

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marco Antonio Vargas de Lima

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Da geometria espacial para a plana:

Uma experiência didática

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO MATEMÁTICA, MÍDIAS DIGITAIS E DIDÁTICA: TRIPÉ
PARA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Marco Antonio Vargas de Lima

DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA A PLANA

Uma experiência didática

Monografia apresentada como requisito parcial para obtenção de título de Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Vera Clotilde Vanzetto Garcia.

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA A PLANA

Uma experiência didática

Marco Antonio Vargas de Lima

Comissão examinadora

Prof. Dr. Fulano da Silva.

Orientador

Prof. Dr. Fulano2

Prof. Dr. Fulano3

Dedico este trabalho à Leda, minha mãe, que foi minha grande incentivadora aos estudos.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho seria impossível sem a colaboração de algumas pessoas e instituições que, de diversas formas, deram sua contribuição em diferentes etapas. Destas, manifesto um agradecimento especial, à Prf^a Dr^a Vera Clotilde Garcia, por sua disponibilidade em orientar-me nesta empreitada.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGEnsimat) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul; e à coordenação e tutoria do Pólo/UAB de Rosário do Sul.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo central a elaboração, implementação e reflexão sobre uma experiência didática denominada: Da Geometria Espacial para a Plana. Trata da introdução de elementos da geometria plana a partir da geometria espacial, nas séries finais do ensino fundamental, temas que muitos estudantes, egressos do ensino médio, desconhecem.

O trabalho – elaboração, implementação e avaliação – desenvolveu-se com inspiração nas etapas da Engenharia Didática.

O texto apresenta análises prévias para descrever o ensino usual de geometria no nível fundamental, recursos didáticos utilizados, um estudo sobre elementos da geometria espacial e geometria plana e a experiência didática desenvolvida.

Palavras-chave: ensino, engenharia, geometria, espacial, plana.

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Depoimento de uma professora sobre o ensino de geometria.....	18
Figura 02 – Resposta do aluno sobre: Você conhece algumas figuras planas?.....	22
Figura 03 – Resposta do aluno sobre: Você conhece algumas figuras espaciais?	22
Figura 04 – Resposta do aluno sobre: Você conhece algum sólido geométrico?...	22
Figura 05 – Resposta do aluno sobre: Você sabe o que são poliedros?.....	23
Figura 06 – Resposta do aluno sobre: Você sabe o que são polígonos?.....	23
Figura 07 – Interface do programa digital GeoGebra.....	28
Figura 08 – Modelos de planificação.....	30
Figura 09 – Formas planas e não-planas.....	31
Figura 10 – Polígonos e não polígonos.....	32
Figura 11 – Corpos redondos.....	32
Figura 12 – Poliedros e não poliedros.....	33
Figura 13 – Bloco retangular.....	33
Figura 14 – Representação de pontos.....	35
Figura 15 – Representação de uma reta.....	35
Figura 16 – Representação de um segmento de reta.....	35
Figura 17 – Representação das faces de um prisma.....	35
Figura 18 – Representação de um plano.....	35
Figura 19 – Elementos constituintes de um prisma.....	37
Figura 20 – Prisma oblíquo e prisma reto.....	37

Figura 21 – Prisma de base pentagonal e sua planificação.....	37
Figura 22 – Prisma de base quadrangular e sua planificação.....	37
Figura 23 – Construção de alunos.....	42
Figura 24 – Construção no GeoGebra.....	42
Figura 25 – Resposta do aluno sobre: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos? Vértices, arestas e faces.....	43
Figura 26 – Resposta do aluno sobre: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos? Vértices, arestas e faces.....	43
Figura 27 – Resposta do aluno sobre: Você lembra do assunto sólidos geométricos? Descreva.....	43
Figura 28 – Resposta do aluno sobre: Através das planificações lembram das diferenças entre polígonos e poliedros?.....	44
Figura 29 – Resposta do aluno sobre: Você lembra do assunto sólidos geométricos? Descreva!.....	44
Figura 30 – Resposta do aluno sobre: Qual a diferença entre geometria plana e geometria espacial?.....	45
Figura 31 – Respostas do aluno sobre: Qual a diferença entre polígonos e poliedros?.....	45
Figura 32 – Resposta do aluno sobre: Vocês conheciam softwares (programas de computador), sobre geometria?.....	45
Figura 33 – Resposta do aluno sobre: Dê sua opinião sobre o vídeo sobre sólidos geométricos.....	46
Figura 34 – Resposta do aluno sobre: Dê sua opinião sobre o vídeo sobre sólidos geométricos.....	46
Figura 35 – Resposta do aluno sobre: Através das planificações, vocês	46

perceberam às diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial?.....	
Figura 36 – Resposta do aluno sobre: Através das planificações lembram das diferenças entre polígonos e poliedros?.....	47
Figura 37 – Resposta do aluno sobre: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces?.....	47
Figura 38 – Controle das atividades desenvolvidas.....	54
Figura 39 – Questionário sobre os conhecimentos anteriores dos alunos.....	55
Figura 40 – Questionário sobre os conhecimentos posteriores dos alunos.....	56

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Respostas dos alunos participantes da pesquisa.....	21
Tabela 02 – Plano de ensino.....	39

LISTA DE SIGLAS

CD	Disco compacto.
CD-R	Disco compacto regravável.
DVD	Disco Digital de Vídeo.
FESG	Fundação Educacional de São Gabriel.
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais.
PNEs	Portadores de Necessidades Especiais.
PPGemat	Programa de pós-graduação para o Ensino da Matemática.
UAB	Universidade Aberta do Brasil.
URCAMP	Universidade da Região da Campanha.
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria.
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
2	ANÁLISES PRÉVIAS PARA DESCREVER O ENSINO USUAL DE GEOMETRIA NO NÍVEL MÉDIO.....	16
2.1	Análise das características da Geometria.....	16
2.2	Análise do ensino usual.....	18
2.3	Análise das dificuldades de aprendizagem.....	21
2.4	Estudo teórico sobre o ensino da Geometria.....	24
3	RECURSOS DIDÁTICOS.....	26
3.1	Uso do vídeo.....	27
3.2	Uso do GeoGebra.....	28
3.3	Uso do material concreto.....	29
4	DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA A PLANA: UM ESTUDO.....	31
4.1	Nomeando as partes do bloco retangular.....	34
4.2	Representando sólidos através da planificação das faces.....	36
5	A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA.....	38
5.1	Apresentação do tema e justificativa.....	38
5.2	Apresentação do plano de ensino.....	38
5.3	Reflexões prévias.....	39
5.4	Estratégias para coleta de dados.....	40
5.5	Descrição da prática.....	41
5.6	Análise das hipóteses.....	44
5.7	Síntese do que foi feito.....	47
6	CONCLUSÕES E REFLEXÕES PESSOAIS.....	49
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	52
	ANEXO A – Controle das atividades desenvolvidas.....	54
	ANEXO B – Questionário: O que você já sabe?.....	55
	ANEXO C – Pesquisa sobre os conhecimentos posteriores.....	56

1 INTRODUÇÃO

Início este trabalho, descrevendo meu trabalho docente, meu aluno e o contexto em que atuo¹.

Sou professor, nomeado para a rede pública de ensino do Estado do Rio Grande do Sul, Licenciado em Ciências Físicas e Biológicas – habilitação em Matemática, diplomado, em 1988, pela Fundação Educacional de São Gabriel/ Universidade Federal de Santa Maria (FESG/UFSM), que hoje faz parte da URCAMP/Universidade da Região da Campanha, com sede em Bagé - RS.

Tenho experiência com alunos de todas as séries do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e também com Educação de Jovens e Adultos, nas disciplinas de Ciências e Matemática.

Desenvolvi atividades nas cidades de Bagé-RS, Sant'Ana do Livramento - RS e, atualmente, leciono na Escola Estadual de Ensino Fundamental Plácido de Castro, situada no bairro Higienópolis, da cidade de Porto Alegre - RS.

Esta escola é um estabelecimento de ensino carente de instalações físicas. Localiza-se num prédio com mais de quarenta anos de existência, sem a devida manutenção por parte do Estado, possuindo um pequeno refeitório (com uma funcionária), uma sala de recursos pedagógicos, uma pequena biblioteca (com uma professora, exercendo à função de bibliotecária), uma diminuta sala com um aparelho de TV e vídeo, uma quadra de esportes e sete salas de aula, em lamentáveis condições. Para piorar o quadro, conta com os serviços de somente uma funcionária, para a limpeza de todas as dependências.

Nesta escola, sou professor de Matemática em turmas de 6^a, 7^a e 8^a séries, totalizando 139 alunos, na faixa etária dos 6 aos 18 anos. São, na maioria, dependentes de famílias de trabalhadores(as) no comércio, em residências domésticas ou em outras atividades de baixa remuneração. Como a escola é definida como uma escola de inclusão, também acolhe vários alunos com diversas necessidades especiais, sendo que alguns estão inclusos em turmas do ensino regular.

¹ Adoto a primeira pessoa do singular, por entender que esta é uma experiência didática pessoal.

Além de alunos Portadores de Necessidades Especiais (PNEs), é interessante destacar que temos alguns educandos provenientes das regiões Norte e Nordeste do Brasil, com sérios problemas de alfabetização, o que cria dificuldades para que acompanhem o currículo escolar.

O tema de ensino, foco deste trabalho, é a Geometria.

Nesta escola, como é usual, o conteúdo de Geometria é muito pouco e/ou muitas vezes nem desenvolvido.

Quando ensinada, a Geometria tem seu foco nas medidas, comprimento, área, volume, e não em conceitos. São utilizados instrumentos tradicionais, como: régua, compasso, transferidor. As figuras são representadas no quadro de giz e no caderno, ou vistas no livro didático, o que dificulta a visualização. São sempre figuras estáticas, em posição prototípicas – base ou lados paralelos às margens da folha/quadro, o que confunde o aluno na identificação das características invariantes. Por exemplo, se o ângulo reto de um triângulo não está entre lados paralelos às margens da folha, ele não é visto como retângulo. Nesta proposta, pretendo romper com esta tradição.

