

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FÁBIO AURÉLIO JORGE

PROJETO DE DIPLOMAÇÃO

**MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO EM PSPICE PARA
ESTUDO DE TRANSITÓRIOS**

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO EM PSPICE PARA ESTUDO DE TRANSITÓRIOS

Projeto de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para Graduação em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: YEDDO BRAGA BLAUTH

Porto Alegre

2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

FÁBIO AURÉLIO JORGE

MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO EM PSPICE PARA ESTUDO DE TRANSITÓRIOS

Este projeto foi julgado adequado para fazer jus aos créditos da Disciplina de “Projeto de Diplomação”, do Departamento de Engenharia Elétrica e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Banca Examinadora:

Orientador: _____

Prof. Yeddo Braga Blauth, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Alberto Bastos do Canto Filho, UFRGS

Msc pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Engenheiro Leonir Vivan Filho, APS Engenharia

Graduado pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Luiz Tiarajú dos Reis Loureiro, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Porto Alegre, dezembro de 2010.

Aos meus pais Flademir e Sandra,
e minhas irmãs Élen e Elene.

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Aos meus pais Flademir e Sandra pelo imenso amor, por suas palavras de incentivo, por serem meu conforto e minha segurança nas horas difíceis.

Às minhas irmãs Élen e Elene por estarem sempre presente me apoiando em toda minha caminhada.

Ao meu irmão de coração Antônio Carlos, por ser sempre meu ombro amigo.

À minha namorada Cacinelí pelo amor e carinho, e pelo incentivo que me deu durante a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Yeddo Braga Blauth pelo trabalho de orientação e por não medir esforços para que esse trabalho se realizasse.

RESUMO

Nesse trabalho é realizada uma análise do funcionamento do Motor de Indução Trifásico (MI), operando em regime transitório, a qual possibilitou o equacionamento completo do MI.

Posteriormente, um programa de simulação em PSpice foi desenvolvido e testado, mostrando bons resultados.

Palavras-Chave: Motor de Indução Trifásico, Regime Transitório, Simulação em PSpice.

ABSTRACT

In this work is realized an analysis of the Three-Phase Induction Motor (IM), working in transient state, that possibilities a complete equating of the IM.

After, a PSpice software simulation was developed and tested, presenting satisfactory results.

Keywords: Three-Phase Induction Motor, Transient Behavior, Simulation in PSpice.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1.1- Organização do Trabalho	16
2 - O MOTOR DE INDUÇÃO.....	17
2.1- Tipos de Rotores	17
2.2- Conceitos básicos do motor de indução	19
2.3 - Os Conceitos de escorregamento do rotor e de frequência elétrica.....	20
2.4 - O circuito equivalente de um MI em RP	21
2.5 – Ensaio para a obtenção dos parâmetros do circuito equivalente de um MI.....	23
2.5.1 – Ensaio a Vazio (NASAR et al., 1981)	23
2.5.2 – Ensaio com Rotor Bloqueado (NASAR et al., 1981).....	24
3 – EQUACIONAMENTO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO OPERANDO EM REGIME TRANSITÓRIO	25
3.1 – Introdução	25
3.2 – Hipóteses prévias à modelagem.....	26
3.3- Equações de Tensão do Motor de Indução.....	30
3.4- Equação do conjugado eletromagnético	35
3.5- Equação mecânica	36
3.6- As Relações Entre X_m, M e MSR:	36
4 – DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO EM PSPICE	37
4.1 – O PSpice AD Student.....	37
4.2 – Parâmetros de entrada	38
4.3 – Circuito de Simulação	39
4.3.1 – Programação do circuito do estator	41
4.4 – Parâmetros de saída.....	42
5 – RESULTADOS DE SIMULAÇÃO.....	43
5.1- Validação do programa de simulação.....	43
5.1.1 – Comparação para regime permanente	43
5.1.2 – Comparação para regime transitório	46
5.2 – Simulação do MI com transitório de carga	50
6 – CONCLUSÃO.....	54

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	55
APÊNDICE A	57
ANEXO A	61
ANEXO B	64
B.1 - Conjugado de MI's em Regime Permanente (FITZGERALD et al, 2003)	64

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Rotor Gaiola de Esquilo.....	17
Figura 2 - Rotor Bobinado.....	18
Figura 3 - Corte de um motor de indução (rotor bobinado).....	19
Figura 4 - Conjugado x Escorregamento em RP.....	21
Figura 5 – Circuito equivalente de um MI em RP.....	22
Figura 6 - Circuito para o ensaio a vazio do MI.....	23
Figura 7 - Circuito para o ensaio com rotor bloqueado.....	24
Figura 8 - MI utilizado neste trabalho.....	27
Figura 9 - Representação dos enrolamentos do estator e do rotor.....	29
Figura 10 - Fluxo magnético proveniente do enrolamento s_1 do estator.....	32
Figura 11 - Interface do PSpice A/D Student.....	37
Figura 12 – Circuito de simulação.....	39
Figura 13 - Circuito da fase A do estator.....	41
Figura 14 - Conjugado (acima) e velocidade (abaixo) do motor 1 para $s = 0.02$	44
Figura 15 - Conjugado x Velocidade do motor de 3hp com partida direta e motor a vazio.....	47
Figura 16 - Conjugado x Velocidade do motor de 50hp com partida direta e motor a vazio.....	48
Figura 17 - Conjugado x Velocidade do motor de 500hp com partida direta e motor a vazio.....	48
Figura 18 - Conjugado x Velocidade do motor de 2250hp com partida direta e motor a vazio.....	49
Figura 19 - Simulação para o MI de 2250hp. De cima para baixo: conjugado produzido pelo motor, corrente na fase A do estator, velocidade do rotor e conjugado de carga.....	50
Figura 20 - Conjugado x Velocidade do motor de 2250hp sob ação temporária de uma carga.....	52
Figura 21 - Imagem ampliada do efeito transitório de carga.....	52
Figura 22 - (KRAUSE et al., 1995), página 190.....	61
Figura 23 - (KRAUSE et al., 1995), página.....	62
Figura 24 - (KRAUSE et al., 1995), página	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Parâmetros de entrada do programa de simulação.....	39
Tabela 2 - Parâmetros do motor de indução.....	43
Tabela 3 – Resultado do teste de comparação em RP do motor 1.....	45
Tabela 4- Resultado do teste de comparação em RP do motor 2.....	45
Tabela 5- Resultado do teste de comparação em RP do motor 3.....	46
Tabela 6- Parâmetros dos MIs testados (KRAUSE et al., 1995).....	47

LISTA DE ABREVIATURAS

MI	Motor de Indução Trifásico
RP	Regime Permanente
RT	Regime Transitório
B	Coefficiente de atrito (N.s/m)
B_s , B_r	Densidades de campo magnético do estator e do rotor (Wb/m ²)
f	Frequência das correntes do estator (Hz)
I'_1	Grandeza auxiliar para o cálculo do conjugado em RP
I_{s_i} , I_{r_i}	Correntes no enrolamento i do estator e do rotor
I_{vz} , I_{bl}	Correntes de entrada dos ensaios a vazio e de rotor bloqueado (A)
J	Momento de inércia (Kg.m ²)
L_m	Indutância de magnetização do modelo de RP (H)
L_s , L_r	Indutâncias de dispersão do estator e do rotor (H)
L_{ps} , L_{pr}	Indutâncias próprias do estator e do rotor (H)
$M_s = M_r = M$	Indutância mútua entre dois enrolamentos do estator ou dois do rotor (H)

M_{sr}	Indutância mútua entre os enrolamentos estatóricos e rotóricos (H)
P	Número de pólos
P_{vz} , P_{bl}	Potências de entrada dos ensaios a vazio e de rotor bloqueado (W)
R'_1	Grandeza auxiliar para o cálculo do conjugado em RP
R_m	Resistência de magnetização
R_s , R_r	Resistências dos enrolamentos do estator e do rotor (ohm)
s	Escorregamento do rotor
T_c	Conjugado da carga (N.m)
T_e	Conjugado elétrico (N.m)
V'_1	Grandeza auxiliar para o cálculo do conjugado em RP
V_s	Tensão de fase aplicada aos terminais do estator (V)
V_{si} , V_{ri}	Tensões induzidas no enrolamento i do estator e do rotor (V)
V_{vz} , V_{bl}	Tensões de entrada dos ensaios a vazio e de rotor bloqueado (V)
X'_1	Grandeza auxiliar para o cálculo do conjugado em RP
X_m	Reatância de magnetização (ohm)
X_s , X_r	Reatância de dispersão dos enrolamentos do estator e do rotor (ohm)

ω	Velocidade do rotor (rad/s)
ω_r	Velocidade do rotor (RPM)
ω_s	Velocidade do campo magnético do estator (RPM)
λ_{s_i} , λ_{r_i}	Fluxo produzido pelo enrolamento i do estator e do rotor (Wb)
λ_{ss_i} , λ_{sr_i}	Fluxo concatenado no enrolamento i do estator devido ao acoplamento com o estator ou com o rotor (Wb)

INTRODUÇÃO

O motor de indução trifásico com rotor de gaiola (MI) é a mais utilizada de todas as máquinas rotativas que transformam energia elétrica em energia mecânica, respondendo por mais de 90% das cargas motoras instaladas nas indústrias. O seu elevado emprego deve-se ao fato de possuir vantagens consideráveis em relação aos demais motores: maior robustez, baixo custo e facilidade na manutenção.

Algumas mudanças provenientes da evolução tecnológica e o maior uso da automação industrial tanto nos processos fabris quanto nas atividades humanas vêm alterando a característica da carga nos motores ao longo dos anos. Esses, por sua vez, passaram a operar constantemente em regime transitório (RT), devido à influência das cargas variáveis no tempo (SOUSA, 1996). Um estudo sobre o comportamento transitório em motores de indução passa a ser de grande importância, já que o dimensionamento correto para uma determinada carga e sua faixa de variação, pode influenciar diretamente na durabilidade do processo ou do produto, reduzindo os custos de operação no longo prazo.

Além do mais, a disponibilidade de uma ferramenta com um modelo mais completo do motor de indução, desenvolvido em PSpice, pode ser utilizada para o auxílio de professores no sentido de demonstrar aos alunos, em sala de aula, as respectivas curvas de comportamento.

O objetivo deste documento é apresentar o equacionamento necessário à análise de transitórios em um MI e desenvolver um programa em PSpice capaz de simular estas equações, ou seja, capaz de simular o comportamento transitório do MI.

1.1- Organização do Trabalho

No Capítulo 2, apresenta-se uma descrição do MI, bem como seu modelo de regime permanente (RP). Apresenta-se também uma revisão da maneira de se obter os parâmetros do MI através dos ensaios a vazio e com o rotor bloqueado.

No Capítulo 3, apresenta-se o equacionamento do MI para RT e no capítulo 4, as equações do capítulo 3 são representadas por um circuito de simulação.

No Capítulo 5, apresenta-se o método utilizado para a validação do programa, bem como alguns resultados de simulação.

No Capítulo 6, apresentam-se as conclusões gerais do trabalho.

No Apêndice A, é mostrada a listagem do programa de simulação.

No Anexo A, são mostrados os parâmetros de alguns Motores de Indução (MIs) bem como algumas curvas de RT obtidas por (KRAUSE *et al.*, 1995).

No Anexo B, são mostradas as fórmulas para a obtenção do conjugado produzido por um MI em RP.

2 - O MOTOR DE INDUÇÃO

Para uma correta elaboração do modelo de um MI bem como seu estudo comportamental em transitórios, faz-se necessária a compreensão de seu funcionamento. Sendo assim, uma revisão bibliográfica será apresentada a seguir.

2.1- Tipos de Rotores

Existem basicamente dois tipos de rotores em MIs:

- a) **Gaiola de Esquilo:** Consiste em barras condutoras encaixadas em ranhuras no ferro do rotor e curto-circuitadas em cada lado por anéis condutores (Figura 1). É o tipo de motor mais comumente usado, pois representa vantagens notáveis devido a sua extrema simplicidade e robustez. Não possui enrolamentos nem anéis deslizantes.

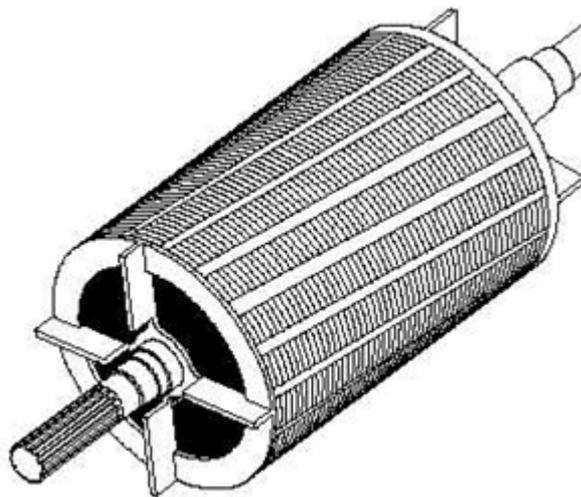


Figura 1 - Rotor Gaiola de Esquilo

Uma consideração interessante a ser ressaltada é a forma inclinada dos condutores do rotor. Os condutores não estão localizados no plano do eixo de rotação do rotor, mas sim, levemente enviesados. Esse tipo de arranjo ajuda a

reduzir a magnitude de conjugado harmônico devido ao conteúdo harmônico das ondas de FMM (KRAUSE *et al.*, 1995).

- b) Rotor bobinado:** Possui enrolamento trifásico semelhante ao do estator, geralmente conectado em Y. Seus terminais são conectados via anéis deslizantes isolados, montados sobre o eixo (figura 2). Os terminais do rotor estão disponíveis externamente ao motor devido ao apoio de escovas de carvão sobre esses anéis, como pode ser visto na figura 3. Devido ao custo para manter em perfeito funcionamento os anéis deslizantes e as escovas de carvão, os rotores bobinados possuem uma manutenção mais dispendiosa.

