

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

METAHEURÍSTICA PARA OTIMIZAÇÃO DE FORMA E DIMENSÃO DE ESTRUTURAS MECÂNICAS COM RESTRIÇÕES DE TENSÕES E FREQUÊNCIAS NATURAIS PELO ALGORÍTIMO FIREFLY

por

Eduardo Ribeiro Rodrigues

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, novembro de 2011.

METAHEURÍSTICA PARA OTIMIZAÇÃO DE FORMA E DIMENSÃO DE ESTRUTURAS MECÂNICAS COM RESTRIÇÕES DE TENSÕES E FREQUÊNCIAS NATURAIS PELO ALGORÍTIMO FIREFLY

por

Eduardo Ribeiro Rodrigues

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Arnaldo Rubem Gonzalez
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Herbert Martins Gomes

Comissão de Avaliação:

Prof.: Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof.: Jakson Manfredini Vassoler

Prof.: Rogério José Marczak

Porto Alegre, 14, novembro de 2011.

Dedico esse trabalho principalmente a meus pais, João e Rosa, que possibilitaram que eu pudesse me dedicar exclusivamente aos estudos, e aos meus irmãos Gustavo e Clóvis pelo apoio e ajuda ao longo de todos esses anos. Agradeço aos meus amigos e familiares pelo incentivo para que eu persistisse e seguisse em frente sempre buscando os meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço à minha família, principalmente aos meus pais, João Clóvis e Rosa Maria por possibilitarem que eu me dedicasse exclusivamente aos estudos ao longo de todos esses anos. Também, aos meus irmãos, Gustavo e Clóvis pela ajuda e apoio sempre que precisei.

Ao meu orientador, Herbert Martins Gomes, pelo ótimo trabalho desenvolvido ao longo do semestre, sendo muito paciente e dedicado no cumprimento do seu papel e estando sempre disponível para auxiliar e ensinar sempre que necessário.

Aos professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pelo comprometimento de ensinar os alunos com muita competência e qualidade, mantendo assim a UFRGS entre uma das melhores do Brasil.

Aos meus amigos e familiares, por sempre me incentivarem na busca dos meus objetivos, pela ajuda nos momentos difíceis e pelos momentos de descontração em reuniões, festas e aniversários.

Aos meus colegas de aula, pelo companheirismo nos momentos de estudos e de descontração.

Aos meus colegas de trabalho, por todo o ensinamento prestado ao longo de todos esses anos nas empresas pelas quais passei e por acreditarem no meu potencial.

“No meio da confusão, encontre a simplicidade. A partir da discórdia, encontre a harmonia. No meio da dificuldade reside a oportunidade.”

Albert Einstein

RODRIGUES, E. R. **Metaheurística para otimização de forma e dimensão de estruturas mecânicas com restrições de tensões e frequências naturais pelo algoritmo Firefly**. 2011. 19f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

RESUMO

Neste trabalho são feitos estudos visando a otimização de algumas estruturas mecânicas utilizando um algoritmo chamado de “Firefly” ou Vaga-lume. O objetivo desse estudo é realizar uma possível redução de massa e eventual mudança de forma e dimensão destas estruturas, respeitando limitações mecânicas do material, restrições de projeto assim como restrições dinâmicas como as frequências naturais. Os resultados são comparados com outros resultados de algoritmos já existentes na literatura, quando houver. Como resultado para esta análise, mostra-se que o método é, em alguns casos, mais eficiente na otimização dos exemplos apresentados que os encontrados na literatura. O trabalho justifica-se pelo fato do algoritmo ser metaheurístico e, portanto facilmente programável. Além do mais o algoritmo não requer a avaliação de gradientes da função a ser otimizada e possui uma parcela aleatória que o torna robusto em problemas de otimização como o é no caso de otimização de forma e dimensão com restrições de tensão e frequências naturais.

PALAVRAS-CHAVES: otimização de forma, treliças espaciais, frequências naturais, algoritmo vaga-lume, algoritmos metaheurísticos.

RODRIGUES, E. R. **Shape and size optimization of mechanical structures with stress and dynamic constraints by the Firefly algorithm**. 2011. 20f. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

ABSTRACT

This work deals with the optimization of some mechanical structures using a metaheuristic algorithm called Firefly Algorithm. This work aims at reducing mass and eventually changing shape and size of such mechanical structures keeping material mechanical strengths and dynamic constraints such as natural frequencies on safe regions. The results are compared with those, when available, from literature that uses other algorithm for the optimization. As result, in some of the analyzed examples it is shown that the algorithm is more efficient than the other methods presented by the literature. This work is justified by the fact that the Firefly algorithm is metaheuristic and thus easily programmable. Furthermore, the algorithm does not require gradient evaluations of the function to be optimized and has a random component that makes it robust against optimization problems likewise the handled problems of shape and size optimization with strengths and natural frequencies constraints.

KEYWORDS: shape and size optimization, spatial trusses, natural frequencies, firefly algorithm, metaheuristic algorithm .

INDICE

AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
INDICE	viii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS	x
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	1
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	2
3.1. O Algoritmo Firefly (Firefly Algorithm - FA).....	2
3.2. A Atratividade e a intensidade luminosa.....	4
3.3. Funcionamento do Algoritmo com a Análise Estrutural	5
4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS	6
4.1. Metodologia	6
4.2. Mola Helicoidal.....	6
4.3. Treliça 2D de 18 barras – 12 variáveis de projeto a serem otimizadas.....	7
4.4. Treliça 2D de 37 barras – 19 variáveis de projeto a serem otimizadas.....	9
4.5. Treliça 3D de 52 barras – 13 variáveis de projeto a serem otimizadas.....	10
4.6. Treliça 3D de 120 barras – 7 variáveis de projeto a serem otimizadas.....	11
5. CONCLUSÕES	13
6. REFERÊNCIAS.....	14
APÊNDICES.....	16

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 - Pseudocódigo para o Algoritmo Meta-heurístico de Vaga-lume. (Adaptado de Lukasik and Zak (2009), e Yang (2010b)).....	4
Figura 4.1 - Mola Helicoidal sob tração/compressão (Fonte:Yang (2010)).....	6
Figura 4.2 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 2D de 18 barras (Fonte: LEE; GEEM, 2005).....	7
Figura 4.3 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 2D de 37 barras.....	9
Figura 4.4 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 3D de 52 barras.....	10
Figura 4.5 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 3D de 120 barras. (Fonte: KAVEH; TALATAHARI, 2009).	12
Figura B.1- Comparação do problema 4.3 : configurações inicial e otimizada.	16
Figura B.2 - Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 2D de 18 barras.	16
Figura C.1- Configuração inicial do problema 4.4.	17
Figura C.2- Configuração otimizada por Wang (2004), problema 4.4.	17
Figura C.3- Configuração otimizada por Lingyum (2005), problema 4.4.	17
Figura C.4- Configuração otimizada pelo estudo presente, problema 4.4.....	17
Figura C.5- Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 2D de 37 barras.	17
Figura D.1- Configuração inicial do problema 4.5 – Domo de 52 barras.	18
Figura D.2- Estrutura otimizada pelo Gomes(2009)(PSO) – Domo de 52 barras.....	18
Figura D.3- Estrutura otimizada pelo estudo presente (FA) – Domo de 52 barras.	18
Figura D.4-Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 3D de 52 barras.....	18
Figura E.1- Configuração inicial do problema – Domo de 120 barras.	19

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Resultado do problema comparados com os resultados de outros autores.	7
Tabela 4.2 - Resultados do problema da treliça 2D de 18 barras comparados com os resultados de outros autores.	8
Tabela 4.3 - Resultados do problema treliça 2D de 37 barras comparados com os resultados de outros autores.	10
Tabela 4.4 - Resultados do problema treliça 3D de 52 barras comparados com os resultados de outros autores.	11
Tabela 4.5 - Resultados do problema da treliça 3D de 120 barras comparados com os resultados de outros autores.	13
Tabela A.1: Valores dos parâmetros do algoritmo FA utilizados em cada problema.....	16

1. INTRODUÇÃO

Nos dias de hoje, a competitividade impulsiona cada vez mais a necessidade da busca pela eficiência, buscando-se uma boa viabilidade e custo de projetos de estruturas para qualquer aplicação, especialmente nas engenharias mecânica, naval, civil, etc. Ao longo dos anos, foram realizados inúmeros estudos na área de engenharia estrutural a fim de obter projetos ótimos, ou seja, com baixo custo, melhor desempenho e com maior economia. Para que se atinja esses resultados são utilizadas técnicas de otimização. Em um projeto estrutural espera-se encontrar uma disposição ótima dos elementos estruturais de modo que a estrutura possa suportar todos os carregamentos envolvidos sem colocar em risco a sua segurança.

Dentro das possibilidades existentes de otimização, será abordado nesse trabalho a otimização estrutural, buscando estruturas econômicas e seguras em que a economia reflète no menor consumo de matéria e a segurança quanto às características de resistência do material e à deslocabilidade (flexibilidade da estrutura e rigidez), introduzindo restrições ao problema a ser otimizado. Para determinar uma configuração ótima para a estrutura é utilizado um processo de tentativas (erro e acerto), em que muitas vezes o resultado não garante que a solução ótima foi encontrada, tornando-se quase impossível testar todas as possibilidades de configurações independentemente da experiência do projetista.