O objetivo do trabalho foi criar oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades de visualização e de representação, fundamentais no raciocínio geométrico. A ideia foi partir dos sólidos geométricos, para desenvolver conceitos elementares de geometria plana e espacial.

Foram criadas atividades para os alunos:

- a) obterem a planificação de um prisma retangular
- b) identificarem e diferenciarem formas planas e formas não-planas, faces, arestas e vértices de poliedros;
- c) caracterizarem polígono e poliedro;
- d) representarem e identificarem pontos, retas, segmentos de retas e planos, nestas figuras.

A proposta tem como principal característica a utilização de recursos didáticos variados: um vídeo sensibilizador, material concreto (para planificação de prismas) e um software interativo, o GeoGebra.

É preciso explicar o contexto, as condições precárias para aplicar tais recursos e a improvisação que se fez necessária para que o plano se concretizasse.

Para desenvolver as atividades relativas ao vídeo, utilizei a sala de serviço de áudio visual da escola, que possui um aparelho de TV de 20 polegadas, um aparelho reproduzidor de CD/DVD e cadeiras para a acomodação dos alunos. Fiz o *download* do vídeo, disponível no endereço digital: <http://youtube.com>, converti este material digital para um formato de vídeo reconhecível pelo aparelho reproduzidor de CD/DVD, gravei o referido vídeo em CD (*Compact Disc*), com auxílio de programas digitais criados para este fim e de um computador pessoal.

Para utilizar o *software* GeoGebra, programa livre de geometria dinâmica, foi preciso instalar o programa em um computador, fornecido pela escola, que por sua vez foi instalado na sala de aula da Turma 861/6ª série, pois o estabelecimento de ensino não possui a chamada “*sala digital*”.

A planificação de um prisma, no caso a planificação de um bloco retangular, foi desenvolvida na sala de aula, utilizando-se como material cartolinas, régua, canetas coloridas, lápis e canetas esferográficas, fornecidas pela direção da escola e por alguns alunos, pois muitos não têm condições para adquirir este material mínimo.

Com relação à experiência, ela baseou-se em diretrizes da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996; GARCIA, 2005), que serve como referencial para desenvolver inovações didáticas bem fundamentadas. Para desenvolver as ações, segui parcialmente, etapas sugeridas para uma Engenharia Didática.

No Capítulo II, faço a análise do funcionamento do ensino habitual da Geometria, no ensino fundamental, em três dimensões: 1) análise das características do saber em jogo; 2) análise do ensino usual; 3) análise das dificuldades de aprendizagem.

No Capítulo III, justifico a concepção da proposta didático-pedagógica, com um estudo dos recursos didáticos utilizados.

No Capítulo IV, faço um estudo do conteúdo a ser explorado com os alunos.

No Capítulo V, traço hipóteses prévias, apresento o plano de ensino, descrevo a prática e faço análises posteriores.

No Capítulo VI, finalmente, traço conclusões gerais, sobre o conjunto das experiências e dos estudos efetuados.

2 Análises prévias para descrever o ensino usual de Geometria, no nível fundamental

A etapa das análises prévias é estruturada para analisar o funcionamento do ensino habitual de um determinado conteúdo e inclui três dimensões: 1) dimensão epistemológica, associada às características do saber em jogo; 2) dimensão didática, associada às características do funcionamento do sistema de ensino; 3) dimensão cognitiva, associada às características do público ao qual se dirige o ensino.

2.1 Análise das características da Geometria

GARCIA (2005) descreve um quadro que mostra parcialmente a evolução histórica da Geometria, salientando sua natureza mutável, com diferentes conotações, no correr dos séculos: geometria intuitiva, geometria científica, geometria dedutiva, geometria das transformações, geometria avançada.

Geometria intuitiva é aquela que tem sua origem nas observações do espaço físico real. O homem observa, compara, reconhece. Nasce aí as noções primitivas: distância, figuras geométricas simples, paralelismo e perpendicularismo. Geometria científica surge do trabalho da mente humana sobre as noções primitivas, consolidando-as conscientemente, num conjunto de regras e leis mais gerais, como cálculos de medidas. Geometria dedutiva, ou demonstrativa, foi introduzida pelos gregos e corresponde ao uso do pensamento lógico dedutivo para ampliar o corpo de leis e regras iniciais, constituindo a geometria euclidiana. Nesta concepção, “espaço” deixa de ser o real e passa a ser idealizado, lugar onde os objetos se podem deslocar livremente e ser comparados uns com os outros. Geometria das transformações é uma maneira mais global do que local de ver a geometria e teve origem na percepção de que existem várias geometrias, a euclidiana e as não euclidianas, criadas no século XIX.

Nesta época, “espaço” passa a ser visto como um lugar onde os objetos podem ser comparados entre si. A ideia central passa a ser um grupo de transformações congruentes (simetrias, movimentos rígidos) do espaço em si mesmo. “Geometria avançada” designa uma concepção mais recente e muito geral de geometria, como teoria de um espaço definido como conjunto de objetos e conjunto de relações entre os objetos.

Hoje, geometria não é considerada como um corpo de conhecimentos separado e determinado, mas como um ponto de vista, uma maneira particular de raciocinar e tratar dos problemas.

Segundo LOUREIRO (2009), um dos grandes valores da geometria é sua contribuição para a representação e para a visualização, componentes fundamentais do raciocínio geométrico e do raciocínio matemático, em geral.

Na vida, o sujeito primeiramente visualiza o mundo ao seu redor, para progressivamente construir as formas de representação: imagens, desenhos, linguagem verbal. Existe uma capacidade espacial nata para transformar objetos em seu meio e orientar-se em meio a um mundo de objetos no espaço. É a competência de ser, ler e estar no espaço.

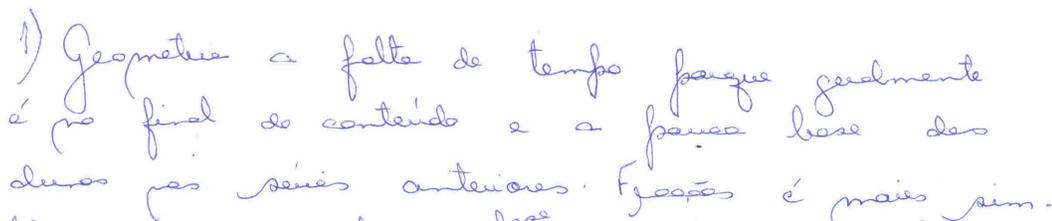
Os objetos geométricos são representados por desenhos. As relações entre desenho e objeto geométrico podem ser caracterizadas pelo fato de que as propriedades do objeto geométrico se traduzem graficamente. No entanto, as interpretações de um mesmo desenho são múltiplas: dependem dos conhecimentos do leitor e do contexto. A passagem, do desenho para o objeto geométrico é complexa, pois depende da interpretação baseada numa percepção visual. O leitor pode não associar um desenho ao objeto que se deseja representar (nem sempre o professor tem talento para desenhar no quadro de giz, um objeto geométrico perfeito, com lados retos, ângulos retos, ou outras características). Além disso, um mesmo desenho pode ter diferentes interpretações. O desenho revela propriedades de um objeto geométrico, mas o faz parcialmente.

Um exemplo típico é a relação quadrado/losango. No momento em que uma figura que representa um QUADRADO é girada e seus lados deixam de ser paralelos

às margens da folha de papel, parece que ela deixa de ser quadrado e passa a ser LOSANGO. Ou seja, para os alunos, QUADRADO é uma figura estática. Na formação de conceitos geométricos, grande parte das dificuldades se originam no aspecto estático do desenho.

2.2 Análise do ensino usual

Verifica-se, no cotidiano escolar, que o conteúdo de Geometria é muito pouco e/ou muitas vezes nem desenvolvido. Os professores alegam falta de tempo ou dificuldades dos alunos.



1) Geometria a falta de tempo faz que geralmente é no final do conteúdo e a pouca base dos alunos nos séculos anteriores. Espaço é mais sim.

Figura 1

Em geral, quando ensinada no nível fundamental, o professor parte de conceitos específicos (ponto, reta, plano) que são ideias abstratas, parte do mundo imaginário e não do mundo concreto da criança.

Quando a relação espaço - forma é abordada, na escola, a criança já cumpriu, sem exagero, importante etapa do desenvolvimento cognitivo que sempre tem, inicialmente, caráter essencialmente espacial. Parte-se na escola, do específico para o geral, da geometria plana para a espacial; no entanto, na vida cotidiana a criança primeiramente convive com o que é geral, relações espaciais, para depois interessar-se pelas noções de geometria plana. Primeiramente a criança faz explorações sensoriais para progressivamente construir as formas de representação. A visualização e o

raciocínio visual podem ser uma âncora para o pensamento matemático e também a primeira oportunidade para as crianças participarem na atividade matemática.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais / PCN (BRASIL, 1998), os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Sugerem que, em sala de aula, o espaço e a forma sejam explorados, a partir de objetos do mundo físico, que é tridimensional, de modo que o aluno possa estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. É preciso lembrar sempre a articulação apropriada entre três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas.

Para entender o ensino usual, como proposto em livros didáticos, foi feita análise da coleção, Projeto Araribá (2002) de 5^a à 8^a Séries do Ensino Fundamental, focalizando o conteúdo, Sólidos Geométricos.

No volume destinado à 5^a série, unidade 3, os autores apresentam obras artísticas no início de cada assunto, com alguns desenhos de poliedros e não poliedros, para, a seguir, apresentarem noções primitivas em geometria plana e seus elementos, mas com pouco enfoque em sólidos geométricos. Não priorizam cálculos aritméticos e/ou algébricos, somente alguns exemplos, do tipo: “*Classifique os triângulos ABC quanto à medida dos lados e dos ângulos.*”, (p. 99), quando tratam de medidas de triângulos, aliás, propõem somente dois exercícios desse tipo, priorizando então a Geometria Intuitiva.