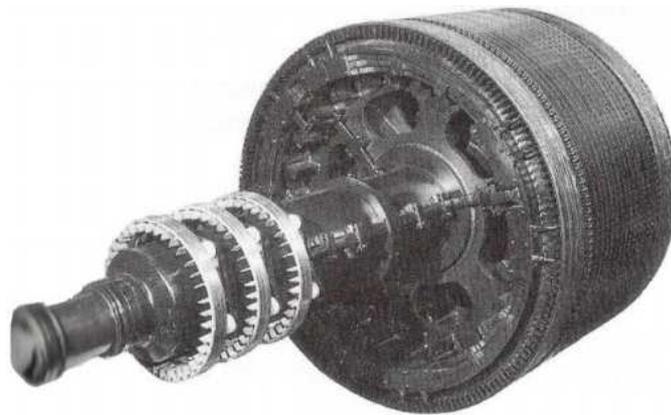


Figura 2 - Rotor Bobinado

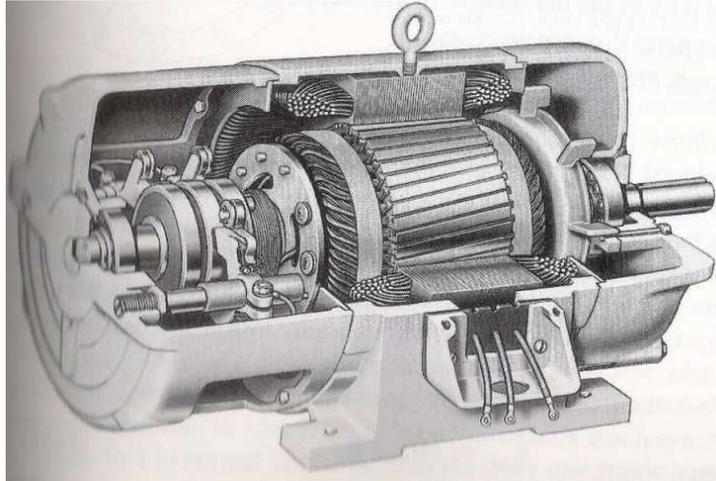


Figura 3 - Corte de um motor de indução (rotor bobinado)

2.2- Conceitos básicos do motor de indução

No MI a corrente alternada é fornecida diretamente ao estator, ao passo que o rotor recebe a corrente por indução, como em um transformador (FITZGERALD *et al*, 2003).

Para um estudo mais aprofundado do funcionamento do MI é necessário conhecer o conceito de campo magnético girante.

O campo magnético girante é um princípio do eletromagnetismo que pode ser enunciado da seguinte forma: “Três correntes alternadas senoidais, com a mesma amplitude e defasadas de 120° entre si, produzem um campo magnético girante de intensidade constante” (FITZGERALD *et al*, 2003).

Conforme (CHAPMAN, 1999) quando uma corrente flui no estator, forma-se um campo magnético de densidade B_s que irá girar na velocidade

$$\omega_s = \frac{120f}{P} \quad (2.1)$$

Onde ω_s é a velocidade do campo magnético do estator, em RPM, f é a frequência das correntes do estator, em Hz e P é o número de pólos do motor.

Este campo magnético do estator passa sobre as barras do rotor em gaiola ou sobre os enrolamentos do rotor bobinado induzindo tensões e correntes. Essas correntes, por sua vez, geram um campo magnético no rotor que ao interagir com o campo do estator, resulta no conjugado elétrico:

$$T_e = k B_R \times B_S \quad (2.2)$$

Onde T_e é o conjugado elétrico, em N.m, B_R e B_S são as densidades de fluxo magnético no rotor e no estator, respectivamente, em Wb/m², e k é uma constante.

O conjugado induzido vai gerar uma aceleração no rotor, fazendo com que o rotor gire. Entretanto há uma velocidade limite para o motor que é a velocidade síncrona. Em RP o motor pode chegar perto dessa velocidade, porém não excedê-la.

2.3 - Os Conceitos de escorregamento do rotor e de frequência elétrica

O escorregamento do rotor é a diferença entre a velocidade do campo magnético no estator e a velocidade do rotor (FITZGERALD *et al*, 2003). O escorregamento é expresso usualmente como sendo uma fração da velocidade do campo magnético do estator e vale:

$$s = \frac{\omega_s - \omega_r}{\omega_s} \quad (2.3)$$

Onde s é o escorregamento do rotor e ω_r é a velocidade do rotor.

A partir desta equação, pode-se descrever o movimento do rotor através do conceito de escorregamento:

$$\omega_r = (1 - s)\omega_s \quad (2.4)$$

O comportamento de um MI é similar ao de um transformador rotativo, onde o primário equivale ao estator e o secundário ao rotor. A frequência do secundário é normalmente diferente da frequência do primário devido ao movimento relativo entre os enrolamentos do estator e do rotor. Na realidade, um MI de rotor bobinado cujos terminais do rotor são acessíveis, pode ser usada para realizar conversão de frequência.

A figura 4 mostra uma curva típica do Conjugado x Escorregamento em RP, para um MI.

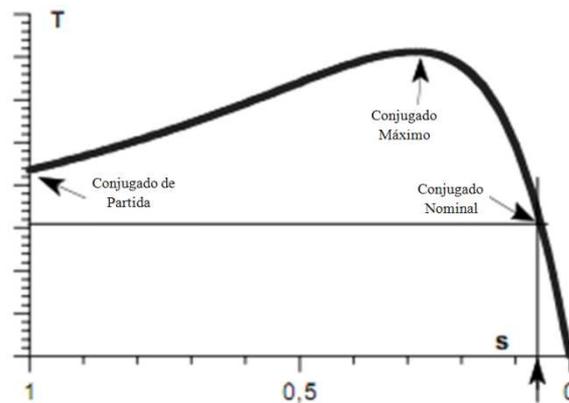


Figura 4 - Conjugado x Escorregamento em RP

A figura 4 mostra que o conjugado aumenta com um escorregamento crescente até atingir um valor máximo. Esse é o limite de operação do motor, pois ao passar esse valor, o motor desacelera.

2.4 - O circuito equivalente de um MI em RP

O circuito equivalente de um MI em RP (figura 5) é similar ao de um transformador, pois um MI opera com tensões e correntes induzidas no circuito do rotor a partir do circuito do estator, através da ação transformadora.

Neste trabalho, considera-se que a relação de espiras entre o rotor e o estator de um MI é unitária, não precisando preocupar-se com a constante de reflexão das impedâncias do rotor referido ao estator.

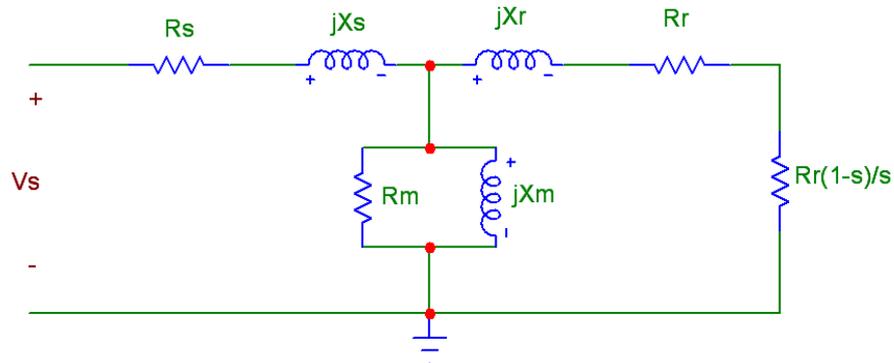


Figura 5 – Circuito equivalente de um MI em RP

Os componentes da figura 5 podem ser explicados através dos itens abaixo:

- a) V_s é a tensão de fase aplicada aos terminais do estator, em Volts.
- b) As resistências R_s e R_r , em ohm, modelam as perdas por aquecimento dos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente;
- c) O fluxo disperso, que concatena apenas o estator é modelado pelo efeito sobre a reatância X_s . Já o fluxo disperso que concatena o rotor é modelado pelo efeito sobre X_r .
- d) O ramo de derivação representa o fluxo mútuo, confinado ao núcleo de ferro e produzido pelo efeito combinado das correntes do estator e do rotor, representado pelo efeito sobre a reatância X_m . No mesmo ramo, há a presença de uma resistência R_m em paralelo com X_m , que modela as perdas no núcleo de ferro.

- e) Por fim, a componente $\frac{1-s}{s}R_r$ representa a potência mecânica transferida ao eixo de rotação do motor.

2.5 – Ensaio para a obtenção dos parâmetros do circuito equivalente de um MI

2.5.1 – Ensaio a Vazio (NASAR *et al.*, 1981)

Neste ensaio, a tensão nominal é aplicada no MI, deixando-o girar sem carga. A potência de entrada (corrigida das perdas por atrito e ventilação), a tensão, e a corrente são medidas; estas, reduzidas para valores por fase, são chamadas por P_{vz} , V_{vz} e I_{vz} respectivamente. Quando a máquina girar sem carga, o escorregamento é quase zero e o circuito da figura 5 pode ser aproximado pela da Figura 6.

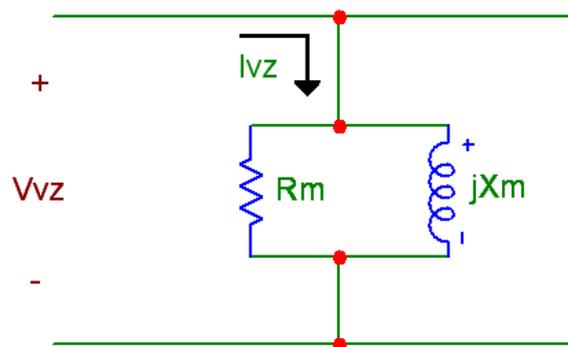


Figura 6 Circuito para o ensaio a vazio do MI

Assim os parâmetros R_m e X_m são encontrados por:

$$R_m = \frac{V_{vz}^2}{P_{vz}} \quad (2.5)$$

$$X_m = \frac{V_{vz}^2}{\sqrt{(V_{vz}I_{vz})^2 - P_{vz}^2}} \quad (2.6)$$

2.5.2 – Ensaio com Rotor Bloqueado (NASAR *et al.*, 1981)

Neste ensaio, o rotor é bloqueado ($s = 1$), e uma tensão reduzida é aplicada aos terminais do estator do MI. A potência de entrada, a tensão, e a corrente são medidas e reduzidas a valores por fase; estas são chamadas, respectivamente, por P_{bl} , V_{bl} e I_{bl} . Neste ensaio, as perdas no ferro são consideradas desprezíveis e o circuito da figura 5 pode ser aproximado pelo da figura 7.

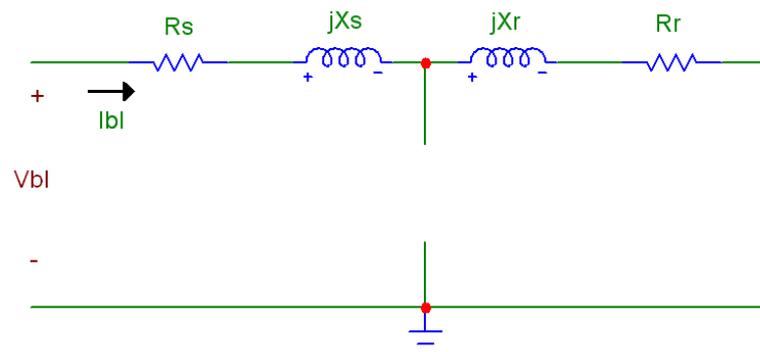


Figura 7 - Circuito para o ensaio com rotor bloqueado

Os parâmetros são assim encontrados por:

$$R_s + R_r = \frac{P_{bl}}{I_{bl}^2} \quad (2.7)$$

$$X_s + X_r = \frac{\sqrt{V_{bl}^2 I_{bl}^2 - P_{bl}^2}}{I_{bl}^2} \quad (2.8)$$

A resistência por fase do enrolamento R_s pode ser medida diretamente a partir dos terminais do estator e, a partir de (2.7) pode-se determinar R_r . Para determinar X_s e X_r , é usual considerá-los iguais.

3 – EQUACIONAMENTO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO OPERANDO EM REGIME TRANSITÓRIO

3.1 – Introdução

A maioria dos livros de máquinas elétricas e de conversão eletromecânica de energia não apresenta o equacionamento completo do MI (aquele capaz de prever regimes transitórios de operação). Por esta razão, foi necessária uma pesquisa bibliográfica mais minuciosa a qual resultou na localização de três livros (BARBI, 1988; KRAUSE *et al.*, 1995; VAS *et al.*, 1993), uma dissertação de mestrado (REGINATTO, 1993) e um manual (PSIM, 2003) que apresentam o equacionamento desejado.

No entanto, cada referência utiliza símbolos diferentes e apresenta suas equações de forma diferente, dificultando sobremaneira a compreensão. Além do mais, a relação entre as variáveis do modelo de RP e as do modelo completo não é clara em nenhuma das referências e para piorar, alguns autores apresentam equações de forma incompletas ou mesmo equivocadas.

Resumidamente:

(BARBI, 1998) apresenta seu equacionamento de fácil compreensão, porém realiza a modelagem apenas para MIs com dois pólos, limitando assim a pesquisa. Em seu equacionamento há um erro em uma matriz de indutância mútua. Além do mais, o autor não apresenta uma relação entre os parâmetros de seu modelo com o modelo de RP.

(REGINATTO, 1993) apresenta seu equacionamento de forma rápida, porém restringe seu trabalho para um MI de rotor bobinado e não apresenta uma relação entre os parâmetros de seu modelo com o modelo de RP.

(KRAUSE *et al.*, 1995) não apresenta uma relação entre os parâmetros de seu modelo com o modelo de RP.

(PSIM, 2003) possui um equívoco em seu equacionamento, em contra partida, apresenta, sem justificar, uma relação chave para comparar os parâmetros de seu modelo com o modelo de RP.