Nessa monografia serão abordados problemas de otimização estrutural de estruturas mecânicas, utilizando um algoritmo metaheurístico conhecido como *Firefly Algorithm (FA)*. Desse modo serão escolhidos alguns exemplos da literatura que tiveram sucesso e que foram testados com outros algoritmos destinados para o mesmo fim e assim estabelecer uma comparação do desempenho do FA em relação a outros métodos já testados. A função a ser otimizada ou a função custo é a massa total da estrutura. Concomitante a isto, é necessário satisfazer as restrições do problema como tensões e/ou frequências naturais da estrutura.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A classificação de um problema de otimização pode ser apresentada segundo a sua função ou, simplificada, com os três elementos importantes na resolução de um problema de otimização, que são: o problema, o algoritmo e a forma como o usuário os utiliza. Muitos desafios, na área da otimização, fazem parte da vida dos pesquisadores, pois a complexidade dos problemas está cada vez maior. Alguns aspectos importantes são:

- O tempo necessário para avaliar uma única função é grande, logo, a minimização do número de avaliações da função é vital para que a otimização seja considerada viável;
- Derivadas analíticas (em relação aos parâmetros) da função objetivo e das restrições podem ser custosas ou complexas (se existirem);
- As variáveis de projeto podem ser discretas, mistas ou contínuas, dificultando cálculos de gradientes ou mesmo tornando-os impossíveis de serem calculados;
- Critérios de convergência, embutidos em procedimentos iterativos podem introduzir ruídos na avaliação da função objetivo, podendo acarretar em gradientes numéricos imprecisos (como no caso de frequências naturais as quais, para estruturas simétricas, podem resultar em autovalores idênticos repetidos);

Um algoritmo de otimização pode ser classificado de várias maneiras dependendo do aspecto considerado. Uma forma de classificar seria baseada na natureza determinística ou não determinística do algoritmo de otimização, sendo classificado como determinístico ou estocástico.

Os algoritmos determinísticos são aqueles que apresentam comportamento previsível, dada uma determinada entrada, o algoritmo apresenta a mesma saída. Grande parte das soluções exigem o uso de pelo menos a primeira derivada da função objetivo em relação às variáveis.

veis de projeto. É possível enumerar de forma resumida os principais problemas deparados pelos métodos clássicos determinísticos:

- Apresentam dificuldades em encontrar soluções ótimas globais;
- Necessitam que as funções sejam diferenciáveis, as quais podem ser complexas;
- Pouco eficaz em tratar problema de otimização multi-objetivo;

Como exemplo de algoritmos determinísticos destacam-se: Método de Newton, Método Simplex, Método Gradiente Conjugado, Método do gradiente descendente, método de programação sequencial linear e quadrático, etc.

Já os algoritmos estocásticos, dada uma determinada entrada, apresentam uma saída com uma dada probabilidade. Usam somente a avaliação da função objetivo e não utilizam a derivada da função objetivo. Podem-se citar algumas vantagens dos algoritmos estocásticos em relação aos determinísticos:

- A função objetivo e as restrições não precisam necessariamente possuir uma representação matemática;
- Não requerem que a função objetivo seja contínua e diferencial;
- Trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos quanto com discretos, ou ainda com uma combinação deles;
- Não necessitam de formulações complexas ou reformulações para o problema;

Uma desvantagem em relação aos métodos clássicos, em geral, é o tempo de processamento. Como exemplo de algoritmos estocásticos pode-se destacar: *Any Colony Optimization (ACO)*, *Particle Swarm Optimization (PSO)*, *Firefly Algorithm (FA)*, *Artificial Bee Colony (ABC)*, entre outros.

Coloni *et al.* (1991) desenvolveram o *Ant Colony Optimization (ACO)* baseado principalmente no comportamento social de insetos, em especial as formigas. Cada indivíduo troca informações com o outro através da emissão de feromônios. O método de Otimização por Enxame de Partículas (*Particle Swarm Optimization*) é baseado em comportamentos de grupos de animais na natureza (aves, peixes, etc). O PSO se baseia na informação da trajetória das partículas (indivíduos) e os pontos do espaço de busca visitados por elas para informar a qualidade da solução (qualidade da função objetivo). Já o método algoritmo Firefly foi inspirado nos vaga-lumes para resolver problemas de otimização destacando-se duas características reais deste tipo de inseto: a atração é proporcional ao brilho de cada inseto. Dessa forma, entre dois vaga-lumes que possuem brilhos de intensidades diferentes o de menor brilho se move no sentido do de maior brilho. A atração é proporcional ao brilho e diminui à medida que a distância entre os dois insetos aumenta. Se não existir vaga-lume próximo proporcionando atração, o vaga-lume “isolado” move-se aleatoriamente; o brilho de cada vaga-lume é definido ou afetado pelo espaço de busca da função objetivo. Para um problema de maximização, por exemplo, o brilho do vaga-lume pode ser definido proporcionalmente ao valor da sua função objetivo. O algoritmo Colônias Artificiais de Abelhas (*Artificial Bee Colony*) é inspirado no comportamento de abelhas produtoras de mel. Este tipo de abelha sai em busca de alimentos e depois retorna a colméia. Cada abelha na população visita um local e traz consigo a direção, à distância e uma amostra do pólen do local visitado. Após o retorno cada abelha simula uma dança (“Waggle dance”, em inglês) no intuito de atrair grupos de abelhas ao local visitado por aquela abelha.

3.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1.O Algoritmo Firefly (Firefly Algorithm - FA)

O Firefly Algorithm foi proposto por Xin-She Yang na Universidade de Cambridge em 2007 [Yang 2008]. Este algoritmo é baseado em uma característica bioluminescente de vaga-lumes, insetos coleópteros conhecidos por suas emissões luminosas. De acordo com [Yang

2008], ainda não existe, por parte da biologia, um conhecimento completo para determinar todas as utilidades que esta luminescência pode trazer ao vaga-lume, mas até o momento pelo menos três funções já foram apontadas: (i) como uma ferramenta de comunicação e atração para potenciais parceiros na reprodução; (ii) como uma isca para atração de presas para o vaga-lume; (iii) como um mecanismo de alerta para potenciais predadores, lembrando que os vaga-lumes possuem um “gosto amargo”.

O algoritmo foi inicialmente proposto por Yang (2007) na Universidade de Cambridge em sua tese de PhD (Yang, 2010b). É baseado na observação da luz de vaga-lumes piscando. De acordo com Day (2010), existem cerca de mil espécies de vaga-lume e a maioria deles produz flashes curtos e rítmicos. Deve ser enfatizado que os vaga-lumes são besouros da família dos *Coleóptera* e *Lampyridae*. Eles são capazes de produzir uma luz fria graças a órgãos fotogênicos situados muito perto da superfície do corpo atrás de uma de carapaça de queratina do exoesqueleto que é translúcido. Este fenômeno é chamado de bioluminescência. A fase larval dos vaga-lumes (pirilampos) apresenta também o fenômeno da bioluminescência. A maioria dos vaga-lumes e pirilampos tem estes órgãos em pelo menos um ou em ambos os sexos. De acordo com Day (2010), uma definição generalizada de bioluminescência frequentemente citada é a produção e emissão de luz por um organismo vivo. Mas isto é uma simplificação excessiva e existem muitos termos, tais como fluorescência, fosforescência, luminescência, quimio-luminescência e, mais recentemente biofluorescência que ampliou a confusão. Para evitar confusão, adotou-se a descrição geral para definir a bioluminescência como: "a produção direta de luz a partir de uma reação química que ocorre dentro de um organismo vivo". Isso exclui o grupo de organismos vivos que produzem e emitem luz com uma proteína fluorescente, como a água-viva *Aequorea Victoria*. Estas proteínas apresentam fluorescência verde brilhante quando exposta à luz azul e não são, portanto, um componente de uma enzima que catalise uma reação luminescente. Day (2010) declarou que, diferentemente, no caso de bioluminescência, a enzima luciferase age sobre a luciferina, na presença de íons de magnésio, ATP e oxigênio para produzir luz.

Lukasik e Zak (2009) afirmaram que os sinais bioluminescentes são conhecidos por servirem como elementos de rituais de acasalamento, métodos para a atração de presas, orientação social ou como um sinal de alerta para presença de predadores (no caso de vaga-lume formas imaturas comumente referido como pirilampos). O fenômeno do brilho de vaga-lumes é uma área de pesquisa contínua considerando tanto seus aspectos bioquímicos quanto social. O Algoritmo Meta-heurístico de Vaga-Lume desenvolvido recentemente por Yang (2008) na Universidade de Cambridge segue esta abordagem. O piscar rítmico, a taxa de este piscar e a quantidade de tempo que permanecem assim, fazem parte do sistema que traz ambos os sexos juntos. Fêmeas respondem a um padrão único de piscar de macho da mesma espécie. Alguns vaga-lumes dos trópicos podem até sincronizar os seus flashes, formando assim comportamentos biológicos auto-organizados.

Uma vez que a intensidade da luz decai com o quadrado da distância, os vaga-lumes têm visão limitada para outros vaga-lumes. Isto desempenha um papel importante na comunicação dos vaga-lumes e na atratividade, o que pode ser prejudicada pela distância. A luz intermitente pode ser formulada de tal forma que é associada a uma função objetivo a ser otimizada, o que torna possível a formulação de novos algoritmos de otimização.

