

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

Fenomenologia em Cromodinâmica Quântica com Propagador de Glúon Modificado *

Werner Krambeck Sauter

Tese realizada sob a orientação da Professora Maria Beatriz De Leone Gay apresentada ao Instituto de Física da UFRGS, em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Porto Alegre
2003

*Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Pesquisa(CNPQ).

“Se descremos de tudo porque não podemos conhecer rigorosamente todas as coisas, deveríamos imitar os que não se utilizam de suas pernas, permanecendo parados e morrendo, porque lhes faltam asas para voar.”

John Locke (1632-1704),
Ensaio Acerca do Entendimento Humano.

A minha família.
A Márcia

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Prof. Dra. Maria Beatriz Gay pela orientação, estímulo, apoio e paciência durante o decurso deste trabalho, além de ser um exemplo como pesquisadora em um país que ainda em dívida com seus cientistas.

Aos meus muito mais que colegas do Grupo de Fenomenologia de Partículas de Altas Energias: Victor, Magno, Cristiano, Marcos e Luis Fernando pelos anos de frutíferas discussões científicas e de amizade.

Aos meus colegas e amigos de sala M202 pelos longos anos de companherismo: Cássio, Moisés, Douglas, Daniel, Job, Karin e Mesquita.

Aos professores e funcionários do IF-UFRGS por manterem esta instituição como um local para o desenvolvimento de Ciência de primeira qualidade.

Aos professores do Instituto de Matemática da UFRGS pelo recepção e pelo convívio nos anos em que ali lecionei.

Aos Prof. Dr. L. Motyka, Prof. Dr. J. R. Cudell e Prof. Dr. A.A. Natale pelos vários esclarecimentos úteis, dados nos mais diferentes pontos deste trabalho.

Aos Profs. A. Donnachie, G. Dösch, P. Landshoff e O. Nachtmann por disponibilizar as figuras de seu livro para a comunidade científica e utilizadas nesta tese.

A minha banca julgadora, Prof. Dra. Alba Theumann, Prof. Dr. Erasmo Ferreira, Prof. Dr. Adriano Natale e Prof. Dr. Paulo Pureur Neto, pelos apontamentos e sugestões dadas ao texto desta tese.

A todas as pessoas, que por um modo ou outro, contribuíram para este trabalho.

RESUMO

A aplicabilidade e usos de propagadores de glúon modificados na Cromodinâmica Quântica (QCD) em diferentes espécies de processos é analisada. Os propagadores modificados de glúon são obtidos por diversos métodos, em especial, as equações de Dyson-Schwinger e simulações numéricas em teoria de campos na rede. Os processos em que estes propagadores são empregados em QCD podem ser divididos em duas classes: os difrativos e os perturbativos. Nos primeiros, a troca do pomeron é relevante e as propriedades infravermelhas da teoria são importantes, como no espalhamento elástico próton-próton e na produção de mésons vetoriais massivos. Os processos perturbativos, como o decaimento de mésons massivos e fatores de forma de mésons, aparentemente não permitem o uso de um propagador modificado, entretanto, o uso destes permite uma melhor descrição dos dados experimentais, assim como no caso dos processos difrativos.

ABSTRACT

The applicability and uses of the modified gluon propagators in Quantum Chromodynamics (QCD) on different processes is analysed. The modified gluon propagators are obtained by several methods, is special, the Dyson-Schwinger equations and numerical simulations on lattice field theory. The processes in which these propagators are employed in QCD can be divided in two classes: the diffractive and the perturbative ones. In the former class, the exchange of the pomeron is relevant and the infrared proprieties of the theory are important, as in the proton-proton elastic scattering and the massive vectorial meson production. The perturbative processes, as the massive vector decay and meson form factors, apparently, do not allow the use of a modified propagator, but this gives a better description of the experimental data, as in the case of diffractive processes.

Sumário

1	Introdução	1
2	A Cromodinâmica Quântica	4
2.1	Introdução	4
2.2	O lagrangiano da QCD	5
2.3	A quantização da QCD	7
2.4	As funções de Green da QCD	11
2.5	Regras de Feynman da QCD	14
2.6	A constante de acoplamento forte	19
2.7	Conclusões	22
3	A QCD Não Perturbativa	23
3.1	Introdução	23
3.2	As equações de Dyson-Schwinger	23
3.3	O comportamento do propagador do glúon	25
3.3.1	As equações de Dyson-Schwinger no Calibre Axial	27
3.3.2	A solução de Cornwall	30
3.3.3	As Equações de Dyson-Schwinger no Calibre de Landau	32
3.3.4	A solução de Alkofer, Hauck e von Smekal	34
3.3.5	A solução de Häbel <i>et al.</i>	37
3.3.6	A solução de Gorbar e Natale	39
3.3.7	A solução de Atkinson e Bloch	39
3.3.8	Outras soluções para as EDSs	41
3.4	A teoria de campo na rede	42
3.4.1	Introdução	42
3.4.2	Férmions na rede	45
3.4.3	O Propagador do glúon na rede	47
3.5	Conclusões	52

4 Física Difractiva: o Pomeron	54
4.1 Introdução	54
4.2 Teoria de Regge e o Pomeron	54
4.3 O Pomeron e a QCD: a equação BFKL	61
4.4 Modelo LN para o Pomeron	69
4.5 Propagadores modificados e a eq. BFKL	71
4.6 Conclusões	78
5 Aplicações em Física Difractiva	79
5.1 Introdução	79
5.2 Espalhamento elástico próton-próton	80
5.3 Produção difractiva de méson vetoriais	92
5.4 Mésons vetoriais em espalhamentos $\gamma\gamma$	98
5.5 Glúons massivos no DIS	106
5.6 Conclusões	108
6 Aplicações em QCD perturbativa	109
6.1 Introdução	109
6.2 Decaimento de mésons massivos	109
6.3 Fatores de forma de mésons	110
6.4 Conclusões	123
7 Conclusões	124
A O Espalhamento Profundamente Inelástico	127

Lista de Figuras

2.1	A função completa de Green de n pontos expandida em termos de funções de Green conexas.	11
2.2	Representação esquemática dos tipos de diagramas de Feynman.	12
2.3	Diagramas de Feynman que contribuem, em primeira ordem, para as correções radioativas ao vértice quark-glúon. Na figura (a), os termos de polarização do vácuo; na figura (b), o termo de auto-energia do quark e na figura (c), as correções de vértice.	20
2.4	Figura com medidas experimentais para diferentes processos (ver texto) para a constante de acoplamento com a comparação com o ajuste teórico. Figura de [13].	21
3.1	Forma diagramática para a equação de Dyson-Schwinger para o propagador do fantasma (acima) e do quark (abaixo). As linhas sólidas são quarks; as espirais, os glúons e as quebradas, os fantasmas. Figuras de [16].	26
3.2	Forma diagramática para a equação de Dyson-Schwinger para o propagador do glúon. O termo $\Pi_{\mu\nu}$ é o tensor polarização do vácuo. As linhas sólidas são quarks; as espirais, os glúons e as quebradas, os fantasmas. Figura de [15].	27
3.3	Gráfico das soluções para a função de renormalização do glúon, Z , e do fantasma, G , encontradas por von Smekal, Alkofer e Hauck. Figura de [16].	37
3.4	Comparação entre as aproximações assintóticas infravermelha e ultravioleta de Atkinson e Bloch para a constante de acoplamento e a solução numérica das equações integrais para os fatores de forma dos propagadores de glúon e fantasma. Figura de [56].	40
3.5	Representação de uma rede bidimensional. Os conectores entre os pontos de rede $U(n, n + \hat{\mu})$ são mostrados. O caminho elementar mais simples, a “ <i>plaquette</i> ” também é mostrado.	45

3.6	Propagador do glúon obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões 16^4 , espaçamento de $a = (1,9 \text{ GeV})^{-1}$ com $\beta = 6,0$ calculado pela colaboração UKQCD [65].	49
3.7	Alguns resultados de simulações numéricas na rede para o propagador do glúon, obtidos por [67]. Na figura (a), temos o resultado em unidades físicas com o ajuste dado pela eq. (3.87) enquanto na figura (b) temos uma comparação entre ajustes com diferentes formas funcionais para o propagador do glúon (ver texto). Figuras de [67].	50
3.8	Propagador do glúon obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões $16^3 \times 32$ com $\beta = 6,0$ calculado por Alexandrou e colaboradores [69], juntamente com ajustes funcionais indicados na figura.	51
3.9	Fator de forma do glúon (ver texto) obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões $16^3 \times 32$ com diferentes valores de β obtido por Langfeld e colaboradores [71]. Os ajustes funcionais são dados pela eq. (3.90) e pelo resultado de Alkofer e colaboradores [46, 47].	52
3.10	Resultados para o comportamento no infravermelho para o propagador do glúon em comparação com o propagador perturbativo usual. Os propagadores modificados estão indicados na figura.	53
4.1	Processo de espalhamento entre duas partículas $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$	55
4.2	Representação diagramática das regras de Cutkosky. O sinal mais ou menos denota o conjugado complexo ou não da amplitude. A linha tracejada indica que as partículas nos estados intermediários estão na camada de massa. . .	56
4.3	Gráfico de Chew-Frautschi. Figura de [75]	58
4.4	Seções de choque hadrônicas, com predições de Regge para a seção de choque: (a) próton-antipróton e próton-próton, (b) antipróton-neutrôn e próton-neutrôn, (c) káon(K^\pm)-próton e (d) pión(π^\pm)-próton. Figuras de [75].	60
4.5	Trajetória de Regge do pomeron e um candidato a bola de grude. Dados de [77]. Figura de [75].	61
4.6	Diagramas que contribuem (direta ou indiretamente) para a troca do pomeron. À esquerda em primeira ordem (troca de um glúon) e a direita na próxima ordem (troca de dois glúons).	62
4.7	Diagramas que contribuem para a troca do pomeron na ordem α_s^3 . Os diagramas (a) a (e) contribuem para o diagrama (f) em que é mostrado o vértice não local de Lipatov. Nos dois últimos o corte não passa por nenhum glúon.	64

4.8	Diagrama de Feynman dominante no processo $qq \rightarrow qq$ com troca de uma escada de glúons de n degraus. Os círculos negros representam os vértices de Lipatov e os glúons verticais <i>reggionizados</i> são indicados com traços mais grossos.	66
4.9	Diagramas com duas formas diferentes de acoplamento de dois glúons com os quarks no próton. Figura de [75].	70
4.10	Resultados de Nikolaev, Zakharov e Zoller [95, 96] e Hancock e Ross [98, 99] para a interseção do pomeron para equações BFKL modificadas para incluir um parâmetro infravermelho massivo, $1/a$. Figura de [72].	73
5.1	Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento fóton-fóton com troca de dois glúons. O diagrama da esquerda tem um fator de forma \mathcal{E}_1 enquanto que o da direita tem fator de forma \mathcal{E}_2	81
5.2	Seção diferencial de choque para o espalhamento elástico próton-próton via troca do pomeron LN para o: (a) propagador de Cornwall (eq. (3.21)) [112] e (b) propagador de rede (eq. (3.86)) [65]. Dados de [109].	84
5.3	Seção de choque diferencial para o espalhamento próton-próton via troca de dois glúons não perturbativos via amplitude, eq. (5.10), para os propagadores indicados e para dois valores da constante de acoplamento para a energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV. Dados de [109].	85
5.4	Idem a figura 5.3 para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1,8$ TeV. Dados de [110].	86
5.5	Seção de choque diferencial elástica para o espalhamento próton-próton via troca de dois glúons não perturbativos via eq. (5.14), para os propagadores indicados e para dois valores da constante de acoplamento para a energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV. Dados de [109].	87
5.6	Idem a figura 5.5 para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1,8$ TeV. Dados de [110].	88
5.7	Seção de choque diferencial com constante de acoplamento dinâmica para energias de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV [109] e $\sqrt{s} = 1,8$ TeV [110].	89
5.8	Diagramas de Feynman que contribuem para a produção de méson vetoriais via troca do Pomeron como dois glúons. Figura de [130].	94
5.9	Seção de choque total para a produção do méson ρ para diferentes energias em função do momento do fóton. À esquerda o ajuste com o propagador da eq. (4.39) para diferentes valores de μ_0 e a direita com o propagador de Cornwall, eq. (3.21) para diferentes valores de m_g . Dados de [128]. Figuras de [103, 127].	96

5.10	Seção de choque total para a produção de mésons ρ , ϕ e J/ψ com o modelo de Cudell e Royen [129]. À esquerda o ajuste aos dados de EMC e NMC e à direita, o ajuste aos dados de HERA. Figuras de [129].	97
5.11	O processo exclusivo de fotoprodução de mésons vetoriais massivos com a troca do pomeron QCD. Linhas curvas são fótons e espirais, glúons.	99
5.12	Diagramas que contribuem para o fator de impacto da transição $\gamma J/\Psi$. . .	100
5.13	A seção de choque diferencial do processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$ usando os propagadores de glúon de Lipatov (eq.(5.43)) com parâmetros s_0 indicados e Häbel e colaboradores com parâmetros b indicados.	101
5.14	A seção de choque diferencial do processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$ usando os propagadores de glúon de Lipatov (eq.(5.43)) com parâmetros s_0 indicados; Gorbar e Natale com parâmetros μ_g e χ fixos, e de Cornwall com duas variantes.	103
5.15	Comparação entre os resultados para a seção de choque diferencial obtidos com duas formas distintas para a constante de acoplamento forte, eq. (5.38) e eq. (5.46).	104
5.16	Resultado para a distribuição não-integrada de glúon com uso de uma equação BFKL modificada, eq. (5.47). As curvas correspondem, de cima para baixo, a seguinte escolha de parâmetros: $m_g = 0,4 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 0,25 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$; $m_g = 1,0 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$. Figura de [141].	106
6.1	O diagrama de Feynman em ordem dominante na teoria de perturburbação para o fator de forma de méson, onde $\phi_M(x, Q^2)$ é a amplitude de distribuição de quark e $T_H(x, y, q^2)$ é a amplitude de espalhamento dura.	112
6.2	Resultados para o comportamento infravermelho da constante de acoplamento forte. Os resultados para os diferentes propagadores de glúon estão indicados na legenda da figura. O congelamento do acoplamento no infravermelho para estas constantes modificadas é evidente.	116
6.3	O fator de forma do pión calculado usando a expressão (6.15), para diferentes constantes de acoplamento e propagadores de glúon. O número de sabores é zero. Os índices CZ e DM referem-se às eqs. (6.11) e (6.13) para as amplitudes de distribuição de quarks. Os resultados de Maris [154] e Yeh [158] também são mostrados. Dados de [167, 168, 169, 170]	117
6.4	O fator de forma do pión calculado como na figura (6.3) com o número de sabores igual à três.	118

6.5	Gráfico de $Q^2 F_\pi$ em função de Q^2 usando os mesmos propagadores e constantes de acoplamento da figura (6.3) e com o número de sabores igual à três.	119
6.6	O fator de forma do káon calculado como o do pión, usando somente a amplitude de distribuição de quarks da eq. (6.12) e com o número de sabores igula a zero. O ajuste fenomenológico é dado peal eq. (6.23). Dados de [171].	120
6.7	O fator de forma do káon calculado como na figura (6.6), mas com o número de sabores igual à três.	121
6.8	Gráfico de $Q^2 F_K$ em função de Q^2 usando os mesmos propagadores e constantes de acoplamento da figura 6.6 e com o número de sabores igual à três.	122
A.1	Diagrama para o espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-nucleon.	128
A.2	Diagrama para o DIS em pequeno x no esquema de fatorização \mathbf{k}_t . Os fatores de impacto do próton e do fóton são indicados por $\Phi_{p,\lambda}$ e F é a transformada de Mellin do núcleo BFKL.	131
A.3	Diagrama para o DIS em pequeno x no formalismo de dipolos. O dipolo forma-se muito tempo antes da breve interação com o próton e combina-se muito tempo depois.	134

Lista de Tabelas

2.1	Regras de Feynman para a QCD. Nos vértices, os momentos estão todos entrando.	19
5.1	Resultados para os parâmetros da seção diferencial de choque elástica. . . .	90

Capítulo 1

Introdução

O estudo da interação forte tem, ao longo das últimas quatro décadas, expandido de forma considerável o conhecimento dos constituintes básicos da matéria nuclear, os quarks e glúons.

Os avanços passam pelos estudos espectroscópicos que deram origem ao modelo de quarks, pelo modelo de pártons para o espalhamento profundamente inelástico, pela determinação da teoria de Yang-Mills como sendo a teoria de campos que descreve a interação entre quarks e glúons, denominada de *Cromodinâmica Quântica* (QCD) e sua consequente quantização e aplicação na descrição de mais diferentes processos, como por exemplo, produção de hádrons em aniquilações elétron-positron, produção de jatos de partículas, dentre outras.

Entretanto, a QCD apresenta uma dicotomia: processos que envolvem grandes escalas de momento (ou pequenas distâncias), como os mencionados acima, tem uma excelente descrição pela teoria, enquanto que processos que envolvem pequenas escalas de momento (ou grandes distâncias) não tem uma descrição razoável.

A razão de tal diferença reside no esquema de cálculo: o bem sucedido esquema perturbativo, utilizado na *Eletrodinâmica Quântica* (QED). A origem do sucesso na QED e em processos com grande momento vem do fato de que a constante de acoplamento envolvida é pequena, permitindo a expansão perturbativa, enquanto que para pequenos momentos transferidos a constante de acoplamento da QCD é grande, inviabilizando a expansão perturbativa.

Este último comportamento implica uma série de consequências. A impossibilidade do uso do esquema perturbativo de cálculo impede a obtenção direta de resultados em pequeno momento, como, por exemplo, o mecanismo de confinamento dos quarks (e consequentemente os estados ligados de quarks).

Historicamente, muito antes da descoberta da QCD, sabia-se da quebra do esquema

perturbativo de cálculo para forças nucleares. De uma forma simplista, a razão disto tem origem no fato de que a força nuclear é muito maior que a força eletromagnética, pois temos prótons carregados confinados no núcleo atômico. Para a descrição de espalhamentos de altas energias, desenvolveu-se um esquema de cálculo denominado *teoria da matriz S* , baseado em postulados da teoria de espalhamento quântica e em relações de dispersão. Os conseqüentes desenvolvimentos na teoria da matriz S levaram a importantes resultados para espalhamentos hadrônicos em altas energias. Um dos quais afirma que o espalhamento elástico em grandes energias é dominado pela troca de um objeto com os números quânticos do vácuo, denominado *pomeron*. Com o conseqüente desenvolvimento da QCD, os resultados da matriz S foram descritos dentro do contexto desta teoria de campos. Contudo, uma particular classe de processos em altas energias, denominados *difrativos*, na região de momento transferido no espalhamento é muito menor que o momento (ou energia) global do processo apresenta divergências. Para contornar este problema, foi proposto por Landshoff e Nachtmann um modelo no qual o propagador do glúon tenha um comportamento finito a pequenos momentos, ao contrário do propagador divergente a momento nulo usual. Para a obtenção do propagador modificado, utilizam-se métodos não-perturbativos: as equações de Dyson-Schwinger e a teoria de campo na rede.

As *equações de Dyson-Schwinger* (EDS) estabelecem relações entre as funções de Green de uma teoria de campos. Se for possível determinar todas as funções de Green de uma teoria, temos a mesma determinada. Contudo as EDS são equações integrais acopladas iteradas, ou seja, a equação para uma função de Green de n pontos externos depende das funções de Green de $n + 1$ pontos. Assim temos uma torre de infinitas equações acopladas que para serem resolvidas, é necessário algum método de truncamento a um certo número finito de pontos e introduzida alguma informação sobre as funções negligenciadas.

A *teoria de campo na rede* é um método no qual a idéia básica é a discretização do espaço-tempo com o objetivo de eliminar as divergências que surgem na teoria de campos no espaço-tempo contínuo. Ao discretizar-se o espaço-tempo é agora possível utilizar-se métodos numéricos (incluindo estatísticos) para o cálculo de observáveis como a massa de mésons, por exemplo. Muito embora seja um método legitimamente não-perturbativo, a teoria de campos na rede não é livre de ambigüidades. Estas incluem a dificuldade de simular férmions em rede e o tamanho limitado desta por restrições computacionais.

Os resultados encontrados para o propagador do glúon, como veremos, possuem os mais diferentes comportamentos a pequenos momentos. Alguns resultados são nulos para momento nulo, outros são finitos (não-nulos), outros são mais divergentes que o propagador usual. Para confrontarmos estes propagadores, se utilizará os mesmos em processos nos quais efeitos nesta região cinemática são relevantes, de modo a ter-se um confronto entre

os resultados teóricos com resultados experimentais.

Em relação ao comportamento infravermelho do propagador do glúon, comumente o glúon é considerado como uma partícula sem massa, sendo que as consequentes divergências infravermelhas são interpretadas como sinal do confinamento dos quarks, dentro do mecanismo de escravidão infravermelha. Contudo, um glúon massivo puro, ou seja, definido com uma massa desde o princípio, resulta em uma teoria com sérios problemas, não sendo renormalizável, ou seja, existem infinitos na teoria que não podem ser removidos. Contudo, se o glúon tiver uma massa, obtida com um mecanismo de quebra espontânea de simetria, a teoria agora é renormalizável, mas o preço a pagar é a introdução de partículas adicionais, os bósons de Higgs. Entretanto, uma solução possível é uma geração espontânea de uma massa dinâmica para o glúon, sem quebra de simetria, pois neste caso a massa dinâmica garante sua renormalização e uma teoria finita para pequenos momentos sem, entretanto, introduzir novas partículas na teoria.

A partir dos resultados para o propagador do glúon encontrados por métodos não-perturbativos, vamos analisar uma série de aplicações destes, quer em física difrativa, quer em processos exclusivos em QCD.

Dentre os processos difrativos em que propagadores modificados são utilizados com sucesso, destacam-se os com a troca de pomeron. Este processos incluem o espalhamento elástico próton-próton, a produção via eletrodução de mésons vetoriais e a dupla fotoprodução de mésons vetoriais massivos. Os processos exclusivos em que podem ser incluídos efeitos infravermelhos por troca do propagador do glúon incluem o decaimento de mésons vetoriais massivos e fatores de forma de mésons.

Esta tese organiza-se da seguinte maneira: a obtenção do lagrangeano da QCD, sua quantização, a derivação das regras de Feynman, bem como a obtenção da forma funcional da constante de acoplamento forte é feita no capítulo 2. A análise dos métodos não-perturbativos (equações de Dyson-Schwinger e a teoria de campo na rede), além de seus resultados para o propagador do glúon está no capítulo 3. Uma breve descrição da teoria da matriz S , da teoria de Regge e de seus principais resultados, juntamente com a física do pomeron e com o modelo de Landshoff-Nachtmann para o último é encontrada no capítulo 4. No capítulo 5, são mostradas as aplicações de um propagador modificado em física difrativa, enquanto que as aplicações para processos exclusivos são encontradas no capítulo 6. Finalmente, são apresentadas conclusões e perspectivas.

Capítulo 2

A Cromodinâmica Quântica

2.1 Introdução

A teoria padrão para as interações nucleares fortes é a Cromodinâmica Quântica (QCD) [1, 2, 3]. Historicamente, o caminho para a QCD iniciou-se a partir da observação de Gell-Mann e Zweig que os hádrons deveriam constituir-se de partículas mais elementares que os prótons e neutrões, os quarks, observação motivada pela análise espectroscópica dos hádrons descobertos ao longo das décadas de 50 e 60.

O estudo experimental da estrutura hadrônica teve seu apogeu no Centro do Acelerador Linear de Stanford¹ (SLAC) no final da década de 60, no estudo do espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-próton (ver apêndice A). No estudo deste processo, Bjorken e Feynman propuseram que o núcleon fosse formado por partículas pontuais livres (ou quase livres), os pártons, na chamada *liberdade assintótica*. Tais previsões foram observadas nos experimentos do SLAC. Portanto, os quarks poderiam ser identificados como os pártons de Bjorken.

Entretanto havia a necessidade de uma teoria de campo para os quarks na mesma linha da teoria de interação entre os elétrons e fótons, a Eletrodinâmica Quântica (QED) desenvolvida por Schwinger, Feynman, Tomonaga e Dyson no final da década de 40. No início da década de 70, Gross, Wilczek e Politzer [4, 5], usando métodos do grupo de renormalização, descobriram que teorias que tivessem um grupo de simetria não-abeliano, ou seja, no qual os geradores do grupo de simetria não comutam (ao contrário da QED em que o grupo de simetria é abeliano) tem a propriedade de liberdade assintótica. Tal teoria havia sido apresentada alguns anos antes por Yang e Mills [6], ao proporem a extensão do princípio de calibre global da QED para um princípio local, objetivando o estudo da

¹Stanford Linear Accelerator Center

simetria de isospin do próton e do nêutron no nucleon.

Tal simetria da teoria de Yang-Mills foi relacionada com o modelo de quarks como sendo uma simetria de *cor* por Fritzsche e Gell-Mann. O conceito do número quântico de cor surge da necessidade de explicar algumas discrepâncias do modelo de quarks com a experiência, especialmente na construção de funções de onda bariônicas e no confinamento dos quarks. No primeiro problema mencionado, a dificuldade surge no estudo da ressonância Δ^{++} , que espectroscopicamente deveria ser formada por três quarks *u* e ter spin $3/2$, o que aparentemente violaria o princípio de Pauli da mecânica quântica. A introdução de um número quântico extra, a cor, resolve o problema. Quanto ao outro problema mencionado, o confinamento, é possível mostrar que os hádrons somente existem na Natureza como estados sem cor, ou *singlete de cor*. As únicas possibilidades são estados de três quarks (bárions) e estados de um quark e um anti-quark (mésons).

A existência da liberdade assintótica também tem como conseqüência a possibilidade de realização de cálculos utilizando a teoria de perturbação, no que convecionou-se a chamar de *QCD perturbativa*. A QCD perturbativa descreve de modo bem sucedido uma vasta gama de processos. Entretanto, a aplicabilidade deste esquema somente é válida para processos em curta distância, ou equivalentemente, a grandes energias. Processos em que estejam envolvidas escalas de energia muito pequenas (ou grandes distâncias) não podem ser descritos de forma satisfatória dentro deste esquema e requerem esquemas alternativos de cálculo, como veremos.

2.2 O lagrangiano da QCD

A partir das equações de Maxwell da eletrodinâmica clássica [7], podemos derivar o lagrangiano da QED,

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi} [i\gamma^\mu\partial_\mu - Qe\gamma^\mu A_\mu - m] \psi, \quad (2.1)$$

onde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.2)$$

é o tensor de campo, ψ é o campo espinorial com massa m e carga Qe . O lagrangiano eq. (2.1) é invariante sob o seguinte conjunto de transformações,

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu + \frac{1}{e} \partial^\mu \theta(x), \quad (2.3)$$

$$\psi \rightarrow \psi' = e^{-iQ\theta(x)} \psi, \quad (2.4)$$

sendo que tal transformação é considerada *local*, pois o parâmetro de transformação θ depende da posição, e *abeliana* pois o gerador Q do grupo de transformação $U(1)$ é um

número e portando comuta com outro gerador do grupo. Também podemos definir uma *derivada covariante*,

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + iQeA_\mu, \quad (2.5)$$

que se transforma segundo a eq. (2.4),

$$D_\mu \psi \rightarrow D'_\mu \psi' = e^{iq\theta} D_\mu \psi, \quad (2.6)$$

como a propriedade do seu comutador

$$[D_\mu, D_\nu] = iQeF_{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

Portanto podemos reescrever o lagrangiano da QED como sendo,

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi} [i\gamma^\mu D_\mu - m] \psi. \quad (2.8)$$

Para passarmos para teoria de Yang-Mills, vamos considerar um grupo de transformação mais geral, onde os geradores de transformações não comutam, ou seja, são *não abelianos*. Para tanto, começamos considerando um campo fermiônico de massa m de N componentes, $\psi_i(x)$ – o campo de quark – que pertence à representação fundamental N -dimensional do grupo G . A álgebra de Lie do grupo é gerada por n geradores T^a , $a = 1, \dots, n$ com a seguinte relação de comutação,

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c, \quad (2.9)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo de Lie. Portando o campo férmionico transforma-se segundo

$$\psi_i \rightarrow \psi'_i = U_{ij}\psi_j, \quad U_{ij} = e^{-iT_{ij}^a\theta^a}, \quad (2.10)$$

onde o parâmetro θ^a pode depender da posição.