Na unidade 7, do volume destinado à 6^a série, os autores, utilizam alguns poliedros e alguns corpos redondos, para introduzir conceitos sobre distâncias, como por exemplo: distância entre um ponto e uma reta; distância entre duas retas paralelas e distância entre ponto e segmento de reta em triângulos e quadriláteros (p. 228 e 230). Outro exemplo é o exercício 3 (p.231): *Observe a pirâmide e responda às questões. a) Que segmento representa a altura dessa pirâmide? b) Que figura geométrica é base dessa pirâmide?* Sendo que no decorrer da obra, não foram encontradas mais

referências ao assunto, Sólidos Geométricos. Observa-se que a prioridade é a Geometria Científica.

No volume para o ensino de matemática, para 7ª série, em Noções básicas de Geometria (p. 42), unidade 2, os autores, fazem algumas referências sobre figuras geométricas não-planas e planas, retirando do desenho de um paralelepípedo, elementos da geometria plana. Na página 43, sugerem uma atividade, envolvendo figuras planas e não-planas, onde encontramos o desenho de um trapézio, um segmento de reta, um cilindro e o desenho de uma pirâmide, para que o aluno identifique as figuras corretamente. Na unidade 7, que trata do ensino de quadriláteros e circunferências, vêm-se mais algumas atividades, envolvendo corpos redondos e poliedros, orientando também para o tema: planificação. Ainda, nas páginas 220 e 221, ocorre a introdução ao estudo de prismas, cilindros e esferas e secções de figuras não planas, com sugestão de atividades do tipo: *Entre as figuras geométricas não-planas abaixo quais são prismas? Observe as secções que foram feitas por um plano nas figuras geométricas não-planas abaixo e depois responda à questão em seu caderno.*

Quanto ao volume destinado às 8ª séries, os autores na unidade 8, página nº 279, sugerem atividades com sólidos geométricos, com exercícios referentes ao cálculo de área de poliedros, de cilindros; cálculo do volume de primas, pirâmides e cilindros.

A coleção de uma maneira geral, apresenta variados ícones de representação, como: gravuras, desenhos e gráficos. Quanto ao tema sólidos geométricos, verificou-se, que a obra apresenta muitas atividades e exercícios que priorizam cálculos, com exceção do volume destinado à 5ª série, que sugere atividades de observação.

2.3 Análise das Dificuldades de aprendizagem

Para analisar dificuldades de aprendizagem, foi proposto a 18 alunos da 6ª série, um questionário:

O que você já sabe?

a) Você conhece algumas figuras geométricas planas? Dê exemplos, através de desenhos.

b) Você conhece algumas figuras geométricas espaciais? Dê exemplos através de desenhos.

c) Você conhece algum sólido geométrico? Dê exemplos, através de desenhos.

d) Você sabe o que são poliedros? Dê exemplos, através de desenhos.

e) Você sabe o que são polígonos? Dê exemplos, através de desenhos.

Depois de tabuladas, as respostas, dos 16 alunos participantes da pesquisa, observou-se, que:

Questões	Respostas corretas	Respostas erradas	Não responderam
a)	12	4	0
b)	10	3	3
c)	10	2	4
d)	8	7	1
e)	13	2	1

Tabela 1

Apresento a seguir alguns exemplos das respostas dos participantes sobre as perguntas do questionário, como se segue:

a) Você conhece algumas figuras geométricas planas? Dê exemplos, através de desenhos.

...e: João Data: 18/05/10 TURMA: 361 / 1
Responda:
1. Você conhece algumas figuras geométricas planas? Dê exemplos através de



Figura 2

b) Você conhece algumas figuras geométricas espaciais? Dê exemplos, através de desenhos.

2. Você conhece algumas figuras espaciais? Dê exemplos através de desenhos?

Figura 3

c) Você conhece algum sólido geométrico? Dê exemplos, através de desenhos.

3. Você conhece alguns sólidos geométricos? Dê exemplos.

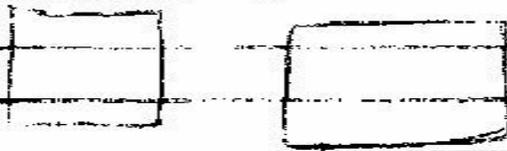


Figura 4

d) Você sabe o que são poliedros? Dê exemplos, através de desenhos.

④ Você sabe o que são poliedros?
Dê exemplos através de desenhos.

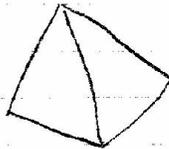


Figura 5

e) Você sabe o que são polígonos? Dê exemplos, através de desenhos.

⑤ Você sabe o que são polígonos?
Dê exemplos!



Figura 6

Percebi que a grande maioria dos alunos consultados desconhece o tema sólidos geométricos. Verifiquei também, que alguns confundem figuras planas com não-planas; não diferenciam poliedros de corpos arredondados; não percebem a relação entre polígonos e faces e não conhecem elementos, como, faces, vértices e arestas.

Minhas descobertas coincidem com as de PROENÇA (2008-a), quanto às concepções e dificuldades dos alunos do ensino médio em geometria: falta aos alunos conhecimento conceitual para diferenciar figuras planas de não planas; os alunos fazem confusão da nomenclatura de figuras planas com as não planas; desconhecem as

propriedades das figuras; e apresentam: dificuldades em representar figuras geométricas.

2.4 Estudo teórico sobre o ensino da Geometria

PROENÇA (2008-a) apresenta uma dissertação em que faz: UM ESTUDO EXPLORATÓRIO SOBRE A FORMAÇÃO CONCEITUAL EM GEOMETRIA DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO.

A dissertação teve como objetivo analisar o conhecimento declarativo de alunos de ensino médio sobre polígonos e poliedros, em termos de seus atributos definidores, das relações subordinadas e supra-ordenadas e de seus exemplos e não-exemplos.

Segundo o autor, atributos definidores, seriam informações, que diferenciam os polígonos, dos poliedros, como por exemplo, que os primeiros: são figuras planas, fechadas e de contornos retos e que os poliedros são construídos a partir destes. Relações subordinadas são atributos comuns que envolvem os polígonos e os poliedros, o conceito de poliedro para prisma e de prisma para cubo. As relações supra-ordenadas ocorrem entre classes de conceitos.

Para validar seu trabalho, o autor baseia-se na psicologia da educação matemática, que é uma área de pesquisa cujas preocupações dizem respeito à atividade mental na formação de conceitos em Matemática.

O autor, no capítulo IV, apresenta um estudo sobre o conceito matemático de polígono e poliedro, mas valendo-se de conteúdos constantes do livro didático analisado (DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos da matemática elementar: geometria espacial, posição e métrica, 10. 5ª ed. São Paulo: Atual, 1993). Analisa as definições destes autores, quanto a polígonos, poliedros, prismas e pirâmides.

Quanto às dificuldades dos alunos, constata que, os alunos apresentaram dificuldades em:

- a) reconhecer formas geométricas como polígonos e poliedros;
- b) generalizar figuras de mesma forma;
- c) generalizar os exemplos de polígonos e os exemplos de poliedros;

- d) identificar os atributos definidores de polígonos e de poliedros;
- e) verificar a relação entre os exemplos de polígonos e poliedros.

PROENÇA (2008-a), realizou um estudo piloto, no qual utilizou alguns instrumentos para coleta de dados: questionário; prova matemática; teste de atributos definidores; teste de exemplo e não-exemplos e um teste de relações subordinadas e supra ordenadas, em que participaram 97 alunos e 156 alunas, totalizando 253 estudantes do ensino médio de uma escola pública do município de Bauru-SP.

O pesquisador aplicou cinco instrumentos:

1. Questionário, com questões sobre a vida escolar dos participantes, como, por exemplo, se gostam de Matemática e geometria;

2. Prova matemática, com questões a respeito dos conceitos de polígonos e poliedros, como:

O que você entende por polígono? Desenhe dois tipos diferentes.

3. Teste de atributos definidores, exemplo:

Responder afirmações sobre relações entre polígonos e poliedros em que deverá colocar V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas.

() Todo polígono é uma figura plana.

4. Teste de exemplos e não-exemplos, como:

Assinale com "X" uma única alternativa que corresponde à figura dada.

() Polígono

() Poliedro

() Nada



5. Teste de relações subordinadas e supra-ordenadas, contendo o seguinte exemplo:

Responder afirmações sobre relações entre polígonos e poliedros em que deverá colocar V para as afirmações verdadeiras e F para as falsas.

() Todo polígono formado por quatro segmentos de reta é um quadrilátero.

O autor conclui que tanto alunos, quanto professores, apresentaram dificuldades na abordagem de conceitos geométricos, mas que o uso de metodologias e estratégias

de ensino podem ser eficazes para promover a aprendizagem. A compreensão dos conceitos geométricos pode ser favorecida por um trabalho que envolva visualização e representação plana de formas geométricas, pela manipulação de materiais e pela utilização de softwares geométricos.

3 RECURSOS DIDATICOS

Segundo LOUREIRO (2009), os protótipos rígidos das figuras geométricas regulam o desenvolvimento do raciocínio geométrico da criança ao longo de toda a sua vida. Se os exemplos e contra-exemplos da experiência vivida pelas crianças são rígidos, colados ao papel, e não representam toda a variedade de elementos de uma classe, assim também serão os seus conceitos. Justifica-se, pois a necessidade de realizar atividades de geometria sobre estruturas geométricas diversificadas, com objetos geométricos em representações diversas, estabelecendo ligações entre elas. O desenvolvimento do raciocínio geométrico tem que se servir de uma diversidade de representações e de ações adaptadas ao raciocínio a desenvolver.