No desenvolvimento do algoritmo, algumas simplificações são assumidas a fim de desenvolver os algoritmos inspirados nos vaga-lumes. Estas simplificações podem ser resumidas como: a) presume-se que todos os vaga-lumes têm um único sexo pelo que eles serão atraídos um pelo outro, independentemente do seu sexo; b) a capacidade de atração é proporcional do seu brilho e diminui com o aumento da distância entre eles c) no caso de não existência de nenhum vaga-lume mais brilhante que outros, os vaga-lumes irão de mover aleatoriamente. O brilho de um vaga-lume é afetado por sua aptidão (valor da função objetivo). Em um problema de maximização, o brilho é proporcional à função objetivo. A Figura 3.1 mostra o pseudocódigo do algoritmo meta-heurístico de vaga-lume em sua forma:

```

Função Objetivo  $f(\mathbf{x})$ , com  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$   $d = \text{no. de variáveis de projeto}$ 
Gere a população inicial de vaga-lumes aleatoriamente  $^i \mathbf{x}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$   $n = \text{no. de vagalumes}$ 
Intensidade Luminosa  $I$  em  $^i \mathbf{x}$  é determinada por  $f(^i \mathbf{x})$ 
Defina o coeficiente de absorção  $\gamma$ 
Enquanto  $t < \text{número máximo de gerações}$  ou certo critério de convergência não foi atingido
  Para  $i=1$  a  $n$ 
    Para  $j=1$  a  $n$ 
      Se  $(I_i < I_j)$ , mova  $i$  em direção a  $j$ 
        Calcule a distância  $r_{ij} = \| ^i \mathbf{x} - ^j \mathbf{x} \|$ 
        Calcule  $\beta = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij})$ 
        Gere vetor de números aleatórios  $^i \mathbf{u} = \text{random}(\alpha \min(^i \mathbf{x}, ^j \mathbf{x}), \alpha \max(^i \mathbf{x}, ^j \mathbf{x}))$ 
        Atualize as variáveis de projeto  $^i \mathbf{x} = ^i \mathbf{x} + \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2)(^i \mathbf{x} - ^j \mathbf{x}) + ^i \mathbf{u}$ 
      Fim laço  $j$ 
    Fim laço  $i$ 
  Classifique os vaga-lumes e encontre os melhor deles
Fim do Enquanto
Processe os resultados para obter o melhor vaga-lume

```

Figura 3.1 - Pseudocódigo para o Algoritmo Meta-heurístico de Vaga-lume. (Adaptado de Lukasik and Zak (2009), e Yang (2010b)).

3.2.A Atratividade e a intensidade luminosa

De acordo com Yang (2010b), no algoritmo de vaga-lume, há duas questões importantes: a) a variação de intensidade de luz e b) a formulação da atratividade. Para simplificar, pode-se sempre assumir que a atratividade de um vaga-lume é determinada pelo seu brilho que por sua vez está associado com a função objetivo codificada $f(^i \mathbf{x})$. No caso mais simples para problemas de maximização, o brilho I de um vaga-lume i numa posição particular $^i \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ pode ser escolhido como $I(^i \mathbf{x}) \propto f(^i \mathbf{x})$. Entretanto, a atratividade β é relativa, ela deve ser vista pelos “olhos” de quem vê ou julgada pelo outros vaga-lumes. Assim, ela irá variar de acordo com a distância r_{ij} entre os vaga-lumes i e j . Além disso, a intensidade da luz diminui com a distância de sua fonte, e a luz também é absorvida pelo meio, de modo que ao invés de permitir que a atratividade varie com o grau de absorção do meio (γ). Na forma mais simples, a intensidade da luz $I(r_{ij})$ varia de acordo com a lei do inverso da (Eq.(3.1)):

$$I(r_{ij}) = I_s / r_{ij}^2 \quad (3.1)$$

onde I_s é a intensidade na fonte. Para um dado meio com um coeficiente de absorção fixo γ , a intensidade da luz I varia com a distância r_{ij} da seguinte forma (Eq.(3.2)):

$$I(r_{ij}) = I_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2) \quad (3.2)$$

onde I_0 é a intensidade luminosa original.

Como a atratividade do vaga-lume é proporcional à intensidade da luz vista por vaga-lumes adjacentes, pode-se definir a atratividade β de um vaga-lume como (Eq.(3.3)):

$$\beta(r_{ij}) = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2) \quad (3.3)$$

onde β_0 é a atratividade em $r_{ij}=0$. A Equação (3.3) define a distância característica $\Gamma = 1/\sqrt{\gamma}$ sobre a qual a atratividade muda significativamente de β_0 para $\beta_0 \exp(-1)$. Na implementação atual, a função de atratividade $\beta(r_{ij})$ pode ser uma função monotonicamente decrescente co-

mo, por exemplo, $\beta(r_{ij}) = \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^m)$. Para um valor fixo de γ , o comprimento característico torna-se $\Gamma = \gamma^{-1} \rightarrow 1$ quando $m \rightarrow \infty$. Alternativamente, para uma dada escala característica de comprimento Γ num problema de otimização, o parâmetro γ é usado com um valor típico inicial de $\gamma = 1/\Gamma^m$.

O movimento do vaga-lume i que é atraído por outro vaga-lume j mais atrativo(mais brilhante) é determinado por (Eq.(3.4)):

$${}^i\mathbf{x} = {}^i\mathbf{x} + \beta_0 \exp(-\gamma r_{ij}^2)({}^i\mathbf{x} - {}^j\mathbf{x}) + {}^j\mathbf{u} \quad (3.4)$$

Onde o segundo termo é devido à atração. O terceiro termo ${}^j\mathbf{u}$ é um vetor de aleatorização construído de uma distribuição uniforme e obtido através de um intervalo aumentado ($\alpha > 1$) dos valores máximos e mínimos das variáveis de projeto dos vaga-lumes i e j . Para a maioria das implementações, pode-se tomar $\beta_0 = 1$ e ${}^i\mathbf{u} = \text{random}(\alpha \min({}^i\mathbf{x}, {}^j\mathbf{x}), \alpha \max({}^i\mathbf{x}, {}^j\mathbf{x}))$. Vale a pena ressaltar que a Eq.(3.4) é um passeio aleatório (*random walk*) tendenciado em direção aos vaga-lumes mais brilhantes. Se $\beta_0 = 0$, a equação torna-se um simples passeio aleatório (*random walk*). O parâmetro γ agora caracteriza a variação da atratividade, e este valor é crucialmente importante na determinação da velocidade de convergência e como o Algoritmo se comporta. $\gamma \in [0, \infty)$, mas para a maioria das aplicações, em função dos valores de Γ do sistema a ser otimizado, este valor situa-se entre 0.1 e 10.

3.3.Funcionamento do Algoritmo com a Análise Estrutural

Assim, em termos de otimização de treliças, o problema pode ser matematicamente colocado como:

$$\begin{aligned} \text{minimize } \text{Massa} &= \sum_{i=1}^n L_i \rho_i A_i \quad i = 1, \dots, n \text{ barras} \\ \text{Sujeito a } \omega_j &\geq \omega_j^* \quad \text{para alguns autovalores } j \\ \omega_k &\leq \omega_k^* \quad \text{para alguns autovalores } k \\ e \\ A_{l\min} &\leq A_l \leq A_{l\max} \quad \text{para algumas seções transversais de barras } l \\ \mathbf{x}_{q\min} &\leq \mathbf{x}_q \leq \mathbf{x}_{q\max} \quad \text{para algumas coordenadas de nós } q \\ \delta &\leq \delta_{\text{lim}} \quad \text{para alguns deslocamentos da estrutura} \\ \sigma &\leq \sigma_{\text{lim}} \quad \text{para algumas tensões na estrutura} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Neste trabalho violações das restrições serão tratados com a técnica de função de penalidade para a função objetivo a ser minimizada, a qual é modificada para:

$$\text{Massa} = \left(\sum_{i=1}^n L_i \rho_i A_i \right) (1 + PF) \quad \text{para todas as barras} \quad (3.6)$$

onde o Fator de Penalização (PF) é definido como a soma de todas as violações ativas das restrições como indicado (e não apenas a restrições de frequência, mas da tensão, flecha, deslocamento quando for o caso).

$$PF = \sum_{i=1}^{nc} \left| \frac{\omega_i}{\omega_i^*} - 1 \right| \quad \text{para todas as restrições ativas} \quad (3.7)$$

Esta formulação permite, para soluções com restrições violadas, que a função objetivo seja sempre maior que a não-violada. Deve-se tomar o devido cuidado na solução final e verificar a presença de uma solução em que alguma restrição tenha ficado como ativa (violada).

4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

4.1. Metodologia

No presente trabalho serão otimizados um caso de uma mola e quatro casos de estruturas treliçadas, os quais são problemas já tratados por autores que utilizaram outros algoritmos de otimização. Dessa forma, pode-se fazer uma comparação de desempenho entre o algoritmo FA em relação a outros algoritmos considerados *benchmarks*, por serem casos de referência na literatura. Cada um possui algumas particularidades no que diz respeito a sua configuração estrutural e suas restrições de projeto. O algoritmo FA e a Análise Estrutural dessas estruturas mecânicas são programados no *software* MATLAB®, ferramenta matemática que se destaca por sua versatilidade e grande utilização na literatura. Os quatro casos a serem resolvidos são: 1 mola e 4 estruturas treliçadas de 18, 37, 52 e 120 barras com, respectivamente, 12, 19, 13 e 7 variáveis de projeto a serem otimizadas. Esses problemas e suas soluções serão apresentados detalhadamente a seguir. No Apêndice A, existe uma tabela com todos os parâmetros utilizados na utilização do algoritmo FA.