No caso de θ^a ser independente de posição, então o lagrangiano livre para os campos férmionicos,

$$\mathcal{L}_F = \bar{\psi}_i (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi_i$$

é invariante sob a transformação (2.10). Todavia, se θ^a depender da posição então \mathcal{L}_F só é invariante se trocarmos a derivada usual por uma derivada covariante dada por

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a \leftrightarrow (D_\mu)_{ij} = \delta_{ij}\partial_\mu - ig(T^a)_{ij}A_\mu^a, \quad (2.11)$$

onde g é constante de acoplamento entre o campo fermiônico e o campo de calibre A_μ^a , e $(T^a)_{ij}$ são as componentes da representação fundamental de T_a .

Logo o lagrangiano invariante é dado por

$$\mathcal{L}_F = \bar{\psi}_i \left(i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - \delta_{ij} m \right) \psi_j = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi, \quad (2.12)$$

se o campo de calibre A_μ^a tem a seguinte regra de transformação (pela representação adjunta de T^a),

$$T^a A_\mu^a \rightarrow T^a A_\mu^a = U \left(T^a A_\mu^a - \frac{i}{g} U^{-1} \partial_\mu U \right) U^{-1}, \quad (2.13a)$$

ou em componentes,

$$(T^a)_{ij} A_\mu^a = (U)_{ii'} \left((T^a)_{i'k} A_\mu^a - \frac{i}{g} (U^{-1})_{i'j'} \partial_\mu (U)_{j'k} \right) (U^{-1})_{kj}. \quad (2.13b)$$

O lagrangiano (2.12) descreve a interação dos campos ψ e A_μ^a . Para completá-lo vamos introduzir um termo cinético nos campos de calibre. Em analogia com a eq. (2.7). Seja

$$[D_\mu, D_\nu] = -igT^a F_{\mu\nu}^a,$$

onde

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.14)$$

é o tensor de campo. Pode-se mostrar que sob transformações infinitesimais a combinação $F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ é invariante. Por fim, então temos que o lagrangiano que é invariante sob transformações de simetria locais não-abelianas é

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi. \quad (2.15)$$

No caso da QCD, o grupo de simetria G é o $SU(3)$ e então o lagrangiano (2.15) torna-se

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}^f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi^f, \quad (2.16)$$

onde a soma é sobre todos os sabores de quarks e $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$ com $N_c = 3$

2.3 A quantização da QCD

Como o lagrangiano dado pela eq. (2.16) é invariante sob a transformação de calibre (2.13a) então de certa forma o campo é arbitrário. Tal liberdade na escolha do campo migra para a parte quântica da teoria após a quantização. Necessariamente, precisamos eliminar esta liberdade de calibre para obtermos uma teoria livre de arbitrariedades. Entretanto, é possível mostrar que sempre que uma teoria apresenta liberdade de calibre, a teoria apresenta vínculos. Os vínculos surgem quando da passagem do formalismo lagrangiano para

o hamiltoniano como relações entre as posições e as velocidades, impossibilitando o uso do formalismo canônico de quantização. Neste método, a passagem para a mecânica quântica se dá encontrando os momentos canônicos conjugados aos campos e pela transposição dos colchetes de Poisson da mecânica clássica para comutadores quânticos entre operadores. Como, pela existência de vínculos, não é possível escrever todos os momentos em termos das velocidades então o método canônico não pode ser usado. Dirac desenvolveu um método de quantização em que os vínculos são tratados de forma consistente [8, 9].

Podemos eliminar a liberdade de calibre, introduzindo uma condição fixadora de calibre de duas formas diferentes. A primeira, a forma canônica, implica impôr diretamente uma condição sobre os campos, como por exemplo, a condição de Lorentz,

$$\partial^\mu A_\mu^a = 0,$$

dentre outras formas possíveis. A segunda, a forma covariante, introduz um termo adicional no lagrangiano pelo método de multiplicadores indeterminados de Lagrange,

$$\mathcal{L}^f = \mathcal{L}_{\text{QCD}} - \frac{1}{2\alpha} (\partial^\mu A_\mu^a)^2, \quad (2.17)$$

sendo que α é o parâmetro de calibre. Por exemplo, $\alpha = 1$ corresponde ao calibre de Feynman e $\alpha \rightarrow 0$, ao calibre de Landau.

Embora a quantização da QCD possa ser feita pelo formalismo canônico vamos utilizar o *formalismo funcional*, desenvolvido por Feynman [10]. Vamos nos interessar nas *funções de Green de n -pontos* da teoria, definidas como o produto esperado de vácuo do produto cronologicamente ordenado de n operadores quânticos. Assim, para uma teoria de campos do tipo escalar neutro $\phi(x)$, a mencionada função de Green é,

$$G_n(x_1, \dots, x_n) \equiv \langle 0 | \text{T} [\hat{\phi}(x_1) \dots \hat{\phi}(x_n)] | 0 \rangle. \quad (2.18)$$

Pode-se demonstrar que as funções de Green podem ser obtidas a partir de uma *funcional geradora de funções de Green*,

$$\mathcal{Z}[J] = \int [d\phi] \exp \left\{ i \int d^4x \exp(\mathcal{L} + \phi J) \right\}, \quad (2.19)$$

onde

$$[d\phi] = \prod_{i=1}^M \phi_i$$

é a medida invariante de integração funcional e J é uma fonte externa fictícia, método este introduzido por Schwinger. As funções de Green são obtidas derivando funcionalmente a eq. (2.19),

$$G_n(x_1, \dots, x_n) = \frac{(-i)^n}{\mathcal{Z}[0]} \frac{\delta^n \mathcal{Z}[J]}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0}. \quad (2.20)$$

Para a QCD, a funcional geradora de funções de Green (se considerarmos somente os campos de calibre) é

$$\mathcal{Z}_{\text{QCD}}[J] = \int [dA] \exp \left\{ i \int d^4x (\mathcal{L}^0 + A_\mu^a J^{a\mu}) \right\} \quad (2.21)$$

com

$$[dA] = \prod_{\mu,a} A_\mu^a$$

e

$$\mathcal{L}^0 = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}. \quad (2.22)$$

Entretando, a eq. (2.21) não é invariante de calibre devido ao termo de fonte externa. Para tornar a funcional invariante de calibre é preciso empregar o *ansatz de Faddeev-Popov*. A idéia é introduzir uma identidade em (2.21) em termos de uma integração sobre o grupo de transformações de simetria. Após algumas considerações [1], temos,

$$\mathcal{Z}_{\text{QCD}}[J] = \int [dA] \det M_G \exp \left\{ i \int d^4x \left(\mathcal{L}^0 - \frac{1}{2\alpha} (G^\mu A_\mu^a)^2 + A_\mu^a J^{a\mu} \right) \right\}, \quad (2.23)$$

onde

$$(M_G(x, y))^{ab} = \frac{\delta (G^\mu A_\mu^a(x))}{\delta \theta^b(y)} \quad (2.24)$$

e G^μ pode depender do calibre, por exemplo, para o calibre de Coulomb, temos $G^\mu = (0, \nabla)$; para o calibre covariante temos $G^\mu = \partial^\mu$ e para o calibre axial, $G^\mu = a^\mu$ onde a^μ é um vetor constante.

Podemos agora introduzir o lagrangiano completo da QCD, resultando para a funcional geradora,

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\text{QCD}}[J, \eta, \bar{\eta}] &= \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}] \det M_G \times \\ &\exp \left\{ i \int d^4x \left(\mathcal{L}_{\text{QCD}} - \frac{1}{2\alpha} (G^\mu A_\mu^a)^2 + A_\mu^a J^{a\mu} + \bar{\psi}\eta + \bar{\eta}\psi \right) \right\}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

onde η e $\bar{\eta}$ são, respectivamente, as fontes externas dos campos $\bar{\psi}$ e ψ , $[d\psi]$ e $[d\bar{\psi}]$ são as medidas de integração dos campos ψ e \mathcal{L}_{QCD} é o lagrangiano dado pela eq. (2.16).

Para obtermos as funções de Green da teoria, devemos escolher um calibre. Se escolhermos o calibre axial, o determinante em (2.26) torna-se constante, mas a teoria torna-se manifestamente não covariante. Para mantermos a covariância, vamos escolher o calibre covariante. Ainda se pode eliminar a incômoda presença do determinante, usando a seguinte fórmula (derivada por cálculo variacional),

$$\det M_G = \int [d\chi][d\chi^*] \exp \left\{ -i \int d^4x d^4y \chi^{a*}(x) (M_G(x, y))^{ab} \chi^b(y) \right\}, \quad (2.26)$$

onde χ é o campo fictício (não físico) de Faddeev-Popov ou também *fantasma de Faddeev-Popov*. Tal campo é um campo férmionico mas tem o propagador (como veremos adiante) do tipo bosônico. A introdução dos campos fantasmas, além de ser necessária para invariância de calibre da teoria, é necessária para mantermos a unitariedade da teoria. Todavia ainda temos problemas, pois estamos fixando o calibre em relação a transformações de calibre locais infinitesimais enquanto que se considerarmos transformações finitas teremos a manifestação do fenômeno das cópias de Gribov [11], onde a teoria ainda fica com configurações do campo de calibre ainda dependentes de calibre. Os fantasmas podem ser evitados se utilizarmos calibre axiais, onde sua contribuição é nula, mas neste caso vamos ter além da já comentada quebra da invariância de Lorentz, a introdução de singularidades não-físicas nos propagadores no espaço de momento. Ao usarmos o calibre covariante e fazermos uma integração por partes no expoente ficamos com

$$\int d^4x d^4y \chi^{a*}(x) (M_G(x, y))^{ab} \chi^b(y) = - \int d^4x (\partial_\mu \chi^a(x))^* D_\mu^{ab} \chi^b(x). \quad (2.27)$$

Portanto, ao substituir (2.26) e (2.27) em (2.26), temos como funcional geradora, então

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{\text{QCD}}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*] &= \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\chi][d\chi^*] \times \\ &\exp \left\{ i \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{QCD}} + A_\mu^a J^{a\mu} + \bar{\psi}\eta + \bar{\eta}\psi + \chi^{a*}\xi^a + \xi^{a*}\chi^a) \right\}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

onde ξ^* e ξ são as fontes externas dos campos fantasmas de Faddeev-Popov χ e χ^* , respectivamente. O lagrangiano \mathcal{L}_{QCD} é

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{\text{GF}} + \mathcal{L}_{\text{FP}} + \mathcal{L}_F \quad (2.29)$$

onde

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.30a)$$

$$\mathcal{L}_{\text{GF}} = -\frac{1}{2\alpha} (\partial^\mu A_\mu^a)^2 \quad (2.30b)$$

$$\mathcal{L}_{\text{FP}} = (\partial^\mu \chi^{a*}) D_\mu^{ab} \chi^b \quad (2.30c)$$

$$\mathcal{L}_F = \bar{\psi}^i (i\gamma^\mu D_\mu - m\delta^{ij}) \psi^j \quad (2.30d)$$

onde os índices referem-se, respectivamente, à parte de calibre (G), fixação de calibre (GF), fantasmas de Faddeev-Popov (FP) e férmions (F). Portanto, assim terminamos a derivação do lagrangiano da QCD.

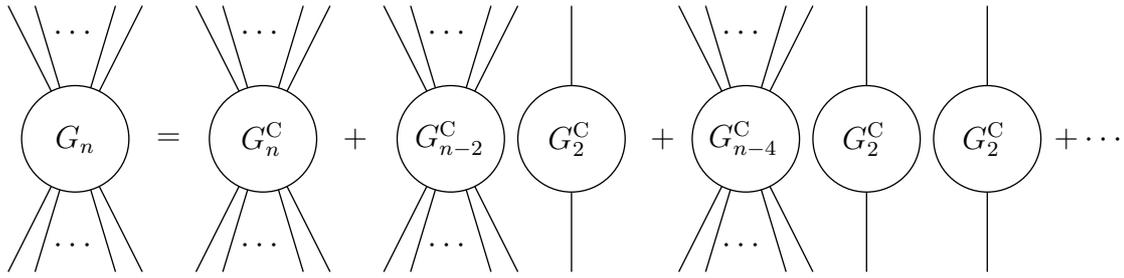


Figura 2.1: A função completa de Green de n pontos expandida em termos de funções de Green conexas.

2.4 As funções de Green da QCD

Na seção anterior, as funções de Green derivadas a partir da funcional geradora eq. (2.19) (também chamadas de funções de Green *completas*) podem conter partes desconexas, como na figura (2.1).

Para a matriz S somente as contribuições proveniente de funções *conexas*, isto é, que tem todas as partes unidas pelo menos por um *propagador*: uma função de Green de dois pontos, assim denominada por representar a propagação da partícula entre dois pontos. As funções conexas são relevantes ao contrário das partes *desconexas*, ou seja, que não são unidas. As funções de Green conexas podem ser extraídas por

$$G_n^C(x_1, \dots, x_n) \equiv (-i)^n \frac{\delta^n \mathcal{G}[J]}{\delta J(x_1) \dots \delta J(x_n)} \Big|_{J=0} \quad (2.31)$$

onde $\mathcal{G}[J]$ é a *funcional geradora de funções de Green conexas*, definida por

$$\mathcal{Z}[J] = e^{\mathcal{G}[J]} \quad (2.32)$$

Desta definição podemos ver que [1],

$$\frac{\delta^2 \mathcal{G}[J]}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} \Big|_{J=0} = \frac{1}{\mathcal{Z}[0]} \frac{\delta^2 \mathcal{Z}[J]}{\delta J(x_1) \delta J(x_2)} \Big|_{J=0} = -G_2(x_1, x_2). \quad (2.33)$$

Podemos ainda definir as *funções de Green truncadas* ou *amputadas*, definidas eliminando os propagadores de todas as linhas externas dos diagramas. Estas funções tem papel relevante no elemento da matriz de transição.

Entretanto, uma outra definição de funções de Green é de funções *próprias* ou de *uma partícula irreduzível*. Um diagrama de Feynman *próprio* é um diagrama conectado truncado (sem os propagadores de linhas externas, representados pelas funções de Green truncadas) que não é separado em duas partes se cortarmos uma linha interna qualquer (ver figura

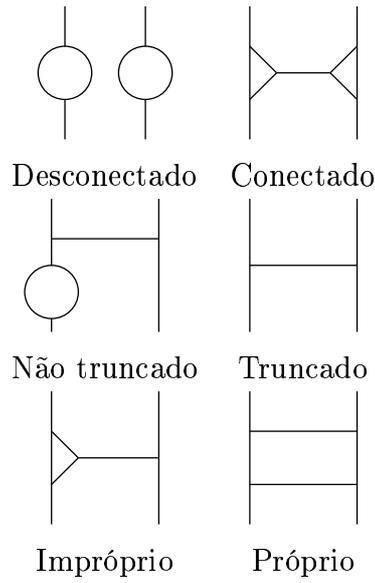


Figura 2.2: Representação esquemática dos tipos de diagramas de Feynman.

(2.2)). A função de Green própria corresponde a este tipo de diagrama. Podemos obtê-las fazendo uma transformação de Legendre e introduzindo a funcional geradora para funções de Green próprias ou *ação efetiva*, Γ , como sendo,

$$\mathcal{G}[J] = i\Gamma[\phi] + i \int d^4x J(x)\phi(x) \quad (2.34)$$

onde

$$\phi(x) = \frac{\delta\mathcal{G}[J]}{i\delta J(x)}, \quad J(x) = -\frac{\delta\Gamma[\phi]}{\delta\phi(x_1)}, \quad (2.35)$$

o que corresponde a transformação de variáveis (J, \mathcal{G}) para (ϕ, Γ) . As funções de Green próprias são obtidas por

$$G_n^p(x_1, \dots, x_n) = i \frac{\delta^n \Gamma[\phi]}{\delta\phi(x_1) \dots \delta\phi(x_n)} \Big|_{\phi=0} \quad (2.36)$$

A partir das relações acima, podemos notar que podemos escrever os campos em termos das fontes e vice-versa. Da forma funcional das definições acima, podemos derivar outras relações, agora envolvendo as derivadas segundas das funcionais [15, 16] usando,

$$\frac{\delta^2 \mathcal{G}[J]}{\delta J(x_2) \delta J(x_1)} = i \frac{\delta\phi(x_1)}{\delta J(x_2)} \quad (2.37)$$

e

$$\frac{\delta^2 \Gamma[\phi]}{\delta\phi(x_2) \delta\phi(x_1)} = -\frac{\delta J(x_1)}{\delta\phi(x_2)}, \quad (2.38)$$

juntamente com

$$\int d^4x \frac{\delta\phi(x_1)}{\delta J(x)} \frac{\delta J(x)}{\delta\phi(x_2)} = \frac{\delta\phi(x_1)}{\delta\phi(x_2)} = \delta^{(4)}(x_1 - x_2) \quad (2.39)$$

encontramos, após substituirmos os resultados anteriores e anularmos os campos e as fontes,

$$i \int d^4x \frac{\delta^2\mathcal{G}[J]}{\delta J(x_1)\delta J(x)} \Big|_{J=0} \frac{\delta^2\Gamma[\phi]}{\delta\phi(x_2)\delta\phi(x)} \Big|_{\phi=0} = \delta^{(4)}(x_1 - x_2). \quad (2.40)$$

Na equação acima, temos agora uma relação entre a função de Green completa e a função de Green própria (neste caso em especial, entre o propagador e sua inversa), pois pelas eqs. (2.33) e (2.36):

$$G_2(x_1, x_2) = i \frac{\delta^2\mathcal{G}[J]}{\delta J(x_1)\delta J(x_2)} \Big|_{J=0} = \left(\frac{\delta^2\Gamma[\phi]}{\delta\phi(x_1)\delta\phi(x_2)} \Big|_{\phi=0} \right)^{-1} = (G_2^p(x_1, x_2))^{-1} \quad (2.41)$$

Entretanto, cabe notar que enquanto o propagador $G_2(x_1, x_2)$ é uma função imprópria por conter infinitas inserções de partes de auto-energia, a inversa do propagador só contém uma, pois é uma função de Green própria.

Para a QCD, vamos ter a seguinte funcional geradora de funções de Green próprias,

$$\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}] = i\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}] + \int d^4x \{ A_\mu^a J^{a\mu} + \bar{\psi}\eta + \bar{\eta}\psi + \chi^{a*}\xi^a + \xi^{a*}\chi^a \}, \quad (2.42)$$

onde $\mathcal{F} = \{A_\mu, \bar{\psi}, \psi, \chi^*, \chi\}$ são os campos e $\mathcal{S} = \{J_\mu, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*\}$, as fontes.

De imediato, segue da equação anterior, a seguinte série de relações entre as variáveis,

$$A_\mu^a(x) = \frac{\delta\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}]}{i\delta J_\mu^a(x)}, \quad J_\mu^a(x) = -\frac{\delta\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}]}{\delta A_\mu^a(x)}, \quad (2.43a)$$

$$\psi(x) = \frac{\delta\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}]}{i\delta\bar{\eta}(x)}, \quad \bar{\eta}(x) = \frac{\delta\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}]}{\delta\psi(x)}, \quad (2.43b)$$

$$\bar{\psi}(x) = -\frac{\delta\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}]}{i\delta\eta(x)}, \quad \eta(x) = -\frac{\delta\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}]}{\delta\bar{\psi}(x)}, \quad (2.43c)$$

$$\chi(x) = \frac{\delta\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}]}{\delta\xi^{a*}(x)}, \quad \xi^{a*}(x) = \frac{\delta\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}]}{\delta\chi^a(x)}, \quad (2.43d)$$

$$\chi^*(x) = -\frac{\delta\mathcal{G}_{\text{QCD}}[\mathcal{S}]}{\delta\xi(x)}, \quad \xi^a(x) = -\frac{\delta\Gamma_{\text{QCD}}[\mathcal{F}]}{\delta\chi^{a*}(x)}, \quad (2.43e)$$

de onde temos as seguintes relações entre os propagadores e suas inversas, consequência direta da eq. (2.40),

$$i \int d^4z \frac{\delta^2\mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta J_\mu^a(x)\delta J_\sigma^c(z)} \Big|_{\mathcal{S}=0} \frac{\delta^2\Gamma[\mathcal{F}]}{\delta A^{c\sigma}(z)\delta A_\nu^b(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} = \delta_\mu^\nu \delta^{ab} \delta^{(4)}(x - y) \Rightarrow$$

$$\mathcal{D}_{ab}^{\mu\nu}(x, y) = i \frac{\delta^2 \mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta J_\mu^a(x) \delta J_\nu^b(z)} \Big|_{\mathcal{S}=0} = \left(\frac{\delta^2 \Gamma[\mathcal{F}]}{\delta A_\mu^a(x) \delta A_\nu^b(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} \right)^{-1}, \quad (2.44a)$$

$$i \int d^4 z \frac{\delta^2 \mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta \eta_\alpha(x) \delta \bar{\eta}_\gamma(z)} \Big|_{\mathcal{S}=0} \frac{\delta^2 \Gamma[\mathcal{F}]}{\delta \psi_\gamma(z) \delta \bar{\psi}_\beta(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} = \delta_{\alpha\beta} \delta^{(4)}(x - y) \Rightarrow$$

$$\mathcal{S}_{\alpha\beta}(x, y) = i \frac{\delta^2 \mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta \eta_\alpha(x) \delta \bar{\eta}_\beta(y)} \Big|_{\mathcal{S}=0} = \left(\frac{\delta^2 \Gamma[\mathcal{F}]}{\delta \psi_\alpha(x) \delta \bar{\psi}_\beta(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} \right)^{-1}, \quad (2.44b)$$

e

$$i \int d^4 z \frac{\delta^2 \mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta \chi_a(x) \delta \chi_c^*(z)} \Big|_{\mathcal{S}=0} \frac{\delta^2 \Gamma[\mathcal{F}]}{\delta \xi_c(z) \delta \xi_b^*(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} = \delta_{ab} \delta^{(4)}(x - y) \Rightarrow$$

$$\mathcal{G}_{ab}(x, y) = i \frac{\delta^2 \mathcal{G}[\mathcal{S}]}{\delta \chi_a(x) \delta \chi_b^*(y)} \Big|_{\mathcal{S}=0} = \left(\frac{\delta^2 \Gamma[\mathcal{F}]}{\delta \xi_a(x) \delta \xi_b^*(y)} \Big|_{\mathcal{F}=0} \right)^{-1} \quad (2.44c)$$

sendo que na relação do propagador fermiônico, foi explicitado o índice espinorial.

2.5 Regras de Feynman da QCD

Novamente, a partir da funcional geradora de funções de Green da QCD, eq. (2.28), podemos reescrever o lagrangiano como a soma de uma parte livre e outra de interação, obtidas expandindo os termos do lagrangiano. Temos então

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(0)} + \mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(1)}, \quad (2.45)$$

onde a parte livre é

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(0)} = \mathcal{L}_{\text{G}}^{(0)} + \mathcal{L}_{\text{FP}}^{(0)} + \mathcal{L}_{\text{F}}^{(0)}, \quad (2.46)$$

$$\mathcal{L}_{\text{G}}^{(0)} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) (\partial^\mu A^{a\mu} - \partial^\nu A^{a\nu}) - \frac{1}{2\alpha} (\partial^\mu A_\mu^a)^2, \quad (2.47a)$$

$$\mathcal{L}_{\text{FP}}^{(0)} = (\partial^\mu \chi^{a*}) (\partial_\mu \chi^a), \quad (2.47b)$$

$$\mathcal{L}_{\text{F}}^{(0)} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad (2.47c)$$

onde os índices G, FP e F correspondem à parte livre de calibre, do campo de Faddeev-Popov e dos férmions, respectivamente. A parte de interação, por sua vez, é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(1)} = & -\frac{g}{2} f^{abc} (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a) A^{b\mu} A^{c\nu} - \frac{g^2}{4} f^{abe} f^{cde} A_\mu^a A_\nu^b A^{c\nu} A^{d\mu} \\ & - g f^{abc} (\partial^\mu \chi^{a*}) \chi^b A_\mu^c + g \bar{\psi} T^a \gamma^\mu A_\mu^a \psi \end{aligned} \quad (2.48)$$

A parte livre dos campos de calibre, $\mathcal{L}_G^{(0)}$, pode ser reescrita, supondo que os campos sejam nulos no infinito, da seguinte forma,

$$\begin{aligned}
 \int d^4x \mathcal{L}_G^{(0)} &= \int d^4x \left\{ -\frac{1}{2} [(\partial_\mu A_\nu^a)(\partial^\mu A^{a\nu}) - (\partial_\mu A_\nu^a)(\partial^\nu A^{a\mu})] - \frac{1}{2\alpha} (\partial^\mu A_\mu^a)(\partial^\nu A_\nu^a) \right\} = \\
 &= -\frac{1}{2} \int d^4x \left\{ -A_\nu^a \square A^{a\nu} + A_\nu^a (\partial_\mu \partial^\nu) A^{a\mu} - \frac{1}{\alpha} A^{a\mu} (\partial_\mu \partial_\nu) A^{a\nu} \right\} = \\
 &= -\frac{1}{2} \int d^4x A_\mu^a \left\{ \delta_{ab} \left[-g^{\mu\nu} \square + \left(1 - \frac{1}{\alpha} \right) \partial^\mu \partial^\nu \right] \right\} A_\nu^b = \\
 &= -\frac{1}{2} \int d^4x A_\mu^a K_{ab}^{\mu\nu} A_\nu^b.
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

onde $\square = \partial^\mu \partial_\mu$ é o D'Lambertiano e o operador $K_{ab}^{\mu\nu}$ é definido como o termo entre parêntesis na última equação. Note que da primeira para a segunda linha uma integração por partes foi feita.

Podemos usar a mesma estratégia com os outros termos livres, obtendo para cada um deles o seguinte:

- termo livre dos férmions, $\mathcal{L}_F^{(0)}$:

$$\int d^4x \mathcal{L}_F^{(0)} = - \int d^4x \bar{\psi} \Lambda \psi, \tag{2.50}$$

onde o operador Λ é

$$\Lambda = -i\gamma^\mu \partial_\mu + m \tag{2.51}$$

- termo dos campos de Faddeev-Popov, $\mathcal{L}_{FP}^{(0)}$:

$$\int d^4x \mathcal{L}_{FP}^{(0)} = - \int d^4x \chi^{a*} K_{ab} \chi^b, \tag{2.52}$$

onde o operador K_{ab} é

$$K_{ab} = \delta_{ab} \square \tag{2.53}$$

Assim, podemos definir a funcional geradora de funções de Green de campos livres como

$$Z_{\text{QCD}}^{(0)}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*] = Z_G^{(0)}[J] Z_F^{(0)}[\eta, \bar{\eta}] Z_{FP}^{(0)}[\xi, \xi^*] \tag{2.54}$$

onde

$$Z_G^{(0)}[J] = \int [dA] \exp \left\{ i \int d^4x \int d^4y \left[-\frac{1}{2} A_\mu^a(x) K_{ab}^{\mu\nu}(x-y) A_\nu^b(y) \right] + i \int d^4x J^{a\mu}(x) A_{a\mu}(x) \right\} \quad (2.55a)$$

$$Z_F^{(0)}[\eta, \bar{\eta}] = \int [d\psi][d\bar{\psi}] \exp \left\{ i \int d^4x \int d^4y [-\bar{\psi}(x) \Lambda(x-y) \psi(y)] + \int d^4x [\bar{\psi}(x) \eta(x) + \bar{\eta}(x) \psi(x)] \right\} \quad (2.55b)$$

$$Z_{FP}^{(0)}[\xi, \xi^*] = \int [d\chi][d\chi^*] \exp \left\{ i \int d^4x \int d^4y [-\chi^{a*}(x) K_{ab}(x-y) \chi^b(y)] + \int d^4x [\chi^{a*}(x) \xi^a(x) + \xi^{a*}(x) \chi^a(x)] \right\}, \quad (2.55c)$$

e sendo que nas equações acima, nos operadores $K_{\mu\nu}^{ab}$, K_{ab} e Λ foi incluída uma função delta de Dirac,

$$K_{ab}^{\mu\nu}(x-y) = \delta^{(4)}(x-y) K_{ab}^{\mu\nu}$$

$$\Lambda(x-y) = \delta^{(4)}(x-y) \Lambda$$

$$K_{ab}(x-y) = \delta^{(4)}(x-y) K_{ab}$$

Se definirmos agora os operadores inversos de $K_{\mu\nu}^{ab}$, K_{ab} e Λ por

$$\int d^4z K_{ac}^{\mu\lambda}(x-z) g^{\lambda\rho} D_{\rho\nu}^{cb}(z-y) = \delta^{ab} g_{\mu\nu} \delta^{(4)}(x-y), \quad (2.56a)$$

$$\int d^4z K^{ac}(x-z) G^{cb}(z-y) = \delta^{ab} \delta^{(4)}(x-y), \quad (2.56b)$$

$$\int d^4z \Lambda(x-z) S(z-y) = \delta^{(4)}(x-y), \quad (2.56c)$$

então podemos calcular as integrais funcionais em eq. (2.55a), (2.55b) e (2.55c), resultando em (multiplicado por constantes irrelevantes),

$$Z_G^{(0)}[J] = \exp \left\{ \frac{i}{2} \int d^4x d^4y J^{a\mu}(x) D_{\mu\nu}^{ab}(x-y) J^{b\nu}(y) \right\}, \quad (2.57)$$

$$Z_F^{(0)}[\eta, \bar{\eta}] = \exp \left\{ i \int d^4x d^4y \bar{\eta}(x) S(x-y) \eta(y) \right\}, \quad (2.58)$$

$$Z_{FP}^{(0)}[\xi, \xi^*] = \exp \left\{ i \int d^4x d^4y \chi^{a*}(x) G^{ab}(x-y) \chi^b(y) \right\} \quad (2.59)$$

Segue diretamente da definição de funções de Green (eq. (2.20)) que

$$\langle 0 | T [A_\mu^a(x) A_\nu^b(y)] | 0 \rangle = \frac{(-i)^2}{Z_G^{(0)}[J=0]} \frac{\delta^2 Z_G^{(0)}[J]}{\delta J_\mu^a(x) \delta J_\nu^b(y)} \Bigg|_{J=0} = D_{\mu\nu}^{ab}(x-y), \quad (2.60)$$

$$\langle 0 | T [\bar{\psi}(x) \psi(y)] | 0 \rangle = \frac{(-i)^2}{Z_F^{(0)}[\eta, \bar{\eta}=0]} \frac{\delta^2 Z_F^{(0)}[\eta, \bar{\eta}]}{\delta \bar{\eta}(x) \delta \eta(y)} \Bigg|_{\substack{\bar{\eta}=0, \\ \eta=0}} = S(x-y), \quad (2.61)$$

$$\langle 0 | T [\chi^{a*}(x) \chi^b(y)] | 0 \rangle = \frac{(-i)^2}{Z_{FP}^{(0)}[\xi, \xi^*=0]} \frac{\delta^2 Z_{FP}^{(0)}[\xi, \xi^*]}{\delta \chi^{a*}(x) \delta \chi^b(y)} \Bigg|_{\substack{\xi=0, \\ \xi^*=0}} = G^{ab}(x-y), \quad (2.62)$$

ou seja, as inversas correspondem aos propagadores.