(VAS *et al.*, 1993) apresenta relações dos parâmetros de seu modelo com o de RP.

3.2 – Hipóteses prévias à modelagem

Segundo (KRAUSE *et al.*, 1995; BARBI, 1998), para realizar o equacionamento completo do MI, algumas hipóteses simplificadoras serão feitas. No entanto, apesar destas simplificações, o MI modelado não perde sua generalidade.

O MI com rotor bobinado é simétrico. Ele apresenta estruturas magnéticas cilíndricas tanto no rotor quanto no estator. Os enrolamentos, tanto do rotor quanto do estator são iguais entre si e igualmente defasados.

O MI com rotor em gaiola de esquilo também é simétrico, pelas mesmas razões expostas. O número de fases do rotor é superior a três, tal que cada barra da gaiola constitui uma fase. Porém, o rotor de gaiola pode ser representado por um bobinado equivalente trifásico 1:1.

Para efeito de modelagem, será considerado um MI, com P pólos, ligado em estrela, constituído de três enrolamentos idênticos e defasados geometricamente de 120 graus no estator e de três enrolamentos rotóricos semelhantes.

Na figura 8 pode-se verificar uma ilustração do MI utilizado neste trabalho.

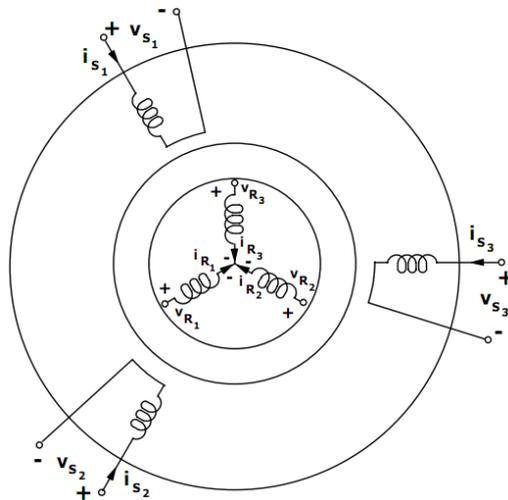


Figura 8 - MI utilizado neste trabalho

As hipóteses de estudo e conseqüências consideradas são:

- a) O meio magnético é linear. Por essa razão, vale o princípio da superposição:

$$\lambda_{\text{total}} = \sum_{i=1}^3 \lambda_{r_i} + \sum_{i=1}^3 \lambda_{s_i} \quad (3.1)$$

Onde λ_{r_i} é o fluxo produzido pelo enrolamento “i” do rotor e λ_{s_i} , o fluxo produzido pelo enrolamento “i” do estator.

- b) Os três enrolamentos estatóricos e os três enrolamentos rotóricos são iguais entre si de forma que:

$$L_{ps_1} = L_{ps_2} = L_{ps_3} = L_{ps} \quad (3.2)$$

$$L_{pr_1} = L_{pr_2} = L_{pr_3} = L_{pr} \quad (3.3)$$

$$R_{s_1} = R_{s_2} = R_{s_3} = R_s \quad (3.4)$$

$$R_{r_1} = R_{r_2} = R_{r_3} = R_r \quad (3.5)$$

Onde:

L_{ps}, L_{pr} são indutâncias próprias do estator e do rotor, respectivamente e os sub-índices 1,2 e 3 indicam cada um dos enrolamentos.

- c) O defasamento espacial entre os enrolamentos é igual, ou seja, cada enrolamento está a 120° do outro, portanto:

$$M_{s_{12}} = M_{s_{23}} = M_{s_{13}} = M_s \quad (3.6)$$

$$M_{r_{12}} = M_{r_{23}} = M_{r_{13}} = M_r \quad (3.7)$$

Onde:

M_s = indutância mútua entre dois enrolamentos do estator;

M_r = indutância mútua entre dois enrolamentos do rotor.

Adicionalmente, o circuito magnético do estator e do rotor é o mesmo, assim:

$$M_s = M_r = M \quad (3.8)$$

Onde M é a indutância mútua entre dois enrolamentos do estator ou dois do rotor.

- d) As indutâncias mútuas entre os enrolamentos estáticos e rotóricos são funções senoidais do deslocamento angular θ , de acordo com a figura 9:

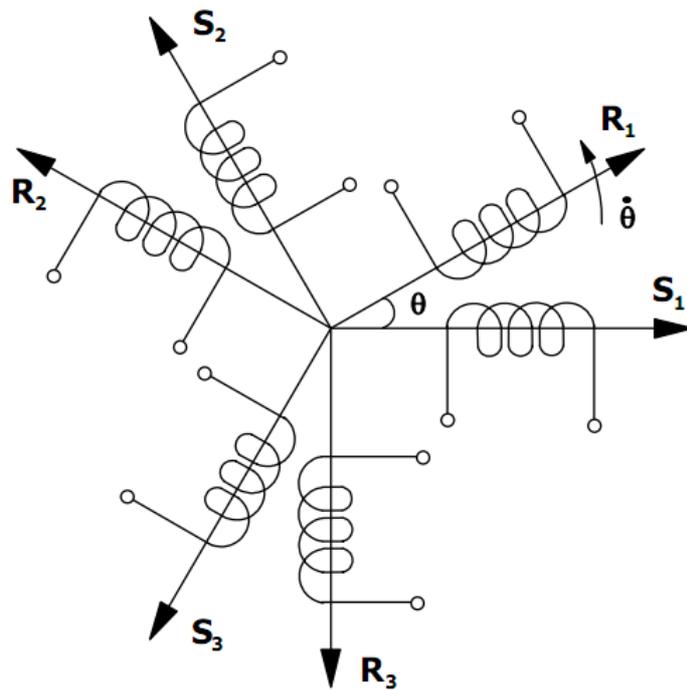


Figura 9 - Representação dos enrolamentos do estator e do rotor

$$M_{s_1 r_1} = M_{sr} \cos \theta \quad (3.9)$$

$$M_{s_1 r_2} = M_{sr} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.10)$$

$$M_{s_1 r_3} = M_{sr} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.11)$$

$$M_{s_2 r_1} = M_{sr} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.12)$$

$$M_{s_2 r_2} = M_{sr} \cos \theta \quad (3.13)$$

$$M_{s_2 r_3} = M_{sr} \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.14)$$

$$M_{s_3r_1} = M_{sr} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.15)$$

$$M_{s_3r_2} = M_{sr} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.16)$$

$$M_{s_3r_3} = M_{sr} \cos \theta \quad (3.17)$$

Onde M_{sr} é a amplitude máxima da indutância mútua entre os enrolamentos estatóricos e rotóricos, em H.

e) As perdas magnéticas são consideradas desprezíveis.

3.3- Equações de Tensão do Motor de Indução

As equações de tensão em cada um dos enrolamentos do estator e do rotor incluem uma parcela ôhmica, devida à resistência do fio, e uma parcela devida à variação do fluxo total concatenado ao enrolamento. Desta forma:

Estator

$$V_{s_1} = R_s i_{s_1} + \frac{d\lambda_{s_1}}{dt} \quad (3.18)$$

$$V_{s_2} = R_s i_{s_2} + \frac{d\lambda_{s_2}}{dt} \quad (3.19)$$

$$V_{s_3} = R_s i_{s_3} + \frac{d\lambda_{s_3}}{dt} \quad (3.20)$$

Rotor

$$V_{r_1} = R_r i_{r_1} + \frac{d\lambda_{r_1}}{dt} \quad (3.21)$$

$$V_{r_2} = R_r i_{r_2} + \frac{d\lambda_{r_2}}{dt} \quad (3.22)$$

$$V_{r_3} = R_r i_{r_3} + \frac{d\lambda_{r_3}}{dt} \quad (3.23)$$

Onde:

V_{s_i} e V_{r_i} são as tensões induzidas no enrolamento i do estator e do rotor;

I_{s_i} e I_{r_i} são as correntes no enrolamento i do estator e do rotor.

Por simplicidade, neste trabalho serão deduzidas apenas as expressões das tensões do estator. As tensões induzidas no rotor podem ser obtidas de forma análoga.

É conveniente separar o fluxo total concatenado em duas parcelas, de forma que:

$$V_{s_1} = R_s i_{s_1} + \frac{d\lambda_{ss_1}}{dt} + \frac{d\lambda_{sr_1}}{dt} \quad (3.24)$$

$$V_{s_2} = R_s i_{s_2} + \frac{d\lambda_{ss_2}}{dt} + \frac{d\lambda_{sr_2}}{dt} \quad (3.25)$$

$$V_{s_3} = R_s i_{s_3} + \frac{d\lambda_{ss_3}}{dt} + \frac{d\lambda_{sr_3}}{dt} \quad (3.26)$$

Onde:

λ_{ss_i} é o fluxo concatenado no enrolamento i do estator devido ao acoplamento com o estator;

λ_{sr_i} é o fluxo concatenado no enrolamento i do estator devido ao acoplamento com o rotor.

A figura 10 mostra que a metade do fluxo mútuo produzido por cada bobina do estator passa por cada uma das outras duas. Por esta razão:

$$\lambda_{ss_1} = L_s i_{s_1} + M_s i_{s_1} - \frac{M_s}{2} (i_{s_2} + i_{s_3}) \quad (3.27)$$

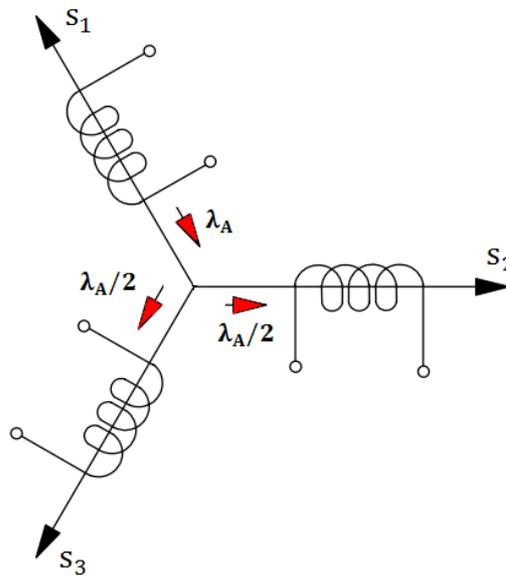


Figura 10 - Fluxo magnético proveniente do enrolamento s_1 do estator

Analogamente, o fluxo magnético nos enrolamentos s_2 e s_3 , considerando-se apenas o acoplamento entre as fases do estator, pode ser calculado a partir de:

$$\lambda_{ss_2} = L_s i_{s_2} + M_s i_{s_2} - \frac{M_s}{2} (i_{s_1} + i_{s_3}) \quad (3.28)$$

$$\lambda_{ss_3} = L_s i_{s_3} + M_s i_{s_3} - \frac{M_s}{2} (i_{s_1} + i_{s_2}) \quad (3.29)$$

Onde L_s é a indutância de dispersão, em H.

A interação entre os enrolamentos do rotor e do estator é similar à anterior, salvo que nesta ocasião, deve-se considerar que a posição das fases do rotor em relação às fases do estator, varia com o tempo.

A partir da figura 9, pode-se concluir que:

$$\lambda_{sr_1} = M_{s_1r_1} i_{r_1} + M_{s_1r_2} i_{r_2} + M_{s_1r_3} i_{r_3} \quad (3.30)$$

Substituindo (3.9), (3.10) e (3.11) em (3.30), obtém-se:

$$\lambda_{sr_1} = M_{sr} i_{r_1} \cos(\theta) + M_{sr} i_{r_2} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + M_{sr} i_{r_3} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.31)$$

Analogamente, o fluxo magnético nos enrolamentos s_2 e s_3 , considerando-se apenas o acoplamento das fases do rotor, pode ser calculado a partir de:

$$\lambda_{sr_2} = M_{sr} i_{r_1} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + M_{sr} i_{r_2} \cos(\theta) + M_{sr} i_{r_3} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.32)$$

$$\lambda_{sr_3} = M_{sr} i_{r_1} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + M_{sr} i_{r_2} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + M_{sr} i_{r_3} \cos(\theta) \quad (3.33)$$

Para se ter a equação da tensão na fase s_1 , substitui-se (3.27) e (3.31) em (3.24) obtendo-se:

$$V_{s_1} = R_s i_{s_1} + \frac{d}{dt} \left[L_s i_{s_1} + M_s i_{s_1} - \frac{M_s}{2} (i_{s_2} + i_{s_3}) \right] + \quad (3.34)$$

$$+ \frac{d}{dt} \left[M_{sr} i_{r_1} \cos(\theta) + M_{sr} i_{r_2} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + M_{sr} i_{r_3} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

E finalmente, após as operações algébricas de (3.34), a equação de tensão do MI para a fase s_1 do estator é:

$$\begin{aligned}
V_{s_1} = & R_s i_{s_1} + L_s \frac{di_{s_1}}{dt} + M_s \frac{di_{s_1}}{dt} - \frac{M_s}{2} \left(\frac{di_{s_2}}{dt} + \frac{di_{s_3}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{r_1}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{r_2}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{r_3}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{r_1} \sin(\theta) + i_{r_2} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r_3} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Onde ω é a velocidade do rotor em rad/s.