4.2. Mola Helicoidal

Um problema de projeto muito simples em engenharia é a concepção de uma mola sob tração e/ou compressão, visando minimizar o peso com restrições como deflexão mínima, diâmetro externo, frequência e tensão de cisalhamento máxima. Para um determinado problema, conformando a mola com arame, os parâmetros ajustáveis ou variáveis de projeto (Figura 4.1) são o diâmetro da bobina D (x_1), o diâmetro do fio d (x_2) e o número de bobinas ativas N (x_3) que são mostrados na Eq.(4.1). Esse exemplo foi desenvolvido por Aurora (1989) e Belegundu (1982).

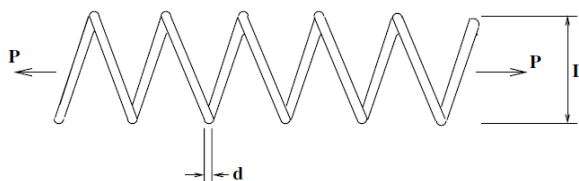


Figura 4.1 - Mola Helicoidal sob tração/compressão (Fonte:Yang (2010)).

Este problema de otimização de projeto pode ser formulado da seguinte forma:

$$\text{minimizar} \quad f(x) = (N + 2)Dd^2 \quad (4.1)$$

sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} g_1(\bar{x}) &= 1 - \frac{D^2 N}{71785d^4} \leq 0 && \text{Mínimas Deflexões} \\ g_2(\bar{x}) &= \frac{4D^2 - dD}{12566(Dd^3 - d^4)} + \frac{1}{5108d^2} - 1 \leq 0 && \text{Tensão de Cisalhamento da Mola} \\ g_3(\bar{x}) &= 1 - \frac{140,45d}{D^2 N} \leq 0 && \text{Frequências Naturais} \\ g_4(\bar{x}) &= \frac{D+d}{1,5} - 1 \leq 0 && \text{Limitação do diâmetro interno e externo da mola} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Cujos limites da variáveis de projeto são:

$$0.05 \leq x_1 \leq 2 \quad 0.25 \leq x_2 \leq 1.3 \quad 2 \leq x_3 \leq 15 \quad (4.3)$$

Na Tabela 4.1 serão comparados os resultados dos autores com os resultados do presente trabalho.

Tabela 4.1 - Resultado do problema comparados com os resultados de outros autores.

Autor		1) Xin - She Yang	2) Cagnina	3) Estudo Presente
Variáveis de Projeto	d	0.0500	0.0517	0.0500
	D	0.2500	0.3567	0.3480
	N	9.9877	11.2871	3.6860
f(x)	f*	0.0075	0.0127	0.00496
Média(μ)				4.96E-04
Desvio Padrão (σ)				4.55E-08
σ/μ				0.0001

Analisando os resultados obtidos pelo estudo presente mostrados na tabela acima, foi atingido o melhor resultado em relação aos autores Xin-She Yang, que foi o criador do método e Cagnina *et al* (*apud* Yang (2010)). O valor das restrições são respectivamente, para o valor ótimo encontrado, $-4,94E-06$, $-3,28E-06$, $-1,4E01$ e $-7,34E-01$, mostrando que as restrições não foram violadas.

4.3. Treliça 2D de 18 barras – 12 variáveis de projeto a serem otimizadas

A segunda estrutura a ser analisada será a estrutura treliçada plana em balanço de 18 barras (Figura 4.2). A referência para esse estudo foi o trabalho dos autores Lee e Geem (2005), os quais utilizaram o algoritmo de *Harmony Search (HS)* para a otimização dessa estrutura comparando-a com outros algoritmos de otimização.

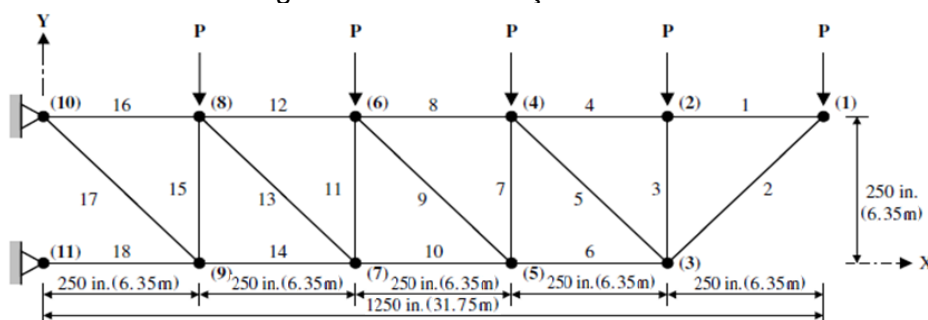


Figura 4.2 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 2D de 18 barras (Fonte: LEE; GE-EM, 2005).

A estrutura treliçada possui 18 barras e 11 nós. A densidade do material é de $0,1 \text{ lb/in}^3$ (2768 kg/m^3) e o módulo de elasticidade é de 10000 ksi ($68,95 \text{ GPa}$), que correspondem aproximadamente às propriedades do alumínio. A área inicial da seção transversal das barras é de $10,25 \text{ in}^2$ ($0,00661 \text{ m}^2$), que corresponde à média da máxima e da mínima área de seção transversal permissível das barras no problema. As cargas concentradas encontradas nos nós 1, 2, 4, 6 e 8 têm o valor de 20 kips (88964 N).

A função de custo que pretende-se otimizar é a massa total da estrutura. Para tanto, é necessária a otimização das variáveis de projeto envolvidas no problema, que correspondem a áreas de seção transversal das barras e posições de alguns nós. Entretanto, deve-se levar em

conta as restrições primárias e secundárias envolvidas no problema. Quanto às restrições primárias do problema, a estrutura é bidimensional, portanto não tem liberdade de se mover no eixo z (perpendicular aos eixos x e y). Os nós da extremidade esquerda são fixos e rotulados, portanto, não se movem. Nesse problema de otimização, os únicos nós que podem trocar de posição visando à minimização da massa da estrutura, são os nós 3, 5, 7 e 9. A mínima área de seção transversal que as barras podem ter é de 3,5 in² (0,00226 m²) e a máxima é de 18 in² (0,01161 m²). As áreas são classificadas em grupos em função do projeto da estrutura, sendo: Grupo 1 - A₁ = A₄ = A₈ = A₁₂ = A₁₆, Grupo 2 - A₂ = A₆ = A₁₀ = A₁₄ = A₁₈, Grupo 3 - A₃ = A₇ = A₁₁ = A₁₅ e Grupo 4 - A₅ = A₉ = A₁₃ = A₁₇, onde a numeração das áreas corresponde à numeração das barras.

As restrições secundárias são referentes apenas às tensões nas barras. Para tração, tem-se que a tensão máxima admissível é de 20 ksi (137,90 MPa). Para compressão, em vista de a barra poder flambar, a tensão máxima admissível é dada por:

$$\sigma_i = \frac{-K.E.A_i}{L_i^2} \quad (4.4)$$

Onde σ_i é a tensão de flambagem de Euler, K é uma constante determinada pela geometria da seção transversal da barra (nesse caso $K=4$), E é o módulo de elasticidade do material, A_i é a área da seção transversal da barra e L_i é o comprimento da barra.

As doze variáveis a serem otimizadas correspondem às coordenadas dos quatro nós que podem ter suas posições trocadas e às áreas das seções transversais dos quatro grupos de barras. Os resultados do Algoritmo Firefly comparados com os outros casos podem ser visualizados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Resultados do problema da treliça 2D de 18 barras comparados com os resultados de outros autores.

Algoritmo de Otimização Utilizado		HS	Multi-Level Approach	AG	AG	AG	HS	PSO	FA
Autor		1) Imai e Schmit	2) Felix	3) Yang	4) Rajeev e Krishn.	5) Yang e Soh	6) Lee e Geem	7) Fábio H.S	8) Estudo Presente
Áreas seções transversais	G1 (in ²)	11,24	11,34	12,61	12,50	12,33	12,65	11,62	11,55
	G2 (in ²)	15,68	19,28	18,10	16,25	17,97	17,22	18,00	17,39
	G3 (in ²)	7,93	10,97	5,47	8,00	5,60	6,17	5,46	5,58
	G4 (in ²)	6,49	5,30	3,54	4,00	3,66	3,55	5,22	3,57
Coordenadas dos nós	X3 (in)	891,10	994,60	914,50	891,90	907,20	903,10	1069,30	912,19
	Y3 (in)	143,60	162,30	183,00	145,30	184,20	174,30	197,70	179,80
	X5 (in)	608,20	747,40	647,00	610,60	643,30	630,30	661,60	640,69
	Y5 (in)	105,40	102,90	147,40	118,20	149,20	136,30	142,90	143,27
	X7 (in)	381,70	482,90	414,20	385,40	413,90	402,10	577,80	411,40
	Y7 (in)	57,10	33,00	100,40	72,50	102,00	90,50	91,10	95,54
	X9 (in)	181,00	221,70	200,00	184,40	202,10	195,30	203,60	201,72
Y9 (in)	-3,20	17,10	31,90	23,40	30,90	30,60	14,90	31,09	
Massa	M (lb)	4667,90	5713,00	4552,80	4616,80	4520,00	4515,60	4589,40	4413,41
	M (kg)	2117,30	2591,40	2065,10	2094,10	2050,20	2048,20	2081,70	2001,90
Média(μ)									4419,02
Desvio Padrão (σ)									4,7
σ/μ									0,0011

O algoritmo Firefly teve um ótimo desempenho na otimização da estrutura, atingindo um valor de 2001,90Kg (4413,41lb). Foi apresentado também o resultado em libras, porque

os dados encontrados na literatura estavam todos em polegadas(in) e foi feita uma conversão do valor ótimo para quilograma de acordo com o Sistema Internacional. Esse resultado foi o melhor entre todos os autores e métodos encontrados na literatura, ficando aproximadamente 2% melhor que o autor Lee e Geen que possuía o melhor resultado encontrado na literatura, conforme Tabela 4.2. Nenhuma restrição do problema foi violada. As imagens geradas no software MATLAB®, comparando-se a estrutura na sua configuração inicial com a estrutura otimizada, encontram-se no Apêndice B. Também no Apêndice B encontra-se o gráfico de massa versus iterações para este exemplo.