A partir de um resultado de cálculo variacional [1], podemos reescrever a funcional geradora de funções de Green, eq. (2.28) como,

$$\begin{aligned} Z_{\text{QCD}}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*] &= \int [dA][d\psi][d\bar{\psi}][d\chi][d\chi^*] \times \\ &\exp \left\{ i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(1)} \left(\frac{\delta}{i\delta J^{a\mu}}, \frac{\delta}{i\delta \xi^{a*}}, \frac{\delta}{i\delta(-\xi^a)}, \frac{\delta}{i\delta \bar{\eta}}, \frac{\delta}{i\delta(-\eta)} \right) \right\} \times \\ &Z_{\text{QCD}}^{(0)}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*]. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Se agora fizermos a substituição dos resultados anteriores na equação acima, vamos obter uma série que vai gerar os diversos diagramas de Feynman,

$$Z_{\text{QCD}}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*] = \left\{ 1 + \int d^4x \mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(1)} \left(\frac{\delta}{i\delta J^{a\mu}}, \dots \right) + \dots \right\} Z_{\text{QCD}}^{(0)}[J, \eta, \bar{\eta}, \xi, \xi^*]. \quad (2.64)$$

Note que a notação

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}}^{(1)} \left(\frac{\delta}{i\delta J^{a\mu}}, \dots \right),$$

significa que substituímos na expressão do lagrangiano de interação, as variáveis pelas derivadas funcionais indicadas, portanto a expressão acima deve ser interpretada como um operador.

Após os propagadores, que são as funções de Green de dois pontos, temos os vértices que são funções de Green de três pontos. O primeiro caso a ser considerado é o vértice de três glúons. Este é obtido a partir da expressão, que somente contém termos que envolvam os campos de calibre,

$$i \int d^4x \left(-\frac{g}{2} \right) f^{abc} \left(\partial_\mu^x \frac{\delta}{i\delta J^{a\mu}} - \partial_\nu^x \frac{\delta}{i\delta J^{a\nu}} \right) \frac{\delta}{i\delta J_\mu^b} \frac{\delta}{i\delta J_\nu^c} Z_G^{(0)}, \quad (2.65)$$

sendo que $Z_G^{(0)}$ é dado pela eq. (2.57). Após um longo cálculo obtem-se, para a função de Green de três pontos,

$$G_{\mu\nu\rho}^{(3)abc}(x, y, z) = (-i)^2 \frac{\delta^3}{\delta J^{a\mu}(x) \delta J^{b\nu}(y) \delta J^{c\rho}(z)} \int d^4x' \left(-\frac{g}{2}\right) f^{abc} \times \left(\partial_\mu^{x'} \frac{\delta}{i\delta J^{a\mu}} - \partial_\nu^{x'} \frac{\delta}{i\delta J^{a\nu}} \right) \frac{\delta}{i\delta J_\mu^b} \frac{\delta}{i\delta J_\nu^c} Z_G^{(0)}[J] \Big|_{J=0} \quad (2.66)$$

a seguinte expressão,

$$G_{\mu\nu\rho}^{(3)abc}(x, y, z) = g f^{a'b'c'} \int d^4x' \left\{ \partial_{\mu'} D_{\nu'\mu}^{a'a}(x' - x) - \partial_{\nu'} D_{\mu'\mu}^{a'a}(x' - x) \right\} \times D_\nu^{b'b\mu'}(x' - y) D_\rho^{c'c\nu'}(x' - z) + [bca] + [cab]_{\nu\rho\mu}, \quad (2.67)$$

onde os dois últimos termos são permutações cíclicas nos índices indicados. Podemos prosseguir identificando no lagrangiano de interação eq. (2.48) todos os termos que envolvam, em ordem mais baixa, produtos de campos. Estes termos permanecem quando calculamos as funções de Green de três e quatro pontos.

Após longos cálculos, as expressões obtidas no espaço de configuração podem ser convertidas para o espaço de momento através de uma transformada de Fourier. Por exemplo, a partir da relação do propagador do glúon e sua inversa eq. (2.56a), encontrar-se para os coeficientes da transformada de Fourier,

$$D_{\mu\nu}^{ab}(x - y) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot (x-y)} \delta^{ab} D_{\mu\nu}(k) \Rightarrow \quad (2.68)$$

$$D_{\mu\nu}^{ab}(x - y) = \delta^{ab} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik \cdot (x-y)}}{k^2} \left(g_{\mu\nu} - (1 - \alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right), \quad (2.69)$$

sendo que o mesmo pode ser feito com os diferentes vértices. Nas expressões resultantes podemos eliminar os propagadores das pernas externas, obtendo então as seguintes expressões para funções de Green truncadas para a QCD, como mostrado na tabela 2.1.

Na tabela 2.1, as funções $V_{\mu\nu\rho}(k_1, k_2, k_3)$ e $W_{\mu\nu\rho\eta}^{abcd}$ são definidas por

$$V_{\mu\nu\rho}(k_1, k_2, k_3) = (k_1 - k_2)_\rho g_{\mu\nu} + (k_2 - k_3)_\mu g_{\nu\rho} + (k_3 - k_1)_\nu g_{\rho\mu}, \quad (2.70)$$

$$W_{\mu\nu\rho\eta}^{abcd} = \left(f^{aca'} f^{bda'} - f^{ada'} f^{cba'} \right) g_{\mu\nu} g_{\rho\eta} + \left(f^{aba'} f^{cda'} - f^{ada'} f^{bca'} \right) g_{\mu\rho} g_{\nu\eta} + \left(f^{aca'} f^{dca'} - f^{aba'} f^{cda'} \right) g_{\mu\eta} g_{\rho\nu}. \quad (2.71)$$

Propagador do glúon		$\frac{\delta^{ab}}{k^2} \left(g_{\mu\nu} - (1 - \alpha) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right)$
Propagador do fantasma		$-\frac{\delta^{ab}}{k^2}$
Propagador do quark		$\frac{\delta_{ij}}{m - \not{p}}$
Vértice de 3 glúons		$-igf^{abc}V_{\mu\nu\rho}(k_1, k_2, k_3)$
Vértice de 4 glúons		$-g^2W_{\mu\nu\rho\eta}^{abcd}$
Vértice glúon-fantasma		$-igf^{abc}k_\mu$
Vértice glúon-quark		$g\gamma_\mu T_{ij}^a$

Tabela 2.1: Regras de Feynman para a QCD. Nos vértices, os momentos estão todos entrando.

2.6 A constante de acoplamento forte

Na seção anterior, a constante de acoplamento entre quarks e glúons é considerada constante. Contudo, esta constante é modificada se considerarmos correções radioativas (diagramas com um laço (“loop”)) em cada uma das partes do vértice quark-glúon. Estas correções incluem os termos de correção da polarização do vácuo, as correções na auto-energia do quark e as correções do vértice, mostradas na figura (2.3). Para uma revisão do cálculo da constante de acoplamento forte bem como uma coleção de dados experimentais ver [13].

Assim, no total temos, no vértice, duas correções para a auto-energia do quark, quatro correções de polarização de vácuo no propagador do glúon e três correções do vértice por si mesmo.

Entretanto, após um longo cálculo, é possível constatar que as correções são divergentes [1, 2, 12], sendo necessário regularizá-las e renormalizá-las [14]. Usualmente, o esquema de renormalização das integrais é o dimensional, enquanto que o esquema de renormalização empregado é o minimal ou o minimal modificado [1, 14].

Após um longo cálculo, a soma das correções resulta em uma modificação efetiva no

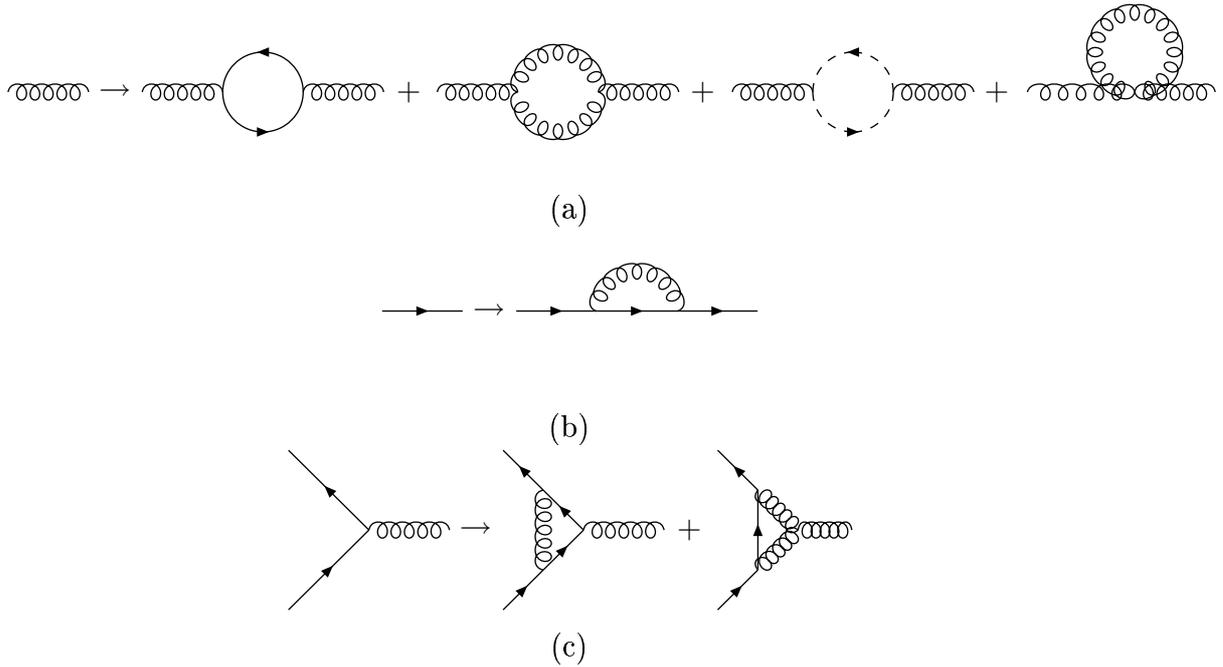


Figura 2.3: Diagramas de Feynman que contribuem, em primeira ordem, para as correções radioativas ao vértice quark-glúon. Na figura (a), os termos de polarização do vácuo; na figura (b), o termo de auto-energia do quark e na figura (c), as correções de vértice.

acoplamento quark-glúon, sendo que as correções de ordem mais alta (mais de um laço) podem ser somadas por uma série geométrica. A expressão resultante para o acoplamento é avaliada em uma escala de energia μ , de modo a evitar divergências e eliminar a dependência de quantidades dependentes do esquema de renormalização. No entanto, o acoplamento efetivo não depende deste momento e do acoplamento neste ponto, somente de uma única escala de momento, Λ , resultando em

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (2.72)$$

onde

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$$

para 3 cores com n_f sendo o número de férmions.

As correções de mais alta ordem podem ser consideradas a partir da expansão da função β , da qual β_0 (ver expressão acima) é o coeficiente de ordem mais baixa. A expressão da função β é [12]

$$-\beta(\alpha_s(\tau)) = b_0\alpha_s^2(\tau) + b_1\alpha_s^3(\tau) + \dots, \quad (2.73)$$

onde

$$\tau = \log \frac{Q^2}{\mu^2}.$$

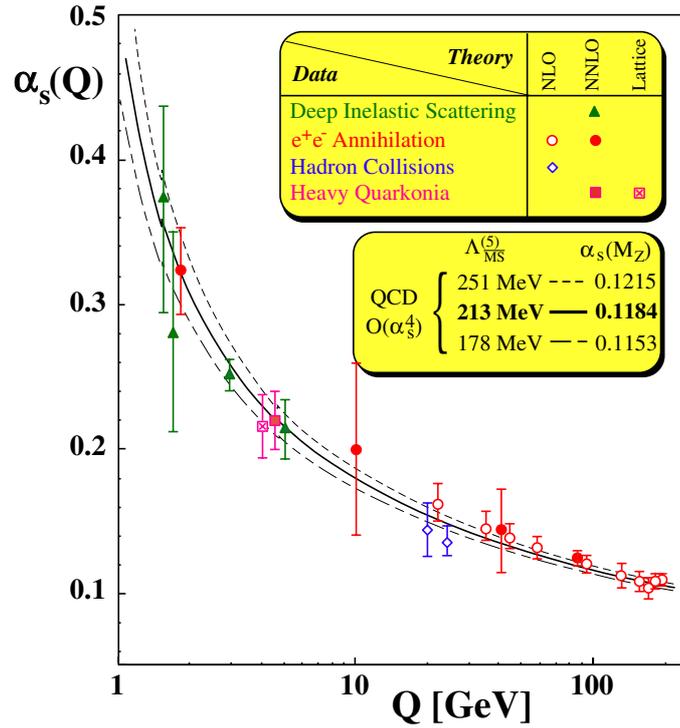


Figura 2.4: Figura com medidas experimentais para diferentes processos (ver texto) para a constante de acoplamento com a comparação com o ajuste teórico. Figura de [13].

Os coeficientes b_i são, para as duas primeiras ordens,

$$b_0 = \frac{\beta_0}{4\pi}, \quad b_1 = \frac{1}{16\pi^2} \frac{(306 - 38n_f)}{3}, \quad (2.74)$$

resultando para a constante de acoplamento [12],

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \left\{ 1 - \frac{\beta_1 \log \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}{\beta_0^2 \log\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \right\}. \quad (2.75)$$

Um sumário com algumas medidas experimentais para a constante de acoplamento está na figura (2.4), onde fica claro o comportamento decrescente com a escala de energia da constante de acoplamento forte. Os processos dos dados são espalhamento profundamente inelástico, aniquilamento de pares elétron-positron, colisões hadrônicas, e decaimento de mésons pesados.

2.7 Conclusões

Neste capítulo foi realizada uma revisão da teoria de campos das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (QCD). A partir do lagrangiano, a QCD foi quantizada pelo método das integrais de caminho, sendo encontradas as regras de Feynman da mesma, a partir das expressões das funções de Green. Com as regras de Feynman, os resultados para os cálculos das correções radioativas para o vértice quark-glúon são resumidamente apresentados. Estas correções resultam em uma constante de acoplamento dinâmica, cujo comportamento leva ao fenômeno da liberdade assintótica, essencial para o cálculo perturbativo em QCD.

Capítulo 3

A QCD Não Perturbativa

3.1 Introdução

A QCD é uma teoria bem sucedida no regime de altas energias, onde a expansão perturbativa pode ser empregada. Dentre os processos que são bem descritos pela QCD, podemos destacar, o espalhamento profundamente inelástico lépton-hádrion, a produção de jatos, aniquilação de pares elétron-pósitron [12]. Entretanto, uma grande gama de processos encontra-se fora do intervalo de validade da expansão perturbativa, como, por exemplo, o estudo dos estados ligados de hádrons ou interações de longa distância. Portanto, para descrevermos estes processos, emprega-se métodos não-perturbativos que, embora utilizem aproximações nem sempre rigorosas, tem obtido um relativo sucesso. Os principais métodos não perturbativos empregados são as *equações de Dyson-Schwinger* [15, 16], a *teoria de campo na rede* [17] e as *regras de soma* (para uma introdução veja [2]). Vamos revisar as principais características (vantagens e desvantagens) destes métodos, em especial os dois primeiros.

3.2 As equações de Dyson-Schwinger

As funções de Green obtidas nas seções anteriores satisfazem as equações de movimento da teoria, obtidas do lagrangiano, eq. (2.29). Dyson [18] e Schwinger [19] derivaram um sistema de equações integrais acopladas, relacionando as funções de Green de uma teoria entre elas. O resultante sistema de infinitas equações é conhecido como equações de Dyson-Schwinger¹, ou simplesmente EDS's. Resolver este sistema de equações significa resolver toda a teoria, já que ao resolver as EDS's teremos determinadas todas as funções

¹Na literatura também se encontra a forma equivalente: equações de Schwinger-Dyson.

de Green de n -pontos da teoria. Entretanto, somente com determinadas aproximações, visto que o sistema é infinito, poderemos obter algumas soluções para algumas poucas funções de Green, em especial, os propagadores e vértices. Tais aproximações incluem a *truncagem* do sistema de equações em um certo número de pernas externas a funções de Green – comumente, 4 pernas, que correspondem às equações de Bethe-Salpeter de estados ligados [20]. Como veremos, o truncamento necessariamente leva à introdução de um *ansatz* para as funções omitidas. A informação perdida no truncamento pode ser mantida ou mesmo restaurada ao se requerer algumas propriedades da teoria, tais como simetrias locais e globais, renormalização e analiticidade. Em geral, as soluções encontradas na literatura, incluem as identidades de Ward-Takahashi para a QED ou, no caso da QCD, as identidades de Slavnov-Taylor.

A partir da equação (2.64), podemos realizar uma expansão em séries de potências no acoplamento, resultando nos mesmos resultados da QCD perturbativa. Entretanto, não há a necessidade de fazermos a expansão perturbativa se estamos interessados em quantidades não-perturbativas. Começamos notando que a integral funcional de uma derivada funcional é nula [14], mas somente se a medida invariante de integração é invariante frente à transformação de campos (em notação genérica: ϕ_i é um conjunto de campos quaisquer) $\phi_i(x) \rightarrow \phi'_i(x) = \phi_i(x) + \Lambda_i(x)$,

$$0 = \int [d\phi] \frac{\delta}{\delta\phi_i(x)} \exp \left(iS[\phi] + i \int d^4z j_k(z)\phi_k(z) \right), \quad (3.1)$$

onde $S[\phi_j]$ é uma ação genérica dos campos $\phi_i(x)$ e $j_i(x)$ são as fontes destes campos. A integral funcional acima pode ser calculada, de forma semelhante ao cálculo da integral (2.63), resultando em

$$\left(\frac{\delta}{\delta\phi_i(x)} S \left[\frac{\delta}{i\delta j} \right] + j_i(x) \right) \mathcal{Z}[j] = 0, \quad (3.2)$$

sendo que $\mathcal{Z}[j]$ é a correspondente funcional geradora que funções de Green completas, logo a equação acima corresponde a um conjunto de j equações para as funções completas de Green. O mesmo raciocínio pode ser usado para as funções de Green conectadas e próprias, resultando em, respectivamente [16],

$$\frac{\delta S}{\delta\phi_i(x)} \left[\frac{\delta\mathcal{G}[j]}{i\delta j} + \frac{\delta}{i\delta j} \right] + j_i(x) = 0, \quad (3.3)$$

e

$$\frac{\delta\Gamma[\phi]}{\delta\phi_i(x)} - \frac{\delta S}{\delta\phi_i(x)} \left[\phi + \frac{\delta^2\mathcal{G}[j]}{\delta j \delta j} \frac{\delta}{\delta\phi} \right] = 0 \quad (3.4)$$

Desta observação podemos derivar as EDS's de uma teoria qualquer. Para o particular caso da QCD, vamos ter o seguinte conjunto de equações (simplificadas) [16]:

- para o propagador do fantasma,

$$(\mathcal{D}_G^{-1})^{ab}(k) = -\delta^{ab}k^2 + g^2 f^{acd} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} i k^\mu \mathcal{D}_G^{ce}(q) G^{\nu,efb}(q, k) \mathcal{D}_{\mu\nu}^{df}(k - q), \quad (3.5)$$

onde $G_\nu^{efb}(q, k)$ é o vértice entre fantasma-glúon (ver figura 3.1);

- para o propagador do quark,

$$\mathcal{S}^{-1}(k) = (-ik^\mu \gamma_\mu + m) + g^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} t^a \gamma^\mu \mathcal{S}(q) \Gamma^{\nu,b}(q, k) \mathcal{D}_{\mu\nu}^{ab}(k - q), \quad (3.6)$$

onde $\Gamma_\nu^b(q, k)$ é o vértice quark-glúon (ver figura 3.1);

- e para o propagador do glúon,

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1ab}(p) &= \mathcal{D}_{(0)\mu\nu}^{-1ab}(p) \\ &+ \frac{1}{2} \int d^4q d^4k \Gamma_{\mu\alpha\beta}^{(0)acd}(p, -q, -k) \mathcal{D}_{\beta\gamma}^{de}(k) \mathcal{D}_{\alpha\delta}^{cf}(q) \Gamma_{\nu\gamma\delta}^{bef}(-p, k, q) \\ &+ \frac{1}{2} \int d^4q_1 d^4q_2 \Gamma_{\mu\nu\alpha\beta}^{(0)abcd}(p, -p, -q_1, q_2) \mathcal{D}_{\alpha\beta}^{cd}(q_1) \\ &+ \frac{1}{6} \int d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3 \Gamma_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(0)acde}(p, -k_1, -k_2, -k_3) \\ &\quad \times \mathcal{D}_{\alpha\lambda}^{cm}(k_1) \mathcal{D}_{\beta\sigma}^{dl}(k_2) \mathcal{D}_{\gamma\rho}^{ek}(k_3) \Gamma_{\nu\rho\sigma\lambda}^{bklm}(p, k_3, k_2, k_1) \\ &+ \frac{1}{2} \int d^4k_1 d^4k_2 d^4k_3 d^4k_4 \\ &\quad \times \Gamma_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(0)acde}(p, -k_1, -k_2, -k_3) \mathcal{D}_{\alpha\rho}^{ck}(k_1) \mathcal{D}_{\beta\lambda}^{dm}(k_2) \mathcal{D}_{\gamma\delta}^{ep}(k_3) \\ &\quad \times \Gamma_{\rho\sigma\lambda}^{klm}(k_1, -k_4, k_2) \mathcal{D}_{\sigma\kappa}^{lq}(k_4) \Gamma_{\nu\delta\kappa}^{bpq}(-p, k_3, k_4) \\ &+ \int d^4q d^4k \Gamma_{\mu}^{(0)a}(p, q, k) \mathcal{S}(-q) \mathcal{S}(k) \Gamma_{\nu}^b(-p, k, q) \\ &+ \int d^4q d^4k \Gamma_{\mu}^{(0)acd}(p, q, k) G^{de}(-q) G^{fc}(k) \Gamma_{\nu}^{bef}(-p, k, q), \quad (3.7) \end{aligned}$$

onde as funções $\Gamma^{(0)}$ com três e quatro índices correspondem aos vértices nus de três e quatro glúons, respectivamente, enquanto que Γ refere-se ao vértice completo de três e quatro glúons, dependendo do número de índices (ver figura (3.2)).

3.3 O comportamento do propagador do glúon

O emprego das equações de Dyson-Schwinger no estudo do comportamento na região infravermelha do propagador do glúon tem uma longa história. Para uma revisão dos

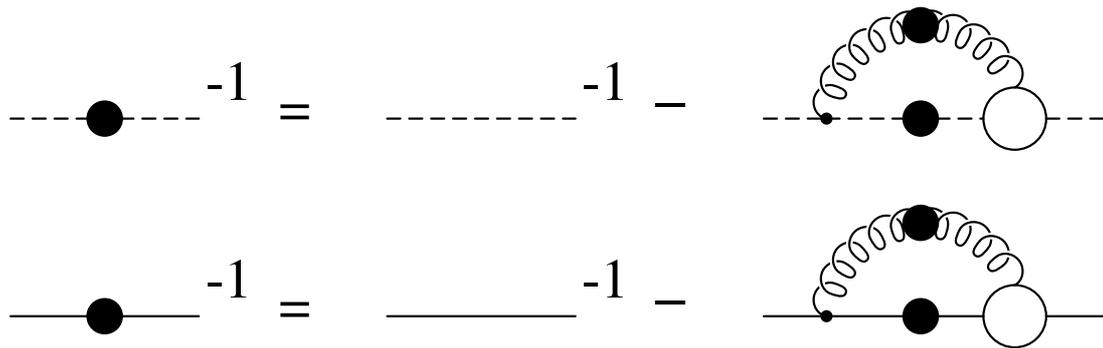


Figura 3.1: Forma diagramática para a equação de Dyson-Schwinger para o propagador do fantasma (acima) e do quark (abaixo). As linhas sólidas são quarks; as espirais, os glúons e as quebradas, os fantasmas. Figuras de [16].

estudos do propagador do glúon antes de 1990, o trabalho de Hädicke [21] é uma boa referência. Para uma revisão mais recente o trabalho de Alkofer e Von Smekal [16] é uma excelente referência.

Como já foi comentado, pela estrutura das equações de Dyson-Schwinger – um infinito sistema de equações integrais não-lineares acopladas – é necessário empregar algum esquema de truncagem do sistema de equações, ou seja, considerar-se somente um certo número de funções de Green da teoria (normalmente funções de 4 pernas, como o vértice de 4 glúons, por exemplo). Como o sistema foi simplificado, de alguma forma devemos reintroduzir a informação omitida pela truncagem. Isto é feito incluindo no sistema a ser resolvido as identidades de Slavnov-Taylor (IST), o equivalente na QCD das identidades de Ward-Takahashi da QED. O sistema resultante comumente é um sistema de equações integrais não-lineares acopladas, cuja solução só é possível, na maioria dos casos, por métodos numéricos.

Entretanto existem muitos métodos e aproximações diferentes existentes na literatura, constatado pelo grande número de citações encontrados nos trabalhos de revisão citados acima. Portanto, uma revisão extensiva detalhada das aproximações não será feita, mas vamos analisar os principais resultados e suas características.

Pode-se classificar os diferentes propagadores encontrados na literatura em duas classes gerais: uma em que o glúon é *confinado* e outra que ele é *confinante* [16]. No primeiro caso, o propagador é suprimido no infravermelho, significando fenomenologicamente que o glúon não propaga por grandes distâncias. Este é o caso de um propagador que não possui um pólo (singularidade) quando o momento tende a zero, caso de um propagador puramente massivo, por exemplo.