Analogamente, pode-se chegar às seguintes equações dos enrolamentos das fases “s₂”, “s₃”, “r₁”, “r₂” e “r₃”:

$$\begin{aligned}
V_{s_2} = & R_s i_{s_2} + L_s \frac{di_{s_2}}{dt} + M_s \frac{di_{s_2}}{dt} - \frac{M_s}{2} \left(\frac{di_{s_1}}{dt} + \frac{di_{s_3}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{r_1}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{r_2}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{r_3}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{r_1} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r_2} \sin(\theta) + i_{r_3} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
V_{s_3} = & R_s i_{s_3} + L_s \frac{di_{s_3}}{dt} + M_s \frac{di_{s_3}}{dt} - \frac{M_s}{2} \left(\frac{di_{s_1}}{dt} + \frac{di_{s_2}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{r_1}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{r_2}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{r_3}}{dt} \cos(\theta) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{r_1} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r_2} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r_3} \sin(\theta) \right]
\end{aligned} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_1} = & R_r i_{r_1} + L_r \frac{di_{r_1}}{dt} + M_r \frac{di_{r_1}}{dt} - \frac{M_r}{2} \left(\frac{di_{r_2}}{dt} + \frac{di_{r_3}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{s_1}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{s_2}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{s_3}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{s_1} \sin(\theta) + i_{s_2} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{s_3} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_2} = & R_r i_{r_2} + L_r \frac{di_{r_2}}{dt} + M_r \frac{di_{r_2}}{dt} - \frac{M_r}{2} \left(\frac{di_{r_1}}{dt} + \frac{di_{r_3}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{s_1}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{s_2}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{s_3}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{s_1} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{s_2} \sin(\theta) + i_{s_3} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]
\end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
V_{r_3} = & R_r i_{r_3} + L_r \frac{di_{r_3}}{dt} + M_r \frac{di_{r_3}}{dt} - \frac{M_r}{2} \left(\frac{di_{r_1}}{dt} + \frac{di_{r_2}}{dt} \right) \\
& + M_{sr} \left[\frac{di_{s_1}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{s_2}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{s_3}}{dt} \cos(\theta) \right] \\
& - M_{sr} \omega \left[i_{s_1} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{s_2} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{s_3} \sin(\theta) \right]
\end{aligned} \tag{3.40}$$

3.4- Equação do conjugado eletromagnético

Segundo (KRAUSE *et al.*, 1995), o conjugado eletromagnético produzido pelo motor é dado por:

$$T_e = \frac{P}{2} [\mathbf{i}_s]^t \frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{SR}(\theta)] [\mathbf{i}_R] \tag{3.41}$$

Onde

$$[\mathbf{i}_s]^t = [\mathbf{i}_{s_1} \quad \mathbf{i}_{s_2} \quad \mathbf{i}_{s_3}] \quad [\mathbf{i}_R] = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{r_1} \\ \mathbf{i}_{r_2} \\ \mathbf{i}_{r_3} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

E $\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{SR}(\theta)]$ é obtido a partir das equações (3.9) a (3.17) e vale:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [\mathbf{M}_{SR}(\theta)] = -M_{SR} \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta_r) & \text{sen}(\theta_r + 120^\circ) & \text{sen}(\theta_r - 120^\circ) \\ \text{sen}(\theta_r - 120^\circ) & \text{sen}(\theta_r) & \text{sen}(\theta_r + 120^\circ) \\ \text{sen}(\theta_r + 120^\circ) & \text{sen}(\theta_r - 120^\circ) & \text{sen}(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

3.5- Equação mecânica

O conjugado e a velocidade angular do rotor estão relacionados pela equação mecânica:

$$T_e - T_c = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (3.44)$$

Onde T_c é o conjugado da carga (em N.m), J é o momento de inércia da carga (em Kg.m²) e B é o coeficiente de atrito (N.s/m).

3.6- As Relações Entre X_m , M e M_{SR} :

A reatância de magnetização X_m , obtida através do ensaio com o MI a vazio (Capítulo 2.5.1) está relacionada com as equações deste capítulo da seguinte forma (VAS *et al*, 1993):

$$M = M_{SR} = \frac{2}{3} L_m \quad (3.45)$$

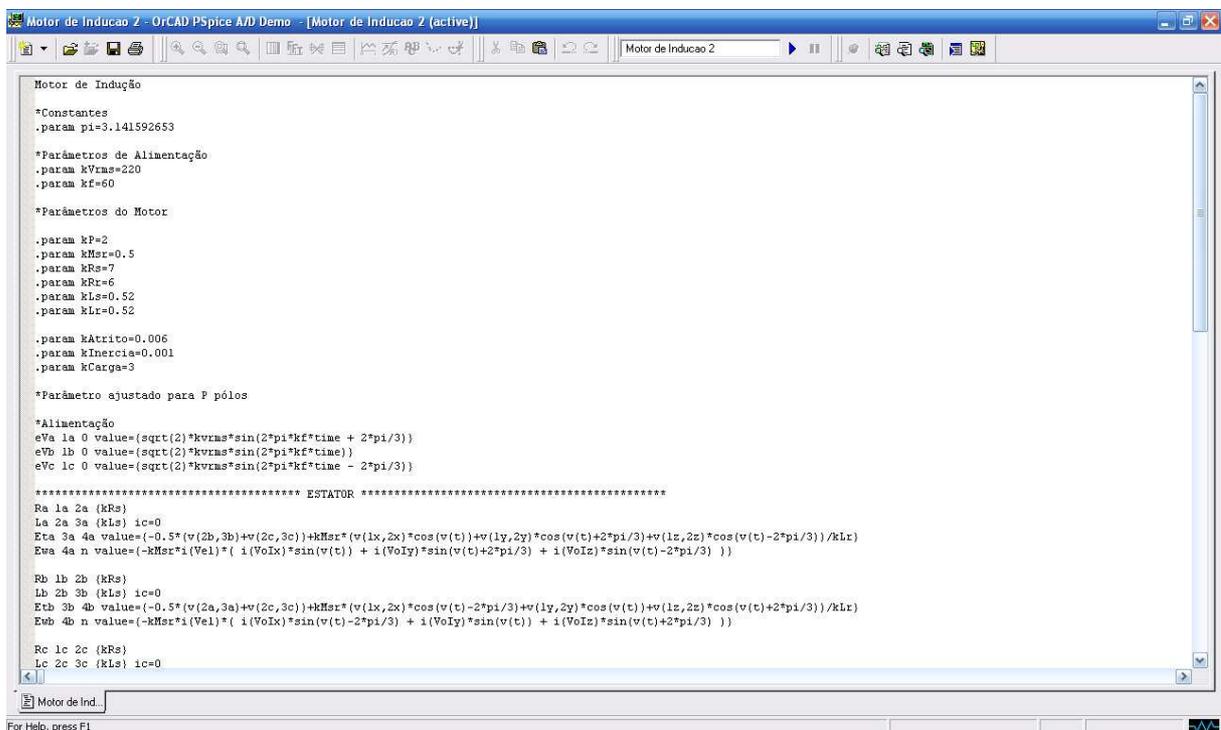
$$L_m = \frac{X_m}{2\pi f} \quad (3.47)$$

Onde L_m é a indutância de magnetização do modelo de RP.

4 – DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA DE SIMULAÇÃO EM PSPICE

4.1 – O PSpice AD Student

Para implementação desse trabalho, foi utilizado como ferramenta a versão estudante *PSpice AD Student* (figura 11), fornecido pelo site <http://www.pspice.com> que é software de simulação de circuitos analógicos e digitais desenvolvido pela MicroSim.



```

Motor de Inducao 2
*Constantes
.param pi=3.141592653

*Parâmetros de Alimentação
.param kVrms=220
.param kf=60

*Parâmetros do Motor
.param kF=2
.param kMr=0.5
.param kRs=7
.param kRr=6
.param kLs=0.52
.param kLr=0.52

.param kAtrito=0.006
.param kInercia=0.001
.param kCarga=3

*Parâmetro ajustado para P pólos

*Alimentação
eVa la 0 value=(sqrt(2)*kVrms*sin(2*pi*kf*time + 2*pi/3))
eVb lb 0 value=(sqrt(2)*kVrms*sin(2*pi*kf*time))
eVc lc 0 value=(sqrt(2)*kVrms*sin(2*pi*kf*time - 2*pi/3))

***** ESTATOR *****
Ra la 2a (kRs)
La 2a 3a (kLs) ic=0
Eca 3a 4a value=(-0.5*(v(2b,3b)+v(2c,3c))+kMr*(v(lx,2x)*cos(v(t))+v(ly,2y)*cos(v(t)+2*pi/3)+v(lz,2z)*cos(v(t)-2*pi/3))/kLr)
Ewa 4a n value=(-kMr*i(Vel)*( i(VoIx)*sin(v(t)) + i(VoIy)*sin(v(t)+2*pi/3) + i(VoIz)*sin(v(t)-2*pi/3) ))

Rb lb 2b (kRs)
Lb 2b 3b (kLs) ic=0
Ecb 3b 4b value=(-0.5*(v(2a,3a)+v(2c,3c))+kMr*(v(lx,2x)*cos(v(t)-2*pi/3)+v(ly,2y)*cos(v(t))+v(lz,2z)*cos(v(t)+2*pi/3))/kLr)
Ewb 4b n value=(-kMr*i(Vel)*( i(VoIx)*sin(v(t)-2*pi/3) + i(VoIy)*sin(v(t)) + i(VoIz)*sin(v(t)+2*pi/3) ))

Rc lc 2c (kRs)
Lc 2c 3c (kLs) ic=0
  
```

Figura 11- Interface do PSpice A/D Student

O *PSpice AD Student* possui algumas limitações, como, por exemplo, a inserção de no máximo 132 caracteres por linha, e a simulação de circuitos com um número máximo de nós.

O *PSpice AD Student* é estruturado da seguinte forma (RASHID, 1993):

- a) **Arquivo de descrição do circuito:** Seguindo a linguagem de programação Spice, deve-se descrever o circuito nó a nó, com o tipo de cada componente bem como seu valor. Pode ser composto por fontes de alimentação, resistores, diodos, capacitores e

até mesmo dispositivos mais complexos como transistores e amplificadores entre outros. Neste trabalho, foram utilizados fontes de tensão, resistores, indutores, capacitor e fontes controladas de tensão e corrente. O arquivo criado deve ter a extensão .CIR como segue o exemplo: Motor_de_Inducao.CIR.

- b) **Simulador SPICE:** depois de descrito todo o circuito, utiliza-se o software *PSpice AD Student* para simular o circuito eletrônico. O simulador gera um sistema de equações integro - diferenciais a partir das equações dos nós do circuito descrito no arquivo e o mesmo resolve este sistema de equações utilizando métodos numéricos. O arquivo de entrada deve ser compatível com a linguagem do simulador, caso contrário haverá indicação de erro e o circuito não será simulado. O resultado da simulação é um arquivo de dados que contém as tensões dos nós e as correntes dos componentes do circuito e possui a extensão .DAT, como segue o exemplo: Motor_de_Inducao.DAT.
- c) **Processador Gráfico:** por fim, é disponibilizada todas as tensões e correntes do arquivo de dados (.DAT) na tela, como gráfico, assim como em um osciloscópio. Existe uma importante ferramenta que é a possibilidade de realizar operações matemáticas com os resultados gráficos, como por exemplo, para somar duas determinadas correntes.

Para as simulações deste trabalho, utilizou-se a característica de análise transiente (TRAN), que é a indicada para obter a resposta do circuito para sinais alternados ou pulsos.

4.2 – Parâmetros de entrada

O programa de simulação desenvolvido utiliza os parâmetros de entrada da tabela 1:

Tabela 1 - Parâmetros de entrada do programa de simulação

Rede de Alimentação	
kVrms	Tensão RMS de fase nos terminais do estator (V)
kf	Frequência da rede (Hz)
Motor	
kRs e kRr	Resistências Estatórica e Rotórica (ohms)
kLm	Indutância Mútua obtida por ensaios do MI (H)
kP	Número de Pólos
Carga	
kInercia	Inércia do Motor (kg.m ²)
kAtrito	Atrito (kg.m ² /s)
kCarga	Conjugado da Carga (N.m)

4.3 – Circuito de Simulação

O circuito de simulação adotado é mostrado na figura 12.

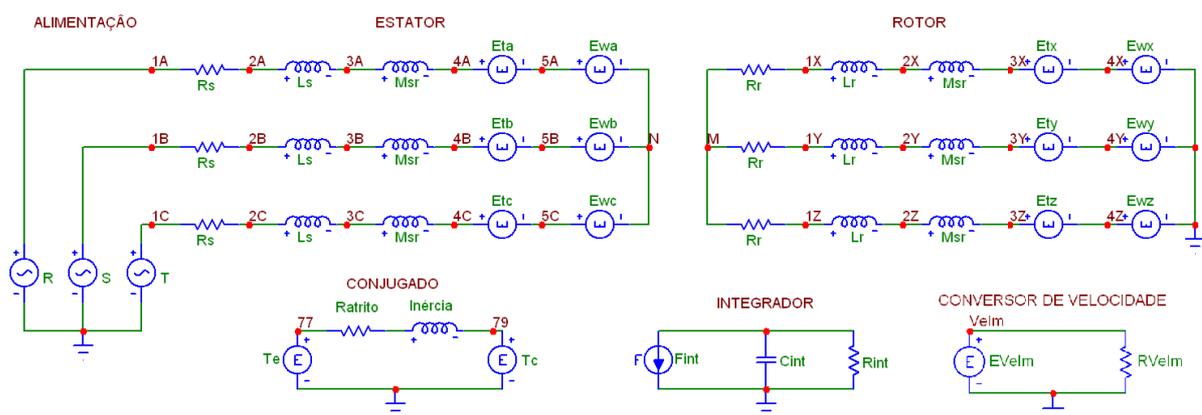


Figura 12 – Circuito de simulação

Os blocos da figura 12 podem ser definidos, de uma maneira geral, da seguinte forma:

- a) Alimentação: Formada por três fontes de tensão conectadas em Y, ou seja, por três tensões de fase.
- b) Estator: cada fase é constituída pela resistência estatórica, pelas indutâncias de dispersão e magnetização e por duas fontes controladas. Optou-se por separar as equações em duas fontes, uma para o efeito transformador e outra para o efeito motriz, por uma questão organizacional e pela limitação do software em 132 caracteres.
- c) Rotor: apresenta uma configuração similar à do estator.
- d) Conjugado: representa a mecânica do sistema através de um circuito elétrico análogo. Nesse estágio é que se relacionam o conjugado eletro-mecânico do motor T_e com o conjugado resistivo T_c , bem como a influência do atrito e da inércia sobre o sistema. A corrente no análogo elétrico representa a velocidade do rotor em rad/s.
- e) Integrador: Esse é um circuito de apoio ao modelo, pois nele se pode integrar matematicamente a velocidade do sistema (corrente no circuito Conjugado) a fim de obter a posição angular do rotor. Em tese, seria necessária apenas a fonte de corrente e o capacitor, porém por uma questão de software, foi preciso colocar em paralelo uma resistência altíssima, que não interfere na integração, para que o circuito funcionasse.
- f) Conversor de velocidade: Este circuito converte a velocidade do rotor de rad/s para RPM. Possui uma fonte de tensão controlada com a seguinte equação:

$$E(Velm) = i(Vel) \frac{kf}{2\pi} \quad (4.1)$$

Onde: $E(Velm)$ é a tensão que representa a velocidade do rotor em RPM, $i(Vel)$ é a velocidade do rotor em rad/s e kf é a frequência da rede de elétrica.