Assim, os materiais que permitem representar os objetos geométricos devem ser escolhidos em função das estruturas geométricas que se pretendem trabalhar.

As tecnologias, como auxiliar didático no ensino de Matemática, são cada vez mais adotadas por professores que têm acesso a laboratórios de informática em suas escolas, principalmente como meio de comunicação, mas também como recursos computacionais para ilustrar, com vantagens, exemplos e problemas em suas exposições.

Segundo BALDIN e FELIX (Sd), pesquisas indicam que um simples contato com a tecnologia não garante uma aprendizagem satisfatória dos alunos, destacando a importância do planejamento cuidadoso das atividades. Na presença da tecnologia em situações de ensino/aprendizagem, devem-se considerar dois aspectos importantes:

i) a própria configuração das atividades, que depende essencialmente da compreensão do professor sobre as características instrumentais da tecnologia

escolhida, de modo que esta seja adequada para os objetivos matemáticos das atividades;

ii) o papel do professor como mediador entre o conteúdo específico e o ambiente de aprendizagem, que inclui o contexto e o conhecimento do professor sobre o nível de aprendizagem de seus alunos.

3.1 Uso de vídeo

Como parte inicial desta proposta didática, foi utilizado um vídeo, a fim de sensibilizar os alunos, quanto ao tema: Conceitos elementares sobre a geometria espacial e plana, através dos sólidos geométricos.

Segundo MORAN (1995), o vídeo aproxima a sala de aula do dia a dia, além de introduzir novas problematizações, através das linguagens de aprendizagem e comunicação próprias da sociedade urbana.

O autor sugere o uso do vídeo como sensibilizador para a introdução de novo assunto curricular ou como elemento ilustrativo, numa aula que é tradicionalmente expositiva dialogada.

Sugere também o uso do vídeo em simulações como conteúdo de ensino, como produção do professor e dos alunos e em processos avaliativos, como espelho das ações de professores e alunos. É interessante a integração do vídeo com a televisão, com o computador e com a internet.

No mesmo texto, Moran alerta para usos inadequados dessa mídia. O professor não deve:

- a) utilizar um vídeo para resolver um problema inesperado, como no caso da ausência de um professor;
- b) exhibir um material, sem ligação com a matéria;
- c) exagerar no uso do vídeo;
- d) exhibir um vídeo, sem discuti-lo, isto é, deve-se assistir, parar, voltar e mostrar alguns momentos mais importantes, sempre que necessário.

3.2 Uso do GEOGEBRA

A geometria dinâmica tem um papel fundamental para “descolar” e “manipular” as representações de figuras geométricas.

O GeoGebra é um programa computacional educativo livre que reúne Geometria, Álgebra e Cálculo. Seu autor é o professor Markus Hohenwarter da Universidade de Salsburgo na Áustria, e pode ser obtido por meio do endereço eletrônico: <http://www.geogebra.org/cms/>

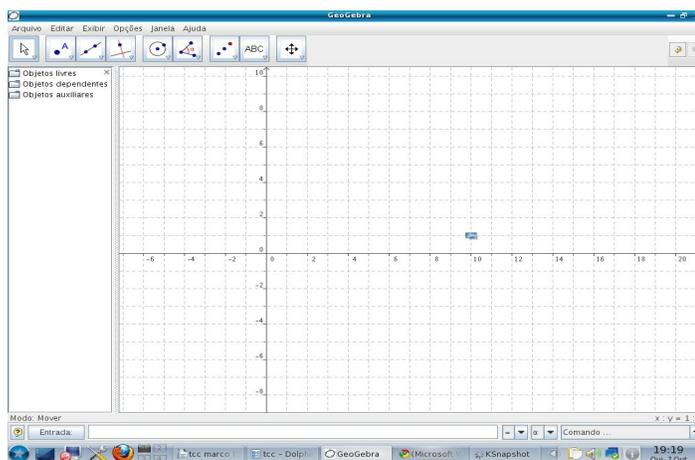


Figura 7

Este *software* é mais um recurso pedagógico, para inovar no ensino da matemática em sala de aula, que, na forma tradicional, apresenta vários problemas. O “fazer matemática”, segundo GRAVINA e SANTAROSA (1998), requer que o aluno: experimente, interprete, visualize, conjecture, abstraia, generalize e demonstre. Ou seja, o aluno deixa de ser passivo: “frente a uma apresentação formal do conhecimento”. (GRAVINA, 1998, Pág.1)

Segundo KALEFF (1998, pág.18) este programa proporciona novos rumos para o entendimento das formas geométricas, oferecendo “*figuras em movimento*”, que não se deformam. Com elas, os alunos podem fazer muitas experiências, evidenciando novas propriedades geométricas e buscando explicações para o que está sendo empiricamente constatado. Trabalhar com o Geogebra significa trabalhar com

Geometria Dinâmica², ou seja, de tal forma que as construções geométricas, ao serem manipuladas guardam as relações geométricas, que foram impostas nas construções.

3.3 Uso de material concreto

Como parte do trabalho, foi utilizada, como recurso didático, a planificação de um bloco retangular, para auxiliar o aluno no desenvolvimento da representação, pois as crianças apresentam dificuldades em visualizar as figuras espaciais a partir de figuras planas. Este recurso também contribui na ampliação de visão espacial, pois segundo PROENÇA (2008-a, Pág.19): “[...]a *planificação dos poliedros pode dar condições ao alunos de começarem a estudar os polígonos e suas propriedades, bem como seus atributos definidores*”, entendendo-se esses atributos, como sendo características próprias dos polígonos.

Espera-se também que pela visualização destas figuras, os alunos venham a apresentar melhoras na habilidade de visualização de objetos geométricos, pois essa é de importância fundamental no trato da Geometria. Através desse tipo de operação o indivíduo passa a identificar uma determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; passa a reconhecer que algumas propriedades de um objeto são independentes de características físicas como tamanho, cor e textura; identifica um objeto ou um desenho, quando apresentado em diferentes posições, entre outras operações (KALEFF, 1998, pág. 16).

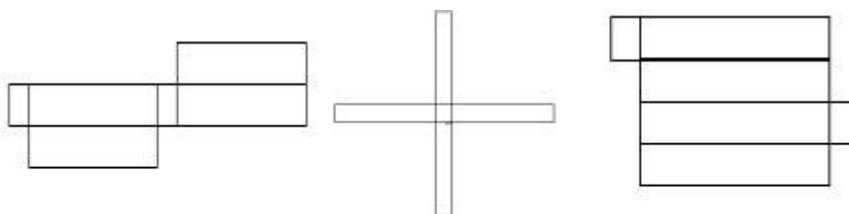
Nos momentos das planificações, aproveitou-se para a exploração dos conceitos de ponto, segmento, quadrado, retângulo, reta, ângulo reto e outros, sendo que ainda, através de vários modelos de planificações, proporcionou-se aos alunos a ideia de que, existem mais de uma solução para o problema de planificar um bloco retangular.

Segundo, KALEFF (1998, pág. 17): “... *aconselhável que se leve o aluno a vivenciar experiências com diversos tipos de materiais manipulativos[...]*”

Na experiência relatada, neste texto, os alunos construíram vários prismas de bases retangulares, utilizando régua, cola branca, tesoura, lápis preto, canetas de

²Curso de especialização em matemática, disponível em: http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_I/

diversas cores e cartolina, seguindo os moldes abaixo. A ordem era: recortem, dobrem e cole, para dar forma as planificações, começando assim a ampliar sua visão espacial, ou seja, sua habilidade de percepção das formas espaciais a partir das figuras planas.



Modelos de planificação

Figura 8³

Assim, através da planificação de um bloco retangular, que revela suas faces retangulares, pressupõe-se que os alunos venham a perceber, as figuras planas, como construtoras das figuras espaciais e que reconheçam que estas fazem parte de objetos que manipulamos no cotidiano.

Segundo PROENÇA (2008-b, Pag.1): *“É a partir desse trabalho – do tridimensional para o bidimensional – que os conceitos podem ser formados.”*

³Modelos disponíveis em: http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.asp? E construídos no programa digital Kolorpaint/Linux.

4 DA GEOMETRIA ESPACIAL PARA A PLANA: UM ESTUDO⁴

Olhando ao redor, encontramos inúmeras formas. Algumas são obras da natureza, outras foram criadas pelo homem, muitos dos objetos que hoje utilizamos, foram observados e estudados pelos homens, inspirando-os a construí-los.

Arquiteto, engenheiro e outros profissionais conseguem criar formas bonitas e com tantas aplicações na vida diária, utilizando a *Geometria*.

Na Geometria, as formas são idealizadas, perfeitas. O conhecimento geométrico é aplicado na construção do mundo real, e para que venhamos a entender essas formas criadas pela natureza e pelo homem, devemos estudar e conhecer os elementos com os quais podemos construí-las.

A aprendizagem de geometria propicia “[...]o desenvolvimento de um certo tipo de pensamento lógico, organizado, estruturado e sistemático que auxilia na resolução de problemas dos mais diversos tipos.” (GARCIA, 2005. Pag. 5)

Frente a essa problemática, iniciamos o presente estudo pelo que seriam formas planas e não-planas:

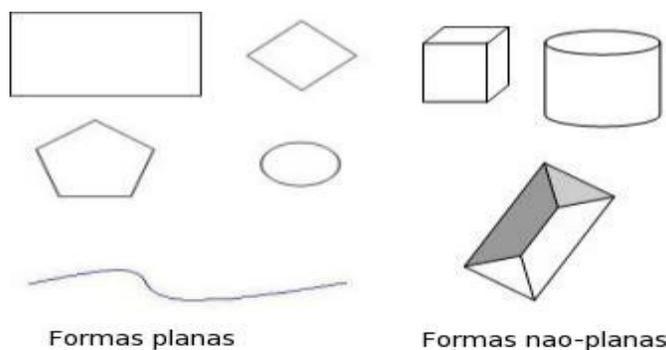


Figura 9

Observa-se que as formas planas “ficam” no plano e as não-planas: “saem do plano”, ainda podemos verificar que as figuras planas formam os lados das figuras não-planas.