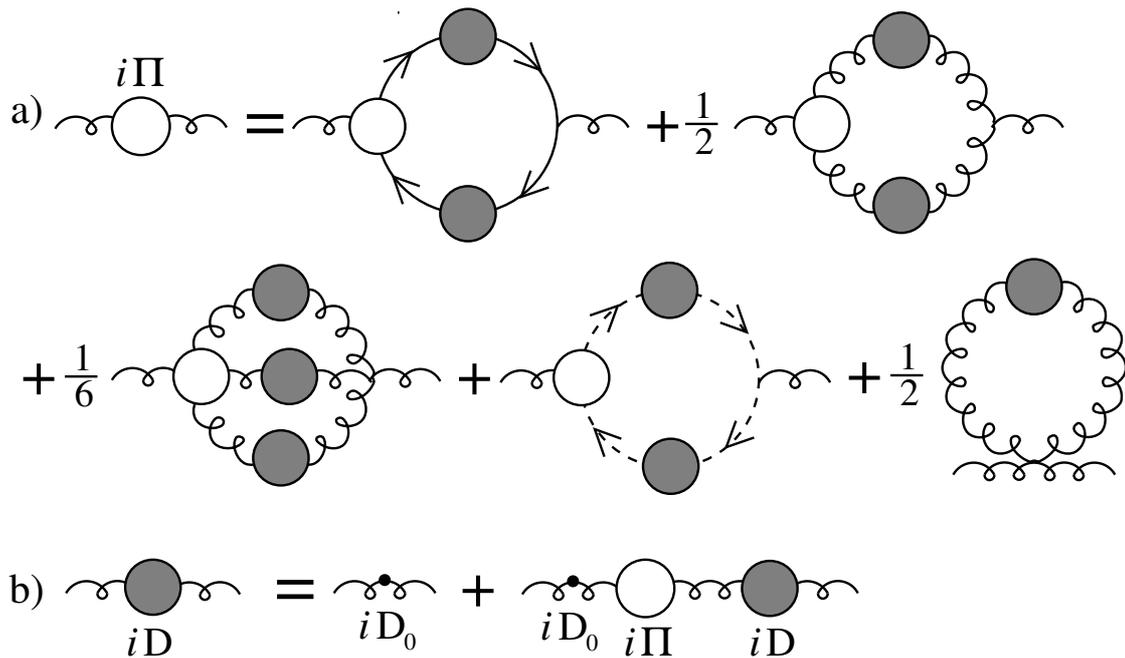


Figura 3.2: Forma diagramática para a equação de Dyson-Schwinger para o propagador do glúon. O termo $\Pi_{\mu\nu}$ é o tensor polarização do vácuo. As linhas sólidas são quarks; as espirais, os glúons e as quebradas, os fantasmas. Figura de [15].

Um propagador confinante, ao contrário, tem as correlações infravermelhas aumentadas. Este aumento está relacionado com o confinamento dos quarks, pois se o propagador for mais singular que $1/k^4$ (mais singular que um pólo de uma partícula sem massa), ele gera um potencial linearmente decrescente entre os quarks, o que leva ao confinamento. Apesar de ser bem sucedido fenomenologicamente ao descrever o confinamento pelo mecanismo de escravidão infravermelha (“*infrared slavery*”), o modelo do propagador confinante possui sérios problemas conceituais relacionados com a extração da singularidade do propagador quando o momento se anula [16].

Muito embora o estudo do propagador do glúon esteja relacionado com o problema do confinamento, existem outros problemas na QCD que envolvem o propagador do glúon. Um exemplo é a forma funcional do próprio propagador do quark, incluindo a geração dinâmica de massa e a quebra espontânea da simetria quiral [22, 23, 24, 25].

3.3.1 As equações de Dyson-Schwinger no Calibre Axial

Sobre o propagador do glúon – uma quantidade dependente do calibre – veremos que os trabalhos encontrados na literatura basicamente se utilizam do calibre de Landau e do

calibre axial, apesar dos problemas apresentados por ambos; o primeiro com a existência dos fantasmas e o segundo com a existência de singularidades dependentes de calibre.

O método utilizado para o estudo do propagador do glúon comum a ambos calibres denomina-se *técnica de calibre* (“*gauge technique*”) e pode ser resumido como [21]: escolhe-se um *ansatz* para o propagador e insere-se na correspondente EDS, que resulta em uma equação integral que pode ser resolvida de forma auto-consistente. Necessita-se também de alguma informação sobre os vértices envolvidos na EDS original, sempre satisfazendo EDS de ordem superior. Normalmente, esta informação é dada utilizando-se as identidades de Slavnov-Taylor.

Os estudos do propagador do glúon no calibre axial foram muito populares. Dentre os trabalhos encontrados na literatura pode-se destacar os trabalhos de Baker, Ball e Zachariasen (BBZ) [26, 27, 28], de Alekseev [29] e de Cudell e Ross [30].

O calibre axial caracteriza-se pela seguinte condição (imposta a eq. (2.23)),

$$G^a(A) = n_\mu A^{\mu a} \quad (3.8)$$

onde n_μ é um quadrivetor arbitrário ($n^\mu n_\mu > 0$). Devido à escolha deste vetor arbitrário, a simetria de Lorentz (covariância da teoria) é quebrada. Outra desvantagem deste particular calibre é a complicada estrutura tensorial do propagador do glúon,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}^{ab}(q) = \delta^{ab} [F_1(q, \gamma) M_{\mu\nu}(q, n) + F_2(q, \gamma) N_{\mu\nu}(q, n)], \quad (3.9)$$

onde

$$M_{\mu\nu}(q, n) = g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu n_\nu + q_\nu n_\mu}{(n \cdot q)} + \frac{n^2 q_\mu q_\nu}{(nq)^2}, \quad (3.10a)$$

$$N_{\mu\nu}(q, n) = g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2}, \quad (3.10b)$$

e as funções F_1 e F_2 dependem ainda do chamado parâmetro de gauge, γ ,

$$\gamma = \frac{(nq)^2}{n^2 q^2}. \quad (3.11)$$

Note-se que também podemos ter singularidades adicionais no denominador do propagador quando $q \cdot n = 0$. O propagador livre, $D_{\mu\nu}^{ab}$ é obtido ao escolher-se $F_1 = -1/q^2$ e $F_2 = 0$. Uma grande vantagem do calibre axial é o desacoplamento dos fantasmas de Faddeev-Popov na teoria, simplificando muito o número de diagramas de Feynman que contribuem para o cálculo.

A equação de Dyson-Schwinger para o propagador do glúon é

$$i\mathcal{D}_{\mu\nu}^{ab} = iD_{\mu\nu}^{ab} + iD_{\mu\sigma}^{ac} i\Pi_{ac}^{\sigma\rho} i\mathcal{D}_{\sigma\nu}^{cb} \quad (3.12)$$

onde Π é o tensor de polarização do vácuo e D é o propagador nu do glúon. A equação acima corresponde ao diagrama (b) da figura (3.2).

No calibre axial, o tensor de polarização do vácuo é transversal. Além disto, a estrutura tensorial do vértice de quatro glúons desaparece quando a contração $n_\mu \Pi_{\mu\nu}$ é feita, logo as equações integrais são bastante simplificadas, somente contribuindo os dois primeiros e o último diagrama da figura (3.2). Pode-se ainda desprezar as contribuições provenientes dos laços de quark, eliminando assim também o primeiro diagrama da figura (3.2).

Na equação integral resultante das considerações acima, restaria determinar a estrutura do vértice de três glúons. Isto é feito pela identidade de Slavnov-Taylor. Como os campos fantasmas se desacoplam no calibre axial, a estrutura das identidades de Slavnov-Taylor para o vértice de três glúons torna-se

$$p_\lambda \Gamma_{\lambda\mu\nu}^3(p, q, r) \mathcal{D}_{\mu\rho}(q) \mathcal{D}_{\nu\sigma}(r) = \mathcal{D}_{\rho\sigma}(r) - \mathcal{D}_{\rho\sigma}(q), \quad (3.13)$$

que especifica a parte longitudinal do vértice mas não a transversal, que permanece desconhecida. Baker, Ball e Zachariasen fizeram o seguintes *ansatz*: desprezaram completamente a parte transversal, assumem que o propagador completo tem a mesma estrutura tensorial que o propagador livre, o que corresponde a $F_2 = 0$ e resolvem a identidade acima, propondo para o vértice a seguinte estrutura,

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}^3(p, q, r) = \Xi_{\lambda\mu\nu}(p, q, r) + \Xi_{\mu\nu\lambda}(q, r, p) + \Xi_{\nu\lambda\mu}(r, p, q), \quad (3.14)$$

onde

$$\begin{aligned} \Xi_{\lambda\mu\nu}(p, q, r) = & \delta_{\lambda\mu} \left[\frac{p_\nu}{p^2 F_1(p^2, \gamma_p)} - \frac{q_\nu}{q^2 F_1(q^2, \gamma_q)} \right] + \left[\frac{1}{p^2 F_1(p^2, \gamma_p)} - \frac{1}{q^2 F_1(q^2, \gamma_q)} \right] \times \\ & [p \cdot q \delta_{\lambda\mu} - q_\lambda p_\mu] \frac{q_\nu - p_\nu}{p^2 - q^2}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

A solução da equação integral para $F_1(q, \gamma)$ encontrada comporta-se assintoticamente como

$$F_1(p^2, \gamma_p) \stackrel{p^2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{p^4}, \quad F_1(p^2, \gamma_p) \stackrel{p^2 \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{p^2 [\ln p^2]^{-11/16}}, \quad (3.16)$$

que corresponde ao anteriormente discutido comportamento do tipo k^{-4} no infravermelho, que resulta em confinamento.

Embora o resultado final seja coerente com estudos de confinamento, existem algumas críticas a este resultado: não é claro se perdeu-se informação ao desprezar contribuições que envolvam laços de maior ordem; pelas mesmas razões, a parte transversal pode ter alguma contribuição.

Outro tipo de aproximação empregada no calibre axial, é a empregada por Delbourgo e outros [31, 32] em que utiliza-se a representação espectral do propagador [20], reescrito da seguinte forma,

$$\mathcal{D}_{ab}^{\mu\nu}(q) = \delta^{ab} \left[\int dw \frac{\alpha(w, \gamma)}{q^2 - w} M_{\mu\nu}(q, \gamma) + \int dw \frac{\beta(w, \gamma)}{q^2 - w} N_{\mu\nu}(q, \gamma) \right], \quad (3.17)$$

onde a forma perturbativa corresponde à escolha $\alpha(w, \gamma) = -\delta(w)$ e $\beta(w, \gamma) = 0$. A equação integral agora é linear e é resolvida para as funções espectrais α e β usando, como no caso anterior, um *änsatz* para o vértice de três glúons. O resultado encontrado para o infravermelho é muito menos singular que o propagador de BBZ,

$$\mathcal{D}_{ab}^{\mu\nu}(q) \stackrel{q^2 \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{q^2 \ln(q^2)} \delta^{ab} M_{\mu\nu}(q). \quad (3.18)$$

Novamente, esta aproximação possui um sério problema, não obedecendo a identidade de Slavnov-Taylor.

Atkinson e outros [33] argumentam que um *änsatz* que leva a uma equação linear não satisfaz a IST e tentaram satisfazer, mesmo que parcialmente, a identidade. O resultado encontrado concide com o de BBZ.

Entretanto, o maior problema envolvendo o propagador do glúon no calibre axial é sua discrepância com os mais recentes resultados de simulações numéricas na rede (ver próxima seção), no que se refere ao comportamento no infravermelho, o que levou a um relativo abandono deste calibre para estudos de EDS nos últimos anos.

3.3.2 A solução de Cornwall

Cornwall, em uma série de artigos [34, 35, 36, 37], estudou a formação de uma massa dinâmica para o glúon, sem a quebra espontânea de simetria local da QCD (ou seja a massa não é gerada pelo mecanismo de Higgs (para uma introdução ver [20]) e portanto não existem partículas extras no espectro da teoria). Como já discutido na Introdução, atribuir uma massa pura para o glúon apresenta uma série de inconvenientes, embora tenha atrativos fenomenológicos, como veremos. Cornwall se valeu de uma técnica de ressonância dos diagramas de Feynman, ordem a ordem na teoria de perturbação, denominada de técnica de pinçagem (“*pinch technique*”) [40]. Esta técnica gera um conjunto de diagramas de Feynman invariante de calibre resultando em um conjunto de EDSs, que juntamente com as identidades de Ward e com a renormalização do resultado encontrado, fornecem um propagador que possui algumas características muito adequadas: ele incorpora o comportamento ultravioleta correto, de acordo com o grupo de renormalização, ou seja, a

massa dinâmica se anula para grandes valores de momento; quando o momento se anula, o propagador não diverge e tampouco se anula, sendo finito.

Inicialmente, Cornwall empregou o calibre do cone de luz (caso particular do calibre axial em que $n_\mu A^{a\mu} = 0$ e $n^2 = 0$) se valendo do fato que neste calibre os fantasmas de Faddeev-Popov se desacoplam e não contribuem. Como a técnica de pinçagem é independente de calibre, a escolha inicial não influenciará o resultado final. A equação para o propagador no espaço euclidiano é [35]

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^{-1}(q^2) = \mathcal{D}^{-1}(0) + q^2 & \left\{ K + b g^2 \int_0^{q^2/4} dz \mathcal{D}(z) \sqrt{1 - \frac{4z}{q^2}} \right\} \\ & + \frac{b g^2}{11} \int_0^{q^2/4} dz z \mathcal{D}(z) \sqrt{1 - \frac{4z}{q^2}}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

onde

$$\mathcal{D}^{-1}(0) = \frac{3 b g^2}{11 \pi^2} \int d^4 k \mathcal{D}(k^2) \quad (3.20)$$

e a constante K é fixada impondo a condição de renormalização,

$$\mathcal{D}^{-1}(\mu^2) = \mu^2, \quad \mu^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$$

Ainda na eq. (3.19), b é coeficiente em ordem principal da função β , $b = (33 - 2n_f)/48\pi^2$ e g é a constante de acoplamento forte.

A eq. (3.19) é resolvida numericamente e Cornwall usa, com um excelente ajuste ao resultado numérico, a seguinte função teste,

$$\mathcal{D}^{-1}(q^2) = [q^2 + m^2(q^2)] b g^2 \ln \left[\frac{q^2 + 4 m^2(q^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right], \quad (3.21)$$

sendo que,

$$m^2(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln \left(\frac{q^2 + 4 m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}{\ln \left(\frac{4 m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)} \right]^{-12/11}. \quad (3.22)$$

Esta solução somente é válida se $m_g > \Lambda_{\text{QCD}}/2$. Para fixar os parâmetros, Cornwall utilizou o resultado acima juntamente com o valor esperado do condensado de glúons encontrando $m_g \approx (2 \pm 0,5) \Lambda_{\text{QCD}}$ com $\Lambda_{\text{QCD}} = 300$ MeV. A partir das comparações com quantidades mensuráveis, como por exemplo a massa de bolas de grude (“glueballs”) e o valor do condensado de glúon [38, 39], Cornwall sugere um glúon com massa $m_g = 500 \pm 200$ MeV.

3.3.3 As Equações de Dyson-Schwinger no Calibre de Landau

Para o estudo do propagador do glúon, podemos empregar o calibre covariante. Uma série de estudos neste calibre, em particular no calibre de Landau, iniciou-se com o trabalho de Mandelstam [41], seguindo-se os trabalhos de Bar-Gadda [42], Atkinson [43] e Brown e Pennington [44, 45].

O calibre covariante caracteriza-se pela seguinte condição de fixação de liberdade de calibre (ver eq. (2.23)),

$$G^a(A) = \partial_\mu A^{\mu a}(x). \quad (3.23)$$

Uma primeira vantagem desta escolha é a estrutura relativamente simples para o propagador do glúon,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}^{ab}(q) = -\frac{\delta^{ab}}{q^2} \left[P_{\mu\nu}(q) \frac{1}{1 + \Pi(q)} + \kappa \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right], \quad (3.24)$$

onde $P_{\mu\nu}(q)$ é o denominado tensor transversal,

$$P_{\mu\nu}(q) = g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}, \quad (3.25)$$

e $\Pi(q)$ está conectado com o tensor de polarização do vácuo,

$$\Pi_{\mu\nu}^{ab}(q) = -q^2 \delta^{ab} P_{\mu\nu}(q) \Pi(q). \quad (3.26)$$

No calibre de Landau ($\kappa \rightarrow 0$), o propagador do glúon somente possui sua parte transversal,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu}^{ab}(q) = \frac{F(q)}{q^2} \delta^{ab} P_{\mu\nu}(q), \quad (3.27)$$

onde a função $F(q)$ corresponde a um ansatz a $-[1 + \Pi(q)]^{-1}$.

Todavia, como no calibre axial, o calibre de Landau apresenta uma série de problemas. Em primeiro lugar, como já foi mencionado, os fantasmas não se desacoplam da teoria e, portanto, eles contribuem para a teoria. Então, em relação ao calibre axial, na figura (3.2), o quarto diagrama da figura contribui. Uma primeira consequência da presença dos fantasmas é a estrutura do vértice de três glúons, que agora é da forma,

$$q^\mu \Gamma_{\mu\nu\sigma}^{abc}(q, p, k) [1 + \mathcal{B}(q)] = G_{\nu\rho}^{abc}(p, k) \{ [k^2 g_\sigma^\rho - k_\sigma k^\rho] F^{-1}(k) - [p^2 g_\sigma^\rho - p_\sigma p^\rho] F^{-1}(p) \}, \quad (3.28)$$

onde $\mathcal{B}(q)$ é a função de auto-energia dos fantasmas e $G_{\nu\rho}^{abc}(p, k)$ é o vértice próprio fantasma-glúon. Outro problema significativo, é não poder eliminar de forma simples os diagramas de mais laços. Embora as diferentes aproximações na literatura os descartem, não há argumentos sólidos que ratifiquem a aproximação. Afinal, os diagramas desprezados podem ter partes essenciais para a teoria. Os diagramas que envolvem os fantasmas

são necessários para manter a condição de transversalidade do propagador do glúon e não poderiam ser descartados. No entanto, no nível de um laço, o cálculo perturbativo do laço de fantasmas dá uma contribuição pequena à polarização de vácuo, portanto a sua eliminação (espera-se) não altera os resultados significativamente. Com estas aproximações, somente os dois primeiros termos da figura (3.2) contribuem. Pode-se simplificar ainda mais se eliminarmos os laços fermiônicos, permanecendo somente o diagrama com o vértice de três glúons, sendo esta a aproximação de Brown e Pennington [44, 45].

No trabalho pioneiro de Mandelstam foram empregadas as seguintes aproximações: todos os diagramas de um e dois laços foram mantidos e no segundo diagrama da figura (3.2), o propagador inferior do laço é trocado por um propagador nu. Entretanto, a IST não é satisfeita, embora o resultado encontrado por Mandelstam,

$$F(q) \stackrel{q^2 \rightarrow 0}{\propto} q^{-2}, \quad (3.29)$$

seja confirmado por outros autores [44, 45].

Os outros trabalhos no calibre de Landau citados também encontram basicamente o mesmo comportamento. Atkinson *et al.* [43] analisaram o resultado de Mandelstam e encontraram pólos no plano complexo do momento que tornam problemática a rotação de Wick para o espaço euclidiano, devido às aproximações empregadas. Os mesmos autores usam uma função de vértice modificada, que obedece mesmo que parcialmente a IST e encontram um resultado semelhante ao acima, muito embora os propagadores dos fantasmas utilizados sejam os perturbativos. Um refinamento da aproximação de Mandelstam, em que um vértice de três glúons como o empregado por BBZ é utilizado por Brown e Pennington [44, 45] também obtendo-se o mesmo resultado.

Entretanto, esta aproximação não reproduz exatamente o resultado do comportamento ultravioleta do propagador do glúon em comparação com a teoria perturbativa e o grupo de renormalização, mas isto devido novamente à aproximação empregada.

Brown e Pennington [44, 45] somente usam o segundo diagrama do lado direito da figura (3.2) e adotam as seguintes aproximações: reescreve-se o vértice próprio fantasma-glúon como

$$G^\mu(k, q, r) = r_\nu G_{\mu\nu}(k, q, r),$$

então, pela estrutura transversal do propagador do glúon neste calibre, quando o momento se anula, temos que

$$\begin{aligned} G_{\mu\lambda}(k, q, r) D_{\lambda\nu}^{-1}(r) &\approx D_{\mu\nu}^{-1}(r), \\ G_{\mu\lambda}(k, q, r) D_{\lambda\nu}^{-1}(q) &\approx D_{\mu\nu}^{-1}(q), \end{aligned}$$

simplificando a IST. Além disto, se colocarmos $\mathcal{B}(q) = 0$, a IST se reduz à forma do calibre axial, eq. (3.13). A IST é resolvida por

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}^3(p, q, r) = \Theta_{\lambda\mu\nu}(p, q, r) + \Theta_{\mu\nu\lambda}(q, r, p) + \Theta_{\nu\lambda\mu}(r, p, q), \quad (3.30)$$

com

$$\Theta_{\lambda\mu\nu}(p, q, r) = \delta_{\lambda\mu} \left[\frac{p_\nu}{D^\Pi(p^2)} - \frac{q_\nu}{D^\Pi(q^2)} \right] + \frac{1}{p^2 - q^2} \left[\frac{1}{D^\Pi(p^2)} - \frac{1}{D^\Pi(q^2)} \right] (p_\mu q_\lambda - p \cdot q \delta_{\lambda\mu}) (p_\nu - q_\nu), \quad (3.31)$$

e com

$$D^\Pi(p^2) = [1 + \Pi(p^2)]^{-1}.$$

A equação integral resultante possui divergências ultravioletas e infravermelhas. As primeiras são eliminadas utilizando quantidades renormalizadas pela forma usual [14]. As últimas são contornadas pela aplicação da prescrição “+” da teoria de distribuições,

$$\int_0^\infty dx \left(\frac{1}{x} \right)_+ \phi(x, y) = \int_0^\infty dx \frac{1}{x} [\phi(x, y) - \theta(y - x)\phi(0, y)]. \quad (3.32)$$

A solução para a quantidade renormalizada $D_R^\Pi(p^2)$ é

$$D_R^\Pi(p^2) = \frac{A\mu^2}{p^2} + D_\infty^\Pi(p^2) \sum_{n=1}^{N_f} a_n \left[\frac{p^2}{p^2 + p_0^2} \right]^{nb}, \quad (3.33)$$

onde

$$D_\infty^\Pi(p^2) = \left(1 + \frac{\alpha(\mu)}{d_M \pi} \ln \left[1 + \frac{p^2}{\mu^2} \right]^{-28/53} \right)^{-1} \quad (3.34)$$

com μ sendo o ponto de renormalização e A , p_0 , a_n e b são determinados por autoconsistência com a equação integral. Os mesmos autores refinam o seu resultado, incluindo laços fermiônicos, usando um “*ansatz*” para o vértice de três glúons. Os resultados obtidos indicam que os laços fermiônicos suprimem a singularidade infravermelha do propagador do glúon, ou seja, o comportamento de duplo pólo da eq. (3.29) é removido ao acrescentar correções vindo de laços fermiônicos. O preço a pagar é a inclusão do propagador de quark, que também tem, de um modo geral, os mesmos problemas do propagador do glúon.

3.3.4 A solução de Alkofer, Hauck e von Smekal

Os trabalhos de Alkofer, Hauck e von Smekal [16, 46, 47, 48] baseiam-se na aproximação empregada por Mandelstam [41], Atkinson [43], Brown e Pennington [44, 45], usando o

calibre de Landau e as mesmas aproximações, ou seja, ignoram-se as contribuições de vértices de quatro glúons (por serem independentes do momento) e pelo uso de IST para a estrutura dos vértices restantes, além de desconsiderarem também férmions e laços fermiônicos. A diferença para os estudos anteriores é o estudo do efeito da inclusão dos fantasmas nas EDS resultantes e a obtenção simultânea dos propagadores de glúon e de fantasma. A EDS renormalizada para o propagador de glúon, com as aproximações acima, no espaço euclidiano com métrica positiva e com os índices de cor suprimidos é [47]

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{\mu\nu}^{-1}(k) = & Z_3 (\mathcal{D}_{\mu\nu}^{(0)}(k))^{-1} + \\ & \frac{g^2 N_c Z_1}{2} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma_{\mu\rho\alpha}^{(0)}(k, -p, q) \mathcal{D}_{\alpha\beta}(q) \mathcal{D}_{\rho\sigma}(p) \Gamma_{\beta\sigma\mu}(-q, p, -k) \\ & - g^2 N_c \tilde{Z}_1 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} i q_\mu \mathcal{D}_G(p) \mathcal{D}_G(q) G_\mu(q, p), \end{aligned} \quad (3.35)$$

onde $p = k + q$, $\mathcal{D}^{(0)}$ e $\Gamma^{(0)}$ são as contribuições à nível de árvore do propagador do glúon e do vértice de três glúons, respectivamente; \mathcal{D}_G é o propagador do fantasma e Γ e G são as funções completas de vértice de três pontos de três glúons e de glúon-fantasma, respectivamente.

Ao contrário do propagador do glúon, a equação do propagador do fantasma não sofre com nenhuma truncagem ou aproximação, sendo

$$\mathcal{D}_G^{-1}(k) = -\tilde{Z}_3 k^2 + g^2 N_c \tilde{Z}_1 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} i k_\mu \mathcal{D}_{\mu\nu}(k - q) G_\nu(k, q) \mathcal{D}_G(q). \quad (3.36)$$

As equações acima estão renormalizadas segundo as seguintes definições para os propagadores e para o acoplamento nus,

$$\tilde{Z}_3 \mathcal{D}_G \equiv \mathcal{D}_G^{(0)}, \quad Z_3 \mathcal{D}_{\mu\nu} \equiv \mathcal{D}_{\mu\nu}^{(0)}, \quad Z_g g \equiv g_0,$$

sendo que

$$Z_1 = Z_g Z_3^{3/2}, \quad \tilde{Z}_1 = Z_g Z_3^{1/2} \tilde{Z}_3,$$

juntamente com a escolha $\tilde{Z}_1 = 1$ [47].

Os propagadores são parametrizados da seguinte forma,

$$\mathcal{D}_{\mu\nu} = \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \frac{Z(k^2)}{k^2}, \quad (3.37)$$

$$\mathcal{D}_G(k) = -\frac{G(k^2)}{k^2}, \quad (3.38)$$

onde G e Z são as funções de renormalização dos respectivos propagadores.

Para completar o sistema de equações, em que as funções incógnitas serão G e Z , é necessário introduzir alguma forma para os vértices de fantasma e glúon e de três glúons.

O primeiro é construído a partir de sua IST (esta derivada utilizando a invariância Becchi-Rouet-Stora [47]), descartando termos que dependam de acoplamentos de quatro glúons e termos transversos a todos os momentos dos glúons, resultando em

$$G_\mu(p, q) = iq_\mu \frac{G(k^2)}{G(p^2)} + ip_\mu \left(\frac{G(k^2)}{G(p^2)} - 1 \right), \quad (3.39)$$

para o vértice de fantasma e glúon e

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu\rho}(p, q, k) &= \frac{1}{2}A_+(p^2, q^2, k^2)\delta_{\mu\nu}i(p-q)_\rho + \frac{1}{2}A_-(p^2, q^2, k^2)\delta_{\mu\nu}i(p+q)_\rho \\ &+ \frac{A_-(p^2, q^2, k^2)}{p^2 - q^2}(\delta_{\mu\nu}(p \cdot q) - p_\nu q_\mu)i(p-q)_\rho + \text{permt. cicl.}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

sendo

$$A_\pm(p^2, q^2, k^2) = \frac{G(k^2)G(q^2)}{G(p^2)Z(p^2)} \pm \frac{G(k^2)G(p^2)}{G(q^2)Z(q^2)}$$

A solução numérica do sistema de equações integrais acopladas não é obtida diretamente [48] e sim empregando as seguintes aproximações: para momentos $q^2 < k^2$, $G[(k-q)^2] \approx G(k^2)$ e $Z[(k-q)^2] \approx Z(k^2)$ e para $q^2 > k^2$, todos os momentos são substituídos por q^2 . As equações (3.35) e (3.36) tornam-se então

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z(k^2)} &= Z_3 + \frac{Z_1 g^2}{16\pi^2} \left\{ \int_0^{k^2} \frac{dq^2}{k^2} \left(\frac{7q^4}{2k^4} - \frac{17q^2}{2k^2} - \frac{9}{8} \right) Z(q^2)G(p^2) + \right. \\ &\quad \left. \int_{k^2}^{\Lambda_{\text{UV}}^2} \frac{dq^2}{q^2} \left(\frac{7k^2}{8q^2} - 7 \right) Z(q^2)G(q^2) \right\} \\ &+ \frac{g^2}{16\pi^2} \left\{ \int_0^{k^2} \frac{dq^2}{k^2} \frac{3q^2}{2k^2} G(k^2)G(q^2) - \frac{1}{3}G^2(k^2) + \frac{1}{2} \int_{k^2}^{\Lambda_{\text{UV}}^2} \frac{dq^2}{q^2} G^2(q^2) \right\}, \end{aligned} \quad (3.41a)$$

$$\frac{1}{G(k^2)} = \tilde{Z}_3 - \frac{9g^2}{64\pi^2} \left\{ \frac{1}{2}Z(k^2)g(k^2) + \int_{k^2}^{\Lambda_{\text{UV}}^2} \frac{dq^2}{q^2} Z(q^2)G(q^2) \right\}, \quad (3.41b)$$

onde foi introduzido um corte ultravioleta para eliminar divergências ultravioletas, sendo absorvidas nas constantes de renormalização [47].