4.3.1 – Programação do circuito do estator

Neste item, vamos mostrar como foi elaborada a programação do circuito na fase A do estator. Lembrando que a equação de tensão da fase é a (3.35):

Na figura 13, pode-se ver o circuito da fase A do estator com mais detalhes.

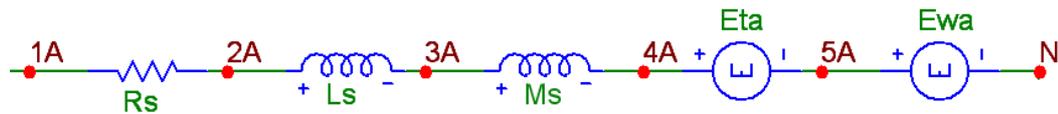


Figura 13 - Circuito da fase A do estator

Comparando a equação (3.35) com o modelo, facilmente podemos identificar alguns dos componentes passivos do circuito como a resistência estatórica R_s e as indutâncias de dispersão L_s e magnetização M_s .

A fonte E_{ta} representa o efeito transformador sobre a fase, ou seja, o efeito causado pelas outras fases do estator e do rotor. Portanto, a equação descrita na fonte E_{ta} será:

$$E_{ta} = -\frac{M_s}{2} \left(\frac{di_{s_2}}{dt} + \frac{di_{s_3}}{dt} \right) + M_{sr} \left[\frac{di_{r_1}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{r_2}}{dt} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{di_{r_3}}{dt} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (4.2)$$

Por fim, a fonte E_{wa} representa o efeito motriz sobre a fase, ou seja, o efeito proporcional à velocidade do rotor. Portanto, a equação descrita na fonte E_{wa} será:

$$E_{wa} = -M_{sr}\omega \left[i_{r_1} \sin(\theta) + i_{r_2} \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + i_{r_3} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad (4.3)$$

A dedução do equacionamento das outras fases, tanto do estator quanto do rotor são similares a essa, ficando como um exercício para o leitor.

4.4 – Parâmetros de saída

- O Conjugado é a tensão no nó 77, ou seja, $v(77)$ em Volts.
- A Velocidade do rotor é a corrente no resistor RVelm, ou seja, $I(RVelm)$ em RPM.
- As correntes nas fases do estator estão representadas sobre os resistores Ra, Rb e Rc, ou seja, $I(Ra)$, $I(Rb)$ e $I(Rc)$ em Ampère.

Para mais detalhes sobre a programação elaborada em PSpice do MI, verifique o código completo no Apêndice A.

5 – RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

5.1- Validação do programa de simulação

Para a validação do programa de simulação desenvolvido neste projeto, foram realizadas as seguintes comparações:

- a) Comparação para RP: Para um MI, calculou-se, a partir das equações do Anexo B, o conjugado T_e para um determinado escorregamento. Aplicou-se o mesmo conjugado na carga do programa de simulação, a fim de analisar sua velocidade final em RP. Comparou-se os resultados.
- b) Comparação para RT: Para os parâmetros de entrada dos MIs ensaiados por (KRAUSE *et al.*, 1995) comparou-se as curvas obtidas no programa de simulação com as presentes no seu livro. As mesmas se encontram no Anexo A.

5.1.1 – Comparação para regime permanente

Para essa validação, utilizaremos os parâmetros dos motores descritos em (CHAPMAN, 1999) e (FITZGERALD *et al.*, 2003) de acordo com a tabela 2.

Tabela 2 - Parâmetros do motor de indução

Motor	Fonte	P(kW)	V_{linha} (V)	f(Hz)	Pólos	R_s	X_s	X_m	X_r	R_r
1	CHAPMAN	18,6	460	60	4	0,641	1,106	26,3	0,464	0,332
2	FITZGERALD	7,5	220	60	6	0,144	0,503	13,25	0,209	0,294
3	FITZGERALD	1000	4160	60	8	0,220	1,95	45,7	2,42	0,207

A partir dos dados da tabela 2, e utilizando-se as fórmulas do Anexo B pode-se chegar ao conjugado eletromagnético T_e em RP para os escorregamentos de 0,02 e 0,04.

Para o Motor 1, de 4 pólos, e um escorregamento de 0,02, ou seja, velocidade de 1764 RPM calculou-se o seguinte conjugado:

$$T_e = 57,582 \text{ Nm}$$

A figura 14 mostra a velocidade do rotor quando um conjugado de carga $T_c = 57,582 \text{ Nm}$ é aplicado ao mesmo motor, no programa de simulação:

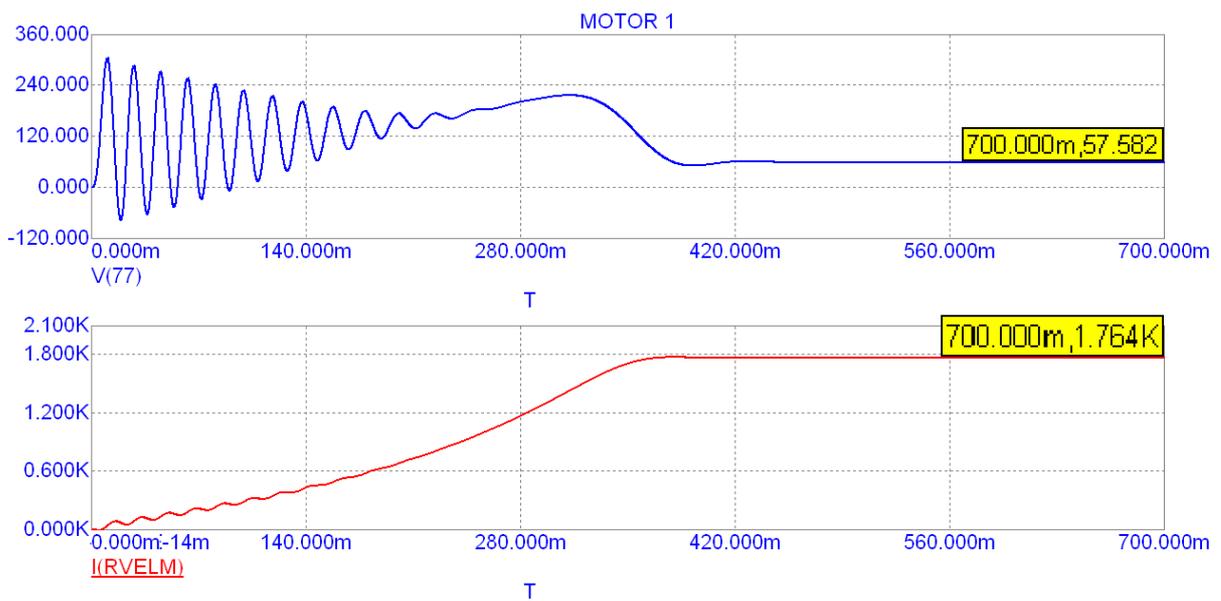


Figura 14- Conjugado (acima) e velocidade (abaixo) do motor 1 para $s = 0.02$

Pode-se ver, nas caixas à direita da figura, que após o motor atingir o RP, sua velocidade e seu conjugado eletromagnético são exatamente iguais aos valores calculados.

De forma análoga, foram realizados os testes para o escorregamento de 0,4.

As tabelas 3, 4 e 5 mostram os valores calculados e os valores obtidos através dos gráficos do programa de simulação, assim como no procedimento anteriormente citado. O programa de simulação foi executado com passo de iteração de $1e-05$.

Tabela 3 - Resultado do teste de comparação em RP do motor 1.

MOTOR 1	S= 0.02			S = 0.04		
	Calculado	Gráfico	Erro(%)	Calculado	Gráfico	Erro (%)
Velocidade (RPM)	1764	1764	0	1728	1728	0
Conjugado (N.m)	57,582	57,582	0	105,353	105,353	0

Como verificado na tabela 3, o programa de simulação elaborado neste trabalho, corresponde à realidade em RP, no teste feito para a configuração de Motor 1, de 4 pólos.

Para o motores 2, foi realizado o mesmo procedimento, resultando nos dados presentes na tabela 4.

Tabela 4 - Resultado do teste de comparação em RP do motor 2.

MOTOR 2	S= 0.02			S = 0.04		
	Calculado	Gráfico	Erro(%)	Calculado	Gráfico	Erro (%)
Velocidade (RPM)	1176	1176	0,0	1152	1152	0
Conjugado (N.m)	23,83	23,83	0,0	46,51	46,51	0

Para a configuração do motor 2, de 6 pólos, o programa de simulação continua correspondendo à realidade em RP.

Por fim, os resultados do teste de comparação para o motor 3, de 8 pólos e 1000kW, se encontram registrados na tabela 5.

Tabela 5 - Resultado do teste de comparação em RP do motor 3.

MOTOR 3	S= 0.02			S = 0.04		
	Calculado	Gráfico	Erro(%)	Calculado	Gráfico	Erro (%)
Velocidade (RPM)	882	883	0,0	864	864	0,0
Conjugado (N.m)	13.471	16.842	0,0	18.467	18.467	0,0

Como observado nos testes dos três MIs, o programa de simulação, elaborado neste projeto, se comporta fielmente à realidade, em RP.

5.1.2 – Comparação para regime transitório

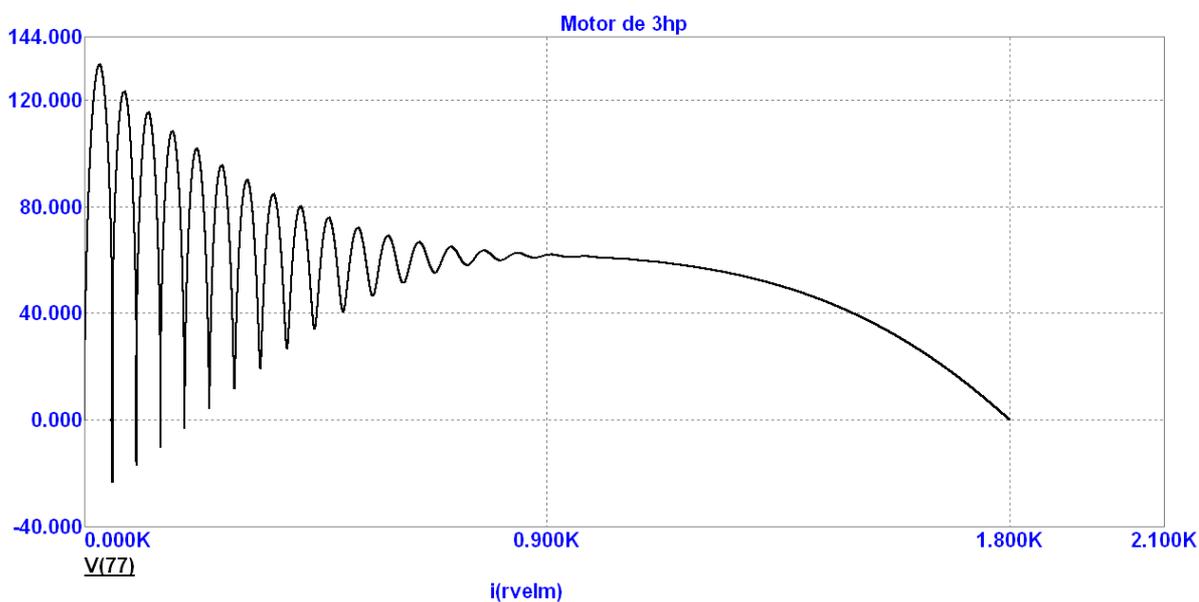
No RT, o programa de simulação foi validado a partir da comparação entre as curvas de determinados MIs, descritos no livro de (KRAUSE *et al.*, 1995). O mesmo pode ser consultado no Anexo A.

Na tabela 6 encontram-se listados os parâmetros para os MIs testados.

Tabela 6 - Parâmetros dos MIs testados (KRAUSE *et al.*, 1995)

HP	V (linha)	R_s (ohm)	X_s (ohm)	X_m (ohm)	X_r (ohm)	R_r (ohm)	J (kg.m ²)
3	220	0.435	0.754	26.13	0.754	0.816	0.089
50	460	0.087	0.302	13.08	0.302	0.228	1.662
500	2300	0.262	1.206	54.02	1.206	0.187	11.06
2250	2300	0.029	0.226	13.04	0.226	0.022	63.87

Nas figuras a seguir, estão mostradas as curvas do conjugado x velocidade dos testes no programa de simulação, dos MIs da tabela 6, com partida direta e motor a vazio.

**Figura 15 - Conjugado x Velocidade do motor de 3hp com partida direta e motor a vazio**

Comparando a figura 15 com a descrita por (KRAUSE *et al.*, 1995) para o motor de 3hp, no Anexo A, nota-se uma grande proximidade entre as mesmas.