⁴Este estudo foi baseado em DANTE L. R. Matemática Contexto & Aplicações(2002), e ANDRINI, A. & Vasconcelos J. M. Novo Praticando Matemática(2002). Figura 9, construída no programa digital Kolorpaint/Linux.

Ainda classificamos as formas planas em: polígonos e não-polígonos, como nos exemplos abaixo:

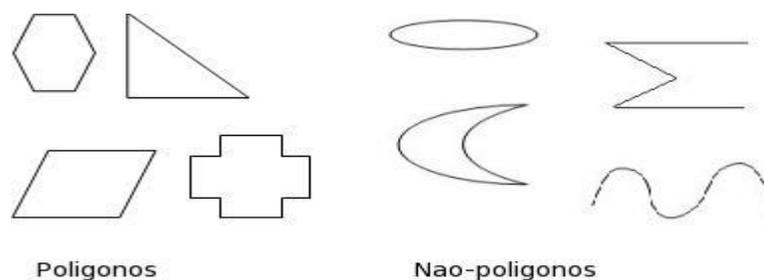


Figura 10

O polígono é uma região fechada e deve ter somente contornos retos.

Mas pensando em formas da natureza e nas criações humanas, temos que considerar também, por exemplo, as seguintes formas:

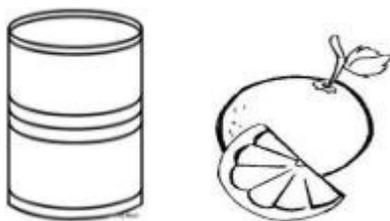


Figura 11⁵

Observamos que uma embalagem, pode ter 2 faces planas (círculos), mas sua superfície lateral é arredondada (os corpos redondos). Já a laranja, não possui superfícies planas. Sua superfície é toda arredondada.

Verificamos assim que, nem todos os objetos do espaço tridimensional (tridimensional= três dimensões) são poliédricos. Há os que são limitados por uma superfície arredondada (como a esfera) e os que são limitados por superfícies arredondadas e planas (como o cone e o cilindro).

Pensando nestas características, classificamos as formas não-planas em dois grupos, os poliedros e os não poliedros:

⁵ Figura disponível no site: www.google.com.br (Imagens).

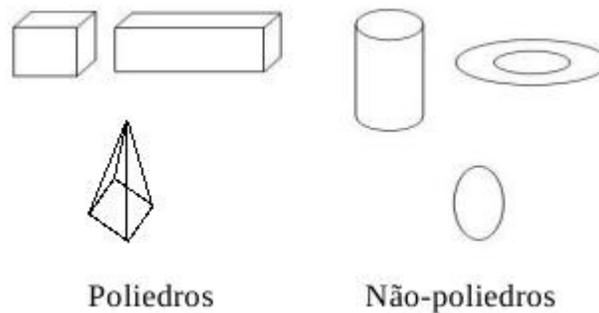


Figura 12

Poliedro (poli=muitos; edro=face) é um sólido limitado por um conjunto finito de polígonos, que são denominados faces. Cada polígono é uma face do poliedro. As faces formam a superfície do sólido, observando-se que, um sólido geométrico é formado pela superfície e pelo espaço que fica entre as várias faces que compõem a sua superfície. Como os polígonos têm contornos retos e são figuras planas, os poliedros não têm formas arredondadas.

Vistos os atributos, que diferenciam figuras planas e não-planas, polígonos e não-polígonos, poliedros e não poliedros, como exemplo investiguemos um prisma reto de base retangular ou paralelepípedo reto retangular ou paralelepípedo retângulo.

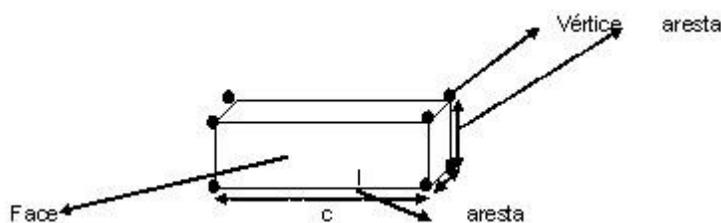


Figura 13⁶

O prisma acima, cuja forma aparece em muitas construções e objetos, recebe também o nome de *bloco retangular*.

Um bloco retangular possui três dimensões: comprimento (c), altura (a) e largura (l).

⁶ Figura nº 12 e 13, idealizada do livro didático: Novo Praticando Matemática. (Pag. 122), e construída no programa digital Kolourpaint/Linux.

4.1 Nomeando as partes do bloco retangular:

- o trecho de reta produzido pelo encontro de duas faces chama-se *aresta*. O ponto de encontro das arestas é um *vértice*. O bloco retangular possui seis faces, todas retangulares.

Todo poliedro possui faces, arestas e vértices.

Aproveitando as faces, arestas e vértices do bloco retangular, observamos, três figuras básicas para o estudo da geometria: o ponto, a reta e o plano, os chamados conceitos primitivos, pois são aceitos sem definição.

Observando o encontro das arestas, chegamos à idéia de *ponto*. Para darmos o nome a eles, usamos as letras maiúsculas do alfabeto, como por exemplo:



Figura 14⁷

Podemos imaginar uma aresta do bloco retangular prolongando-se indefinidamente, temos então a idéia de uma reta (a):

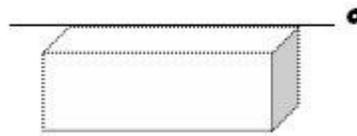


Figura 15

Um trecho da reta, como uma aresta do bloco retangular, por exemplo, chama-se *segmento de reta*.

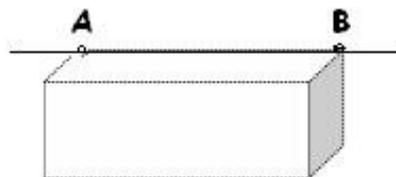


Figura 16

⁷ Figuras do número 14 ao 18, idealizadas do livro didático: Novo Praticando Matemática e construídas no programa digital Kolourpaint/Linux.

Os pontos A e B são as extremidades do segmento AB.

Imaginemos agora uma face do bloco retangular prolongando-se indefinidamente, como da figura a seguir:

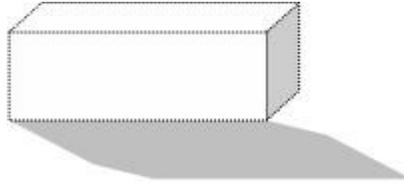


Figura 17

Temos então um *plano*, que é outra figura fundamental para a geometria. Mas o plano precisa de uma representação. A mais usual é:



Plano β

Figura 18

Como já utilizamos as letras maiúsculas do nosso alfabeto (para os pontos) e as minúsculas (para as retas), vamos nomear os planos com letras do alfabeto grego, como α (alfa) e β (beta), por exemplo.

Portanto, nos elementos de um poliedro encontramos:

Pontos \rightarrow vértices

Retas e segmentos de retas \rightarrow gerados pelas arestas

Planos \rightarrow gerados pelas faces

4.2 Representando sólidos através da planificação das faces

A Planificação de um prisma retangular

Esta sequência de atividades envolve ações que relacionam conceitos da Geometria espacial e conceitos da Geometria plana.

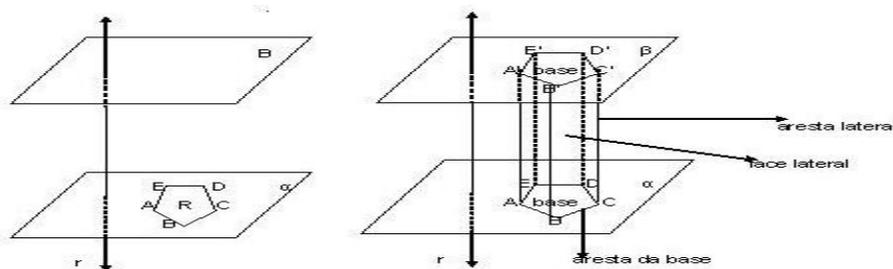
A planificação de um bloco retangular permite ao aluno caracterizar um poliedro simples e a noção de planificação de um sólido.

A partir da manipulação de materiais concretos e de figuras desenhadas sobre redes de quadrados, revela-se que, as faces retangulares, são faces do prisma.

Os Prismas

Considerando dois planos paralelos α e β , R uma região poligonal em um dos planos e r uma reta que intersecta os dois planos.

O conjunto de todos os segmentos paralelos à reta r que ligam um ponto de R a um ponto do outro plano forma um prisma.



Construção de um prisma e seus elementos.

Figura 19⁸

Concluindo: prismas são poliedros que têm duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, e as demais faces têm a forma de paralelogramos e são chamadas faces laterais.

Um prisma pode ser oblíquo ou reto, conforme as faces laterais sejam perpendiculares ou não às bases.

⁸Figuras nº 19, 20 e 21, idealizadas à partir do livro didático: Matemática Contexto & Aplicações. Ensino Médio. (pag.315), e construídas no programa digital Kolourpaint/Linux.



Figura 20

Os prismas são nomeados em função das formas de suas bases, assim um prisma pode ser pentagonal, quadrangular, etc.

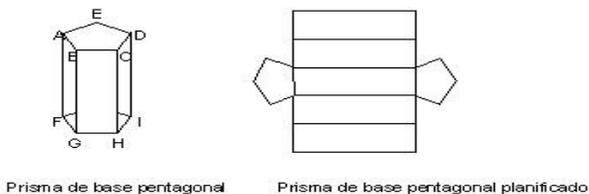


Figura 21

Bases: ABCDE e FGHIJ

Faces laterais: BCHG, CDIH, DEJI, AEJF e ABGF (retângulos)

Arestas laterais: AF, BG, EJ, CH e DI

Como nesta experiência didática, a planificação é de um bloco retangular e suas bases têm forma de um paralelogramo, o prisma chama-se *paralelepípedo*. Se o bloco retangular fosse construído com todas suas faces retangulares, denominar-se-ia: paralelepípedo retângulo.