O comportamento infravermelho do propagador é obtido requerendo que quando $x \equiv k^2 \rightarrow 0$ então $Z(x)g(x) \rightarrow cx^\kappa$ com $\kappa \neq 0$ e para alguma constante c . Este “*ansatz*” implica para que ambas as funções G e Z sejam definidas positivas então κ deve obedecer $0 < \kappa < 2$. O comportamento encontrado para a função do glúon, para $x \rightarrow 0$ é

$$Z(x) \rightarrow \frac{81g^2}{256\pi^2} \left(\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{2} \right)^2 \left(\frac{3}{4-2\kappa} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4\kappa} \right)^{-1} c^2 x^{2\kappa}, \quad (3.42)$$

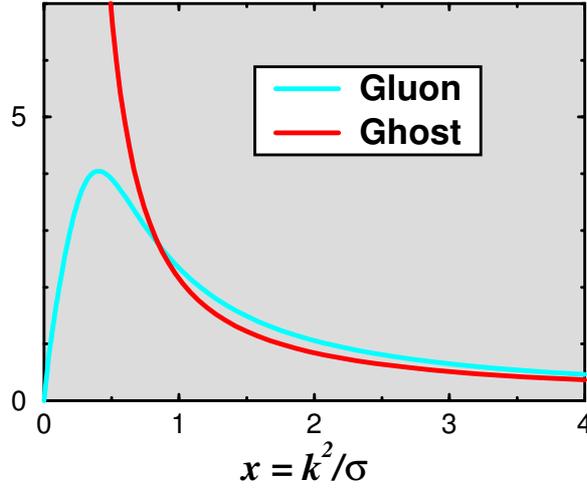


Figura 3.3: Gráfico das soluções para a função de renormalização do glúon, Z , e do fantasma, G , encontradas por von Smekal, Alkofer e Hauck. Figura de [16].

sendo que $\kappa \simeq 0.92$. Em comparação com os estudos anteriores no calibre de Landau, onde o comportamento infravermelho do propagador do glúon é determinado pelo vértice de três glúons, a conclusão que von Smekal, Alkofer e Hauck obtém é que o comportamento dominante do propagador renormalizado tem origem principalmente nas contribuições do fantasma. O comportamento obtido para o propagador do fantasma com um forte aumento no infravermelho, acaba por suprimir fortemente o propagador do glúon na mesma região cinemática, como vemos na figura (3.3).

3.3.5 A solução de Häbel *et al.*

Para a obtenção do comportamento infravermelho das funções de Green, Stingl [49] e Häbel e outros [50, 51] utilizam um método completamente diferente. Partindo do fato que a QCD tem uma série de vértices próprios superficialmente divergentes (quark, Γ_{qq} ; glúon, Γ_{gg} ; fantasma, Γ_{ff} ; auto-energias, quark-glúon, Γ_{qqg} , três glúons, Γ_{ggg} ; quatro glúons, Γ_{gggg} e glúon-fantasma, Γ_{gfg}) é obtido um conjunto de EDS na forma genérica,

$$\Gamma^i = g^2 \Phi[\{\Gamma\}], \quad (3.43)$$

onde g é o acoplamento e Φ é uma funcional dos vértices, $\{\Gamma\} = \{\Gamma_{qq}, \Gamma_{gg}, \Gamma_{ff}, \Gamma_{qqg}, \Gamma_{ggg}, \Gamma_{gggg}, \Gamma_{gfg}\}$. A teoria perturbativa resolve este sistema de equações de forma iterada, a

partir de uma solução livre, $\Gamma_p^{(0)}$, e desenvolvendo uma série de potências,

$$\Gamma_p^i = \Gamma_p^{i(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} g^{2n} \Gamma_p^{n(0)}, \quad (3.44)$$

sendo que a primeira iteração é obtida por

$$g^2 \Phi[\Gamma_p^{(0)}] \equiv g^2 \Gamma_p^{(1)} + \mathcal{O}(g^4). \quad (3.45)$$

A principal idéia do método aqui empregado é não abandonar completamente o esquema do cálculo perturbativo. A solução para as equações acima continuam sendo uma série de potências no acoplamento, sendo que os vértices tem uma dependência não analítica no acoplamento. Para calcular a solução uma forma deve ser dada para a parte não-perturbativa na ordem mais baixa, $\Gamma_{np}^{(0)} = \Gamma^{(0)} - \Gamma_p^{(0)}$ e requerer que reproduza-se sob iteração,

$$g^2 \Phi[\Gamma^{(0)}] = \Gamma_n^{(0)} p + g^2 \Gamma^{(1)} + \mathcal{O}(g^4), \quad (3.46)$$

no que resulta em um sistema truncado de EDS que pode ser resolvido de forma autoconsistente.

Häbel e outros, em primeiro lugar, estudaram o conjunto de equações obtidas pelo método acima para a auto-energia do fantasma, $b(k^2)$, e a função própria de Green do vértice glúon-fantasma, $G_{\mu\nu}(k, q, r)$, usando um “*ansatz*” do tipo razão de polinômios inicial para estas funções. Uma solução consistente encontrada é

$$b^{(0)}(k^2) = 0 \quad e \quad G_{\mu\nu}^{(0)}(k, q, r) = \delta_{\mu\nu}. \quad (3.47)$$

O resultado acima foi usado para o estudo das equações para o propagador e do vértice de três glúons. Novamente, os diagramas na fig. (3.2) para a equação para o tensor de polarização que contribuem são o segundo e o quarto, pois os laços fermiônicos foram desprezados e os vértices de quatro glúons são de ordem maior. Juntamente com a equação que envolve o vértice de três glúons e com o “*ansatz*” para o tensor de polarização,

$$q^2 \Pi^{(0)}(q^2) = c^2 + 2a^2 + \frac{b^4}{q^2 + c^2}, \quad (3.48)$$

onde a, b, c são parâmetros ajustáveis. A solução encontrada para o propagador do glúon na menor ordem é

$$\frac{D^{\Pi^{(0)}}(q^2)}{q^2} = \frac{1}{q^2[1 + \Pi^{(0)}(q^2)]} = \frac{q^2}{q^4 + b^4}, \quad (3.49)$$

ou seja, o propagador do glúon é nulo quando o momento é nulo. Estes autores e outros [52] argumentam que este é um propagador que representa glúons confinados pois não apresenta pólos no eixo real do tipo tempo no plano complexo de q^2 e permite uma interpretação do glúon como uma excitação instável que se fragmenta em hádrons antes de sua observação.

3.3.6 A solução de Gorbar e Natale

Em [53], Gorbar e Natale calcularam a energia do vácuo QCD a partir do potencial efetivo por operadores compostos [54], em que esta energia é função das massas (de quark e de glúon) envolvidas na teoria. Estas massas estão por sua vez relacionadas com os condensados de quark e glúon [38] de acordo com resultados de expansão de produto de operadores (OPE) [55]. Para que a energia de vácuo da QCD seja finita é necessário que a massa do glúon seja dinâmica [35]. Por outro lado, a energia de vácuo pode ser calculada como o traço do tensor energia-momento da teoria o que novamente resulta em uma dependência nas massas da teoria. Então é possível obter uma relação entre os condensados e as massas dinâmicas de quarks e glúons. No caso específico do glúon, para o cálculo de uma energia de vácuo para a QCD sem quarks, é empregado o propagador de glúon no calibre de Landau,

$$\mathcal{D}^{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i}{p^2 - \Pi(p^2)} \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right) \quad (3.50)$$

$$= -i\mathcal{D}(p^2) \left(g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \right), \quad (3.51)$$

onde Π é o tensor de polarização do glúon. Para este tensor é proposta a seguinte forma baseada na OPE,

$$\Pi(P^2) = \mu_g^2 \Theta(\chi\mu_g^2 - P^2) + \frac{\mu_g^4}{P^2} \Theta(P^2 - \chi\mu_g^2), \quad (3.52)$$

onde P^2 é o momento no espaço euclidiano e μ_g é dado por

$$\mu_g^2 = \sqrt{\frac{34\pi^2 N_C}{9(N_C^2 - 1)} \left\langle \frac{\alpha_s}{\pi} G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \right\rangle}, \quad (3.53)$$

com N_C sendo o número de cores da teoria e $\langle (\alpha_s/\pi) G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} \rangle$ o condensado de glúons, cujo valor é $0,01 \text{ GeV}^4$ [38]. O parâmetro χ é calculado a partir da expressão da energia de vácuo, sendo encontrado, $\chi \approx 0,966797$. Portanto, temos para o propagador,

$$\mathcal{D}(P^2) = \frac{1}{P^2 + \Pi(P^2)}. \quad (3.54)$$

3.3.7 A solução de Atkinson e Bloch

Atkinson e Bloch [56, 57] encontraram uma outra solução para os propagadores de glúon e fantasma, baseados no trabalho de Alkofer e outros. Atkinson e Bloch observaram que a proposta para o comportamento infravermelho para os fatores de forma para os propagadores (as funções Z e G nas eqs. (3.37) e (3.38)), especialmente o do fantasma é

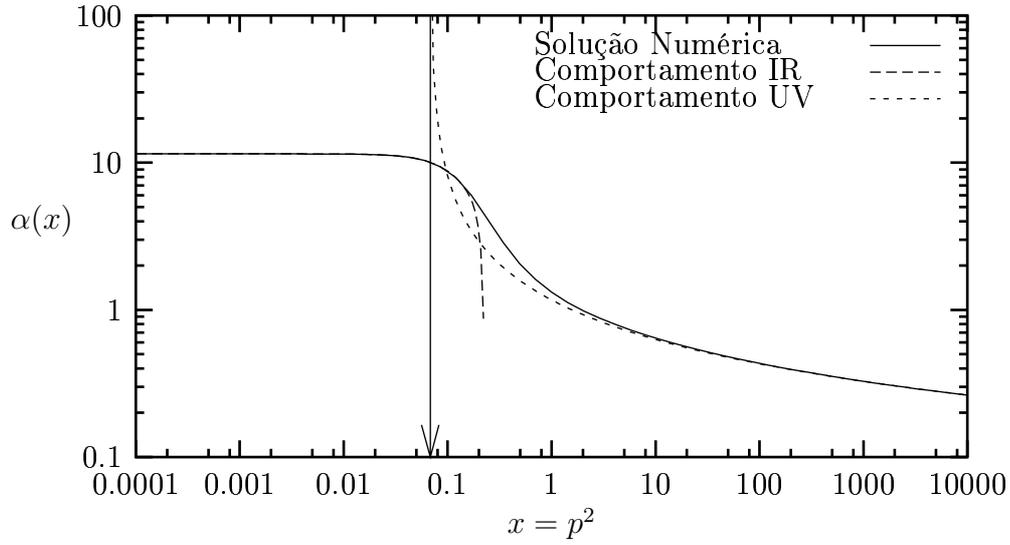


Figura 3.4: Comparação entre as aproximações assintóticas infravermelha e ultravioleta de Atkinson e Bloch para a constante de acoplamento e a solução numérica das equações integrais para os fatores de forma dos propagadores de glúon e fantasma. Figura de [56].

inconsistente com as EDS. A razão da inconsistência é a dificuldade em uma integração angular na equação para o fator de forma do fantasma. Atkinson e Bloch propõem uma solução para este problema e também em formas assintóticas (infravermelha e ultravioleta) para os fatores de forma. No caso do limite infravermelho, temos que [56],

$$Z(x) = A_0 x^{2\kappa} \left[1 + \sum_{i=1}^N f_i a_1^i x^{i\rho} \right], \quad (3.55a)$$

$$G(x) = B_0 x^{-\kappa} \left[1 + \sum_{i=1}^N g_i a_1^i x^{i\rho} \right], \quad (3.55b)$$

onde $x = p^2$ é o quadrado do momento e os parâmetros nas equações acima são determinados pelas EDS, obtendo-se os seguintes valores para os parâmetros (no caso do fator de forma do glúon): $A_0 = 1,0$; $A_1 = -10,27685$; $\kappa = 0,769479$; $\rho = 1,96964$; $f_1 = 1,0$; $f_2 = 0,408732$; $f_3 = -0,761655$.

Das mesmas soluções é possível obter expressões assintóticas para a constante de acoplamento, bem como um resultado numérico para a mesma. O resultado para o infravermelho é

$$\alpha_s(q^2) \stackrel{\text{IR}}{\sim} 4\pi\nu \left[1 - \sum_{k=1}^3 b_k \left(\frac{q^2}{\Omega^2} \right)^{k\rho} \right], \quad (3.56)$$

onde $\nu = 0,912771$; $\Omega^2 = 0,1864754$; $b_1 = -1$; $b_2 = 0,760753$ e $b_3 = -0,370785$, enquanto

que no ultravioleta temos

$$\alpha_s(q^2) \stackrel{\text{UV}}{\sim} \frac{4\pi}{4 \log\left(\frac{q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right)}, \quad (3.57)$$

com $\Lambda_{\text{QCD}}^2 = 0,06802 \text{ GeV}^2$. As soluções assintóticas para a constante de acoplamento são bastante satisfatórias em relação à solução numérica para uma ampla gama de valores de x , como a figura (3.4) ilustra.

3.3.8 Outras soluções para as EDSs

Nesta seção vamos revisar alguns outros métodos encontrados na literatura, distintos dos anteriormente revisados, que também fornecem alguma forma para o comportamento infravermelho do propagador do glúon.

A solução de Hädicke

Hädicke [21] utiliza o formalismo de campo de fundo [58] (“*background-field formalism*”) em que um campo adicional externo, B , é acrescentado na ação da QCD e relacionado com os fantasmas de Faddeev-Popov. A adição deste campo leva à uma redefinição da ação efetiva, Γ , que como consequência, leva a uma forma mais simples para as IST. A solução para o propagador obtida possui a forma analítica igual ao resultado no calibre axial de BBZ, mas com outros valores para os parâmetros que caracterizam o propagador.

A solução de Zwanziger e Gribov

A forma para o propagador do glúon encontrada por Häbel e colaboradores, eq. (3.49), também é sugerida pelo estudo de Zwanziger [52]. Neste trabalho, em simulações computacionais da rede (ver próxima seção) é argumentado que para eliminar completamente as cópias de Gribov [11] e para fixar univocamente os calibres de Landau e Coulomb, se introduz novos campos fantasmas (mantendo-se os campos de Faddeev-Popov). O resultado obtido é semelhante ao obtido por Gribov [11] usando considerações similares.

3.4 A teoria de campo na rede

3.4.1 Introdução

Enquanto que as EDS tem como característica o estudo analítico das propriedades infravermelhas da QCD, a *teoria de campo da rede* (para uma introdução ver [17, 59]) utiliza-se de outras idéias. Para o estudo de propriedades de longa distância da QCD, devemos regularizar a teoria de modo independente à expansão em diagramas de Feynman, sendo esta mais apropriada para acoplamentos fracos. Este esquema de regularização consiste em discretizar o espaço-tempo, passando de um infinito contínuo para um número discreto de graus de liberdade, ou seja, em vez de coordenadas contínuas emprega-se pontos discretos convenientemente escolhidos. Ao aumentarmos o número de pontos, espera-se que os resultados obtidos com a teoria de rede aproximem-se dos resultados contínuos. Este método pode ser relacionado com a mecânica estatística, permitindo o estudo de várias quantidades físicas de interesse, como por exemplo o espectro de energia, funções de correlação, usando simulações computacionais baseadas no método de Monte Carlo, por exemplo.

Existem duas propostas mais usadas para colocarmos uma teoria de campos na rede. A primeira, proposta por Wilson [60], denominada de formulação euclidiana, discretiza tanto as variáveis espaciais quanto a variável temporal. Após uma rotação de Wick para o espaço euclidiano, utiliza-se o formalismo usual de integrais de caminho. Este procedimento mantém algum vestígio da invariância de Lorentz e não necessita da introdução de termos que fixem a liberdade de calibre. Os comprimentos de onda menores que o dobro da rede não tem sentido, restringindo o momento das partículas a uma região limitada, fornecendo um esquema de corte (“*cut-off*”). A segunda, denominada de hamiltoniana, proposta por J. B. Kogut e L. Susskind [61], onde somente as variáveis espaciais são discretizadas. A teoria então é quantizada pelo método hamiltoniano canônico usual, tendo como vantagem o cálculo facilitado de certas quantidades, como o espectro de massa.

Entretanto, a teoria de campos na rede apresenta algumas características computacionais. Devido a limitações computacionais, o tamanho das redes de pontos ainda é relativamente pequeno, da ordem de 16^4 (um espaço-tempo $16 \times 16 \times 16 \times 16$ pontos). Outras características incluem: a violação da invariância de Lorentz (embora seja um problema contornável, pela utilização de uma rede não regular, gerada por métodos de Monte Carlo); o tamanho e o número de pontos da rede, pois pode-se utilizar uma rede com grandes distâncias entre os pontos para um maior espaço-tempo com um número menor de pontos, mas a aproximação seria grosseira, assim como no caso inverso, quando a rede tem uma menor distância entre os pontos, mas neste caso com um menor espaço englo-

bado; a métrica do espaço passa a ser euclidiana, em vez de minkowskiana, dificultando o cálculo de amplitudes de espalhamento, definidas no espaço de Minkovski; a quebra de invariância rotacional e translacional, mas as simetrias discretas são mantidas; o número de férmions é duplicado.

Apesar dos problemas, simulações de propriedades hadrônicas não-perturbativas fornecem excelentes resultados ao serem comparados com os resultados experimentais.

Para introduzir uma rede em QCD, começa-se com a transformação de calibre sobre campos espinoriais, mas agora sob a interpretação geométrica de um *transporte paralelo*, como na teoria da relatividade geral:

$$\begin{aligned}\psi(x + dx) &= (1 + dx^\mu D_\mu) \psi(x) \Rightarrow \\ &= [1 + dx^\mu (\partial_\mu - ig\mathbb{A}_\mu(x))] \psi(x) \Rightarrow \\ &= (1 + dx^\mu \partial_\mu) [1 - ig dx^\mu \mathbb{A}_\mu(x)] \psi(x).\end{aligned}\quad (3.58)$$

onde

$$\mathbb{A}_\mu(x) = \sum_{a=1}^8 T^a A_\mu^a(x),$$

O termo entre parentêsis é a contribuição proveniente da troca de posição, enquanto que o termo entre os colchetes é a contribuição do transporte paralelo. Esta expressão pode ser escrita, se considerarmos transformações infinitesimais, como

$$U(x + dx, x) = \exp(-ig\mathbb{A}_\mu(x)dx), \quad (3.59)$$

que denomina-se *conector* (“*link*”), enquanto que \mathbb{A}_μ é a *conexão*. Se haver diversos deslocamentos sucessivos, então reescreve-se a eq. (3.59) como

$$U_C(y, x) = \mathcal{P} \left\{ \exp \left(-ig \int_C \mathbb{A}_\mu(z) dz^\mu \right) \right\} \quad (3.60)$$

introduzindo o ordenamento de caminho, $\mathcal{P}\{\}$, definido como: $\mathbb{A}_\mu(x_1)$ ficará à direita de $\mathbb{A}_\mu(x_2)$ de o caminho chega antes em x_1 que x_2 . O ordenamento é necessário pois a conexão é não-abeliana, portanto o seu produto não comuta.

Introduzindo uma rede hipercúbica euclidiana em quatro dimensões com espaçamento a nas direções x , y , z e t , o conector entre dois pontos da rede torna-se

$$U(n, n + \hat{\mu}) = \exp \{ ig a T^a A_\mu^a(n) \} \quad (3.61)$$

onde n é um ponto qualquer de rede e $\hat{\mu}$ é uma direção na rede. Note que a última expressão é a contrapartida contínua da eq. (3.59). O conector mantém a unitariedade,

$$U(n, n + \hat{\mu})^\dagger = U(n, n + \hat{\mu})^{-1} = U(n + \hat{\mu}, n).$$

O conector se comporta, sob as transformações de calibre,

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = \Omega(x)\psi(x),$$

da seguinte forma,

$$U(x, y) \rightarrow U'(x, y) = \Omega(x)U(x, y)\Omega(y)^{-1}. \quad (3.62)$$

e portanto o produto de operadores ao longo do caminho fechado mais simples na rede ou “*plaquette*”,

$$U_P \equiv U(n, n + \hat{\mu}) U(n + \hat{\mu}, n + \hat{\mu} + \hat{\nu}) U(n + \hat{\mu} + \hat{\nu}, n + \hat{\nu}) U(n + \hat{\nu}, n) \quad (3.63)$$

é invariante de calibre. Portanto pode-se definir a ação dos campos de calibre como sendo

$$\mathcal{S} = -\frac{1}{2g^2} \sum_{\square} \text{tr} U_P, \quad (3.64)$$

onde a soma é sobre todas as *plaquettes*.

Considerando a última equação no limite contínuo, $a \rightarrow 0$, vê-se facilmente, a partir da definição de $U(n, n + \hat{\mu})$ e usando o teorema de Baker-Campell-Hausdorff,

$$e^{\mathbb{A}}e^{\mathbb{B}} = \exp \left\{ \mathbb{A} + \mathbb{B} + \frac{1}{2}[\mathbb{A}, \mathbb{B}] + \dots \right\},$$

(onde \mathbb{A} e \mathbb{B} são operadores) que

$$\begin{aligned} \mathcal{S} = & -\frac{1}{2g^2} \sum_{\square} \text{tr} \left\{ \exp \left[igaT^a \left[(A_{\nu}^a(n + \hat{\mu}) - A_{\nu}^a(n)) - (A_{\mu}^a(n + \hat{\nu}) - A_{\mu}^a(n)) \right] \right. \right. \\ & \left. \left. - ia^2g[T^a A_{\mu}^a(n), T^a A_{\nu}^a(n)] + \dots \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Usando a definição da derivada na rede,

$$\partial_{\mu} A_{\nu}^a(n) \equiv \frac{1}{a} [A_{\nu}^a(n + \hat{\mu}) - A_{\nu}^a(n)]$$

e do tensor de campo,

$$F_{\mu\nu}^a(n)T^a \equiv \partial_{\mu} A_{\nu}^a(n)T^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a(n)T^a - ig[A_{\mu}^a T^a, A_{\nu}^b T^b]$$

tem-se então,

$$\mathcal{S} = -\frac{1}{2g^2} \sum_{\square} \text{tr} \left\{ \exp \left[iga^2 F_{\mu\nu}^a(n)T^a + \dots \right] \right\}, \quad (3.66)$$

que, depois de expandir o expoente à primeira ordem e calculando o traço e usando

$$\int d^4x \iff a^4 \sum_{\square},$$

recupera-se o limite contínuo,

$$\mathcal{S} \sim \frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}.$$

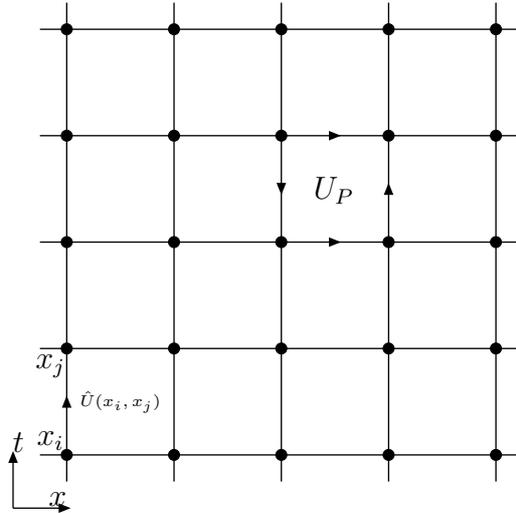


Figura 3.5: Representação de uma rede bidimensional. Os conectores entre os pontos de rede $U(n, n + \hat{\mu})$ são mostrados. O caminho elementar mais simples, a “*plaquette*” também é mostrado.

3.4.2 Férmiões na rede

Pode-se agora introduzir campos escalares e férmionicos na rede, a partir da definição da derivada e da identificação entre a soma de “*plaquettes*” e a integral. A partir da ação contínua de um campo escalar massivo com interação do tipo ϕ^4 ,

$$\mathcal{S} = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2} m^2 \phi^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right\}, \quad (3.67)$$

obtêm-se para o limite discreto a seguinte ação,

$$\mathcal{S}_n = \sum_{\square} a^4 \left(\frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^4 \frac{1}{a^2} (\phi_{n+\hat{\mu}} - \phi_n)^2 + \frac{1}{2} m^2 \phi_n^2 + \frac{\lambda}{4!} \phi_n^4 \right). \quad (3.68)$$

Para obter-se o propagador do campo escalar, passa-se para o espaço de momentos via transformada de Fourier,

$$\phi_n = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot n} \phi(k). \quad (3.69)$$

A integral pode ser truncada, pois comprimentos de onda menores que duas vezes o espaçamento da rede podem ser descartados. Toma-se, então

$$-\frac{\pi}{a} \leq k_\mu \leq \frac{\pi}{a}. \quad (3.70)$$

Tomando somente a parte livre da ação, $\lambda = 0$, tem-se, após a substituição da transformada de Fourier e algum cálculo, que a ação na rede é

$$\mathcal{S}_n = \frac{1}{2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\sum_{\mu} \frac{4}{a^2} \text{sen}^2 \left(\frac{ak_{\mu}}{2} \right) + m^2 \right] \phi(k) \phi(-k). \quad (3.71)$$

Logo identifica-se o propagador do campo escalar na rede como a inversa do termo entre colchetes na expressão acima. Apesar de não ser igual ao propagador contínuo, no limite de a e k pequeno e para k recupera-se a expressão original contínua do propagador.

Para os férmions, utilizam-se os mesmos passos, ou seja, tomando a derivada na rede,

$$\partial_{\mu} \psi \rightarrow \frac{1}{a} (\psi_{n+\hat{\mu}} - \psi_n), \quad (3.72)$$

e substituindo na ação férmionica,

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \int d^4 x \bar{\psi}(x) (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m) \psi(x) \Rightarrow \\ &= \sum_n \left[\frac{a^3}{2} \sum_{\mu=1}^4 \bar{\psi}_n \gamma^{\mu} (\psi_{n+\hat{\mu}} - \psi_{n-\hat{\mu}}) + ma^4 \bar{\psi}_n \psi_n \right], \end{aligned} \quad (3.73)$$

usando a transformada de Fourier,

$$\psi_n = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{ik \cdot n} \psi(k), \quad (3.74)$$

obtêm-se

$$\mathcal{S} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{\psi}(-k) \left[i \sum_{\mu} \gamma^{\mu} \frac{\text{sen}(ak_{\mu})}{a} + m \right] \psi(k). \quad (3.75)$$

Ao se analisar as expressões entre colchetes das equações (3.71) e (3.75), vê-se que ao tomar o limite contínuo, não se obtêm o mesmo comportamento dentro da região em que restringe-se o momento (a primeira zona de Brillouin). Enquanto a primeira expressão fornece o inverso do propagador no limite contínuo e com um só mínimo, enquanto que a segunda fornece dois mínimos adicionais dentro da primeira zona de Brillouin. Correspondentemente, tem-se o dobro de estados de férmions na rede.

Para resolver ou eliminar a duplicação de férmions na rede, existem diferentes propostas [17], mas todas apresentam algum tipo de problema específico. Uma proposta é acrescentar a mão o seguinte termo no lagrangiano,

$$\frac{1}{2a} \bar{\psi}_n (\psi_{n+\hat{\mu}} + \psi_{n-\hat{\mu}} - 2\psi_n),$$

no que resulta em uma ação modificada,

$$\mathcal{S} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \bar{\psi}(-k) \left[i \sum_{\mu} \gamma^{\mu} \frac{\text{sen}(ak_{\mu})}{a} + m - \sum_{\mu} \frac{\cos(ak_{\mu}) - 1}{a} \right] \psi(k), \quad (3.76)$$

em que o termo extra elimina os mínimos indesejados.

Na realidade, a existência da duplicação de férmions está relacionada com o problema da simetria quiral [59]. Quando regulariza-se o problema da duplicação, ele violará a simetria quiral, enquanto que na rede, a simetria quiral é uma simetria exata para férmions sem massa, logo não há anomalia. Mas o ônus é a duplicação da quiralidade da teoria.