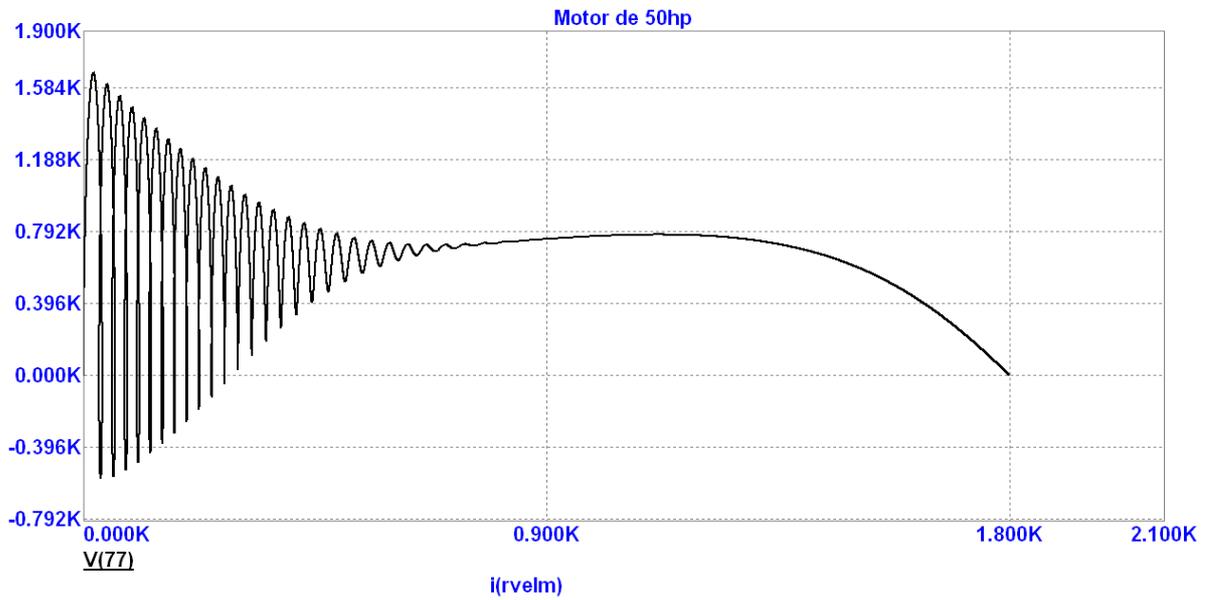


Figura 16 - Conjugado x Velocidade do motor de 50hp com partida direta e motor a vazio

A comparação entre o ensaio realizado por (KRAUSE *et al.*, 1995) para o motor de 50hp, e o programa de simulação que aqui está sendo validado, são iguais.

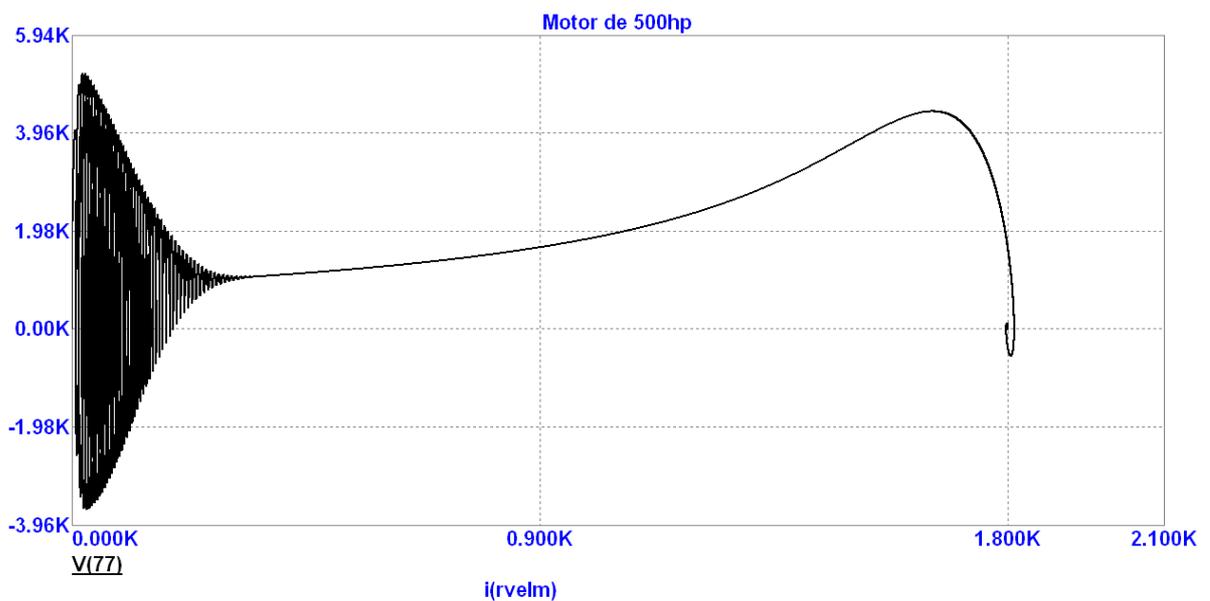


Figura 17 - Conjugado x Velocidade do motor de 500hp com partida direta e motor a vazio

Para o motor de 500hp, a semelhança é mais impressionante. Pode-se afirmar que para essa configuração de motor, o programa de simulação aqui testado, apresenta rigorosamente o mesmo resultado que (KRAUSE *et al.*, 1995).

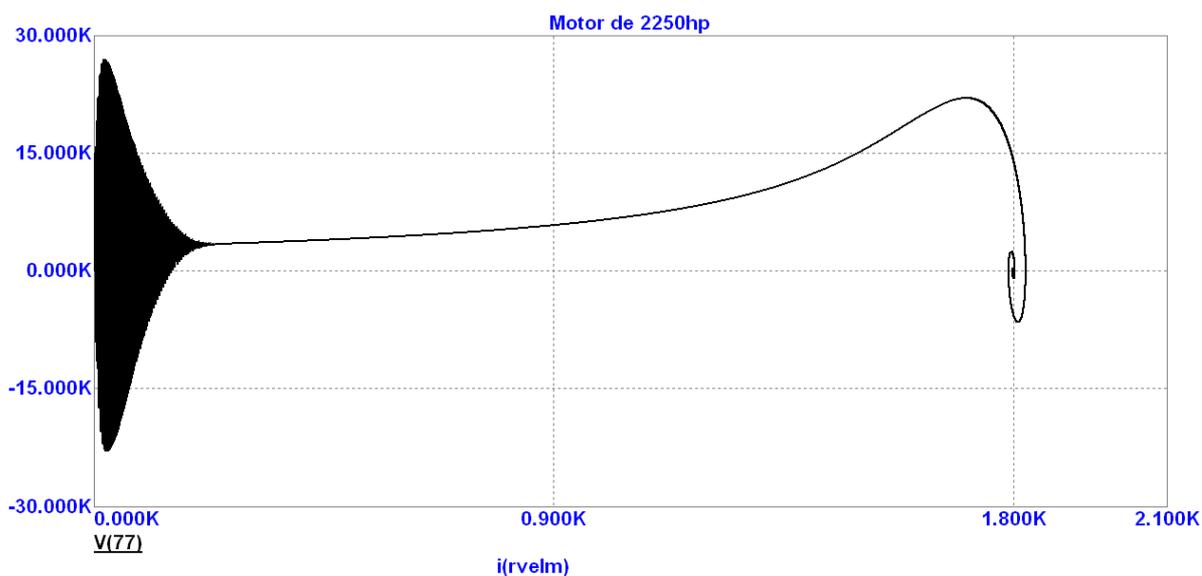


Figura 18 - Conjugado x Velocidade do motor de 2250hp com partida direta e motor a vazio

Para o motor de 2250hp, obtêm-se mais uma semelhança muito forte com (KRAUSE *et al.*, 1995).

Todos os testes do programa de simulação, aqui apresentados, estão muito semelhantes aos de (KRAUSE *et al.*, 1995), o que é um indicativo convincente para validar este projeto. Pequenas variações, sem perda de generalidade são aceitáveis já que simulações com diferentes passos de iteração podem ocasionar pequenos desvios. No caso deste projeto, mesmo considerando esse fator, as curvas são realmente muito próximas.

5.2 – Simulação do MI com transitório de carga

Para analisar o comportamento transitório do MI sob ação de uma carga, a partir do programa de simulação já validado, utilizaremos os parâmetros do MI de 2250hp, extraídos do livro de (KRAUSE *et al.*, 1995). Os parâmetros podem ser verificados na tabela 6.

A figura 19 mostra uma simulação para o MI de 2250hp, partindo direto, e sofrendo a ação de uma carga de 8.900 Nm em um determinado tempo.

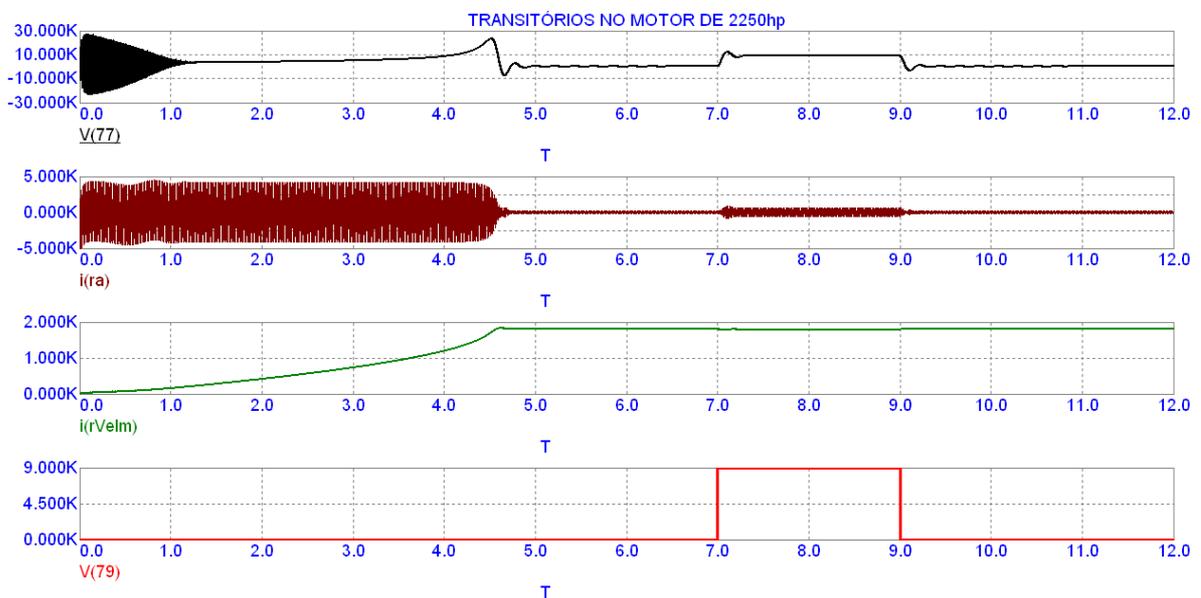


Figura 19- Simulação para o MI de 2250hp. De cima para baixo: conjugado produzido pelo motor, corrente na fase A do estator, velocidade do rotor e conjugado de carga.

Passo a passo será comentado os efeitos que ocorrem no motor, ao longo do tempo.

a) Período de 0 – 1.2 segundos:

Dá-se a partida do MI. Verifica-se um transitório muito saliente no conjugado do motor. A corrente na fase A do estator é máxima e o motor acelera lentamente. Não há a presença de carga.

b) Período de 1.2 – 4.5 segundos:

O conjugado do MI sai de seu intervalo de transitório, e passa a aumentar progressivamente com a velocidade. A corrente no estator ainda é máxima, buscando atingir a velocidade nominal do rotor. A velocidade continua a aumentar. Não há a presença de carga.

c) Período de 4.5 – 7.0 segundos:

Este é o momento em que a velocidade do rotor chega a 1800 RPM, velocidade nominal na ausência de cargas. O conjugado, após passar por um novo período de transitório, tende a se estabilizar em zero, pois neste momento o sistema passa a manter sua velocidade constante. Por não precisar de conjugado, a corrente no estator cai para o mínimo valor. Não há a presença de carga.

d) Período de 7.0 – 9.0 segundos:

Neste período, passa a atuar no eixo do rotor, uma carga de 8900 Nm. O rotor por um instante desacelera. A corrente no estator sobe, de forma a aumentar o conjugado eletro-mecânico para neutralizar o conjugado de carga e assim, encontrar um novo ponto de equilíbrio do sistema. Neste momento, o rotor assume a velocidade de 1786 RPM, que é menor que 1800 RPM.

e) Período de 9.0 – 12.0 segundos

A carga pára de atuar. Este é o período em que o rotor vai encontrar um novo ponto de equilíbrio, igual ao período anterior à entrada da carga, em 1800 RPM. Portanto, tem-se novamente a diminuição do conjugado a zero, ou quase zero em condições reais, e a corrente no estator volta a ser mínima.

Para a mesma simulação, a figura 20, mostra a curva do Conjugado x Velocidade do motor de 2250hp sob ação temporária de uma carga.