Se as faces desse prisma retangular, fossem quadradas, teríamos então um cubo, ou hexaedro regular (hexa: seis; edro: faces), pois possui as seis faces congruentes, como construção à seguir, e sua planificação:

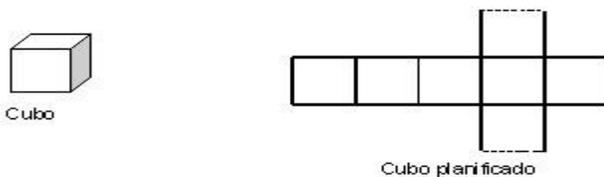


Figura 22⁹

⁹ Figura idealizada do livro didático: Novo Praticando Matemática. (pag.126), e construída no programa digital Kolorpaint/Linux.

5 A EXPERIENCIA DIDATICA

5.1 Apresentação do tema e justificativa

Esta é uma proposta de trabalho que tem como foco o ensino de elementos de Geometria, partindo da Geometria Espacial para a Plana. Foi aplicada na 6ª Série do ensino fundamental, na E.E.E.F. Plácido de Castro, na cidade de Porto Alegre-RS.

Como recursos didáticos foram utilizados: um vídeo da Coleção TV-Escola; o software Geogebra e material concreto para planificação de sólidos.

O vídeo intitula-se: OS SÓLIDOS DE PLATÃO – Mão na forma. Foi produzido pela TV Escola e acessado em 24 de abril de 2010 no endereço: <http://www.youtube.com/watch?v=LZJuHYcEi-A>. Trata das formas da natureza e ajuda a compreender as teorias e regras da geometria.

O objetivo do trabalho foi criar oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades de visualização e de representação, fundamentais no raciocínio geométrico. A ideia foi partir dos sólidos geométricos, para desenvolver conceitos elementares de geometria plana e espacial.

5.2 Apresentação do Plano de Ensino

Foram criadas atividades para os alunos com objetivos de:

- a) obterem a planificação de um bloco retangular;
- b) identificarem e diferenciarem: formas planas e formas não-planas, faces, arestas e vértices de poliedros;
- c) caracterizarem polígono e poliedro;
- d) identificarem pontos, retas, segmentos de retas e planos nos polígonos e poliedros.

Plano de Ensino

OBJETIVO	AÇÃO	RECURSO
2 h/aulas: Visualização espacial. Perceber semelhanças e diferenças de objetos do mundo físico, com as figuras geométricas.	Planificação de figuras tridimensionais, no caso de um prisma quadrangular.	Quadro de giz, régua, compasso, transferidor madeira, livro didático e computador.
2 h/aulas: Analisar o prisma Identificar suas faces, arestas, vértices.	Planificação do sólido geométrico: bloco retangular.	Material de sucata para as planificações.
2 h/aulas: Comparar figuras planas, polígonos e poliedros.	Discussão, sobre os elementos que compõem os prismas.	Programa digital GeoGebra.
2 h/aulas: Analisar o prisma quadrangular: seus elementos e propriedades: pontos, retas, segmentos de retas e planos.		CD-R, com vídeo sensibilizador.

Tabela 2

5.3. Reflexão Prévia: Hipóteses

Elaborei as seguintes hipóteses, anteriores à implementação do plano:

a) sobre os conhecimentos prévios que os alunos devem ter para responder às questões do plano.

Pressuponho que os alunos:

Hipótese 1: desconheçam o tema;

Hipótese 2: desconheçam as diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial;

Hipótese 3: não reconheçam as diferenças entre polígonos e poliedros.

Hipótese 4: não conheçam softwares de Geometria Dinâmica.

b) sobre as expectativas com relação ao material a ser entregue

Espero que:

Hipótese 5: o vídeo desperte interesse nos alunos;

Hipótese 6: através das planificações os alunos venham à perceber às diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial;

Hipótese 7: reconheçam as diferenças entre polígonos e poliedros.

Hipótese 8: através da construção no software, os alunos percebam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces.

c) sobre expectativas quanto à receptividade, ao desempenho, as facilidades ou dificuldades esperadas na realização das atividades, e quanto à melhoria no conhecimento do aluno.

Como a pesquisa envolve uma turma de 6^a série, em que os elementos relativos ao estudo da geometria plana e espacial não foram desenvolvidos e considerando-se à faixa etária dos alunos, que quando solicitados a desenvolverem atividades lúdicas, em geral são receptivos, elaborei diferentes hipóteses a respeito dos recursos didáticos.

Pressuponho que:

a) o vídeo seja realmente sensibilizador (desperte a curiosidade e a discussão sobre o tema de ensino);

b) a atividade de planificação desperte o interesse;

c) o uso do software GeoGebra desperte interesse;

d) a combinação destes contribua para uma melhoria no aprendizado dos elementos da geometria plana e espacial.

5.4 Estratégias para coleta de dados

Para análise posterior da experiência, coletei os seguintes dados:

- a) material escrito pelos alunos, com relação ao vídeo sensibilizador;
- b) material escrito pelos alunos quanto aos conhecimentos anteriores e posteriores, quanto ao conteúdo: Sólidos Geométricos¹⁰;
- c) imagens das planificações realizadas pelos alunos;
- d) imagens das atividades desenvolvidas nos softwares.

5.5 Descrição da prática

No dia 4 de maio de 2010, com a turma 861/6^a série da Escola Estadual de Ensino Fundamental Plácido de Castro, na cidade de Porto Alegre-RS, com duração de duas horas aulas, foi realizada a planificação de blocos retangulares, conforme registro no anexo I, quando observei muito envolvimento dos alunos. Isto demonstra que quando solicitados para atividades diferentes das aulas expositivas dialogadas, eles se empenham nas tarefas.

Mas, também, verifiquei que eles encontraram algumas dificuldades inesperadas, como por exemplo:

- a) quanto ao manuseio de instrumentos de medidas, como por exemplo, ao usar a régua, iniciavam a medição a partir do número um da escala e não a partir da marca zero;
- b) ao trabalharem com polígonos regulares, no início dos trabalhos, não percebiam, que o bloco retangular deveria ter suas faces simétricas, caso contrário, não conseguiriam, “fechar a caixa”, demonstrando dessa maneira, dificuldade de visualizar o objeto;
- c) como era previsto, não, diferenciavam um polígono qualquer de um polígono regular, mas pós várias tentativas e com o auxílio do professor, passaram a perceber,

¹⁰ <http://mathematikos.psico.ufrgs.br/cursogeo/projetos/projetorose.html>

que as faces deveriam ser congruentes, para que a “embalagem”, pudesse ser montada, conforme imagem abaixo:



Figura 23¹¹

No GeoGebra, alguns alunos conseguiram reproduzir um bloco retangular, sob a orientação do professor, observando-se, que: quando orientados a utilizarem o ícone “homotetia”, os mesmos perceberam, que a caixa que “abria” para digitar um valor, criava outra figura de tamanho diferente daquele construído, no caso um quadrado, e intuitivamente uniam os pontos, que davam origem às faces do bloco retangular, para eles uma “caixa”.

Construção da “caixa”, no GeoGebra como a seguir:

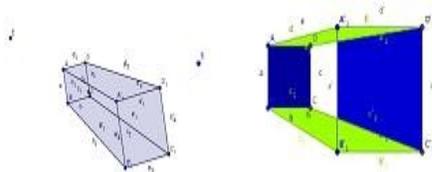


Figura 24¹²

Quanto a discussão sobre os elementos que compõem um prisma, observei terem sido satisfatórias, através do depoimento de alguns alunos na pesquisa posterior realizada, como por exemplo:

¹¹ Figura construída no programa digital Cheese/Linux.

¹² Figura construída no programa digital GeoGebra/Linux.

Hipótese 8: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces?

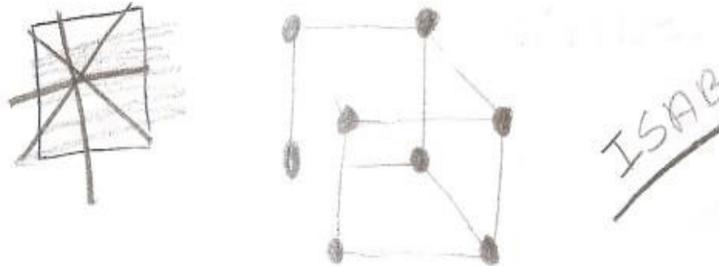


Figura 25

A aluna associou os vértices com os pontos.

Hipótese 8: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces?

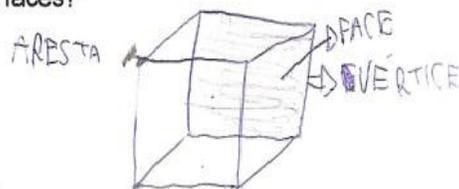


Figura 26

O aluno associou corretamente todos os elementos do sólido.

Hipótese 1: Você lembra do assunto sólidos geométricos? Descreva!

blocos retangulares

Figura 27

O aluno associou os blocos retangulares, como sendo um sólido geométrico, mas preciso salientar, e tomar cuidado em experiências futuras, pois é possível que o aluno está pensando que só existe um sólido geométrico.

Hipótese 7: Através das planificações lembram das diferenças entre polígonos e poliedros? poliedros são figuras com muitas faces polígonos: são figuras com linhas retas.

Figura 28

O aluno associou um poliedro, como sendo uma figura formada por faces e um polígono como uma figura formada por “linhas retas”, mas, observei, que ele não usou os termos “espacial” e “plana”. Fica a dúvida sobre estes conceitos.