Um outro problema da teoria de rede são os laços fermiônicos, sendo este de ordem computacional. Um computador não pode modelar uma variável de Grassman e portando não se pode usar métodos de Monte Carlo para minimizar a ação. Embora contribuições férmionicas se fatorizem em determinantes, estes são não locais e de difícil cálculo. Uma opção é a chamada aproximação saciada (“*quenched*”), onde se eliminam os laços férmionicos, que ainda assim resultam em bons resultados se comparados com os dados experimentais.

3.4.3 O Propagador do glúon na rede

Embora a teoria de campo na rede forneça, como já vimos, uma série de resultados para observáveis (especialmente para propriedades de baixa energia em QCD), nosso interesse é no comportamento em regiões de pequeno momento transferido para o propagador do glúon [62]. Devido às indefinições na forma do propagador do glúon neste regime cinemático, a partir do final dos anos 80, vários grupos tem se dedicado a realizar simulações computacionais como o objetivo de procurar alguma compreensão sobre este objeto, com a esperança que o resultado numérico obtido convirja para alguma representação analítica do propagador para uma ampla gama de momentos.

Para calcular o propagador do glúon na rede, em primeiro lugar, notamos que, a partir de eq. (3.70), os momentos tomam valores discretos,

$$k_{\mu} = 0, \pm \frac{2\pi}{aN}, \pm 2 \frac{2\pi}{aN}, \dots, \pm \frac{\pi}{a}, \quad (3.77)$$

onde a é a separação da rede e N é o número de sítios da rede por lado da rede. É usual definir-se um momento adimensional, dado por,

$$aq \equiv \sqrt{\sum_{\mu} aq_{\mu} aq_{\mu}}, \quad (3.78)$$

e cujo intervalo cinemático é

$$aq \in [0, 2\pi].$$

Ao definir-se o propagador livre do glúon na rede, como

$$D_{\text{lat}}^{(0)}(q) = \frac{1}{\frac{4}{a^2} \sum_{\mu} \text{sen}^2\left(\frac{aq_{\mu}}{2}\right) + m^2} \equiv \frac{1}{\hat{q}^2 + m^2}, \quad (3.79)$$

também define-se um momento corrigido, \hat{q} , que tem os valores,

$$a\hat{q} \in [0, 4].$$

Como no caso do propagador do campo escalar, derivado na seção anterior, no limite de pequeno a , recuperamos o propagador livre usual.

O propagador total é calculado a partir da transformada de Fourier,

$$D_{\mu\nu}(p) = \langle A_{\mu}(p)A_{\nu}(-p) \rangle, \quad (3.80)$$

onde $\langle \dots \rangle$ corresponde à

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{\int [dU] \Delta(U) \delta(f(U)) \mathcal{O}}{\int [dU] \Delta(U) \delta(f(U))}, \quad (3.81)$$

onde Δ é o determinante de Fadeevv-Popov correspondente à condição de calibre $f(U) = 0$. O potencial de gauge pode ser definido por [63, 64]

$$A_{\mu}(x) = \frac{U_{\mu}(x) - U_{\mu}^{\dagger}(x)}{2ia g} - \text{tr} \frac{U_{\mu}(x) - U_{\mu}^{\dagger}(x)}{6ia g}, \quad (3.82)$$

enquanto que podemos escolher o calibre de Landau, definido em termos de

$$\partial_{\mu} A_{\mu}^a = 0 \Rightarrow \Delta_{\mu} A_{\mu}(x) \equiv \sum_{\mu} A_{\mu}(x) - A_{\mu}(x - \hat{\mu}) = 0 \quad (3.83)$$

que é equivalente no limite contínuo a maximizar a condição [62]

$$\max \sum_{x,\mu} \Re \text{tr} U_{\mu}^g(x), \quad (3.84)$$

onde

$$U_{\mu}^g(x) = g(x) U_{\mu}(x) g^{\dagger}(x + \hat{\mu}). \quad (3.85)$$

Entretanto, como no caso contínuo, o calibre de Landau apresenta o fenômeno das cópias de Gribov [11], embora o uso da condição de calibre na forma apresentada acima diminua a sua influência no resultado do propagador [62].

Em [62] encontra-se uma breve descrição histórica dos resultados obtidos para as simulação do propagador do glúon realizadas a partir do final da década de 1980, juntamente

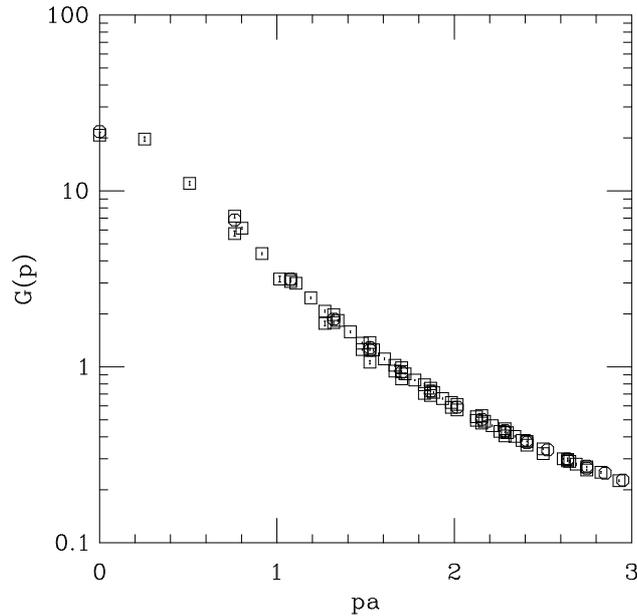


Figura 3.6: Propagador do glúon obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões 16^4 , espaçamento de $a = (1,9 \text{ GeV})^{-1}$ com $\beta = 6,0$ calculado pela colaboração UKQCD [65].

com suas principais características. Dos diversos resultados encontrados na literatura podemos destacar alguns, juntamente com suas principais características. Cabe salientar que a lista que segue não é exaustiva, pois o estudo de QCD em rede é uma vasta área de investigação.

Em [65], a colaboração UKQCD, utilizando a QCD em rede sem férmions no calibre de Landau, para diferentes parâmetros da rede (16^4 de tamanho, espaçamento de $a^{-1} = 1,9$ e $2,7 \text{ GeV}$ e acoplamento $\beta = 6,0$ e $6,2$) ajustou o propagador encontrado pela simulação numérica à seguinte equação,

$$\mathcal{D}_{\text{lat}}^{\text{UKQCD}}(p) = \begin{cases} a_0 / (a_1^2 + p^{21+a_2}) & , \quad |pa| \leq 1 \\ b_0 / (p^{21+b_2}) & , \quad |pa| \geq 1 \end{cases}, \quad (3.86)$$

ajustando os parâmetros $a_{0,1,2}$ e $b_{0,1}$. O resultado é empregado para a descrição do espaçamento próton-próton pelo modelo LN para o pomeron (ver capítulo 5) e é mostrado na figura (3.6).

Em [66, 67], Leinweber e colaboradores realizaram uma simulação semelhante ao artigo anterior, ou seja teoria sem quarks no calibre de Landau, mas com outros valores para os

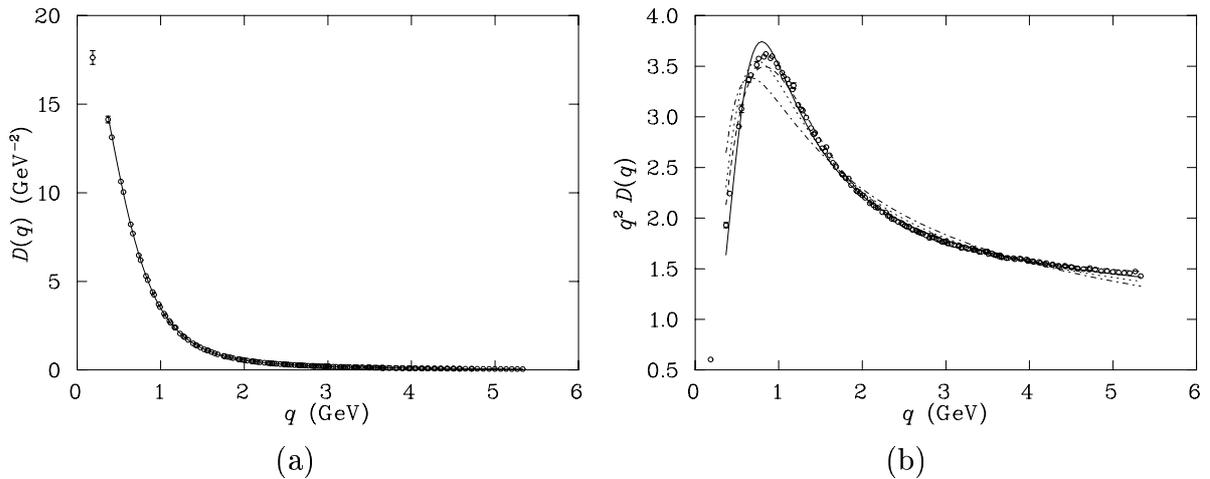


Figura 3.7: Alguns resultados de simulações numéricas na rede para o propagador do glúon, obtidos por [67]. Na figura (a), temos o resultado em unidades físicas com o ajuste dado pela eq. (3.87) enquanto na figura (b) temos uma comparação entre ajustes com diferentes formas funcionais para o propagador do glúon (ver texto). Figuras de [67].

parâmetros de rede. Os resultados numéricos são ajustados a uma série de resultados funcionais para o propagador do glúon, que incluem resultados encontrados por outros métodos, como os propagadores encontrados por Cornwall [35], Gribov [11] e Stingl-Häbel [49, 50, 51] bem como formas funcionais baseadas em resultados de simulações anteriores [68] e outras propostas pelos autores. No caso dos propagadores que não tem o comportamento infravermelho correto é incluída uma função L adicional para que estes tenham o comportamento ultravioleto correto. O melhor modelo possui forma funcional

$$\mathcal{D}(q^2) = Z \left\{ \frac{AM^{2\alpha}}{(q^2 + m^2)^{1+\alpha}} + \frac{L(q^2, M)}{q^2 + M^2} \right\}, \quad (3.87)$$

onde Z, A, M, α são parâmetros ajustáveis e

$$L(q^2, M) = \left[\frac{1}{2} \ln \left((q^2 + M^2)(q^{-2} + M^{-2}) \right) \right]^{-d_D}, \quad (3.88)$$

com d_D depende do parâmetro de calibre e do número de sabores (no caso $d_D = 13/22$). O resultado está mostrado nas figuras (3.7), juntamente com uma comparação entre diferentes formas funcionais propostas em [66], incluindo o propagador de Cornwall.

Alexandrou e colaboradores [69] trabalham em uma condição de calibre diferente da de Landau, de modo a evitar os problemas envolvendo as cópias de Gribov, já mencionadas. O calibre utilizado é o chamado calibre laplaciano, em que não há ambiguidades na fixação do calibre. O propagador é calculado para diferentes redes (tamanhos 8^4 , 16^4 e $16^3 \times 32$ com

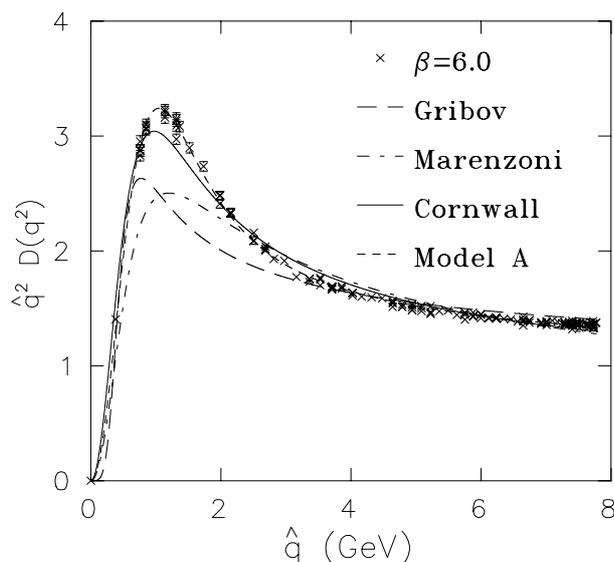


Figura 3.8: Propagador do glúon obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões $16^3 \times 32$ com $\beta = 6,0$ calculado por Alexandrou e colaboradores [69], juntamente com ajustes funcionais indicados na figura.

$\beta = 5,8$ e $6,0$). Os resultados encontrados mostram que o calibre laplaciano tem o mesmo comportamento ultravioleta do calibre de Landau, mas com consideráveis diferenças no infravermelho. Quando o propagador a momento nulo é finito, os autores não relacionam este resultado a uma massa de glúon já que esta quantidade é dependente de calibre. Os resultados encontrados também são ajustados a diferentes formas funcionais, sendo que o melhor ajuste ficou com o propagador de Cornwall com uma massa localizado em $\sim 640(\pm 140)$ MeV. Um resultado, juntamente com os ajustes de Gribov, Marenzoni, Cornwall e o modelo de Leinweber (descrito acima), é mostrado na figura (3.8).

Um resultado mais recente é o de Langfeld, Reinhardt e Gattnar [71] em que o propagador do glúon, mais especificamente o fator de forma do glúon, $F(p^2)$ definido como

$$\mathcal{D}(p^2) = \frac{F(p^2)}{p^2}, \quad (3.89)$$

também tem como característica que no infravermelho o propagador é dominado por uma massa. Os resultados da simulação são ajustados pela seguinte expressão,

$$F(p^2) = \mathcal{N} \frac{p^2}{p^2 + m_1^2} \left[\frac{1}{p^4 + m_2^4} + \frac{s}{[\log(m_L^2 + p^2)]^{13/22}} \right], \quad (3.90)$$

onde \mathcal{N} , m_1 , m_2 , s e m_L são parâmetros ajustáveis; bem como pelos resultados mais recentes em estudos de EDS, obtidos por Alkofer e colaboradores [46, 47]. Os resultados para o calibre de Landau estão mostrados na figura (3.9).

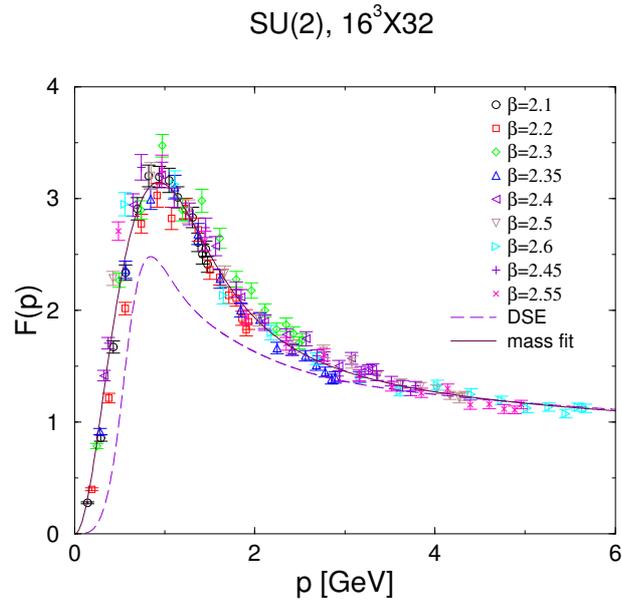


Figura 3.9: Fator de forma do glúon (ver texto) obtido por simulações numéricas em uma rede de dimensões $16^3 \times 32$ com diferentes valores de β obtido por Langfeld e colaboradores [71]. Os ajustes funcionais são dados pela eq. (3.90) e pelo resultado de Alkofer e colaboradores [46, 47].

3.5 Conclusões

Neste capítulo, revisamos as principais características (favoráveis ou desfavoráveis) dos métodos não-perturbativos para a QCD, em especial para o comportamento no infravermelho do propagador do glúon. O método das equações de Dyson-Schwinger (EDS) é um método analítico, que fornece diferentes soluções para o propagador do glúon, dependente do esquema de truncamento e solução das EDS. A teoria da campo na rede é um método numérico, que também apresenta diferentes soluções para o propagador do glúon, devido as características do método tais como, problemas de tamanho finito de rede, de espaçamento e de fixação de calibre. Diferentes resultados para o propagador do glúon são mostrados na figura (3.10), em comparação com o propagador perturbativo usual. Nos próximos capítulos, vamos aplicar estas soluções, em especial as das EDS, na descrição de processos em que as propriedades infravermelhas são de crucial importância.

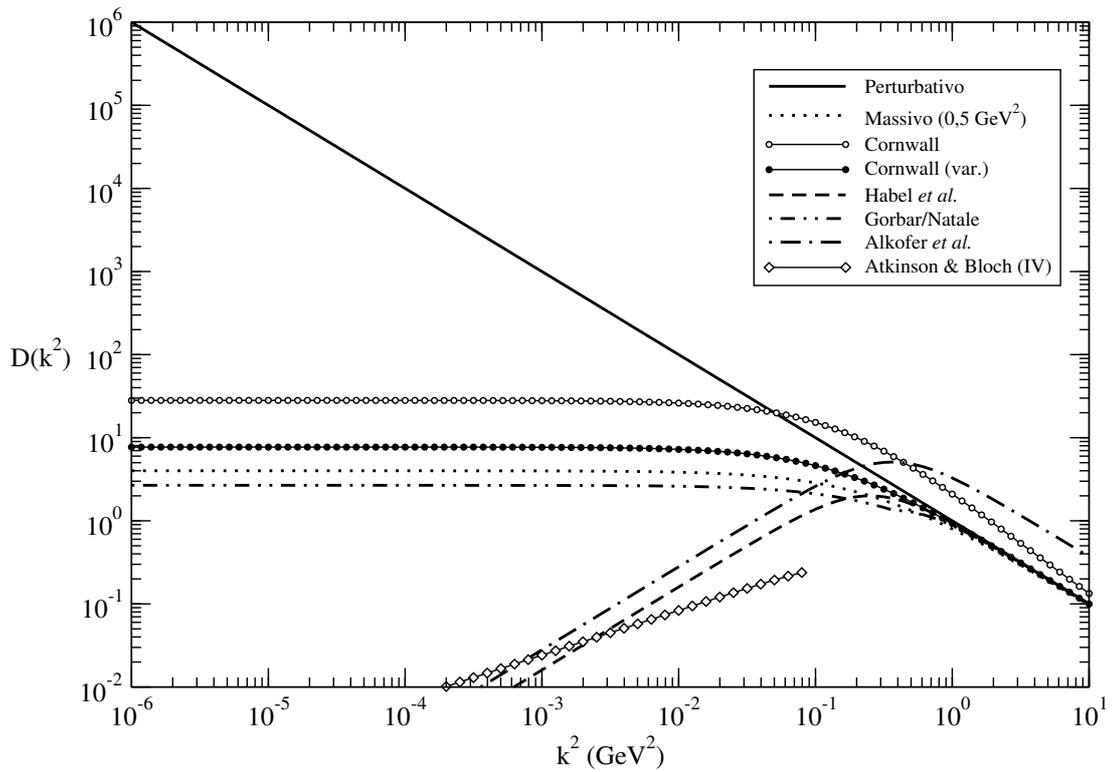


Figura 3.10: Resultados para o comportamento no infravermelho para o propagador do glúon em comparação com o propagador perturbativo perturbativo usual. Os propagadores modificados estão indicados na figura.

Capítulo 4

Física Difrativa: o Pomeron

4.1 Introdução

Neste capítulo, vamos apresentar as principais características da *teoria da matriz S* , a teoria para as interações fortes anterior à Cromodinâmica Quântica. Em especial, vamos deter-se na descrição de colisões hadrônicas a grandes energias em que o pomeron (objeto com os números quânticos do vácuo) desempenha papel de importância. O pomeron foi descrito dentro da cromodinâmica quântica por Balitski, Fadin, Kuraev e Lipatov, que derivaram a equação que leva seus nomes. Entretanto, existem diferenças entre os resultados da teoria da matriz S e o resultados provenientes da QCD. Vamos apresentar um modelo, proposto por Landshoff e Nachtmann, para o pomeron, que tem por objetivo resolver as discrepâncias mencionadas. Além disto, extensões do modelo de Landshoff-Nachtmann ao formalismo BFKL também são apresentadas.

4.2 Teoria de Regge e o Pomeron

Devido à ausência de uma teoria de campos para as interações nucleares fortes (antes do advento da QCD) como a eletrodinâmica quântica o é para a interação eletromagnética, utilizou-se um método indireto de cálculo de seções de choque, em que as informações físicas sobre processos de interações fortes são extraídas a partir de postulados envolvendo os elementos da matriz de espalhamento, por isto denominada de *teoria da matriz S* . Revisaremos as principais características da teoria da matriz S e suas aplicações em física difrativa seguindo a revisão encontrada em [72]. Revisões mais completas podem ser encontradas em [73, 74, 75].

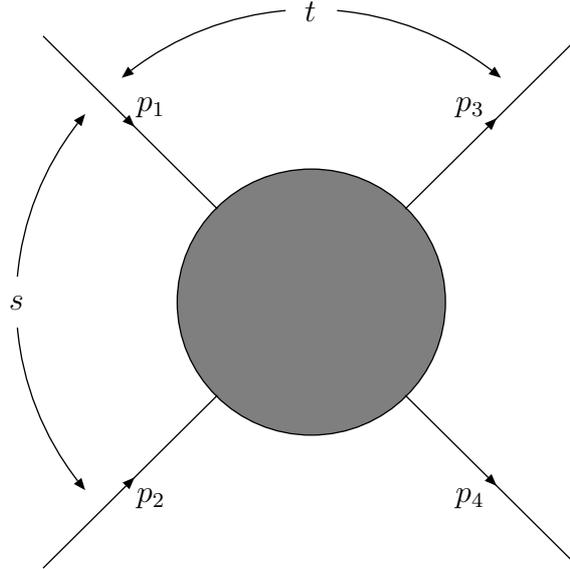


Figura 4.1: Processo de espalhamento entre duas partículas $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$.

Os elementos da matriz de espalhamento são denotados por

$$S_{ab} = \langle b|a \rangle \equiv \mathbb{S}, \quad (4.1)$$

onde a e b são os estados quânticos assintóticos (a quando o tempo tende para menos infinito e b quando o tempo é infinito) livres.

Os postulados propostos para a matriz de espalhamento são os seguintes:

- a matriz S é invariante de Lorentz, ou seja ela depende somente de produtos escalares do quadrimomentos envolvidos, que são invariantes sob transformações de Lorentz. As quantidades invariantes podem ser escritas em termos das chamadas *variáveis de Mandelstam*, s , t e u . Para um processo de espalhamento de duas partículas, $a + b \rightarrow c + d$, mostrado na figura (4.1) (com os correspondentes quadrimomentos p_a , p_b , p_c e p_d), as variáveis de Mandelstam são

$$\begin{aligned} s &= (p_a + p_b)^2 \\ t &= (p_a - p_c)^2 \\ u &= (p_a - p_d)^2. \end{aligned}$$

A variável s pode ser identificada com o quadrado da energia no referencial do centro de massa, enquanto que t é o quadrado do momento transferido entre as partículas a e c .

- a matriz S é unitária,

$$\mathbb{S}\mathbb{S}^\dagger = \mathbb{S}^\dagger\mathbb{S} = \mathbb{1},$$

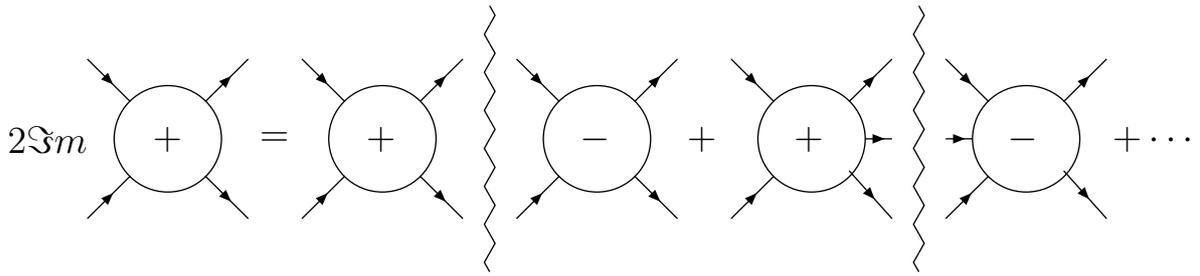


Figura 4.2: Representação diagramática das regras de Cutkosky. O sinal mais ou menos denota o conjugado complexo ou não da amplitude. A linha tracejada indica que as partículas nos estados intermediários estão na camada de massa.

como consequência da invariância da probabilidade: a probabilidade de um particular estado inicial resultar em um determinado estado final somado sobre todos os estados finais possíveis deve ser a unidade. A amplitude de espalhamento entre os estados $|a\rangle$ e $|b\rangle$ está relacionada com a matriz S por

$$S_{ab} = \delta_{ab} + i(2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(\sum_a p_a - \sum_b p_b \right) \mathcal{A}_{ab} = \delta_{ab} + i\mathcal{T}_{ab}, \quad (4.2)$$

onde \mathcal{T}_{ab} é a matriz de transição. A unitariedade é essencial para a derivação das *regras de Cutkosky* [76]. Estas regras são usadas para derivar a parte imaginária da amplitude de espalhamento de um processo como sendo a soma de todas as amplitudes que incluem todos os possíveis estados intermediários para este processo (ver fig. (4.2)). No caso de um espalhamento elástico (o momento da partícula a é igual ao da partícula c), as regras de Cutkosky resultam no chamado *teorema ótico*, que relaciona a seção de choque total do espalhamento com a parte imaginária da amplitude.

- a matriz S é analítica, ou seja, é uma função analítica de invariantes de Lorentz. Tal propriedade resulta em que a matriz S deve respeitar a causalidade quântica, o que significa que pontos no espaço-tempo que possuem separações do tipo espaço não podem se influenciar mutuamente. Como consequência da analiticidade da matriz S , temos que os processos de espalhamento tem a chamada *simetria de cruzamento*. Esta simetria estabelece que a amplitude de espalhamento do processo em que as partículas são trocadas está relacionada com a amplitude do processo normal. No caso do espalhamento de duas partículas, $a + b \rightarrow c + d$, cinematicamente temos que $s > 0$ e $t, u < 0$, correspondendo ao chamado *canal s* da reação, com uma amplitude

de $\mathcal{A}^{(s)}(s, t, u)$. Para o processo $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d^1$ (ver fig. (4.1)), temos que a amplitude pode ser analiticamente continuada para a região de $t > 0$ e $s, u < 0$, que corresponde ao canal t da reação. A relação entre ambas amplitudes é

$$\mathcal{A}^{(t)}(s, t, u) = \mathcal{A}^{(s)}(t, s, u).$$

Pelo mesmo método temos uma relação entre a amplitude do canal s e a amplitude do canal u .

A analiticidade da matriz S resulta em uma estrutura de suas singularidades no plano complexo da variável s , correspondendo aos limiares de produção de novas partículas e originando uma série de cortes ao longo do eixo s real.

Uma outra consequência da analiticidade é a obtenção da parte real da amplitude a partir da parte imaginária pelo uso de relações de dispersão, utilizando o cálculo de funções de variável complexa. Desta forma, temos a amplitude completa de espalhamento sem o conhecimento da teoria de campos envolvida no processo.

Entretanto, para determinarmos de forma completa a amplitude é necessário o conhecimento do seu comportamento assintótico para grandes energias de centro de massa e pequeno momento transferido, no regime cinemático denominado de *limite de Regge*.

Neste regime, para um espalhamento no canal t , a amplitude pode ser expandida no momento angular em uma série de polinômios de Legendre, $P_l(z)$, na *expansão em ondas parciais*,

$$\mathcal{A}^{(t)}(s, t) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(s) P_l \left(1 + \frac{2t}{s} \right), \quad (4.3)$$

onde $a_l(s)$ são as amplitudes de onda parcial. Pela simetria de cruzamento, a equação acima pode ser reescrita como

$$\mathcal{A}^{(s)}(s, t) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(t) P_l \left(1 + \frac{2s}{t} \right). \quad (4.4)$$

A equação acima é reescrita novamente como uma integral de contorno no plano complexo do momento angular pelo uso da transformação de Sommerfeld-Watson,

$$\mathcal{A}^{(s)}(s, t) = \frac{1}{2i} \oint_C dl (2l+1) \frac{a(l, t)}{\text{sen } \pi l} P \left(l, 1 + \frac{2s}{t} \right). \quad (4.5)$$

Na região cinemática de Regge ($s \gg |t|$), a contribuição dominante tem sua origem no pólo que possui a maior parte real, resultando em uma amplitude de espalhamento,

$$\mathcal{A}^{(s)}(s, t) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{\eta + e^{-i\pi\alpha(t)}}{2} \beta(t) s^{\alpha(t)}, \quad (4.6)$$

¹A barra sobre a partícula denota sua anti-partícula.