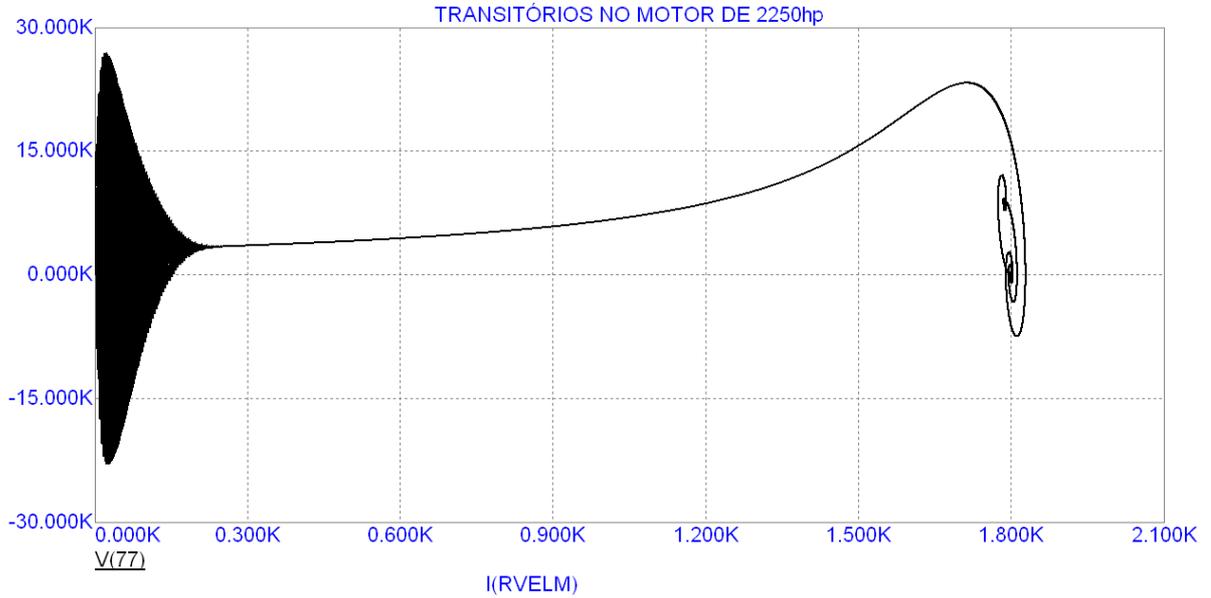


Figura 20- Conjugado x Velocidade do motor de 2250hp sob ação temporária de uma carga

Na figura 20 pode-se observar o efeito transitório ocasionado pela variação de carga no eixo do rotor. A figura 21 ilustra de forma mais detalhada o momento de atuação da carga.

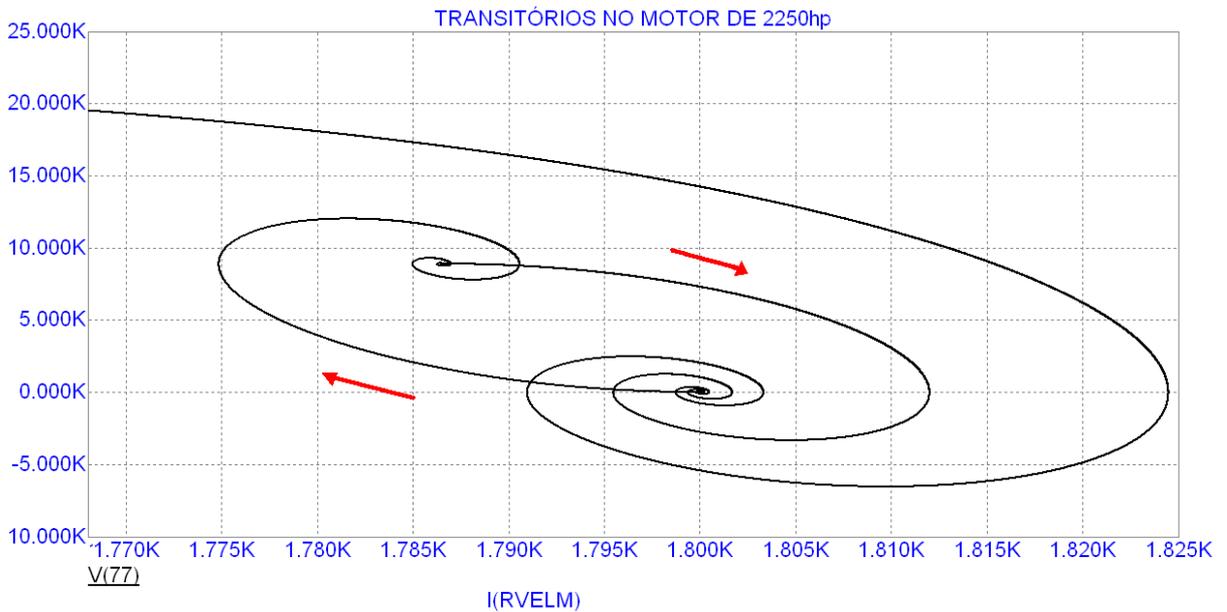


Figura 21- Imagem ampliada do efeito transitório de carga

Na figura 21 pode-se observar que o MI acelera até 1800 RPM sem carga e que ao atuar um conjugado de carga de 8900 N.m, o sistema busca um novo ponto de equilíbrio, em 1786 RPM, afim de compensar a carga.

6 – CONCLUSÃO

A revisão bibliográfica foi difícil e confusa, mas o equacionamento foi realizado com sucesso. Um programa de simulação capaz de rodar na versão de estudante (grátis) do PSpice e também no Microcap foi desenvolvido e encontra-se agora à disposição. Os resultados obtidos com o programa desenvolvido foram comparados com equações de regime permanente e com curvas publicadas na literatura com total concordância, confirmando o seu bom funcionamento.

Particularmente, posso dizer que o desenvolvimento desse projeto trouxe-me uma complementação fundamental ao estudo de motores de indução obtidos na disciplina de Conversão Eletromecânica de Energia II.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBI, I. **Introdução ao Estudo do Motor de Indução**. Florianópolis: UFSC/Eletróbrás, 1988. 237p.

BRITO, C. M. C. **Modelagem Computacional de Métodos de Partida de um Motor de Indução Trifásico no Simulink/Matlab**. In: CONGRESSO DE PESQUISA E INOVAÇÃO DA REDE NORTE NORDESTE DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA (II CONNEPI), 2007, João Pessoa-PB. **Anais . . .** João Pessoa: CEFET 2007. 1730-1735.

CHAPMAN, S. J. **Electric Machinery Fundamentals**. New York: McGraw-Hill, 1999. 716 p. ISBN: 0-07-011950-3

FITZGERALD, A. E. et al. **Electric Machinery**. New York: McGraw-Hill, 2003. 648 p. ISBN: 0-07-366009-4.

KRAUSE, P. C. et al. **Analysis of Electric Machinery**. New York: McGraw-Hill, 1995. 564 p. ISBN: 0-78-031101-9.

NASAR, S. A. et al. **Máquinas Elétricas, Schaum**. New York: McGraw-Hill, 1981. 217 p.

PSIM User's Guide, V6.0: Powersin Inc. 2003. 170 p. Disponível em: <<http://www.powersimtech.com>>. Acesso em 05.nov.2010.

Rashid, M. H. **Spice for Power Electronics and Electric Power**. New Jersey: Prentice Hall, 1993.

REGINATTO, R., **Controle por Campo Orientado do Motor de Indução com Adaptação de Parâmetros Via MRAC**. 1993. 126 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 1993.

PSPICE AD SUDENT. MicroSim®, version 9.1 [S. 1.]: 1999. Disponível em: <<http://www.pspice.com>>. Acesso em 15.ago.2010.

SOUSA, R. M. **Modelamento Matemático Dinâmico Térmico e Elétrico de Motores de Indução**. 1996. 91 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 1996.

TATAR, Y., Sünter, S. **Pspice modelling and simulation of a matrix converter-fed induction motor drive.** Electrical Engineering 84 (2002) p. 295-301, 2002.

VAS, P et al. **Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines.** New Jersey: Oxford Science Publications, 1993. 360 p. ISBN 0-19-859375-9.

APÊNDICE A

A listagem completa do programa de simulação encontra-se abaixo:

Motor de Indução

*Constantes

.param pi=3.141592653 ; CONSTANTE UTILIZADA NO CALCULO

***** PARÂMETROS DE ENTRADA *****

*REDE DE ALIMENTAÇÃO

.param kVrms={2300/sqrt(3)} ; TENSÃO DE FASE DA REDE

.param kf=60 ; FREQUÊNCIA DA REDE

*MOTOR E CARGA

.param kRs=0.029 ; Resistência Estatórica (ohms)

.param kLs={0.226/(120*pi)} ; Indutância de Dispersão do Estator (H)

.param kRr=0.022 ; Resistência Rotórica (ohms)

.param kLr={0.226/(120*pi)} ; Indutância de Dispersão do Rotor (H)

.param kLm={13.04/(120*pi)} ; Indutância Mútua (H)

.param kP=4 ; Número de Pólos

.param kInercia=63.87 ; Inércia (kg.m²)

.param kAtrito=0.000001 ; Atrito (kg.m²/s)

.param kCarga=0 ; Conjugado de Carga (N.m)

***** PARÂMETROS DE SAÍDA *****

* CONJUGADO (N.m) ==> V(77)

* VELOCIDADE (RPM) ==> I(RVELM)

* CORRENTES NAS FASES DO ESTATOR => I(Ra), I(Rb) E I(Rc)

.param kMsr={2*kLm/3}

.param kM=kMsr

*.param kMsr={2*kLm/3}

*.param kM=kMsr

***** E Q U A C I O N A M E N T O *****

*Alimentação

eVa 1a 0 value={sqrt(2)*kvrms*sin(2*pi*kf*time + 2*pi/3)}

eVb 1b 0 value={sqrt(2)*kvrms*sin(2*pi*kf*time)}

eVc 1c 0 value={sqrt(2)*kvrms*sin(2*pi*kf*time - 2*pi/3)}

***** ESTATOR *****

Ra 1a 2a {kRs}

Lla 2a 3a {kLs} ic=0

Lma 3a 4a {kM} ic=0

Eta 4a 5a value={-0.5*(v(3b,4b)+v(3c,4c)) + v(2x,3x)*cos(v(t))+v(2y,3y)*cos(v(t)+2*pi/3)+v(2z,3z)*cos(v(t)-2*pi/3)}

Ewa 5a n value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(VoIx)*sin(v(t)) + i(VoIy)*sin(v(t)+2*pi/3) + i(VoIz)*sin(v(t)-2*pi/3))}

Rb 1b 2b {kRs}

Llb 2b 3b {kLs} ic=0

Lmb 3b 4b {kM} ic=0

Etb 4b 5b value={-0.5*(v(3a,4a)+v(3c,4c)) + v(2x,3x)*cos(v(t)-2*pi/3)+v(2y,3y)*cos(v(t))+v(2z,3z)*cos(v(t)+2*pi/3)}

Ewb 5b n value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(VoIx)*sin(v(t)-2*pi/3) + i(VoIy)*sin(v(t)) + i(VoIz)*sin(v(t)+2*pi/3))}

Rc 1c 2c {kRs}

Llc 2c 3c {kLs} ic=0

Lmc 3c 4c {kM} ic=0

Etc 4c 5c value={-0.5*(v(3a,4a)+v(3b,4b)) + v(2x,3x)*cos(v(t)+2*pi/3)+v(2y,3y)*cos(v(t)-2*pi/3)+v(2z,3z)*cos(v(t))}

Ewc 5c n value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(VoIx)*sin(v(t)+2*pi/3) + i(VoIy)*sin(v(t)-2*pi/3) + i(VoIz)*sin(v(t)))}

***** ROTOR *****

Rx M 1x {kRr}

Llx 1x 2x {kLr} ic=0

Lmx 2x 3x {kM} ic=0

EtX 3x 4x value={-0.5*(v(2y,3y)+v(2z,3z)) + v(3a,4a)*cos(v(t))+v(3b,4b)*cos(v(t)-2*pi/3)+v(3c,4c)*cos(v(t)+2*pi/3)}

EwX 4x 5x value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(Eta)*sin(v(t)) + i(Etb)*sin(v(t)-2*pi/3) + i(Etc)*sin(v(t)+2*pi/3))}

VoIx 5x 0 0

Ry M 1y {kRr}

Lly 1y 2y {kLr} ic=0

Lmy 2y 3y {kM} ic=0

Ety 3y 4y value={-0.5*(v(2x,3x)+v(2z,3z)) + v(3a,4a)*cos(v(t)+2*pi/3)+v(3b,4b)*cos(v(t))+v(3c,4c)*cos(v(t)-2*pi/3)}

Ewy 4y 5y value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(Eta)*sin(v(t)+2*pi/3) + i(Etb)*sin(v(t)) + i(Etc)*sin(v(t)-2*pi/3))}

VoIy 5y 0 0

Rz M 1z {kRr}

Llz 1z 2z {kLr} ic=0

Lmz 2z 3z {kM} ic=0

Etz 3z 4z value={-0.5*(v(2x,3x)+v(2y,3y)) + v(3a,4a)*cos(v(t)-2*pi/3)+v(3b,4b)*cos(v(t)+2*pi/3)+v(3c,4c)*cos(v(t))}

Ewz 4z 5z value={-kMsr*i(Vel)*(kP/2)*(i(Eta)*sin(v(t)-2*pi/3) + i(Etb)*sin(v(t)+2*pi/3) + i(Etc)*sin(v(t)))}

VoIz 5z 0 0

*Conjugado/Velocidade

*CONJUGADO (N.m) = Tensão no nó 77

*VELOCIDADE (RPM) = Corrente no Resistor RVELM

eTe1 77 76 value={ -(kP/2)*kMsr * (i(Eta)*i(VoIx) + i(Etb)*i(VoIy) + i(Etc)*i(VoIz)) * sin(v(t))}

eTe2 76 75 value={ -(kP/2)*kMsr * (i(Etb)*i(VoIx) + i(Etc)*i(VoIy) + i(Eta)*i(VoIz)) * sin(v(t)-2*pi/3)}

eTe3 75 0 value={ -(kP/2)*kMsr * (i(Etc)*i(VoIx) + i(Eta)*i(VoIy) + i(Etb)*i(VoIz)) * sin(v(t)+2*pi/3)}

rAtrito 77 78 {kAtrito}

IJP 78 79 {kInercia} ic=0

vel 79 0 {kCarga}

*Vel 79 0 pulse(0 8900 7 1m 1m 9 9)

**** Integrador = Integra Velocidade do rotor em rad/s ****

Fint tt 0 Vel -1

Cint tt 0 1 ic=0

Rint tt 0 100000k

***** VELOCIDADE ELETRICA *****

eVeLE t 0 Value={V(tt)*(kP/2)}

RVelE t 0 1

***** VELOCIDADE MECANICA EM RPM *******

eVelM VelM 0 Value={i(Vel)*kf/(2*pi)}

RVELM VelM 0 1 ; A CORRENTE NESTE RESISTOR REPRESENTA A VELOCIDADE DO ROTOR EM RPM.