5.6 Análise das hipóteses

Com relação às hipóteses, foi realizada outra pesquisa no dia 13 de Julho de 2010, para verificar o que os alunos, haviam aprendido à respeito do assunto, verificando-se que:

Hipótese 1: desconheçam o tema;

Inicialmente, os alunos desconheciam o tema, mas posteriormente à experiência, alguns mostraram aprendizagem. A aluna Isabella, a seguir, associou os sólidos, através de alguns exemplos, como um cubo e uma pirâmide:

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PLÁCIDO DE CASTRO

TURMA 61

Pesquisa em 13 de Julho de 2010.

Hipótese 1: Você lembra do assunto sólidos geométricos? Descreva!

Sólido geométrico são um cubo uma pirâmide etc...

Figura 29

Hipótese 2: desconheçam as diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial;

Inicialmente, os alunos desconheciam as diferenças e sequer conheciam os termos. Posteriormente, reformulei a pergunta, como digitalizado e respondido pela aluna Gabriela. Nota-se que ela respondeu que um quadrado é uma figura plana e um cubo é uma figura espacial, diferenciando satisfatoriamente um quadrado de um cubo:

Hipótese 2: Qual a diferença entre Geometria plana e Geometria Espacial?

Plana: um quadrado
Espacial: um cubo

Figura 30

Hipótese 3: não reconheçam as diferenças entre polígonos e poliedros.

Inicialmente, os alunos sequer conheciam os termos polígono e poliedro. Posteriormente, reformulei a pergunta, que foi respondida pelo aluno, como a seguir, mostrando que este aluno passa a utilizar os termos e percebe a diferença, pois no caso do poliedro desenhado, o aluno incluiu faces na figura.

Hipótese 3: Qual diferença entre, polígonos e poliedros?

POLIGONO:  POLIEDRO: 

Figura 31

Hipótese 4: não conheçam *softwares* de Geometria Dinâmica.

Realmente, os alunos nunca, haviam manipulado um programa digital de geometria.

Hipótese 4: Vocês conheciam softwares (programas de computador), sobre geometria? Não

Figura 32

Hipótese 5: o vídeo desperte interesse nos alunos

O interesse não foi como eu esperava. Alguns alunos prestaram atenção, outros não.

Hipótese 5: Dê sua opinião sobre o vídeo sobre sólidos geométricos?
Não entendi porque estavam conversando.

Figura 33

Hipótese 5: Dê sua opinião sobre o vídeo sobre sólidos geométricos?
Eu achei as figuras geométricas que aparecem são:


Figura 34

Hipótese 6: através das planificações os alunos venham a perceber às diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial.

Quanto a essa hipótese, visto a idade dos alunos, penso que as diferenças foram percebidas, embora verbalizadas de modo muito informal.

Hipótese 6: Através das planificações, vocês perceberam às diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial?
Geometria Plana é aquela que pode no deitar
Geometria Espacial é aquilo que fica de pé.

Figura 35

Hipótese 7: reconheçam as diferenças entre polígonos e poliedros

Quanto a essa hipótese, também ocorreu aprendizagem. Por exemplo, este aluno, diferenciou um poliedro de um polígono, como sendo o poliedro, *uma figura que tem lados* e que uma figura plana “*não fica em pé*”, diferenciando um poliedro, como sendo “*algo*”, que fica acima do plano.

Hipótese 7: Através das planificações lembram das diferenças entre polígonos e poliedros?

A diferença, é que poliedros tem os seus lados etc.

Figura 36

Hipótese 8: através da construção no *software*, os alunos percebiam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces.

Embora a resposta tenha sido feita no papel, a maioria dos alunos, respondeu satisfatoriamente a esta questão e alguns realizaram uma construção do bloco retangular, no GeoGebra.

Hipótese 8: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces?



Figura 37

5.7 Síntese do que foi feito, conclusões e reflexões sobre a engenharia

Este trabalho tratou do ensino dos elementos da geometria espacial, voltado para o aluno do ensino fundamental, e utilizou como recursos didáticos:

- um vídeo sensibilizador: “Os Sólidos de Platão¹³”;
- um *software*, no caso o programa gratuito: GeoGebra, programa digital de Geometria Dinâmica, que os alunos desconheciam (para obterem familiaridade, foram solicitados a realizarem atividades “extra-classe”, explorando o aplicativo, com posterior retorno dos trabalhos ao professor, via correio eletrônico);

¹³<http://euler.mat.ufrgs.br/~ensino2/alunos/06/index.htm>

- a planificação de um bloco retangular, pressupondo-se que através da prática, os educandos estariam envolvendo-se ativamente na construção do conhecimento dos elementos da geometria plana e espacial.

Para verificar o conhecimento prévio e o posterior à experiência, apliquei dois questionários: o primeiro foi aplicado no dia 21/05/2010, para averiguar o que os alunos conheciam sobre elementos da geometria, sob o título, “O que você já sabe?”; o segundo foi aplicado no dia 13/07/2010, para verificar se houve melhorias na aprendizagem dos alunos, depois das atividades propostas.

O objetivo do trabalho foi criar oportunidades para os alunos desenvolverem capacidades de visualização e de representação, fundamentais no raciocínio geométrico. A ideia foi partir dos sólidos geométricos, para desenvolver conceitos elementares de geometria plana e espacial. No Anexo I, descrevo as atividades desenvolvidas.

Antes de iniciar a prática, foram formuladas hipóteses, parcialmente validadas, mas considero que houve pontos fracos e que o plano de ensino precisa ser reformulado, nos seguintes aspectos, para corresponder aos objetivos:

a) quanto à escolha do vídeo, pois os alunos não demonstraram muito interesse no mesmo, uma vez que o mais comentado foi a respeito da apresentadora; sendo que também, não prestaram atenção;

b) quanto à planificação, é preciso propor outros sólidos, além do prisma retangular, por exemplo, um tetraedro regular, que pode ser identificado com uma pirâmide. Este cuidado pode evitar que os alunos apresentem apenas o cubo e o prisma como poliedros.

c) é preciso dar mais ênfase, às palavras “espacial” e “plana”, associando-as com as noções de dimensão, identificando a sala de aula como o espaço em que vivemos, em que nos movemos, com três dimensões, nosso corpo tem três dimensões e vive no espaço; uma folha de papel, as paredes e o chão, são partes de um plano, com duas dimensões. Talvez assim, os alunos possam ir um pouco além de definir uma figura espacial “como aquela que fica de pé”.

6 Conclusões e reflexões pessoais

Com esta experiência didática, desenvolvi uma compreensão melhor sobre Geometria.

Estudei sobre o raciocínio geométrico e a importância da visualização e da representação; também entendi que pode-se partir da visão espacial e do conhecimento que os alunos têm, do mundo ao seu redor, como âncoras, para iniciar o ensino formal de Geometria.

Por outro lado, foi a primeira vez que desenvolvi com mais atenção, o conteúdo sólidos geométricos no ensino fundamental, o que serviu para me fazer rever e ampliar o estudo dos elementos da geometria plana e espacial, para melhor contribuir na construção do plano.

A experiência mostrou que o trabalho em geometria não deve centrar-se apenas nos objetos geométricos, devendo atender muito mais às ações que podem ser aplicadas sobre eles, sob pena das crianças só aprenderem nomes de figuras e começarem a distingui-las apenas pelo seu aspecto ou posição. As ações como classificação, composição, decomposição, construção e transformação devem ter um destaque especial ao longo de toda a aprendizagem, como afirma LOUREIRO (2009).

Aproveitei a leitura da dissertação de PROENÇA (2008-a), tomando emprestado algumas boas ideias. Um dos motivos da escolha da planificação de um bloco retangular foi o de tornar o ensino dos elementos da geometria plana e espacial mais significativo para os alunos, visto que esta forma está muito presente no seu cotidiano, na forma de diversas embalagens. Também verifiquei, concordando com o autor, o fato de que os alunos apresentaram atitudes mais positivas, com relação à aprendizagem da Matemática quando ativos e envolvidos nas planificações e nas atividades com o programa GeoGebra. Importante, registrar que um dos meus alunos, refere-se a polígono como sendo formado por “*linhas retas*”, palavras que são encontradas nas falas, no trabalho de PROENÇA (2008-a): “*polígono se refere a apenas os segmentos de reta que o formam, ou seja, a fronteira.*”, desta forma intuitivamente o educando “concorda” com o mestrando. Continuando essa reflexão, observei também que alguns

alunos – como PROENÇA (2008-a), também verificou - confundem um poliedro com um corpo redondo.

Uma vez que a intenção do autor da dissertação era de verificar os conhecimentos dos alunos do ensino médio a respeito do assunto, também verifiquei que meus alunos, antes desta experiência de ensino, desconheciam totalmente as diferenças entre figuras planas e não planas, entre polígonos e poliedros. Também trabalhei somente as formas espaciais e planas e seus elementos, não conduzindo o trabalho para resolver expressões matemáticas e/ou algébricas. Como sugere o autor, mantive o foco nos conceitos de geometria, relacionando polígonos e poliedros.

Após a prática, percebi que muitas das dificuldades comuns, dos alunos, nestes conteúdos, foram solucionadas e identifiquei mudanças positivas, no conhecimento, durante a prática.

Os alunos ainda não tinham tido a oportunidade de desenvolver estudos a respeito dos assuntos geometria plana e espacial. Esse ensino tem sido restrito à construção de alguns desenhos tradicionais, como um quadrado, um retângulo e um círculo, em aulas de educação artística, obviamente sendo tratados como educação artística e não como um tema matemático.

Ao final das atividades, mostraram perceber diferenças quanto a geometria espacial e plana: o que é uma figura plana e uma figura espacial; um sólido geométrico tem faces; um polígono é construído por retas, tratados por eles como “linhas”; os vértices dos sólidos são pontos. A maioria passou a identificar os elementos dos sólidos, como faces, vértices e arestas, desenvolvendo também a ideia de reta (linha) e ponto como o elemento que “une” as retas, segundo interpretação deles. Considerando seu nível cognitivo, penso ser aceitável.