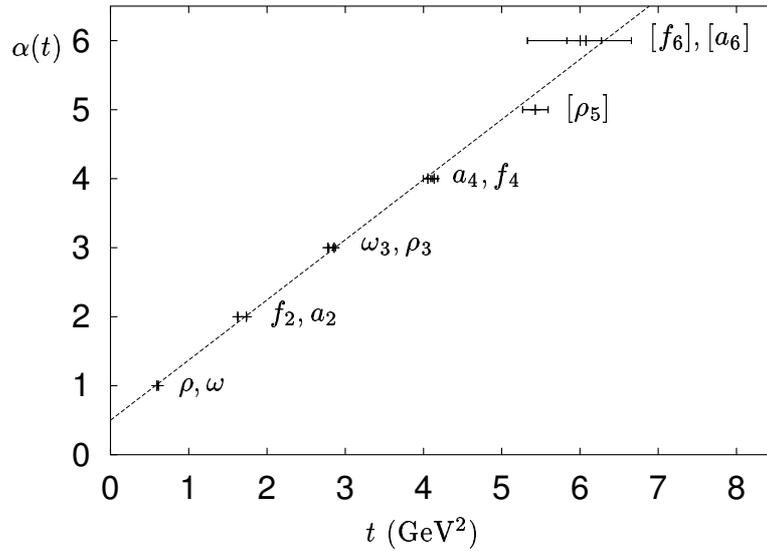


Figura 4.3: Gráfico de Chew-Frautschi. Figura de [75]

onde $\alpha(t)$ é a posição do pólo de Regge dominante e β é uma função de t . Para cada objeto trocado temos uma particular trajetória, caracterizada pelos dois parâmetros acima.

A expressão pode ser interpretada como a amplitude de espalhamento de duas partículas com a troca no canal t de um objeto com momento angular $\alpha(t)$, chamado *reggeon*. Como o momento angular pode não ser um número inteiro, o reggeon pode não corresponder uma partícula real. Desta forma, podemos reescrever a amplitude de uma forma fatorizada, explicitando os acoplamentos do reggeon com os hádrons que estão colidindo,

$$\mathcal{A}(s, t) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \frac{\eta + e^{-i\pi\alpha(t)}}{2\text{sen}(\pi\alpha(t))} \frac{\gamma_{ac}(t)\gamma_{bd}(t)}{\Gamma(\alpha(t))} s^{\alpha(t)}, \quad (4.7)$$

onde $\gamma_{ac, bd}$ são as constantes de acoplamento do reggeon. O fator $\Gamma(\alpha(t))$ é colocado para eliminar pólos indesejáveis que ocorrem na amplitude quando $\alpha(t)$ assume algum valor inteiro negativo. Quando o valor de $\alpha(t)$ é um inteiro positivo temos a troca de uma partícula real com *spin* inteiro, resultando em um pólo.

Chew e Frautschi, ao fazer um gráfico do momento angular (conseqüentemente de $\alpha(t)$), em função da massa ao quadrado da partícula trocada (em especial, mésons), observaram que a trajetória é uma função linear na variável t ,

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t, \quad (4.8)$$

onde $\alpha(0)$ é a interseção (“*intercept*”) e α' é a inclinação (“*slope*”) da trajetória, como mostrado na fig. (4.3).

Facilmente, a partir da equação da amplitude, eq. (4.7), podemos obter o comportamento assintótico da seção diferencial de choque como,

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto s^{2(\alpha(0)+\alpha' t-1)}, \quad (4.9)$$

bem como da seção de choque total, dependente somente da interseção da trajetória,

$$\sigma_{\text{tot}} \propto s^{\alpha(0)-1}. \quad (4.10)$$

Dependendo do valor de $\alpha(0)$, podemos ter uma seção de choque decrescente ($\alpha(0) < 1$) ou seção de choque crescente ($\alpha(0) > 1$).

A partir de uma série de pressupostos, Okun e Pomeranchuk demonstraram o teorema de Pomeranchuk: em qualquer processo de espalhamento em que há troca de carga entre as partículas envolvidas, então a seção de choque decresce na região cinemática assintótica. Por outro lado, Foldy e Peierls mostram que se a seção de choque não decrescer com o aumento da energia então o processo é dominado pela trajetória que possui os números quânticos do vácuo (isospin zero e simétrica sob troca de conjugação de carga).

Como as seções de choque não decrescem com a energia como mostra a figura (4.4) para diferentes processos, então temos que o reggeon dominante nestes processos tem interseção maior que a unidade e tem os números quânticos do vácuo. Esta particular trajetória (reggeon) tem o nome de *pomeron*, em homenagem a Pomeranchuk e é denotado por \mathbb{P} .

Os dados para a seção de choque do processo de espalhamento elástico próton-próton ($pp \rightarrow pp$) e próton-antipróton ($\bar{p}p \rightarrow \bar{p}p$) foram ajustados por Donnachie e Landshoff através das fórmulas

$$\sigma_{pp}^{\text{tot}} = 21,7 s^{0,08} + 56,1 s^{-0,45} \text{ mb} \quad (4.11a)$$

$$\sigma_{\bar{p}p}^{\text{tot}} = 21,7 s^{0,08} + 98,4 s^{-0,45} \text{ mb}, \quad (4.11b)$$

em que os primeiros termos correspondem à contribuição do pomeron e os outros a uma trajetória subdominante (outro reggeon). De imediato, temos que a interseção do pomeron é $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1,08$. Este valor, entretanto, pode levar à violação de um outro resultado, outro resultante de unitaridade, o limite de Froissart-Martin. Este resultado afirma que quando a energia tende para infinito, a seção de choque total não cresce além do limite

$$\sigma^{\text{tot}} \lesssim \ln^2 s. \quad (4.12)$$

Uma possível interpretação para a interseção encontrada, de modo a evitar a violação do limite acima, seria que o valor encontrado corresponde não à troca de um único pomeron e sim a dois ou mais pomerons, resultando no que é conhecido como cortes de Regge.

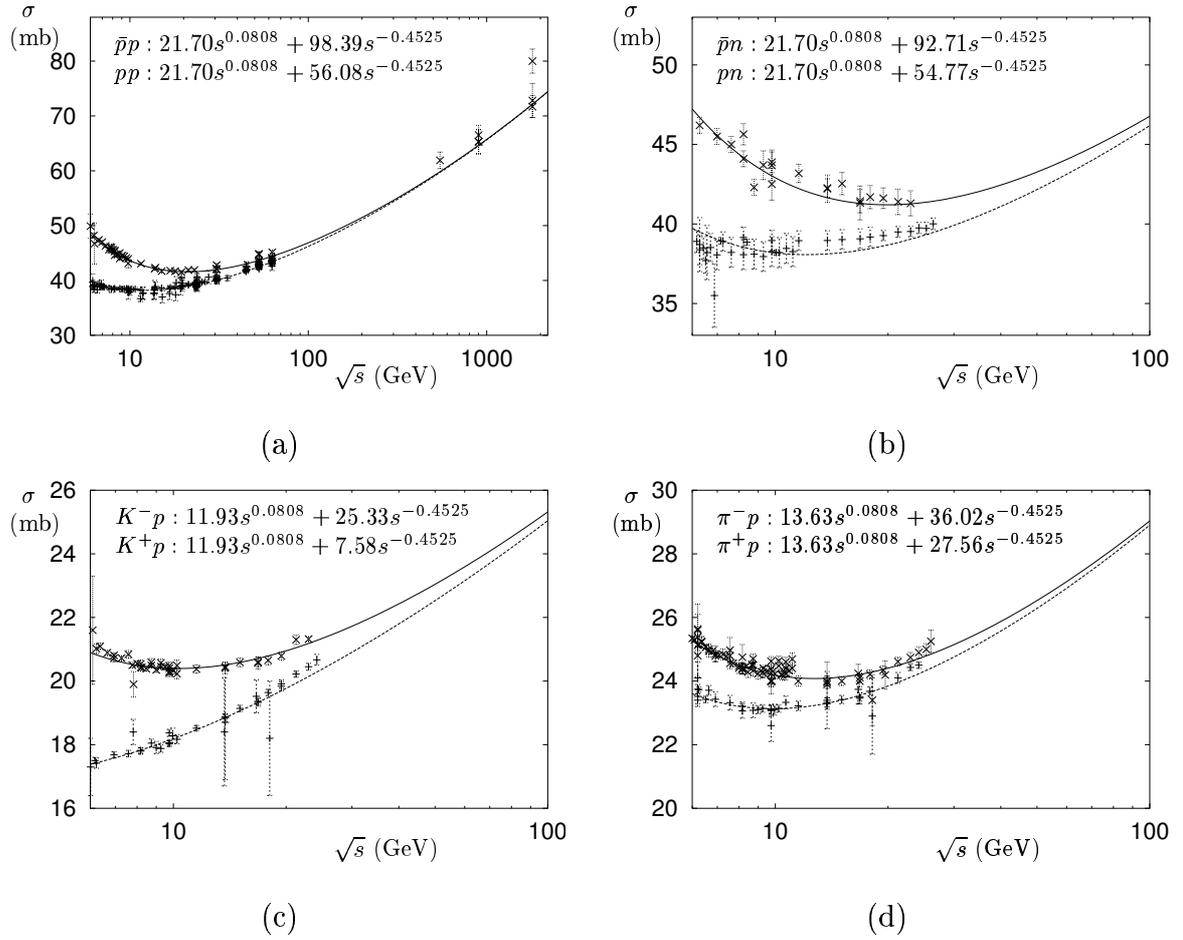


Figura 4.4: Seções de choque hadrônicas, com previsões de Regge para a seção de choque: (a) próton-antipróton e próton-próton, (b) antipróton-neutrôn e próton-neutrôn, (c) káon(K^\pm)-próton e (d) píon(π^\pm)-próton. Figuras de [75].

A inclinação da trajetória do pomeron é obtida pela seção de choque diferencial elástica. Os dados disponíveis para este observável em colisões próton-próton e próton-anti-próton fornecem um valor para a inclinação de $\alpha'_P = 0,25 \text{ GeV}^2$, resultando para uma trajetória do pomeron,

$$\alpha_P(t) = 1,08 + 0,25t. \quad (4.13)$$

Embora esta trajetória não corresponda a nenhuma partícula real, a colaboração WA91 [77] do CERN observou que um candidato à bola de grude (“*glueball*”) com spin 2, situa-se sobre a trajetória acima em um gráfico de Chew-Frautschi (ver fig. (4.5)).

A partir dos resultados experimentais para a seção de choque diferencial podemos obter algumas informações sobre o acoplamento do pomeron com hádrons (γ na eq. (4.7)): o

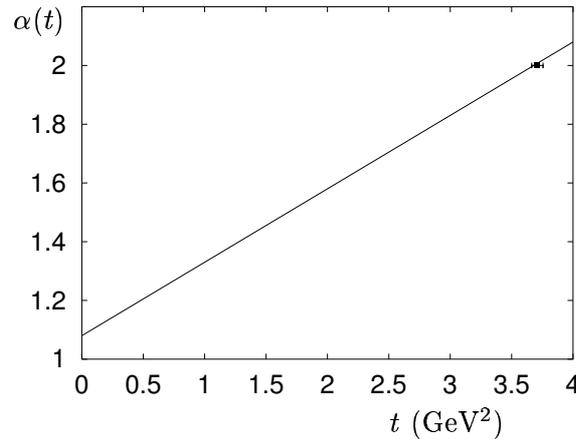


Figura 4.5: Trajetória de Regge do pomeron e um candidato a bola de grude. Dados de [77]. Figura de [75].

acoplamento do pomeron aos hádrons é semelhante ao acoplamento do fóton aos hádrons, ou seja, o pomeron comporta-se como uma partícula pontual; o pomeron acopla-se somente com um quark constituinte do hádron, sendo o acoplamento proporcional ao número de quarks de valência (resultado derivado pela regra de contagem de quarks).

A teoria tem uma vasta gama de aplicações em física de colisões hadrônicas, como encontramos em [75]: espalhamentos elásticos de hádrons; em eventos com dissociação difrativa, em que uma partícula é espalhada elasticamente enquanto que a outra dissocia-se em outras partículas, havendo um espaço vazio na distribuição angular das partículas no detector, o chamado intervalo de rapidez, observado por diversas colaborações no CERN e no DESY; no espalhamento profundamente elástico (ver apêndice A) em que as funções de estrutura dos nucleons são medidas, para determinada região cinemática.

A situação pode ser resumida no que segue. Enquanto que seções de choque hadrônicas são bem descritas pela teoria de Regge, outros eventos não o são, levando à conclusão que existem dois objetos distintos: um pomeron suave (*“soft”*), responsável pelos primeiros e um pomeron duro (*“hard”*), cujos comportamentos são distintos. Na literatura há uma extensa discussão se existem dois objetos distintos ou se há apenas um objeto com dois comportamentos para diferentes regiões cinemáticas. A seguir vamos derivar a equação BFKL, cujo objetivo é colocar as idéias de teoria de Regge no contexto da QCD.

4.3 O Pomeron e a QCD: a equação BFKL

Como vimos, a teoria de Regge é bem sucedida para uma série de processos. Entretanto, como já vimos no cap. (2), a teoria das interações fortes é a Cromodinâmica Quântica, e a

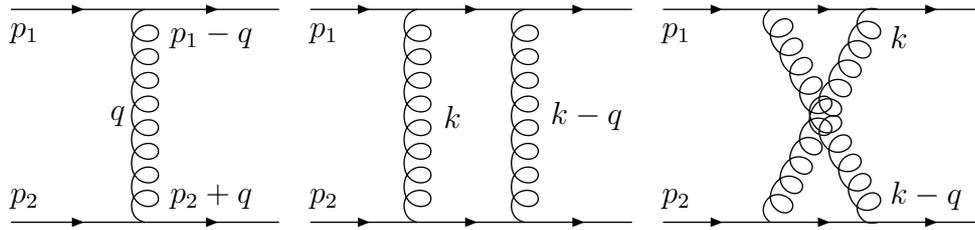


Figura 4.6: Diagramas que contribuem (direta ou indiretamente) para a troca do pomeron. À esquerda em primeira ordem (troca de um glúon) e a direita na próxima ordem (troca de dois glúons).

necessidade da descrição dos resultados da teoria de Regge dentro desta teoria de campos é necessária. Tal descrição foi feita por Lipatov, Fadin, Kuraev e Balitski em uma série de trabalhos [78, 79, 80, 81, 82, 83], em que é derivada uma equação integral para a amplitude de espalhamento elástico com a troca do pomeron.

Para a obtenção desta equação, seguimos a derivação encontrada em [72]. Vamos considerar o espalhamento quark-quark em altas energias, sendo que as amplitudes ordem a ordem na teoria de perturbação são calculadas na aproximação de logaritmo dominante. No caso da QED, este processo foi calculado por Cheng, Wu e Frolov, Gribov e Lipatov [84, 85, 86], e posteriormente estendido para a QCD.

Basicamente, para encontrarmos a amplitude de espalhamento em ordem de logaritmo dominante, uma soma dos diagramas de Feynman relevantes em cada ordem é considerado. Para realizar os cálculos necessários utiliza-se as regras de Cutkosky, já mencionadas na seção anterior. As regras relacionam a parte imaginária da amplitude com a amplitude da ordem anterior e a amplitude completa é construída por meio de relações de dispersão.

Em ordem mais baixa, temos a troca de um glúon, como mostrado na figura (4.6), em que os momentos das partículas estão indicados. O momento trocado é reescrito usando a parametrização de Sudakov,

$$q = \alpha p_1 + \beta p_2 + q_{\perp},$$

onde $q_{\perp} = (0, \mathbf{q}, 0)$ é um vetor transverso. A condição para que os momentos dos quarks estejam na camada de massa (desconsiderando as massas dos quarks) e $s \gg t = -q^2$, implica em

$$q^2 \simeq -\mathbf{q}^2, \quad \alpha = |\beta| \ll 1. \quad (4.14)$$

No calibre de Feynman, a amplitude de mais baixa ordem para a troca de um estado

de octeto de cor dada pelo primeiro diagrama a esquerda da figura (4.6) é dada por

$$\mathcal{A}_{[8]}^{(0)}(s, t) = g^2 \bar{u}(\lambda'_1, p'_1) \gamma^\mu u(\lambda_1, p_1) t_{ij}^a \frac{1}{q^2} \bar{u}(\lambda'_2, p'_2) \gamma^\nu u(\lambda_2, p_2) t_{kl}^a, \quad (4.15)$$

onde λ é a helicidade do quark e t são os geradores do grupo de transformações de cor na representação fundamental. Utilizando a *aproximação eikonal* [72], podemos reescrever a amplitude como

$$\mathcal{A}_{[8]}^{(0)}(s, t) = g^2 2p_1^\mu \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} 2p_2^\nu G_0^{(8)} \delta_{\lambda'\lambda} = 8\pi\alpha_s \frac{s}{t} G_0^{(8)} \delta_{\lambda'\lambda}, \quad (4.16)$$

onde $G_0^{(8)} = t_{ij}^a t_{kl}^a$ é o fator de cor da troca de octeto de cor (um glúon), $\delta_{\lambda'\lambda}$ é o fator das helicidades dos quarks, $\alpha_s = g/4\pi$ e $s = 2p_1 \cdot p_2 = 2p_1^\mu p_{2\mu}$ é a energia ao quadrado no referencial de centro de massa.

Os diagramas na próxima ordem da teoria de perturbação que contribuem são mostrados na figura 4.6. Outros diagramas, como por exemplo com um laço e um vértice de três glúons são subdominantes e são desconsiderados. Usando as regras de Cutkosky temos que a parte imaginária da amplitude é

$$\text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(1)}(s, t) = \frac{1}{2} \int d\Pi_2 \mathcal{A}_{[8]}^{(0)}(s, k^2) \mathcal{A}_{[8]}^{(0)\dagger}(s, (k - q)^2), \quad (4.17)$$

onde $d\Pi_2$ é a medida de integração no espaço de fase de duas partículas, que, após usarmos as variáveis de Sudakov e os limites da eq. (4.14), é

$$\int d\Pi_2 \simeq \frac{1}{8\pi^2 s} \int d^2\mathbf{k}. \quad (4.18)$$

A contribuição dos dois diagramas é, após levar-se em conta a simetria de cruzamento no diagrama com as linhas trocadas e usando a relação $\ln(-s) = \ln(s) - i\pi$,

$$\mathcal{A}_{[8]}^{(1)}(s, t) = \mathcal{A}_{[8]}^{(0)}(s, t) \epsilon(t) \ln\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right), \quad (4.19)$$

onde

$$\epsilon(t) = \frac{N_c \alpha_s}{4\pi^2} \int d^2\mathbf{k} \frac{-\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}^2 (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2}, \quad (4.20)$$

com N_c sendo o número de cores. Note-se que a integral acima é divergente no infravermelho ($\mathbf{k} \rightarrow 0$), levando Lipatov e outros [78, 79, 80, 81, 82] a incluir, por quebra espontânea de simetria, bósons de Higgs na teoria de modo que a divergência seja eliminada. Entretanto, outros meios podem ser empregados, como veremos.

Na próxima ordem de perturbação, os diagramas que contribuem para a aproximação de logaritmo dominante são os da figura (4.7). Como na ordem anterior, os momentos dos glúons trocados são reescritos em termos das variáveis de Sudakov,

$$k_i^\mu = \rho_i p_1^\mu + \lambda_i p_2^\mu + k_{i\perp}^\mu, \quad i = 1 \text{ e } 2,$$

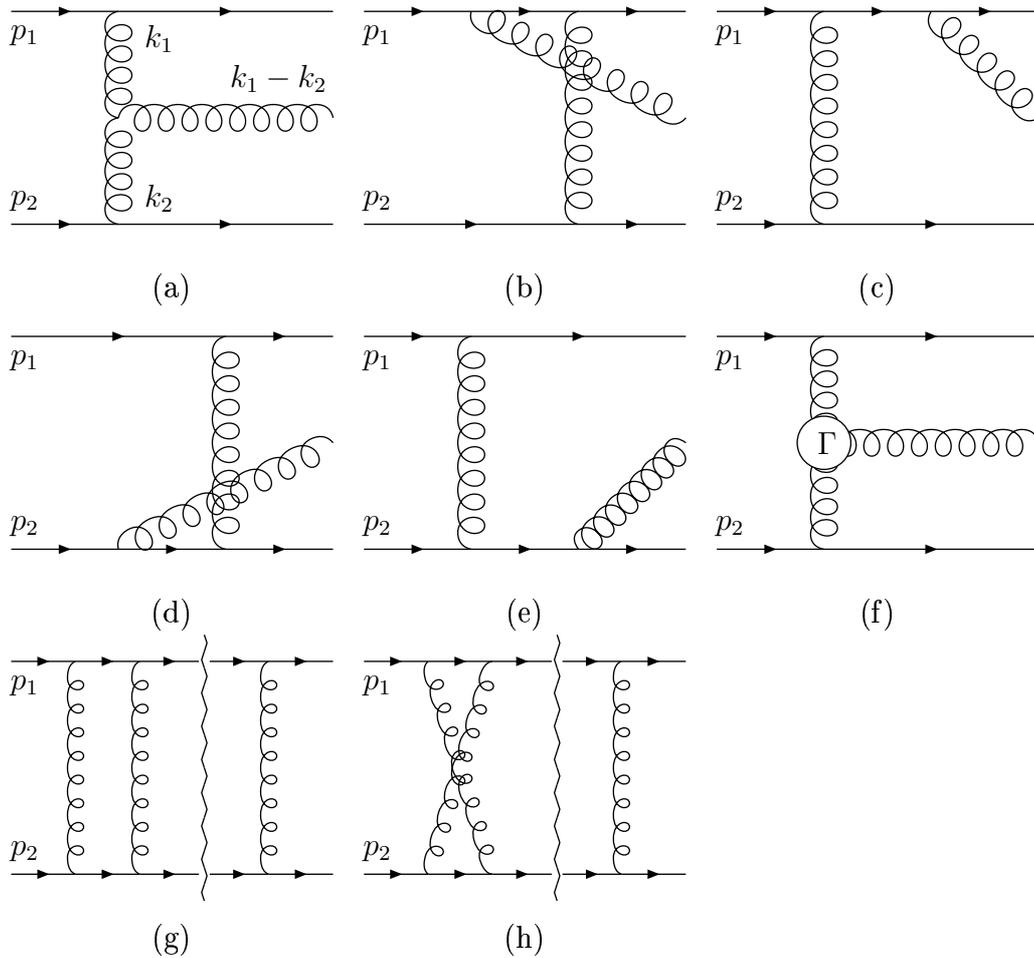


Figura 4.7: Diagramas que contribuem para a troca do pomeron na ordem α_s^3 . Os diagramas (a) a (e) contribuem para o diagrama (f) em que é mostrado o vértice não local de Lipatov. Nos dois últimos o corte não passa por nenhum glúon.

sendo que a contribuição dominante vem da região em que

$$\begin{aligned} 1 &\gg \rho_1 \gg \rho_2, \\ 1 &\gg |\lambda_2| \gg |\lambda_1|. \end{aligned}$$

A contribuição dos diagramas (a) a (e) da figura 4.7 pode ser resumida na forma de um vértice efetivo (denominado *vértice de Lipatov*, ver figura 4.7f), dado por

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\sigma}(k_1, k_2) = \frac{2p_{2\mu}p_{1\nu}}{s} \left\{ \left(\rho_1 + \frac{2\mathbf{k}_1^2}{\lambda_2 s} \right) p_1^{\sigma} + \left(\lambda_2 + \frac{2\mathbf{k}_2^2}{\rho_1 s} \right) p_2^{\sigma} - (k_1 + k_2)_{\perp}^{\sigma} \right\}, \quad (4.21)$$

sendo que a amplitude de espalhamento para o processo $qq \rightarrow qqq$ é dada por

$$\mathcal{A}_{[8]}^{(2)\sigma}(qq \rightarrow qqq) = -\frac{4ig^3 k_{1\perp}^\mu k_{2\perp}^\nu}{\rho_1 \lambda_2 \mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2} \delta_{\lambda\lambda'} (f_{abct^a} \otimes t^b) \Gamma_{\mu\nu}^\sigma(k_1, k_2), \quad (4.22)$$

onde o termo entre parenteses carrega a informação sobre a cor do processo.

Os diagramas (g) e (h) na figura (4.7) são facilmente calculados, usando as amplitudes de troca de um glúon e dois glúons, eqs. (4.16) e (4.19), resultando, após levar em conta os diagramas com um glúon à esquerda do corte, em

$$\text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(qq \rightarrow qq) = -\frac{N_c^2 \alpha_s^2}{32\pi^3} \mathcal{A}_{[8]}^{(0)} \mathbf{q}^2 \int \frac{d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1^2 - \mathbf{k}_2^2)^2 (\mathbf{k}^2 - \mathbf{q}^2)^2} \ln \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2} \right) - \{k_1 \leftrightarrow k_2\} \quad (4.23)$$

A contribuição completa nesta ordem é dada por

$$\text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(s, t) = -\frac{g_{\mu\nu}}{2} \int d\Pi^3 \mathcal{A}_{[8]}^{(2)\mu}(k_1, k_2) \mathcal{A}_{[8]}^{(2)\nu\dagger}(k_1 - q, k_2 - q) + \text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(qq \rightarrow qq), \quad (4.24)$$

onde o integrando da integral na equação acima é

$$\begin{aligned} & -\frac{g^4 N_c^2 s \mathcal{A}_{[8]}^{(0)} \mathbf{q}^2}{4} \left[\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2 \mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} - \frac{1}{\mathbf{k}_1^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_2 - \mathbf{q})^2} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\mathbf{k}_2^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2 (\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} \right] \equiv -\frac{g^4 N_c^2 s \mathcal{A}_{[8]}^{(0)} \mathbf{q}^2}{4} \Lambda(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}), \end{aligned}$$

enquanto que a medida de integração no espaço é

$$d\Pi^3 = \frac{s^2}{4(2\pi)^5} d\rho_1 d\rho_2 d\lambda_1 d\lambda_2 d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 \delta(-\lambda_1 s - \mathbf{k}_1^2) \delta(\rho_2 s - \mathbf{k}_2^2) \delta(-\rho_1 \lambda_2 s - (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)^2).$$

O resultado final, após feitas as integrações é

$$\text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(s, t) = -\frac{N_c^2 \alpha_s^2 \mathcal{A}_{[8]}^{(0)} \mathbf{q}^2}{32\pi^3} \ln \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2} \right) \int d^2 \mathbf{k}_1 d^2 \mathbf{k}_2 \Lambda(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) + \text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(qq \rightarrow qq). \quad (4.25)$$

A expressão acima pode ser simplificada, pois o segundo termo cancela os dois últimos termos de $\Lambda(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$, resultando nesta ordem para a parte imaginária da amplitude,

$$\text{Im } \mathcal{A}_{[8]}^{(2)}(s, t) = -\frac{1}{2} \epsilon^2(t) \pi \ln \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2} \right) \mathcal{A}_{[8]}^{(0)}. \quad (4.26)$$

Ao levarmos em conta os diagramas cruzados, reconstruímos a parte real da amplitude. Juntamente com as contribuições das ordens anteriores, temos a expansão de $\mathcal{A}_{[8]}^{(0)} s^{\epsilon(t)}$, ou seja, vemos que o glúon *reggioniza*. Uma partícula reggioniza se a amplitude de troca desta partícula no canal t tem o comportamento assintótico em s como $\mathcal{A} \propto s^{\alpha(t)}$.

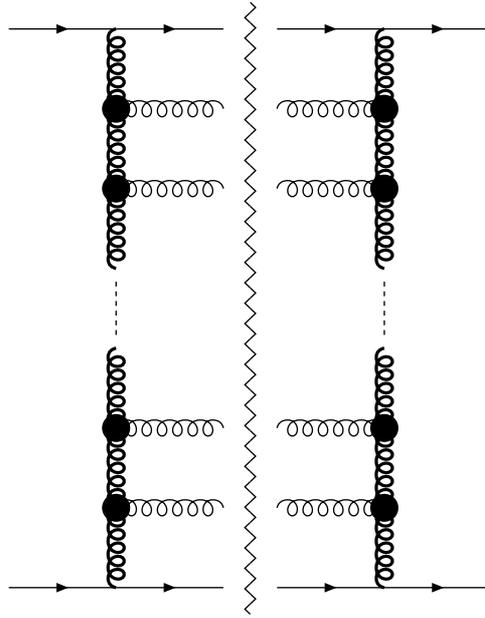


Figura 4.8: Diagrama de Feynman dominante no processo $qq \rightarrow qq$ com troca de uma escada de glúons de n degraus. Os círculos negros representam os vértices de Lipatov e os glúons verticais *reggionizados* são indicados com traços mais grossos.