4.4. Treliza 2D de 37 barras – 19 variáveis de projeto a serem otimizadas

Uma estrutura bidimensional com massas concentradas em seus nós inferiores não restringidos, representando uma ponte, deve ser otimizada em função de restrições de frequências naturais. Este problema de otimização foi resolvido por Wang; Zhang e Jiang (2004) através do *Evolutionary Node Shift Method (ENSM)* e por Lingyum *et al* (2005) através do *Novel Hybrid Genetic Algorithm (NHGA)*. Essa estrutura possui 37 barras e 20 nós. A densidade do material é de 7800 kg/m³ e o módulo de elasticidade é de 210 GPa. Cada uma das massas concentradas vale 10 kg.

Novamente, a função de custo é a massa total da estrutura. As variáveis de projeto envolvidas são as coordenadas dos nove nós superiores e a área da seção transversal das barras (simétricas em relação à barra vertical central), totalizando 19 variáveis. A Figura 4.3, a seguir, representa a estrutura a ser otimizada.

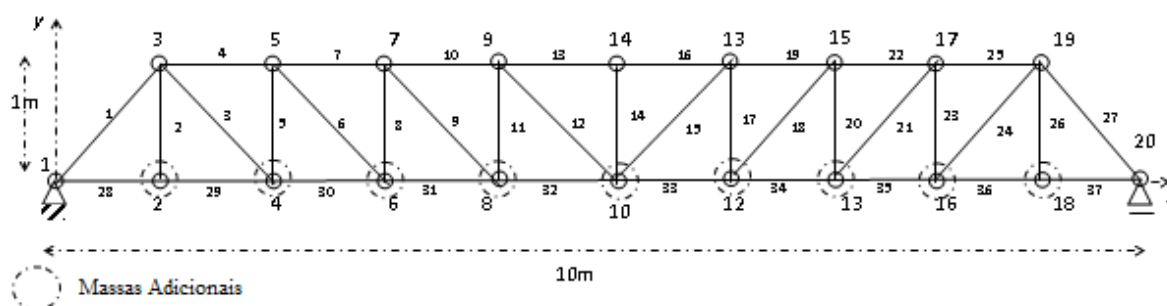


Figura 4.3 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 2D de 37 barras.

Quanto às restrições primárias, o nó 1 é impedido de deslocar-se horizontal e verticalmente, e o nó 20 verticalmente. A estrutura inteira foi modelada com elementos de barra, das barras 1 a 27 com área de seção transversal inicial de $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ e das barras 28 a 37 com seção retangular (dimensões iniciais de $50 \times 80 \text{ mm}^2$), portanto de área inicial de $4 \times 10^{-3} \text{ m}^2$. Os nós superiores podem ter as suas posições verticais mudadas em função da otimização.

As restrições secundárias são referentes às frequências naturais da estrutura. A primeira frequência natural deve ser $\omega_1 \geq 20 \text{ Hz}$, a segunda $\omega_2 \geq 40 \text{ Hz}$ e a terceira $\omega_3 \geq 60 \text{ Hz}$. Logo, o problema considerado tem três restrições de frequência e 19 variáveis de projeto.

A configuração inicial da estrutura (Figura 4.3) viola as restrições de frequência, entretanto, a otimização pode ter massas maiores e menores que a configuração inicial. Os resultados para esse problema encontram-se na Tabela 4.3.

Pela Tabela 4.3 nota-se que nenhuma das restrições de frequência é violada e que o resultado obtido pelo FA (360,83 Kg) foi o melhor obtido entre todos os autores e algoritmos apresentados.

No Apêndice C pode ser visualizada uma comparação entre as configurações otimizadas e não otimizadas da estrutura desse problema feitas no MATLAB®. Também no Apêndice C encontra-se o gráfico de massa versus iterações para este exemplo.

4.5. Treliça 3D de 52 barras – 13 variáveis de projeto a serem otimizadas

Neste exemplo, será estudada uma estrutura tridimensional com formato similar a uma cúpula, sendo otimizada em forma e dimensão com restrições nas duas primeiras frequências naturais. A estrutura espacial tem 52 barras e massas $m=50$ Kg são adicionados aos nós livres. As áreas transversais são permitidas a variar entre $0,0001 \text{ m}^2$ e $0,001 \text{ m}^2$. A otimização de forma é realizada tendo em conta que a simetria deve ser mantida no processo de design. Cada nó móvel é permitido de variar $\Delta y = \pm 2\text{m}$. As restrições de frequências são $\omega_1 \leq 15.916\text{Hz}$ e $\omega_2 \geq 28.649\text{Hz}$. Além de possuir essas restrições de frequência, o problema apresentado tem treze variáveis de projeto (cinco variáveis de forma e oito variáveis de tamanho. Um esboço inicial do projeto é mostrado na Figura 4.4.

Tabela 4.3 - Resultados do problema treliça 2D de 37 barras comparados com os resultados de outros autores.

Método de Otimização Utilizado	-	ENSM	NHGA	PSO	FA	Método de Otimização Utilizado	-	ENSM	NHGA	PSO	FA		
Autor	1) Config. Inicial	2) Wang, Zhang e Jiang	3) Lingyuum	4) Fábio HS	5) Estudo Presente	Autor	1) Config. Inicial	2) Wang, Zhang e Jiang	3) Lingyuum	4) Fábio HS	5) Estudo Presente		
Coordenadas Verticais (m)	Y_3, Y_{19}	1,000	1,209	1,200	0,964	0,943	Áreas de Seção Transversal (cm^2)	A_9, A_{18}	1,000	1,826	1,953	2,121	1,503
	Y_5, Y_{17}	1,000	1,579	1,655	1,398	1,370		A_{10}, A_{19}	1,000	2,302	1,971	3,860	2,563
	Y_7, Y_{15}	1,000	1,672	1,965	1,593	1,536		A_{11}, A_{17}	1,000	1,310	1,829	2,982	1,212
	Y_9, Y_{13}	1,000	1,770	2,074	1,881	1,658		A_{12}, A_{15}	1,000	1,407	1,236	1,202	1,378
	Y_{11}	1,000	1,850	2,305	2,086	1,706		A_{13}, A_{16}	1,000	2,190	1,405	1,256	2,494
A_1, A_{27}	1,000	3,251	2,893	2,680	2,828	A_{14}		1,000	1,000	1,000	3,328	0,700	
Áreas de Seção Transversal (cm^2)	A_2, A_{26}	1,000	1,236	1,120	1,157	1,589	Massa	M (kg)	336,30	366,50	368,84	377,20	360,83
	A_3, A_{24}	1,000	1,000	1,000	2,348	0,695	ω_1	8,890	20,085	20,001	20,000	20,009	
	A_4, A_{25}	1,000	2,539	1,866	1,718	2,485	ω_2	28,820	42,074	40,031	40,000	40,058	
	A_5, A_{23}	1,000	1,371	1,596	1,275	1,081	ω_3	46,920	62,938	60,000	60,000	60,193	
	A_6, A_{21}	1,000	1,368	1,264	1,482	1,617	ω_4	63,620	74,454	73,044	73,044	74,694	
	A_7, A_{22}	1,000	2,429	1,825	4,685	2,601	ω_5	76,870	90,058	89,824	89,824	91,251	
	A_8, A_{20}	1,000	1,652	2,001	1,125	1,425	Média(μ)	361.89	Desvio Padrão (σ)	1.1086	σ/μ	0.0031	

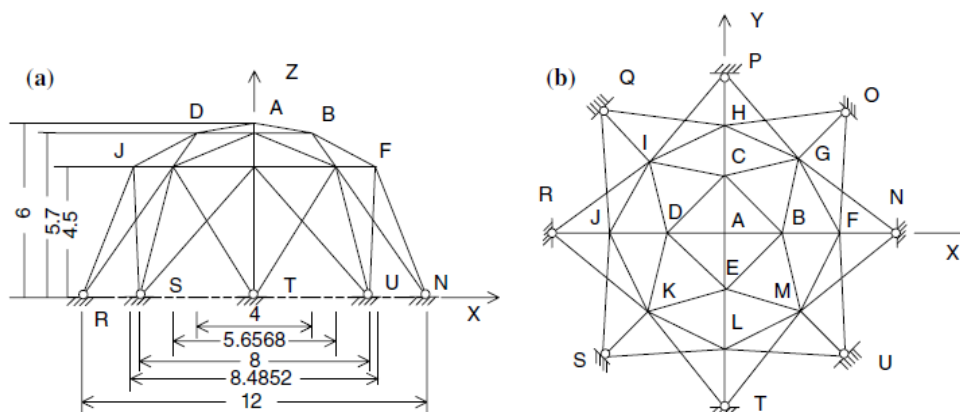


Figura 4.4 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 3D de 52 barras.

