H'), as colunas L1000 e L2000 apresentaram maiores resistências com o aumento de s' . Para as colunas L4000, não foi possível determinar uma relação s'/H' ótima para todos os casos; além disso, fica evidente pelas tabelas que a influência de s' sobre a relação P_u/P_y é menor para as colunas L4000 se comparada às demais.

Quanto à combinação entre os parâmetros d' e a' , foi observado que há considerável influência da altura da alma e do comprimento de coluna. Todavia, os resultados do GIII (com $d'/H'=0,26$ e $a'/H'=0,08$) se destacam entre os demais, apresentando maiores resistências para a maioria dos casos.

Sugere-se que, para pesquisas futuras, sejam empregadas outras espessuras a fim de estudar a influência desse parâmetro sobre a resistência última. Além disso, também caberia variar as alturas parciais de alma e realizar novas combinações, tendo em vista que a relação ótima de $H_1=H_2$ obtida por Wang et. al (2016) considerou a maioria dos parâmetros geométricos fixos (B, s, d, a) variando apenas a altura e a espessura (H e t).

5 CONCLUSÕES FINAIS

Inicialmente foi apresentada uma revisão da NBR 14762:2010 para o dimensionamento de barras submetidas à compressão centrada e um descritivo completo do MFF. Na sequência, foi feito um estudo introdutório ao software CUFSM e aos principais recursos. Por último, aplicando a rotina iterativa do pyCUFSM, foram realizados estudos buscando diferentes objetivos: formulação de k_ℓ , montagem de ábacos de dimensionamento e desenvolvimento de novas seções.

Para o estudo de comportamento de PFF e o desenvolvimento de novas seções transversais, é indispensável que seja feita uma análise de estabilidade elástica para determinar as cargas críticas de instabilidade. Tendo em vista que a metodologia de dimensionamento da NBR 14762:2010 ainda está focada no método da largura efetiva, a demanda por métodos eficazes ganha ainda mais importância no cenário atual. Nesse contexto, esse estudo demonstrou algumas aplicações do método das faixas finitas numa análise de estabilidade elástica.

Os principais resultados obtidos são:

- i. Em geral, enrijecedores de borda com largura de no máximo 30% da alma forneceram resultados dentro do usual, ao passo que enrijecedores exagerados apresentaram curvas de assinatura atípicas (fato que pode ser explicado pela maior influência que a instabilidade local do enrijecedor passa a ter sobre o comportamento geral da seção);
- ii. A adaptação da rotina de cálculo do pyCUFSM para realizar sucessivas análises individualmente para os casos geométricos mostrou-se satisfatória e relativamente simples, com tempos de processamento curtos e resultados bem-organizados;
- iii. Para aplicação do MSE, constatou-se que seções transversais com espessuras elevadas e dobras com $r_i > 3t$ resultam em divergência no cálculo do k_ℓ , pois, em função do tipo de modelagem, a relação b/t dos elementos é diferente (fator que pode ter influência direta sobre a resistência);
- iv. Por fim, apresentou-se como a análise de estabilidade elástica via MFF pode ser utilizada para o estudo do comportamento de seções transversais, analisando-se a influência dos elementos da seção sobre a capacidade última obtida via MRD.

Portanto, conclui-se que o objetivo inicial de apresentar a metodologia do MFF e suas aplicações no estudo de PFF foi cumprido. Cabe ressaltar que somente foram abordadas análises dentro do regime elástico e somente de barras submetidas à compressão centrada. Diferentes aplicações também são possíveis e não foram abordadas.

6 REFERÊNCIAS

AMERICAN IRON AND STEEL INSTITUTE. **AISI S100-16w/S1-18: North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members**. Washington, DC, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14762**: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. Rio de Janeiro, 2010.

_____. **NBR 6355**: Perfis estruturais de aço formados a frio – Padronização. Rio de Janeiro, 2012.

BATISTA, E. M. Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction. **Thin-Walled Structures**, vol. 48, n. 4–5, 2010, p. 345–356.