***modelos, etc.**

.probe

.options reltol=.01 itl5=0

.AC DEC 25 1e+006 1e+008

.PLOT AC VDB(1A) VP(1A) VDB(1B)

.TRAN 0.000466667 7 0 0.0001 UIC

.TEMP 27

.PLOT TRAN V(77) -30000,45000

.end

ANEXO A

Table 4.10-1 Induction machine parameters

Machine rating			T_B N·m	$I_{B(abc)}$ amps	r_s ohms	X_B ohms	X_M ohms	X'_L ohms	r'_r ohms	J kg·m ²
hp	volts	rpm								
3	220	1710	11.9	5.8	0.435	0.754	26.13	0.754	0.816	0.089
50	460	1705	198	46.8	0.087	0.302	13.08	0.302	0.228	1.662
500	2300	1773	1.98×10^3	93.6	0.262	1.206	54.02	1.206	0.187	11.06
2250	2300	1786	8.9×10^3	421.2	0.029	0.226	13.04	0.226	0.022	63.87

to the inertia of the rotor. Base torque, as calculated from (4.8-5), and base or rated current (rms) are also given.

The torque-versus-speed characteristics during free acceleration are shown for each machine in Figs. 4.10-1 through 4.10-4. In each case, the machine is initially stalled when rated balanced voltage is applied with $v_{as} = \sqrt{2}V_s \cos \omega_s t$. The machine currents along with the electromagnetic torque and speed for the 3

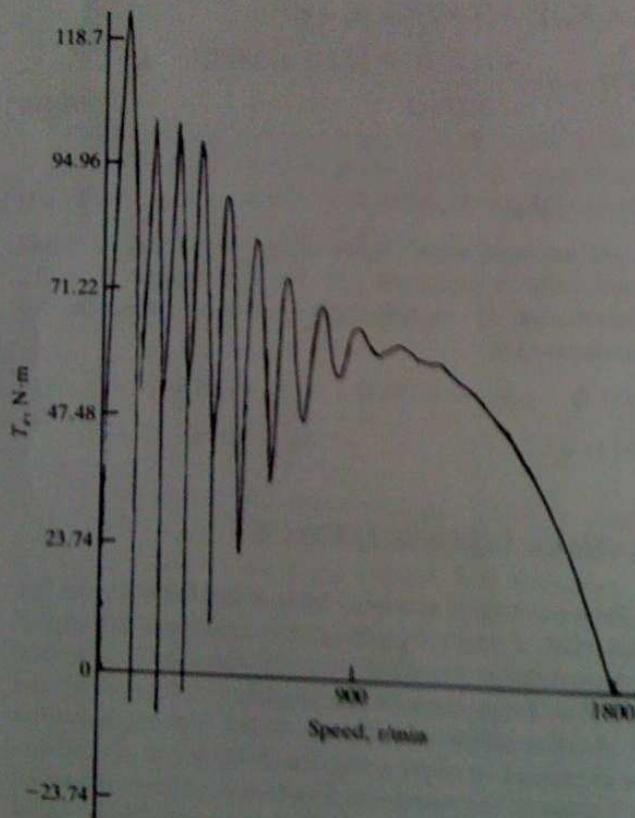


Figure 4.10-1 Torque-speed characteristics during free acceleration — 3 hp induction motor.

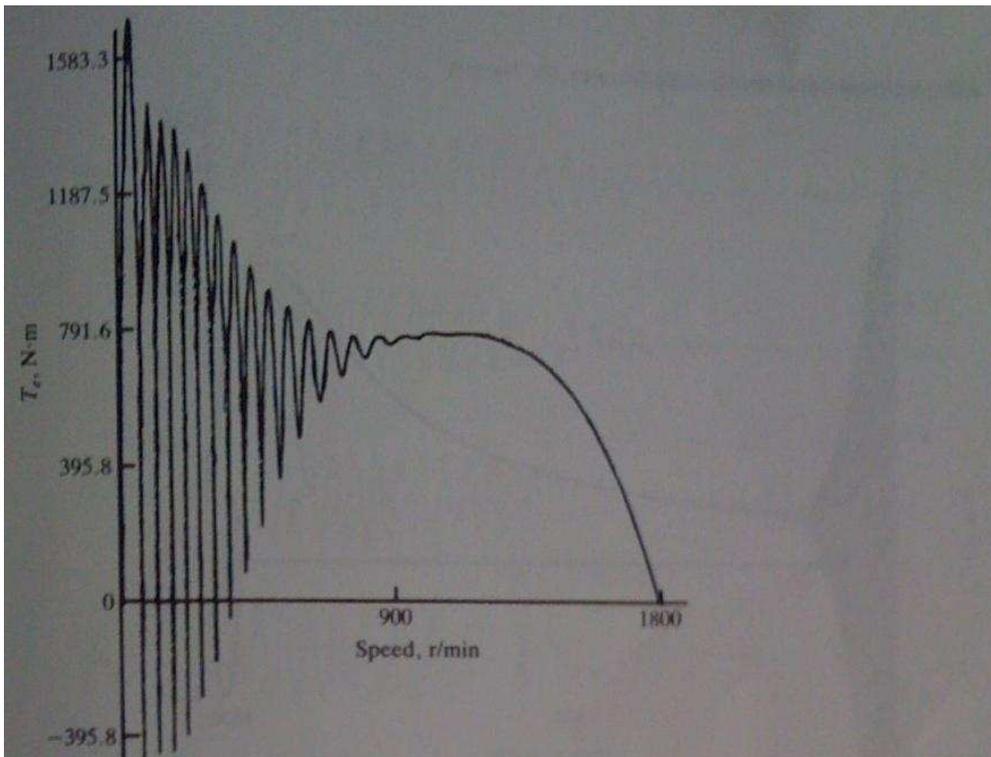


Figure 4.10-2 Torque-speed characteristics during free acceleration—50 hp induction motor.

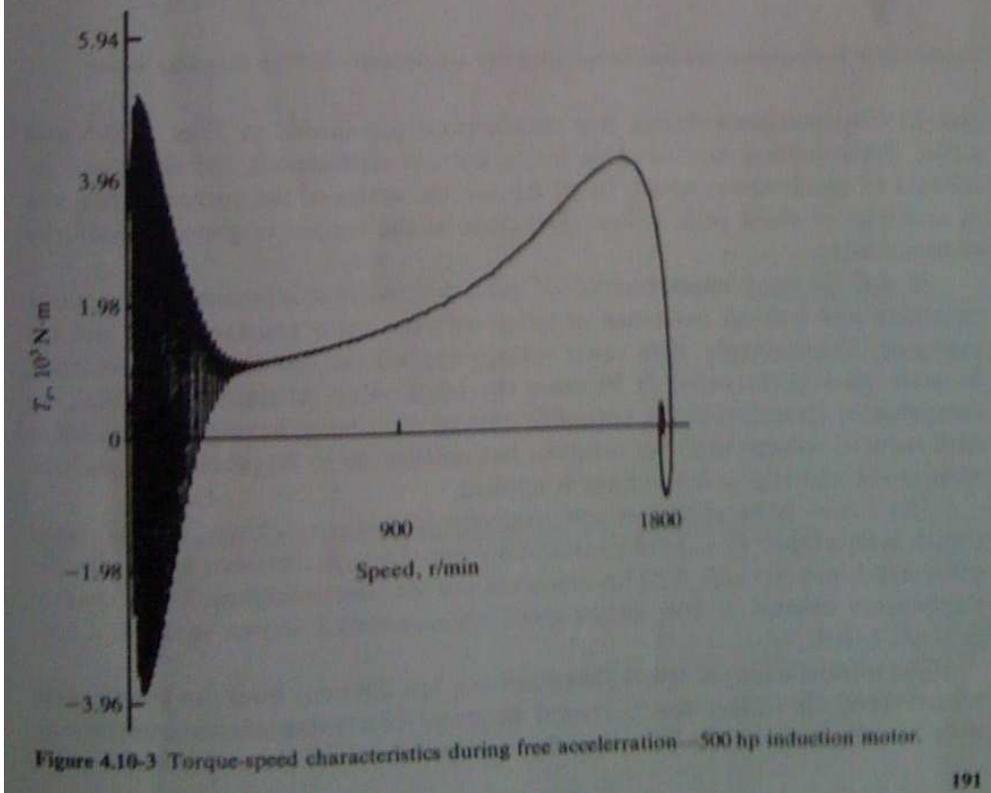


Figure 4.10-3 Torque-speed characteristics during free acceleration—500 hp induction motor.

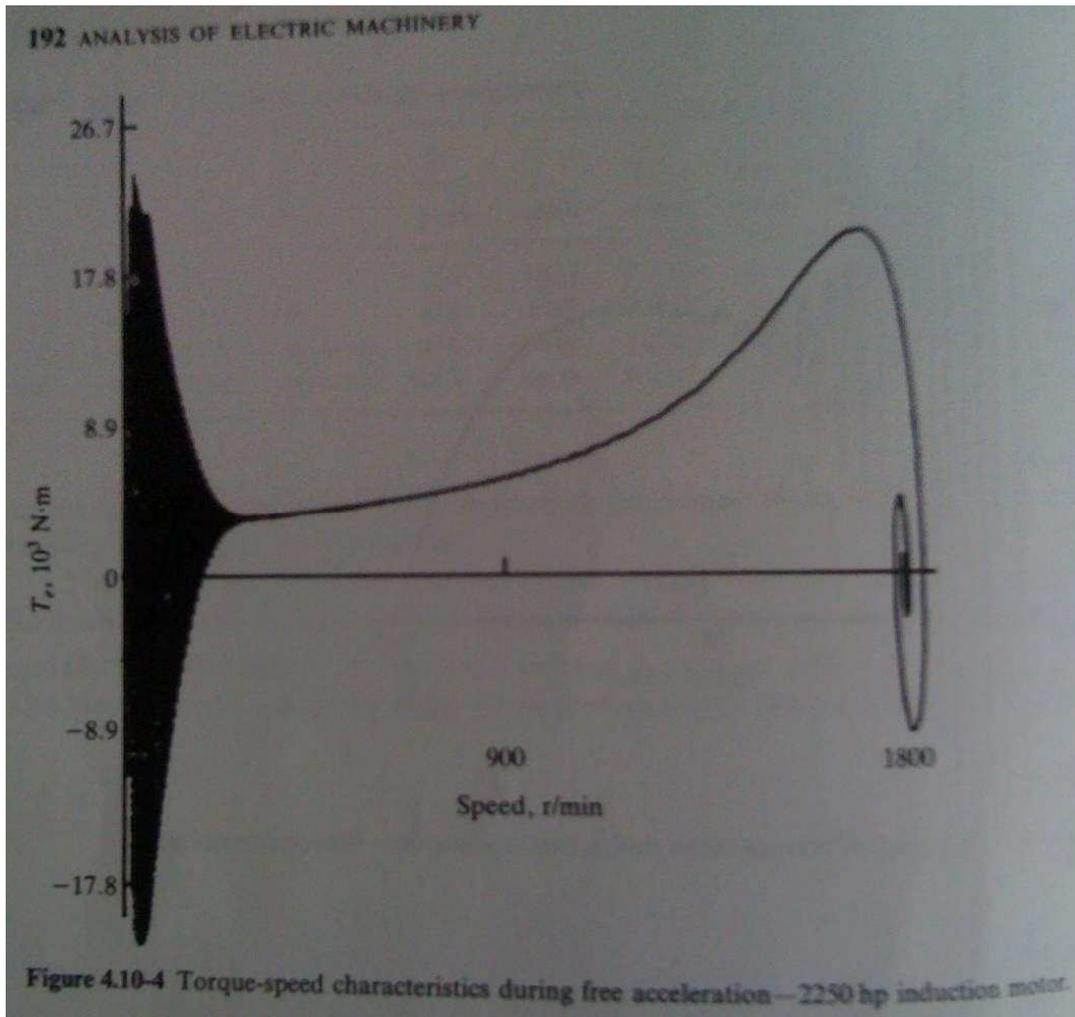


Figura 24 - (KRAUSE *et al.*, 1995), página 192

ANEXO B

B.1 - Conjugado de MI's em Regime Permanente (FITZGERALD, 2003)

Sabendo que os parâmetros de entrada de um MI de p pólos, obtidos a partir dos ensaios a vazio e rotor bloqueado são R_s , R_r , X_s , X_r e X_m . A tensão de fase na entrada do modelo é representada por V_s e possui frequência de rede f . Para se obter o conjugado T_e , em um determinado escorregamento s , tem-se:

$$T_e = \frac{pP_g}{4\pi f} \quad (\text{C.1})$$

$$P_g = 3 \left(\frac{R_r}{s} I_1'^2 \right) \quad (\text{C.2})$$

$$I_1' = \frac{V_1'}{\sqrt{(R_1' + \frac{R_r}{s})^2 + (X_1' + X_r)^2}} \quad (\text{C.3})$$

$$V_1' = \frac{V_s X_m}{\sqrt{R_s^2 + (X_s + X_m)^2}} \quad (\text{C.4})$$

$$R_1' = \frac{R_s X_m^2}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} \quad (\text{C.5})$$

$$X_1' = \frac{X_m(R_s^2 + X_s^2 + X_s X_m)}{R_s^2 + (X_s + X_m)^2} \quad (\text{C.6})$$

Onde P_g é a potência no entreferro, em Watts. I_1' , V_1' , R_1' e X_1' são grandezas auxiliares.