O resultado para esse problema será apresentado na Tabela 4.4. Analisando os resultados obtidos pelos autores tirados da literatura, foi observado que o resultado encontrado foi

muito bom, mostrando-se pior em menos de 1 quilograma pior que o autor Gomes(2009) que utilizou o algoritmo PSO e encontrou 193,94kg contra 194,83kg obtidos pelo estudo presente. Pela análise da tabela abaixo, pode-se observar que nenhuma restrição foi violada. As imagens geradas no *software* MATLAB®, comparando-se a estrutura na sua configuração inicial com a estrutura otimizada, encontram-se no Apêndice D. Também no Apêndice D encontra-se o gráfico de massa versus iterações para este exemplo.

Tabela 4.4 - Resultados do problema treliça 3D de 52 barras comparados com os resultados de outros autores.

Método de Otimização Utilizado	-	-	NHGA	PSO	FA	Método de Otimização Utilizado	-	-	NHGA	PSO	FA		
Autor	1)Config. Inicial	2)Lin (1982)	3) Lingyuum (2005)	4)Gomes (2009)	5) Estudo Presente	Autor	1)Config. Inicial	2)Lin (1982)	3) Lingyuum (2005)	4)Gomes (2009)	5) Estudo Presente		
Coordenadas Verticais (m)	Z _A (m)	6.000	4.320	5.885	4.000	5.93	A ₆ (cm ²)	2.000	1.540	1.011	1.000	1.091	
	X _B (m)	2.000	1.315	1.762	2.854	2.507	A ₇ (cm ²)	2.000	2.650	1.469	1.000	1.319	
	Z _B (m)	5.700	4.174	4.409	3.700	3.731	A ₈ (cm ²)	2.000	2.870	2.141	2.070	1.609	
	X _F (m)	2.828	2.917	3.441	4.352	4.168	Massa	M (kg)	338.69	298	236.046	193.94	194.83
	Z _F (m)	4.500	3.268	3.187	2.5	2.500	ω1	22.690	15.220	12.810	10.255	14.783	
Áreas de Seção Transversal (cm ²)	A ₁ (cm ²)	2.000	1.000	1.000	1.000	1.112	ω2	25.170	29.280	28.650	28.649	28.740	
	A ₂ (cm ²)	2.000	1.330	2.142	1.669	1.570	ω3	25.170	29.280	28.650	28.649	28.740	
	A ₃ (cm ²)	2.000	1.580	1.486	1.243	1.148	ω4	31.520	31.680	29.540	28.809	28.761	
	A ₄ (cm ²)	2.000	1.000	1.402	1.348	1.199	ω5	33.800	33.150	30.240	28.749	29.132	
	A ₅ (cm ²)	2.000	1.710	1.911	1.019	1.337	Média(μ)	242.71	Desvio Padrão (σ)	35.361	σ/μ	0.145692	

4.6.Treliça 3D de 120 barras – 7 variáveis de projeto a serem otimizadas

A quarta estrutura estudada é um domo. O domo é uma estrutura tridimensional formada por treliças, como pode ser visualizado na Figura 4.5. Kaveh e Talatahari (2009) aplicaram *Heuristic Particle Swarm Ant Colony Optimization (HPSACO)* na otimização dessa estrutura, trabalho esse que será usado como referência para aplicação do FA.

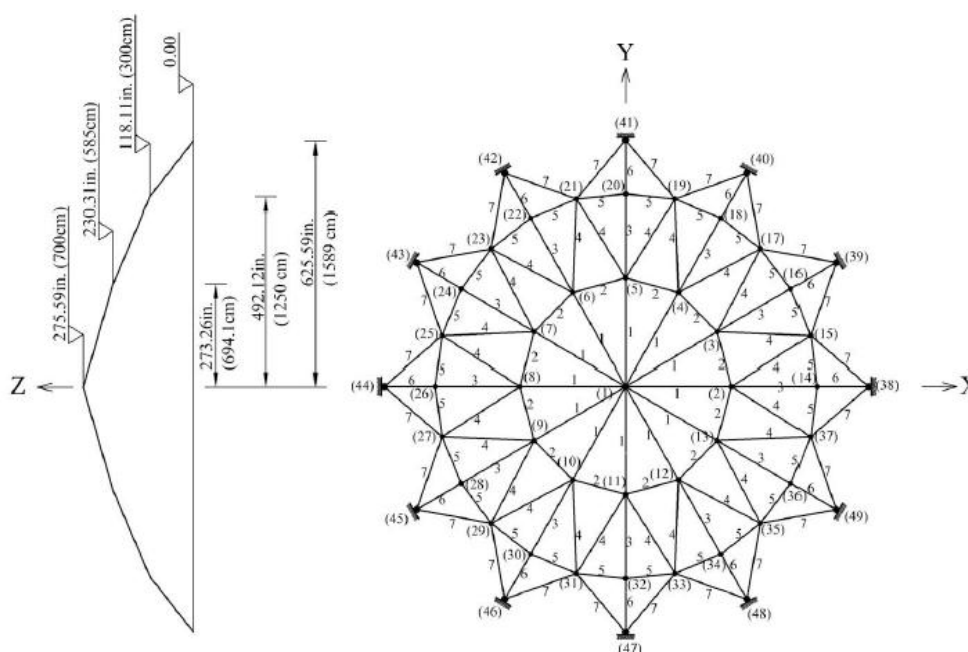


Figura 4.5 - Estrutura a ser otimizada do problema da treliça 3D de 120 barras. (Fonte: KAVEH; TALATAHARI, 2009).

A estrutura é composta de 120 barras e 49 nós. A densidade do material é de 0,288 lb/in³ (7971,810 kg/m³) e o módulo de elasticidade é de 30450 ksi (210 GPa), que correspondem às propriedades do aço. A área inicial da seção transversal de todas as barras adotada é de 0,31 in² (0,0002 m²). Quanto às cargas, todas têm direção vertical e sentido para baixo (sentido negativo do eixo z): no nó 1, $P_1 = -13488,54$ psi (-60000 N); do nó 2 ao nó 13, $P_{2-13} = -6744,268$ psi (-30000 N); do nó 14 ao nó 37, $P_{14-37} = -2248,089$ psi (-10000 N). No Apêndice E é mostrada a configuração do problema do domo com os carregamentos. Novamente, a função objetivo é a massa total da estrutura. As variáveis de projeto envolvidas nessa otimização são referentes apenas às áreas das seções transversais das barras.

Quanto às restrições primárias do problema, a estrutura é tridimensional. Os nós posicionados na altura zero (em $z = 0$ m) são fixos com engaste rotulado, portanto, não se movem. Nesse problema, não há nós que possam ter suas posições mudadas, pois as únicas variáveis de projeto são as áreas das seções transversais das barras. A mínima área de seção transversal que as barras podem ter é de 0,775 in² (0,0005 m²) e a máxima é de 5 in² (0,00323 m²). As áreas são classificadas em grupos em função da posição das barras na estrutura, sendo: barras 1 a 12 – A_1 , barras 13 a 24 – A_2 , barras 25 a 36 – A_3 , barras 37 a 60 – A_4 , barras 61 a 84 – A_5 , barras 85 a 96 – A_6 e barras 97 a 120 – A_7 , onde a numeração das áreas corresponde à numeração das variáveis de projeto.

As restrições secundárias são referentes apenas às tensões nas barras. Para tração, tem-se que a máxima tensão admissível equivale a 60% da tensão de escoamento do aço considerado (58 ksi, equivalendo a 400 MPa), ou seja, igual a 34,8 ksi (240 MPa). Para compressão, considerando a flambagem, a tensão máxima admissível é dada por:

$$\sigma_i = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_i^2}, \text{ se } \lambda_i < C \quad (4.5)$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma_y \cdot \left(1 - \frac{\lambda_i^2}{2 \cdot C^2}\right)}{\frac{5}{3} + \frac{3 \cdot \lambda_i}{8 \cdot C} - \frac{\lambda_i^3}{8 \cdot C^3}}, \text{ se } \lambda_i \geq C \quad (4.6)$$

$$\lambda_i = \frac{K \cdot L_i}{r_i} \quad (4.7)$$

$$C = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E}{\sigma_y}} \quad (4.8)$$

$$r_i = \sqrt{\frac{L_i^2}{12}} \quad (4.9)$$

Onde σ_i é a tensão de flambagem, K é uma constante determinada pela geometria da barra e de suas condições de fixação (nesse caso $K=12/23$), E é o módulo de elasticidade do material, λ_i é o índice de esbeltez, σ_y é a tensão de escoamento do material, C é o índice de esbeltez que divide a flambagem em elástica ou inelástica e r_i é o raio de giração das barras. Essas equações foram modificadas de acordo com a bibliografia original do caso do domo (SOH; YANG, 1996), pois havia inconsistências nas equações da publicação de referência.

Na Tabela 4.5 encontram-se os resultados comparados com os de outros autores.

Tabela 4.5 - Resultados do problema da treliça 3D de 120 barras comparados com os resultados de outros autores.