BEBIANO, R.; CAMOTIM, D.; GONÇALVES, R. GBTUL 2.0 – a second-generation code for the GBT-based buckling and vibration analysis of thin-walled members. **Thin-Walled Structures**, vol. 124, 2018, p. 235–253.

BRANDÃO, A. L. R.; VIEIRA, W. B.; AMARAL, T. A. F.; FREITAS, M. S. R. **Dimensionamento de colunas de aço em perfis formados a frio, de seção u enrijecido com borda adicional, pelo método da seção efetiva**. 2018. XIII Simpósio de Mecânica Computacional, Vitória, Espírito Santo, Brasil.

CARVALHO, P. R. M.; GRIGOLETTI, G. C.; BARBOSA, G. D. **Curso básico de perfis de aço formados a frio**. 3. ed. Porto Alegre, 2014. ISBN 978-85-905944-2-0.

GEORGIEVA, I.; SCHUEREMANS, L.; VANDEWALLE, L.; PYL, L. Design of built-up cold-formed steel columns according to the direct strength method. **Procedia Engineering**, vol. 40, 2012, p. 119–124.

GRIGOLETTI, G. C. **Otimização via algoritmos genéticos de perfis U formados a frio submetidos à compressão utilizando o método da resistência direta**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

MATHWORKS, 2020, MATLAB, R2020a. <www.mathworks.com/products/matlab.html>

MCGUIRE, W; GALLAGHER, R. H.; ZIEMIAN, R. D. **Matrix Structural Analysis**. 2. ed. Createspace Independent Publishing Platform, 2014. ISBN 10: 1507585136. ISBN 13: 9781507585139.

MOEN, C. D.; SCHAFER, B. W. Experiments on cold-formed steel columns with holes. **Thin-Walled Structures**, vol. 46, 2008, p. 1164–1182.

PEREIRA, R.E. **Efeito das imperfeições geométricas iniciais na capacidade resistente de perfis rack submetidos à compressão**. 2022. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022.

PEREIRA, R. E; MORSCH, I. B.; MESACASA JR., E. Comportamento e influência das imperfeições geométricas iniciais para perfis de aço tipo rack com e sem furos sob compressão. **Revista da Estrutura de Aço**, vol. 12, n. 1, 2023, p. 1–20.

PYTHON, 2008, PYTHON, v3. <<https://www.python.org/download/releases/3.0/>>

ROQUETE, L.; OLIVEIRA, M. M.; COSTA, F. N. S.; MARINHO, L. V.; SARMANHO, A. M. C. Método da Seção Efetiva aplicado a um perfil U com mesa superior inclinada submetido à flexão simples. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 12, 2021.

SANTOS, R. R.; OLIVEIRA, C. S.; FERREIRA F., J. O.; RODRIGUES, F. C.; CARVALHO, H. **Estudo numérico sobre o coeficiente de flambagem local de seção completa de perfis S enrijecidos**: proposta de formulação. 2019. XL Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, Natal, Rio Grande do Norte, Brasil.

SCHAFER, B.W.; ÁDÁNY, S. **Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods**. 2006. 18th International Specialty Conference on Cold-formed Steel Structures, Orlando, Florida, USA.

SILVA, EDSON LUBAS; PIERIN, IGOR; PIGNATTA, VALDIR. **Estruturas compostas por perfis formados a frio**: Dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012. Rio de Janeiro, 2014. ISBN 978-85-89819-33-6.

SIMULIA, 2008, ABAQUS, 6.7. <www.simulia.com>

SMITH, F. H.; MOEN, C. D. Finite strip elastic buckling solutions for thin-walled metal columns with perforation patterns. **Thin-Walled Structures**, vol. 79, 2014, p. 187–201.

WANG, C.; ZHANG, Z.; ZHAO, D; LIU, Q. Compression tests and numerical analysis of web-stiffened channels with complex edge stiffeners. **Journal of Constructional Steel Research**, vol. 116, 2016, p. 29–39.