Quanto aos recursos utilizados, desenvolvi uma compreensão melhor a respeito das possibilidades de utilização das mídias digitais e recursos de tecnologia, pois quando dispomos somente do quadro de giz e do livro didático, torna-se difícil contextualizar os conteúdos escolares.

O vídeo contribuiu no sentido de provocar discussões quanto aos temas abordados, mas é um recurso a ser repensado, considerando a relação entre sua

linguagem e a linguagem da criança, o número de pessoas na sala, o som, e outras variáveis. Assistir um vídeo exige uma atitude passiva, de atenção, de silêncio, o que não combina com alunos deste nível.

Por outro lado, o Geogebra é um excelente recurso. Permite rever e aprender conceitos geométricos, auxiliando o professor num ensino mais participante. Foi origem de envolvimento e interesse, principalmente, quando os alunos perceberam o que conseguem construir “no computador”, investigaram e manipularam os mais diversos ícones e recursos e se dedicaram a atividades e experiências.

Na atividade de planificação, com material concreto, surgiram problemas interessantes, que fizeram pensar, experimentar, conjecturar. Ocorreram proveitosas discussões, com o professor e entre colegas, na tentativa de construir o objeto desejado.

O uso destes recursos criou uma sala de aula plena de atividade, em que o comportamento, os alunos, melhorou consideravelmente, diminuindo sua dispersão, que é freqüente nas aulas tradicionais, quando ocorre somente a utilização do quadro de giz e a exposição do professor.

Percebi, também, efeitos desta experiência, na escola, na atitude de apoio da direção. Em breve, teremos uma “sala digital”, que está em construção, e que deverá ser disponibilizada aos estudantes, até o final do ano.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, Á. **Novo Praticando Matemática**. Álvaro Andrini, Maria José C. de V. Zampirolo. – São Paulo: Editora do Brasil, 2002. Obra em 4 v. para alunos de 5ª a 8ª séries.

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: BRUN, Jean. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.

BALDIN, Yuriko Yamamoto e FELIX, Thiago Francisco. **Utilização de programa de geometria dinâmica para melhorar a aprendizagem de geometria em nível fundamental**. Disponível em <<http://www.limc.ufrj.br/htem4/papers/32.pdf>>. Acesso em: 22 out. 2010.

BARROSO, J. M. **Matemática**. Projeto Araribá: 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries. São Paulo: Moderna, 2006, 1º ed.

BRASIL, MEC. **Parâmetros curriculares nacionais para ensino fundamental: matemática**. Brasília: MEC, 1998.

Centro de Referência Virtual do Professor: **Planificações de figuras tridimensionais**. 2005. Disponível em <http://crv.educacao.mg.gov.br/sistema_crv/index.asp?id_projeto=27&ID_OBJETO=42263&tipo=ob&cp=994779&cb=&n1=&n2=Orienta%E7%F5es%20Pedag%F3gicas&n3=Ensino%20Fundamental&n4=Matem%E1tica&b=s>. Acesso em: 11 out. 2010.

DANTE, L. R. **Matemática Contexto & Aplicações**. Ensino Médio e Preparação para a Educação Superior. 2ª Edição. São Paulo: Ed. Ática, 2002.

GARCIA, V. C. **Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de matemática**. 2005. Disponível em <<http://www.fae.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=67&layout=abstract&locale=>>>. Acesso em: 21 de Out. 2010.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. **A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados**. 1998. Disponível em <http://www6.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/pdf/malice-lsantarosa_aprend-mat-amb-inform_1998-iv_ribie.pdf>. Acesso em: 19 out. 2010.

LOUREIRO, C. **Geometria no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico**. Contributos para uma gestão curricular reflexiva. Lisboa, Educação e Matemática, número 105, 2009. Disponível em <http://www.apm.pt/files/_EM105_pp061-066_lq_4ba2b378bd03e.pdf>. Acesso em: 22 out. 2010.

KALEFF, A. M. R., **Vendo e entendendo poliedros**: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais concretos / Ana Maria M. R. Kaleff. – Niterói: EdUFF, 1998.

MORAN, J. M. **O Vídeo na sala de aula**. 1995. Disponível em <<http://www.eca.usp.br/prof/moran/vidsal.htm#apresenta%C3%A7%C3%A3o>>. Acesso em: 15 mai. 2010.

PIRES, C. M. C. **Espaço e Forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo. PROEM. 2000. Disponível em <http://mdmat.psico.ufrgs.br/PEAD/espaco_forma/figuras_tridimensionais/figuras_tridimensionais.htm>. Acesso em: 9 out. 2010.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. Dissertação (Programa de Pós-graduação em educação para a Ciência/Área de concentração: Ensino de Ciências), Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de mesquita Filho", campus Bauru/SP. 2008-a. Disponível em <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=121562>. Acesso em: 4 mai. 2010.

PROENÇA, M. C. **A Representação de figuras geométricas e suas relações com a formação conceitual**. 2008-b. Disponível em <http://webcache.googleusercontent.com/searchq=cache:KuD3r4nvbuIJ:www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicacao_Cientifica/Trabalhos/CC2967>. Acesso em: 19 out. 2010.

RIBEIRO, A. C.; PERES, M. P.; IZIDORO, N. **Introdução ao Estudo do Desenho Técnico**. Disponível em <http://www.eel.usp.br/na_apostila/pdf/capitulo1.pdf>. Acesso em: 14 out. 2010.

ANEXO A

Controle das atividades desenvolvidas

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PLÁCIDO DE CASTRO

Disciplina: MATEMÁTICA Série: 6ª Turma: 261 Turma: TARDE Turma: 1ª Professor: MARCO A. U. C. 1077

CONTROLE DAS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS			
DATA	ATIVIDADES	DATA	ATIVIDADES
01/3	Operações do uso letivo	01/4	Revisão de operações de divisão e de potenciação com números naturais
02/3	Números naturais - Sondagem	01/4	Revisão de potenciação
05/3	Exatidão	01/4	Revisão de potenciação
08/3	Números naturais - Os números	12/4	Revisão de operações internas
08/3	Revisão. Releitura	12/4	Operações de subtração, multiplicação
09/3	Números naturais - Representações	13/4	Operações de subtração. Potência de expoente 1000. Potências, Exatidão
09/3	Data numérica	13/4	Revisão
	Produto de um número inteiro - Multiplicação	16/4	Revisão Com o número 1000
	Exatidão	19/4	Revisão
12/3	Exatidão	19/4	Revisão
12/3	Combinatório de números inteiros.	17/4	Revisão de soma
	Combinatório dos números inteiros.	17/4	Revisão de soma
15/3	Combinatório de números inteiros	20/4	Revisão de soma, multiplicação
15/3	Exatidão	20/4	Revisão de soma, multiplicação
16/3	Exatidão com números inteiros de primeiro grau	23/4	Revisão de soma, multiplicação
16/3	Exatidão com números inteiros	26/4	Revisão de soma, multiplicação
19/3	Exatidão	26/4	Revisão de soma, multiplicação
22/3	Revisão de frações exatidão	27/4	Revisão de soma, multiplicação
24/3	Subtração com números inteiros	28/4	Revisão de soma, multiplicação
27/3	Exatidão. Releitura	30/4	Revisão de soma, multiplicação
28/3	Exatidão de combinação	31/5	Revisão de soma, multiplicação
29/3	Exatidão com números inteiros	31/5	Revisão de soma, multiplicação
29/3	Exatidão	4/5	Revisão de soma, multiplicação
29/3	Exatidão	4/5	Revisão de soma, multiplicação
30/3	Exatidão com números inteiros	7/5	Revisão de soma, multiplicação
31/3	Exatidão	10/5	Revisão de soma, multiplicação
31/3	Exatidão	10/5	Revisão de soma, multiplicação
31/3	Exatidão	10/5	Revisão de soma, multiplicação

Figura 38

ANEXO B

Questionário: O que você já sabe?

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PLÁCIDO DE CASTRO

TURMA:

DATA:

NOME DO ALUNO:

Pesquisa

O QUE VOCÊ JÁ SABE?

1. Você conhece algumas figuras geométricas planas? Dê exemplos. Desenhe.

2. Você conhece algumas figuras geométricas espaciais? Você conhece algum sólido geométrico? Dê exemplos. Desenhe.

4. Você sabe o que são polígonos? Dê exemplo. Desenhe.

5. Você sabe o que são poliedros? Dê exemplo. Desenhe.

Figura 39

ANEXO C

Respostas às questões de pesquisa

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL PLÁCIDO DE CASTRO
TURMA 61

Pesquisa em 13 de Julho de 2010.

Hipótese 1: Você lembra do assunto sólidos geométricos? Descreva!

Poliedros: são corpos geométricos com faces planas.

Hipótese 2: Qual a diferença entre Geometria plana e Geometria Espacial?

Plano: círculo, retângulo, triângulo.
Espacial: cubo.

Hipótese 3: Qual diferença entre, polígonos e poliedros?

Poliedros: são corpos geométricos com faces planas.
Polígonos: são figuras geométricas planas.

Hipótese 4: Vocês conheciam softwares (programas de computador), sobre geometria?

Geogebra.

Hipótese 5: Dê sua opinião sobre o vídeo sobre sólidos geométricos?

Está entendido porque ilustra o conteúdo.

Hipótese 6: Através das planificações, vocês perceberam às diferenças entre Geometria Plana e Geometria Espacial?

Quando se desenrola um plano e por isso um cubo.

Hipótese 7: Através das planificações lembram das diferenças entre polígonos e poliedros?

Poliedros são corpos geométricos com muitas faces e polígonos são figuras geométricas planas com linhas retas.

Hipótese 8: Vocês recordam os elementos dos sólidos geométricos: vértices, arestas e faces?

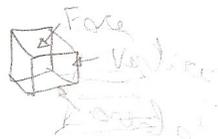


Figura 40