Algoritmo de Otimização Utilizado		HS	PSO	PSOPC	HPSACO	PSO	FA
Autor		1) Lee e Geem	2) Lee e Geem	3) Lee e Geem	4) Kaveh e Talatahari	5) Fábio H.S	6) Estudo Presente
Áreas das Seções Transversais	A1 (in ²)	3,295	3,147	3,235	3,311	3,995	3.025
	A2 (in ²)	3,396	6,376	3,370	3,438	5,000	2.472
	A3 (in ²)	3,874	5,957	4,116	4,147	4,282	3.123
	A4 (in ²)	2,571	4,806	2,784	2,831	2,958	2.296
	A5 (in ²)	1,150	0,775	0,777	0,775	0,310	0.62
	A6 (in ²)	3,331	13,798	3,343	3,474	3,299	2.514
	A7 (in ²)	2,784	2,452	2,454	2,551	3,044	2.341
Massa da Estrutura	M (lb)	19707,8	32432,9	19618,7	19491,3	22444,5	17022.65
	M (kg)	8939,3	14711,3	8898,9	8841,1	10180,7	7721.38
Média(μ)		7814.72	Desvio Padrão (σ)		79.62	σ/μ	0.0101885

De acordo com a tabela Tabela 4.5, o algoritmo FA usado nesse trabalho atingiu o melhor resultado entre todos os autores e métodos comparados, atingindo um resultado aproximadamente 13% melhor que o resultado mais próximo obtido pelos outros autores.

5.CONCLUSÕES

O algoritmo *Firefly (FA)* teve um desempenho muito bom em todos os exemplos apresentados na comparação com outros algoritmos apresentados na literatura. No primeiro caso, foi aplicado o método a uma mola helicoidal e obteve-se o melhor resultado em comparação com os autores contidos na literatura. No segundo caso, em que foi analisada uma treliça 2D de 18 barras, obteve-se novamente o melhor resultado dentre todos os autores citados. No terceiro caso, foi analisada uma treliça 2D de 37 barras com restrições de frequências e o resultado encontrado também foi o melhor entre todos os algoritmos apresentados já documentados na literatura. No quarto caso, a estrutura analisada é uma treliça 3D de 52 barras com restrição de frequências e obteve-se um resultado pior em menos de 1 quilograma em relação ao melhor obtido que foi o do autor Gomes(2009). Já no quinto e último caso, a estrutura era uma treliça 3D de 120 barras e o resultado obtido foi novamente o melhor entre todos os autores citados.

Com relação à violação ou não das restrições, todos os 5 exemplos apresentados tiveram as suas restrições respeitadas, ou seja, nenhuma restrição foi violada na obtenção do valor ótimo de massa da estrutura.

Para que fosse feita uma análise se o método podia um não ser considerado “Robusto” para os exemplos apresentados, foi calculada a média e o desvio padrão para todos os casos apresentados e considerado que o método seria “Robusto” para os casos que a razão do desvio padrão em relação a média fosse aproximadamente 10% ou menor. Desse modo, apenas o exemplo da treliça 3D de 52 barras apresentou uma relação um pouco superior ao proposto que foi de aproximadamente 14%.

Para futuros trabalhos, seria muito interessante que fosse feito um estudo alterando os parâmetros heurísticos apresentados no Apêndice A como número de vagalumes (*fireflies*) (n), coeficiente de absorção (*gamma*), número máximo de iterações, o coeficiente de aleatoriedade dos vagalumes (*alpha*) e o coeficiente de atratividade dos vagalumes (*beta*).

6.REFERÊNCIAS

BASTOS, E. A. **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-compressão Oblíqua utilizando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, UFRJ, COPPE, 2004.

BOYD, R.; RICHESON P. J. **Culture and the Evolutionary Process**. Chicago: University of Chicago Press, 1985.

CHRISTODOULOU, S. **Optimal Truss Design using Ant Colony Optimization**. Limassol: 5th GRACM International Congress on Computational Mechanics, 2005.

COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. **Distributed Optimization by Ant Colonies**. Cambridge, MA: Proceedings of First European Conference on artificial Life (MIT Press). 1991. p. 134–142.

Day, J. C., *An introduction to fireflies and glow-worms*, 2010, <http://www.firefliesandglow-worms.co.uk/index.html>, visto em 01/02/2010.

DEB, K.; GULATI, S. **Design of truss-structures for minimum weight using genetic algorithms**. Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 37; 2001.

FUKUYAMA, Y.; KITAGAWA, S.; TAMURA, T.; TSUKADA, T. **Particle Swarm Optimization for Optimal Operational Planning of a Cogeneration System**. Proceedings of the 4th IASTED International Conference on Modelling, Simulation, and Optimization (MSO2004), ACTA Press, 2004.

GRANDHI, R. V. **Structural optimization with frequency constraints – a review**, AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp.2296-2303, 1993.

KAVEH, A.; TALATAHARI, S. **Particle Optimizer, Ant Colony Strategy and Harmony Search Scheme Hybridized for Optimization of Truss Structures**. Computers and Structures 87, 2009, p. 274 a 280.

KONZELMAN, C. J. **Dual Methods and Approximation Concepts for Structural Optimization**, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.

LEE, K. S.; GEEM, Z. W. **A New Meta-heuristic Algorithm for Continuous Engineering Optimization: Harmony Search Theory and Practice**. Computer methods in applied mechanics and engineering, Elsevier, 2005.

LI, L. J.; HUANG, Z. B.; LIU, F. **A Heuristic Particle Swarm Optimization Method for Truss Structures with Discrete Variables**. Computers and Structure 87, 2009.

LINGYUN, W.; MEI, Z.; GUANGMING, W.; GUANG, M. **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm**, Journal of Computational Mechanics, Vol. 25, pp.361-368, 2005.

LUKASIK, S., ZAK, S. **Firefly Algorithm for continuous constrained optimization tasks**, *ICCCI 2009, Lecture Notes in Artificial Intelligence* (Eds. N. T. Ngugen, R. Kowalczyk and S.-M. Chen), 5796, pp.97-106, 2009.

MEI, C.; LIU, G.; XIAO, X. **Improved particle swarm optimization algorithm and its global convergence analysis**, Chinese Control and Decision Conference, pp.1662-1667, 2010.

PARK, J.; RYU, M. **Optimal Design of Truss Structures by Rescaled Simulated Annealing**. KSME International Journal, Vol. 18 No. 9, 2004, p. 1512-1518.

REYNOLDS, C. **Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model**. Computer Graphics, pp. 25-34, 1987.

SEDAGHATI, R.; SULEMAN, A.; TABARROK, B. **Structural optimization with frequency constraints using finite element force method**. AIAA Journal, Vol.40, No.2, pp.382-388, 2002.

SOH, C. K.; YANG, J. **Fuzzy Controlled Genetic Algorithm Search for Shape Optimization**. Journal of computing in civil engineering, 1996.

WANG, D.; ZHANG, W. H.; JIANG, J. S. **Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints**, AIAA Journal, Vol.42, No.3, pp.1452-1456, 2004.

WIKIPEDIA CONTRIBUTORS, Firefly, In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved, December 02, 2010, from <<http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Firefly&oldid=435640964>>.

YANG, X. S., **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms**, Luniver Press, 2008.

YANG, X. S., **Firefly algorithms for multimodal optimization**, In: *Stochastic Algorithms: Foundations and Applications*, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Science, 5792, pp.169-178, 2009.

YANG, X. S., **Firefly Algorithm**, Stochastic Test Functions and Design Optimization, *Int. J. Bio-Inspired Computation*, Vol. 2, No. 2, pp.78-84, 2010a.

YANG, X. S., **Engineering Optimization**, John Wiley and Sons, 343p., 2010b.

YANG, X. S., **Firefly algorithm, Lévy flights and global optimization**, In: *Research and Development in Intelligent Systems XXVI* (Eds M. Bramer, R. Ellis, M. Petridis), Springer London, pp. 209-218, 2010c.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Tabela A.1: Valores dos parâmetros do algoritmo FA utilizados em cada problema.

Problema	Parâmetros FA				
	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
<i>n</i>	30	30	30	30	50
<i>alpha</i>	0.01	0.01	0.01	0.01	0.1
<i>beta</i>	0.6	0.5	0.4	0.4	0.4
<i>gamma</i>	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9
<i>tolerância</i>	4.00E-02	3.00E-03	5.00E-04	5.00E-04	5.00E-04
<i>Max.Iterações</i>	2000	1000	1000	200	1000

Onde: *n* : número de Fireflies;

Alpha : coeficiente de aleatoriedade dos vagalumes;

Beta : coeficiente de atratividade dos vagalumes

Gamma : coeficiente de absorção;

APÊNDICE B

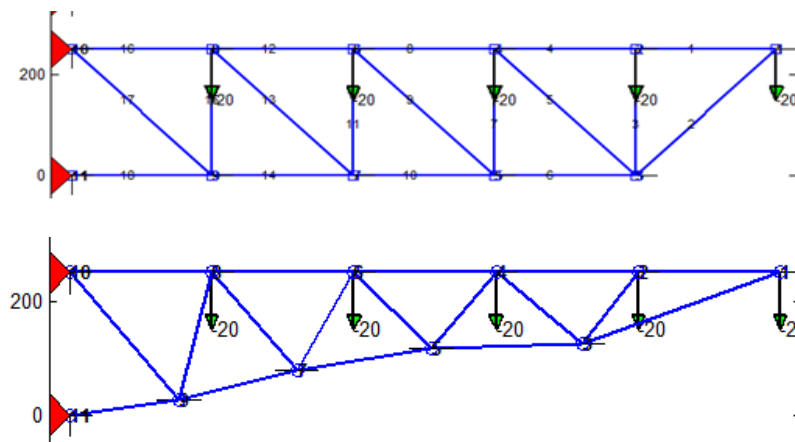


Figura B.1- Comparação do problema 4.3 : configurações inicial e otimizada.

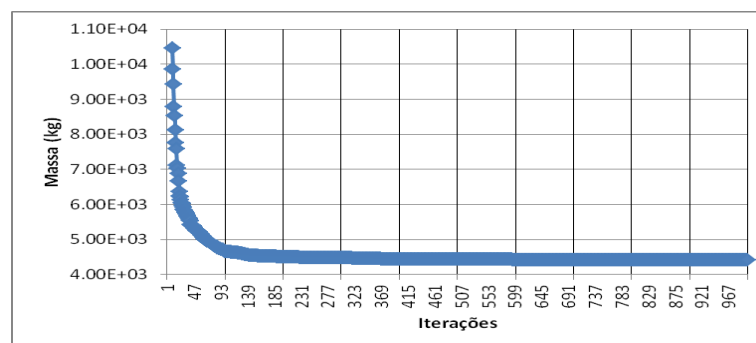


Figura B.2 - Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 2D de 18 barras.

APÊNDICE C

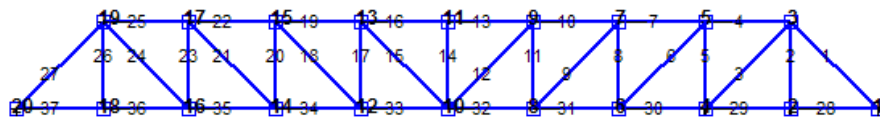


Figura C.1- Configuração inicial do problema 4.4.

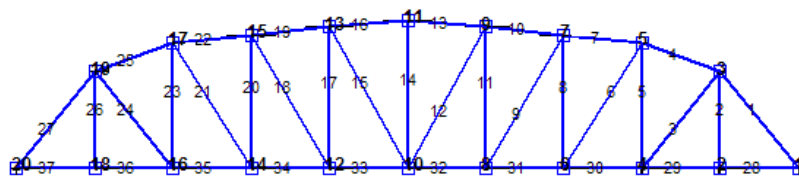


Figura C.2- Configuração otimizada por Wang (2004), problema 4.4.

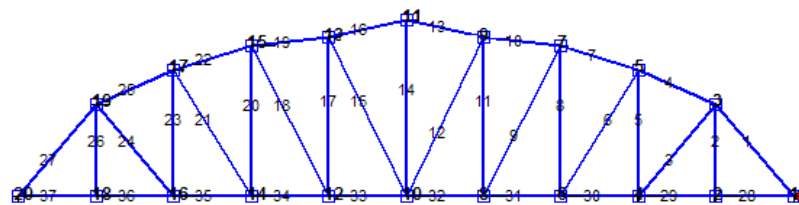


Figura C.3- Configuração otimizada por Lingyum (2005), problema 4.4.

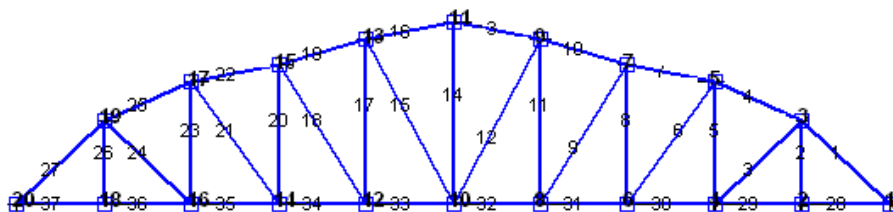


Figura C.4- Configuração otimizada pelo estudo presente, problema 4.4.

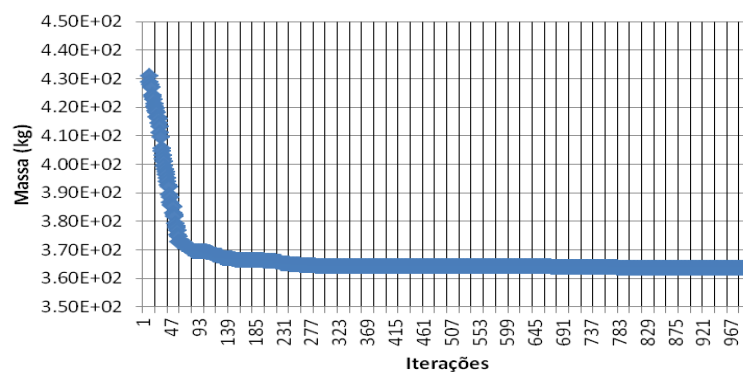


Figura C.5- Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 2D de 37 barras.

APÊNDICE D

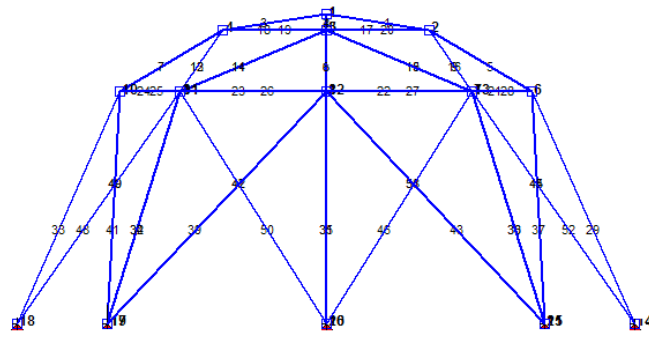


Figura D.1- Configuração inicial do problema 4.5 – Domo de 52 barras.

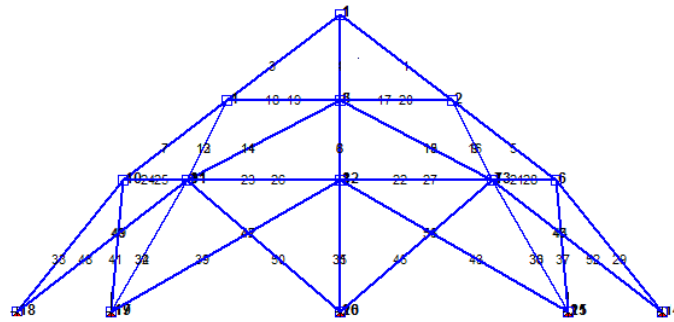


Figura D.2- Estrutura otimizada pelo Gomes(2009)(PSO) – Domo de 52 barras.

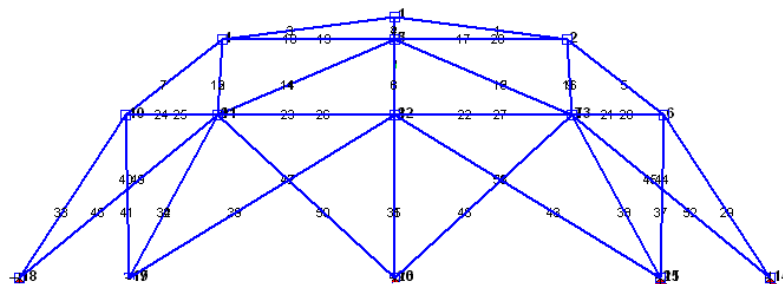


Figura D.3- Estrutura otimizada pelo estudo presente (FA) – Domo de 52 barras.

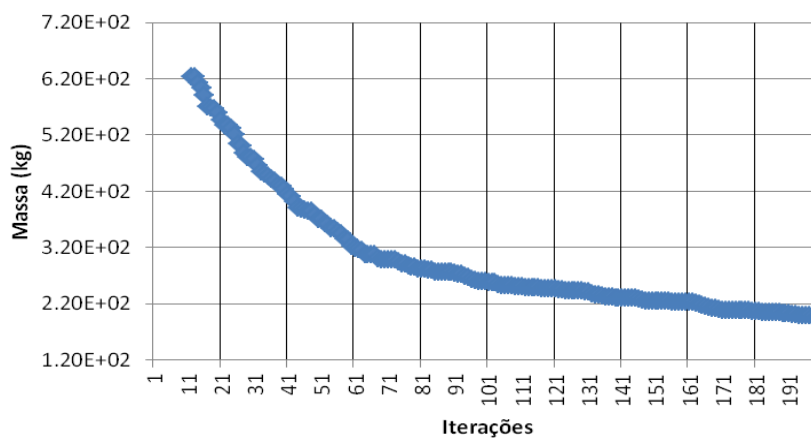


Figura D.4-Gráfico de Massa versus iterações para exemplo treliça 3D de 52 barras.

APÊNDICE E

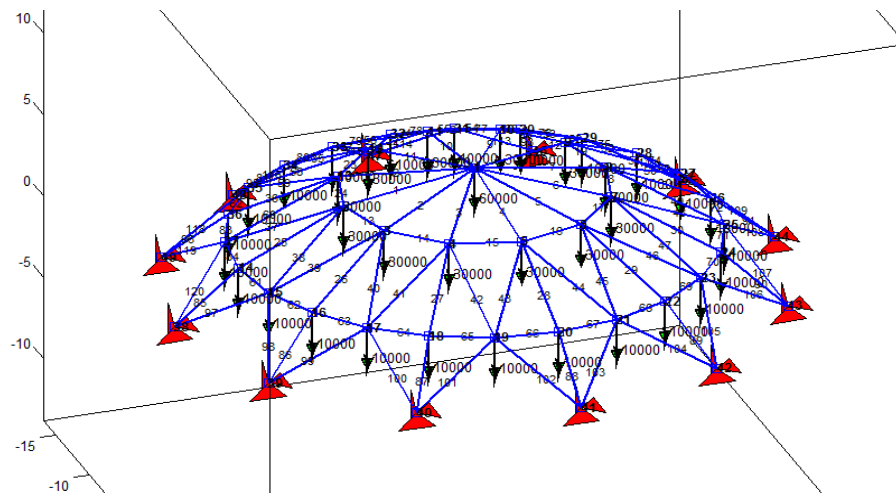


Figura E.1- Configuração inicial do problema – Domo de 120 barras.