Entretanto, este resultado somente é possível devido ao cancelamento de termos acima mencionado, sendo que este só ocorre pela estrutura dos fatores de cor de troca de octeto de cor. No caso de troca de singlete de cor, o cancelamento não mais ocorre.

Aumentando a ordem dos diagramas que contribuem, obtemos que a amplitude dominante na aproximação do logaritmo dominante é a do processo de espalhamento de dois quarks em dois quarks mais n glúons, com os vértices entre glúons sendo os vértices efetivos de Lipatov. O diagrama dominante é uma escada de glúons, mostrado na figura (4.8). Diagramas subdominantes incluem diagramas com degraus da escada cruzados, vértices de três e quatro glúons e laços fermiônicos.

O cálculo completo nesta ordem segue os mesmos passos do cálculo feito acima, ou seja, devemos calcular a integral no espaço de fase do produto da amplitude de espalhamento de dois quarks para dois quarks mais n glúons com seu complexo conjugado mais a contribuição proveniente dos diagramas em que o corte passa por dois quarks. O efeito da inclusão destes gráficos é a reggionização do glúon, resultando na troca do propagador dos glúons verticais na i -ésima seção da escada por (considerando o calibre de Feynman),

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(\hat{s}_i, k_i^2) = \frac{ig_{\mu\nu}}{\mathbf{k}_i^2} \left(\frac{\hat{s}_i}{\mathbf{k}^2} \right)^{\epsilon(k_i^2)}, \quad (4.27)$$

onde \hat{s}_i é a energia de centro de massa neste setor. Além disto, ao reescrevermos os momen-

tos dos glúons trocados em termos da parametrização de Sudakov, no regime cinemático de interesse, temos que as variáveis de Sudakov obedece as seguintes inequações,

$$1 \gg \rho_i \gg \rho_{i+1} \gg \frac{\mathbf{k}^2}{s}$$

$$1 \gg |\lambda_{i+1}| \gg |\lambda_i| \gg \frac{\mathbf{k}^2}{s}.$$

Não mostraremos a expressão resultante para a parte imaginária da amplitude de espalhamento com a troca de uma escada de n glúons via troca de um octeto de cor. Entretanto, tal expressão possui uma integral no espaço de fase com integrais iteradas nas variáveis ρ . Estas integrais são facilmente resolvidas ao definir-se uma transformada de Mellin para a parte imaginária da amplitude. Encontra-se então uma equação integral para a transformada da amplitude, que é facilmente resolvida, com a propriedade que a solução tem um pólo na trajetória do glúon.

A derivação de uma equação para a troca agora de um singleto de cor, correspondente ao pomeron, segue os mesmos passos [72, 74], mas levando em conta outros fatores de cor para o processo. Esta mudança no fator de cor tem conseqüências importantes, como, por exemplo, a impossibilidade do cancelamento das contribuições em ordem α_s^2 , já mencionado acima. Como no caso da troca de octeto de cor, temos uma equação integral para a transformada de Mellin da amplitude para a troca de singleto de cor, a *equação BFKL*,

$$\begin{aligned} \omega f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) &= \delta^{(2)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \\ &+ \frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \int d^2\mathbf{k}' \left\{ \left[-\frac{\mathbf{q}^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}' - \mathbf{q})^2} + \frac{1}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1)^2} \left(1 + \frac{\mathbf{k}'^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2}{\mathbf{k}_1^2(\mathbf{k}' - \mathbf{q})^2} \right) \right] f(\omega, \mathbf{k}', \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) \right. \\ &\left. - \left[\frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}'^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2} + \frac{(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2}{(\mathbf{k}' - \mathbf{q})^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2} \right] \frac{f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1)^2} \right\}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

onde $\bar{\alpha}_s = (N\alpha_s)/\pi$ e $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$ é a transformada de Mellin da amplitude de espalhamento,

$$\int_1^\infty d\left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right) \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^{-\omega-1} \frac{\mathcal{A}_{[1]}(s, t)}{s} = \int \frac{d^2\mathbf{k}_1 d^2\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_2^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q})^2} 4i\alpha_s^2 \delta_{\lambda'\lambda} \mathcal{G} f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}), \quad (4.29)$$

onde \mathcal{G} é o fator de cor. A equação acima é finita no infravermelho, não ocorrendo divergências quando os momentos se anulam, conseqüência do forte ordenamento das variáveis de Sudakov no regime cinemático de Regge.

Para o caso de momento transferido nulo ($\mathbf{q}^2 = 0$), a eq. BFKL torna-se

$$\omega f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \delta^{(2)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \frac{\bar{\alpha}_s}{2\pi} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1)^2} \left[f(\omega, \mathbf{k}', \mathbf{k}_2) - \frac{\mathbf{k}_1^2 f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}{\mathbf{k}'^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2} \right], \quad (4.30)$$

Se usarmos a transformada de Mellin inversa para $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$,

$$F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} d\omega \left(\frac{s}{\mathbf{k}^2}\right)^\omega f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2), \quad (4.31)$$

obtemos para a eq. (4.30),

$$\frac{\partial F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}{\partial \ln(s/\mathbf{k}^2)} = \frac{\bar{\alpha}_s}{\pi} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k}_1)^2} \left[F(s, \mathbf{k}', \mathbf{k}_2) - \frac{\mathbf{k}_1^2 F(s, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)}{\mathbf{k}'^2 + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2} \right], \quad (4.32)$$

que pode ser interpretada como uma equação de evolução para a função F em $\ln s$, ou seja, dada uma forma inicial particular $F(s_0, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)$, a equação acima fornece F para um outro valor de s .

A equação BFKL é facilmente resolvida para momento transferido nulo ($\mathbf{q}^2 = 0$), usando o método de autofunções para uma função de Green. A solução final para transformada de Mellin é [72]

$$f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q}) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta \frac{e^{in(\theta_1 - \theta_2)}}{2\pi^2 k_1 k_2} \left(\frac{k_2^2}{k_1^2}\right)^{-i\zeta} \frac{1}{\omega - \bar{\alpha}_s \chi_n(\zeta)}, \quad (4.33)$$

onde k e θ são as componentes dos vetores transversos em coordenadas polares e $\bar{\alpha}_s \chi_n(\zeta)$ são os autovalores, com

$$\chi_n(\zeta) = \int_0^1 dz \frac{2 [z^{(n-1)/2} \cos(\zeta \ln \zeta)]}{1-z} = -2\gamma_E - 2\text{Re} \psi \left(\frac{n+1}{2} + i\zeta \right), \quad (4.34)$$

onde γ_E é a constante de Euler e ψ é a função Digama (derivada logarítmica da função Gama). Pelo fato que a variável ζ é contínua, não teremos um pólo isolado, mas sim um corte, com o ponto de ramificação sendo $\omega_0 = 4\bar{\alpha}_s \ln 2$. Tal resultado não é esperado pela teoria de Regge.

A solução para momento transferido não-nulo foi obtida por Lipatov [83], realizando uma transformada de Fourier em $f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{q})$ e utilizando a invariância frente a uma transformação conformal em duas dimensões para a equação resultante para a transformada de Fourier. Novamente o resultado final é um corte em vez de um pólo, como o caso de momento transferido nulo.

Podemos fazer uma lista de *diferenças* entre o pomeron suave (derivado da teoria de Regge) e o derivado acima [72]: a singularidade dominante da transformada de Mellin é um corte e não um pólo; a posição da singularidade dominante (um ponto de ramificação no caso da eq. BFKL) é muito maior que o valor observado da teoria de Regge, tendo como

consequência a violação de unitariedade; o espectro de singularidades da eq. BFKL não depende do momento trocado, logo não há dependência em t na trajetória do pomeron, dentre outros.

Para a resolução dos problemas pode-se considerar contribuições além da aproximação de logaritmo dominante. Se são consideradas correções subdominantes, temos a chamada equação BFKL NLO (“*next leading order*”). Para uma introdução ao cálculo de contribuição na próxima ordem dominante à eq. BFKL, ver [87].

Contudo, pode-se levar em conta efeitos não-perturbativos esperando que desta inclusão resultem algumas das propriedades fenomenológicas do pomeron suave. Na próxima seção vamos analisar uma destas propostas, o modelo de Landshoff-Nachtmann para o pomeron.

4.4 Modelo LN para o Pomeron

Para incorporar os efeitos não-perturbativos na descrição de eventos difrativos, Landshoff e Nachtmann desenvolveram um modelo [88, 89, 90] (doravante denominado *modelo LN*) para o Pomeron baseado na representação de Low e Nussinov [91, 92] do mesmo, ou seja, a troca de um par de glúons em estado singlete de cor. Estes glúons, pelo regime cinemático envolvido, carregariam muitas características não-perturbativas da QCD e portanto o seu propagador seria modificado para incluir estas características. Em particular, se o glúon é considerado como confinado podemos esperar que o pólo existente no propagador seja removido.

Landshoff e Nachtmann [88] consideraram uma teoria abeliana para evitar uma série de problemas. Assim, nesta teoria, os glúons não portam carga de cor, embora os quarks a portem. Entretanto, assumindo um propagador modificado, finito na origem, os glúons tornam-se confinados e propagam-se por uma distância finita, introduzindo um comprimento de correlação finito, a , para o glúon. Tal conclusão é obtida pela regra aditiva do pomeron a hádrons, onde a contribuição dominante vem do diagrama de Feynman em que os glúons do pomeron se acoplam ao mesmo quark dentro do hádron sendo subdominante o diagrama em que os glúons se acoplam a diferentes quarks dentro do hádron, como mostrado na figura (4.9).

O modelo LN descreve as principais características das colisões hadrônicas a pequeno momento transversal. Neste modelo o pomeron acopla-se entre os quarks de forma similar à troca de um fóton isoescalar com $C = +1$ de modo que a amplitude é

$$i\beta_0^2(\bar{u}\gamma^\mu u)(\bar{u}\gamma_\mu u) \quad (4.35)$$

onde β_0 é a constante de acoplamento do pomeron com os quarks.

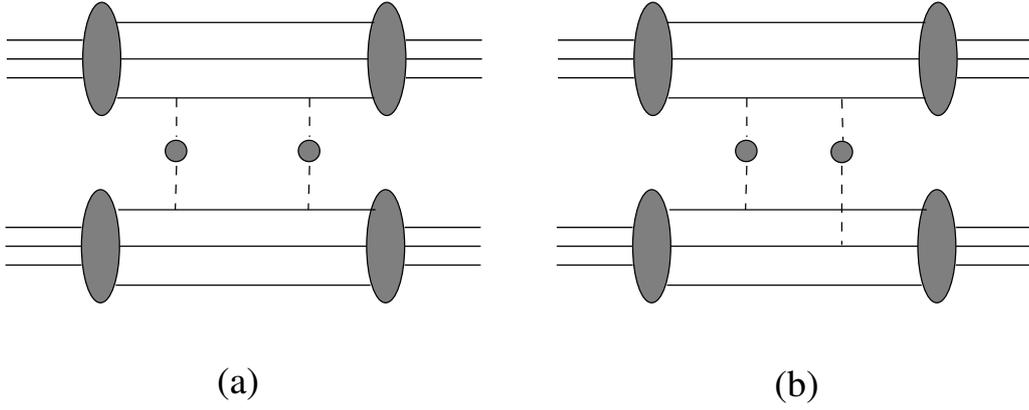


Figura 4.9: Diagramas com duas formas diferentes de acoplamento de dois glúons com os quarks no próton. Figura de [75].

A partir da descrição da produção difrativa de mésons vetoriais massivos (para mais detalhes ver o próximo capítulo), em especial, a produção de mésons ρ pela reação $\gamma^* p \rightarrow \rho p$, Donnachie e Landshoff [93] mostraram que o acoplamento do pomeron com os quarks não é pontual mas envolve um fator de forma que depende de um fator de massa μ_0 (também denominado inversa do raio do pomeron). Pode-se relacionar o comprimento de correlação (a), a constante de acoplamento $\mathbb{P}q$ (β_0) e a escala de massa (μ_0) com o valor do condensado de glúons [38] (M_c) pelas seguintes equações,

$$\beta_0^2 = \frac{1}{36\pi^2} \int d^2k [g^2 \mathcal{D}(k^2)]^2 = \frac{4\pi}{9} \int_0^\infty dl^2 [\alpha_s \mathcal{D}(-l^2)]^2, \quad (4.36)$$

sendo que um fator de $2/9$ é incluído para levar em conta o fator de cor apropriado para a troca de singlete de cor [90]; e

$$\frac{9\beta_0^2 \mu_0^2}{8\pi} = \int_0^\infty dl^2 l^2 [\alpha_s \mathcal{D}(-l^2)]^2, \quad (4.37)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{6} M_c^4 a^5. \quad (4.38)$$

Usando os valores experimentais $\beta_0 \approx 2,0 \text{ GeV}^{-1}$ e $\mu_0 \approx 1,0 \text{ GeV}$, podemos fixar quaisquer outros parâmetros envolvidos no propagador dentro do modelo LN. Donnachie e Landshoff [89] propõem o seguinte propagador, que satisfaz as exigências acima,

$$\mathcal{D}_{\text{IV}}^{\text{LN}}(k^2) = \frac{3\beta_0}{\sqrt{2\pi}\mu_0\alpha_n} \exp\left(-\frac{k^2}{\mu_0^2}\right), \quad (4.39)$$

onde α_n é o acoplamento não perturbativo.

Um aperfeiçoamento do modelo LN para o pomeron, empregando uma generalização de integrais funcionais de caminho e o modelo do vácuo estocástico, foi desenvolvido por Nachtmann, Dösch, Ferreira, Kramer e colaboradores (para uma introdução ver [75]). Tal modelo foi empregado com sucesso em vários processos difrativos a despeito de sua relativa complexidade computacional.

4.5 Propagadores modificados e a eq. BFKL

Como vimos em seção anterior, a equação BFKL descreve o pomeron dentro do arcabouço da QCD perturbativa como uma escada de glúons verticais reggionizados com vértices efetivos que ligam os glúons dos degraus.

A equação BFKL, como vimos, pode ser solucionada para qualquer valor de momento transferido, no caso de contribuições na ordem dominante. Entretanto, existem diferenças significativas entre o comportamento do pomeron predito por estas soluções e as previsões de teoria de Regge. Uma diferença é que a singularidade dominante da transformada de Mellin é um corte e não um pólo isolado; outra é que a posição da singularidade dominante tem uma dependência no quadrado da energia do centro de massa, s , do tipo

$$s^{\alpha_{\mathbb{P}}(t)},$$

onde $\alpha_{\mathbb{P}}(t)$ é a trajetória do pomeron. A eq. BFKL prediz para a interseção do pomeron,

$$\alpha_{\mathbb{P}}^{\text{BFKL}}(0) = 1 + \frac{4N\alpha_s}{\pi} \ln 2$$

enquanto que a teoria de Regge prevê,

$$\alpha_{\mathbb{P}}^{\text{Regge}}(0) = 1,08.$$

Consequentemente, ocorre a violação do limite de Froissart, ou seja, a seção de choque total cresce mais rápido que $\ln^2 s$. Outro problema, é a forma do espectro de singularidades da solução da eq. BFKL. A transformada da Mellin apresenta o mesmo espectro para momento transferido nulo e não nulo, portanto não há dependência em t na trajetória do pomeron.

Para tentar solucionar estes problemas foram propostas as seguintes soluções: a inclusão de correções de ordem mais alta na teoria de perturbação, a saber, incluir na derivação da equação BFKL, os diagramas de Feynman sub-dominantes na derivação anterior. Entretanto estas correções não resolvem de todo o problema, pois as correções à ordem dominante são maiores que a própria ordem dominante [87].

Outra possível solução é a possibilidade que a constante de acoplamento forte seja dinâmica, ao invés de ser fixa como no caso da derivação da equação BFKL usual. Neste caso, o mais correto seria também a inclusão dos diagramas subdominantes, já que estes diagramas são os que contribuem para que a constante de acoplamento seja dinâmica, como vimos no capítulo 2. Todavia, ao desprezar estes diagramas e somente considerar uma constante de acoplamento dinâmica, as soluções para eq. BFKL agora é obtida de uma forma semelhante a conhecida aproximação WKB da mecânica quântica [72], resultando em uma solução oscilatória, com a sua fase sendo fixa por efeitos infravermelhos (não-perturbativos) da QCD, resultando em infinitos pólos isolados na transformada de Mellin, ao invés de um corte.

Para a inclusão de efeitos não-perturbativos na eq. BFKL, há uma série de diferentes propostas. Collins e Landshoff [94] resolvem a eq. BFKL, impondo um corte (“*cut-off*”) no limite inferior de integração da parte da eq. BFKL que corresponde à emissão de um glúon real, ou seja, eliminando a divergência da região infravermelha, mas mantendo o propagador perturbativo. Tais proposições resultam que a posição da singularidade dominante na transformada de Mellin da amplitude (ponto de ramificação do corte) não é modificada. Há também um corte ultravioleta, introduzido por limites cinemáticos, sendo importante para ordens subdominantes. Com os dois cortes, a interseção da trajetória do pomeron assim obtida é reduzida – cerca de 20 %, dependendo da escala de energia, aproximando-se do valor da teoria de Regge. Se o acoplamento é dinâmico, então ele ocupa o lugar do corte ultravioleta.

Outro modo de introduzir efeitos infravermelhos, é o de Nikolaev, Zakharov e Zoller (NNZ) [95, 96], onde as correções radioativas à eq. BFKL são incorporadas nos fatores de impacto – que determinam o acoplamento entre o hádron e o pomeron – determinados ao considerar a expansão no espaço de Fock da função de onda do hádron, como, por exemplo, um méson é em primeira ordem um par $q\bar{q}$, em segunda ordem, um par e um glúon, $q\bar{q}g$, e assim por diante.

A seção de choque perturbativa para dois mésons A e B é calculada por

$$\sigma_{AB}^{(\text{pt})} = \int dz_A d^2\mathbf{r}_A dz_B d^2\mathbf{r}_B |\psi(z_A, \mathbf{r}_A)|^2 \sigma_0(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) |\psi(z_B, \mathbf{r}_B)|^2, \quad (4.40)$$

onde $\psi(z_i, \mathbf{r}_i)$ é a função de onda de um méson, com o quark e o anti-quark separados no espaço de parâmetros de impacto por \mathbf{r}_i e com momentos transversos $z_i p_i$ e $(1 - z_i)p_i$; e $\sigma_0(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B)$ a seção de choque para o espalhamento (calculado em ordem dominante, ou seja troca de dois glúons) de dois dipolos de cor de raio transversal no espaço de parâmetros de impacto, \mathbf{r}_A e \mathbf{r}_B , cuja expressão é

$$\sigma_0(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B) = \frac{32}{9} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{(k^2 + \mu_g^2)^2} \alpha_s^2(k^2) [1 - e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_A}] [1 - e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_B}], \quad (4.41)$$

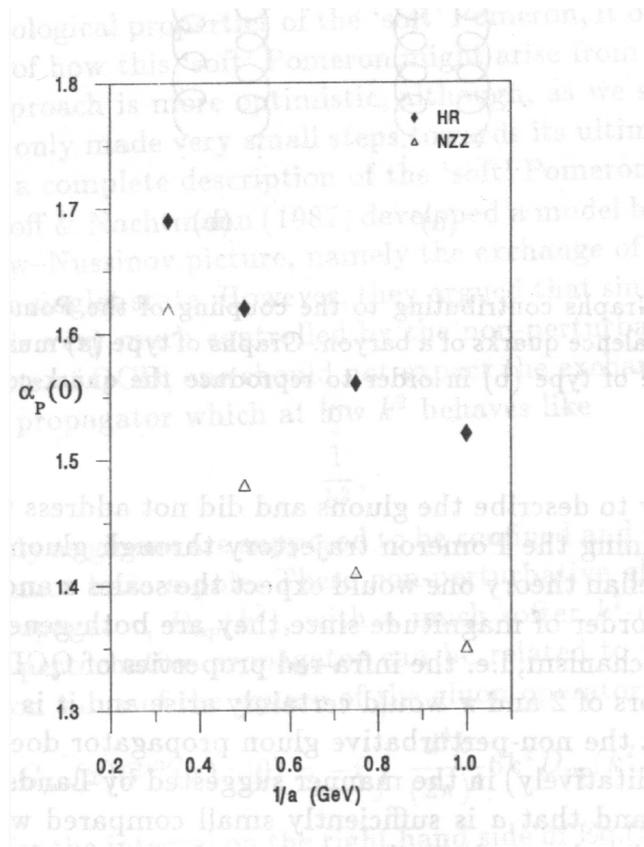


Figura 4.10: Resultados de Nikolaev, Zakharov e Zoller [95, 96] e Hancock e Ross [98, 99] para a interseção do pomeron para equações BFKL modificadas para incluir um parâmetro infravermelho massivo, $1/a$. Figura de [72].

onde α_s é a constante de acoplamento forte, sendo esta congelada para pequenos valores de k^2 ; e $\mu_g = 1/R_g$ é uma massa efetiva para o glúon, relacionada com o comprimento de correlação R_g . Este parâmetro carrega, dentro deste modelo, a informação não-perturbativa. NNZ derivam uma eq. BFKL generalizada e obtém uma solução dependente do raio de correlação do glúon. Neste caso, a interseção do pomeron é reduzida (ver fig.(4.10)), mas ainda acima do valor observado. Todavia, com a diminuição do raio de correlação (e consequentemente o aumento da massa do glúon) a interseção diminui, contudo atingindo o valor da teoria de Regge para valores não realísticos deste parâmetro.

Ross [97] e Hancock e Ross [98, 99] empregam outra aproximação para incluir efeitos não-perturbativos. Baseado no modelo de Landshoff e Nachtmann para o pomeron, um modelo, denominado de “quase-perturbativo”, é construído. Neste modelo, o glúons tem seu propagador modificado enquanto que os quarks e os vértices de quark-glúon permane-

cem inalterados, mantendo o resultado perturbativo usual. Neste caso, a eq. BFKL para momento transferido nulo e com constante de acoplamento dinâmica, torna-se

$$\omega f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{0}) = \delta^2(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) + \frac{N\alpha(\mathbf{k}_1)}{\pi^2} \int d^2\mathbf{k}' \mathcal{D}((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2) \times \left[f(\omega, \mathbf{k}', \mathbf{k}_2, \mathbf{0}) - \frac{\mathcal{D}(\mathbf{k}'^2)\mathcal{D}((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2)}{\mathcal{D}(\mathbf{k}_1^2) [\mathcal{D}(\mathbf{k}'^2) + \mathcal{D}((\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}')^2)]} f(\omega, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{0}) \right] \quad (4.42)$$

onde $\mathcal{D}(\mathbf{k}^2)$ é o propagador modificado. Para obter a equação acima, basicamente, são identificados na eq. BFKL original os termos correspondentes aos glúons trocados, utilizando a correspondência $1/k^2 \rightarrow \mathcal{D}(k^2)$. Os propagadores modificados correspondentes aos degraus da escada passam pelo “corte” imposto pelas regras de Cutkosky, como fig. (4.8), que pela derivação da eq. BFKL original devem estar na camada de massa (neste caso, nula), podem ser interpretados [97] como se fragmentando em hádrons e portanto na realidade o corte nas amplitudes se dá sobre hádrons e não sobre o glúon.

Assim como a eq. BFKL original, a equação acima é uma equação de auto-valores e além disto, é uma equação integral [100]. Utilizando os métodos usuais para a resolução numérica de equações integrais [101], a saber, o uso de uma regra de quadratura, simplificada, a equação a resolver é

$$\lambda F(t) = \int dt' K(t, t') F(t'),$$

com o núcleo K simétrico, $K(t, t') = K(t', t)$. A escolha da quadratura é a aproximação da integral por uma soma,

$$\int dt g(t) \approx \sum_{i=1}^N w_i g(t_i),$$

onde w_i são os pesos e t_i são as abscissas da quadratura. Então temos

$$\lambda F(t) \approx \sum_j w_j K(t, t_j) F(t_j),$$

e avaliando o lado esquerdo em outros valores discretos t_i e se definirmos $f_i = \sqrt{w_i} F(t_i)$ e $k_{ij} = \sqrt{w_i w_j} K(t_i, t_j)$, resultando em um sistema de equações lineares em que as incógnitas são f_i ,

$$\lambda f_i \approx \sum_j k_{ij} f_j.$$

Como os valores t_i são fixos, o próprio sistema de equações é usado para interpolar outros pontos.

O sistema assim obtido terá autovalores discretos se houver uma escala ultravioleta, contida na constante de acoplamento dinâmica (que é considerada congelada abaixo de

um certo valor crítico) e também uma escala infravermelha, a , esta contida no propagador modificado do glúon. Para um propagador massivo do tipo,

$$\mathcal{D}(k^2) = \frac{1}{k^2 + 1/a^2} \quad (4.43)$$

temos os resultados para a interseção do pomeron em função da massa do glúon, para momento transferido nulo estão mostrados na figura (4.10). Contudo, Hancock e Ross [98] utilizaram diversos outros propagadores com constantes de acoplamento modificadas. Para momento transferido nulo, a trajetória do pomeron é estudada para o propagador massivo

$$\mathcal{D}(k^2) = \frac{1}{k^2 + m_g^2} \quad (4.44)$$

com uma constante de acoplamento dinâmica congelada (ou melhor finita quando o momento é nulo),

$$\alpha_s^{\text{HR}}(k^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{k^2 + k_0^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad \beta_0 = 11 - \frac{2n_f}{3}, \quad (4.45)$$

onde n_f é o número de sabores e o parâmetro k_0 regula o congelamento. Neste caso, dependendo da razão $m_g/\Lambda_{\text{QCD}} \in [3, 5]$, o valor da interseção encontrado é $\alpha' \in [1, 45; 1.55]$. Para o propagador encontrado por Cudell e Ross usando EDSs no calibre axial [30],

$$\mathcal{D}^{-1}(k^2) = L k^2 \ln \left(\frac{\lambda_1 k^2}{m^2} + \lambda_2 \right) + m^2 \left[C_1 \left(\frac{k^2}{m^2} \right)^{\gamma_1} + C_2 \left(\frac{k^2}{m^2} \right)^{\gamma_2} \right] \quad (4.46)$$

onde os parâmetros L , C_i , γ_i , λ_i , m , α_0 são determinados pelas EDS e a constante de acoplamento forte é mantida fixa, $\alpha_s(k^2) = \alpha_0 \approx 0,7$, o autovalor dominante é $\sim 1,3$. Outro propagador utilizado é o (pouco usado e conhecido) de Namysłowski [102], em que a forma analítica é complexa, mas é caracterizada por uma massa dinâmica, $m_g^2(k^2)$, que também entra como regulador infravermelho na constante de acoplamento forte,

$$\alpha_s^{\text{N}}(k^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{k^2 + m_g^2(k^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad (4.47)$$

sendo que o modelo tem dois parâmetros: a escala de energia da QCD, Λ_{QCD} e o valor do condensado de glúon,

$$\nu = \frac{\alpha_s}{\pi} \langle 0 | : G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} : | 0 \rangle \sim 0,36 \text{ GeV}.$$

Um detalhe importante, que neste caso, m_g e ν são dependentes de calibre, refletindo no fato que, para $\nu/\Lambda_{\text{QCD}} \sim 2,5$ no calibre de Feynman, o autovalor dominante é $\sim 0,6$ enquanto que no calibre de Landau, ele é 7 % maior.

Outro propagador utilizado foi o proposto por Landshoff e Nachtmann [88, 89], sendo o mais simples propagador do glúon a satisfazer as premissas do modelo por eles apresentado. Este propagador, além de satisfazer as integrais dos momentos, eqs. (4.36) e (4.37), é dividido em duas partes, uma correspondente à região infravermelha, eq. (4.39), e uma parte perturbativa, que possui o propagador usual. Ambas as partes devem ter o mesmo valor a um determinado momento k_0 , fixando α_n . Usando o valor experimental para $\mu_0 \approx 1,0$ GeV, e variando $\beta_0 \Lambda_{\text{QCD}}$ entre 0,2; 0,4; 0,8; os correspondentes autovalores dominantes são, respectivamente, 0,58; 0,68; e 0,80.

E, finalmente, o propagador obtido por Häbel e colaboradores [50] é utilizado. Este propagador, já discutido anteriormente, tem a seguinte forma,

$$\mathcal{D}^{-1}(k^2) = k^2 + \frac{b^4}{k^2}, \quad (4.48)$$

sendo que o segundo termo tem um papel de uma massa dinâmica. No trabalho original [50], possíveis valores do parâmetro b não são discutidos. A constante de acoplamento forte é considerada congelada como no caso do propagador massivo. Os resultados para os autovalores dominantes dependem do parâmetro b e ficam entre 0,5 e 0,55.

No caso mais complexo de momento transferido não nulo, a equação BFKL para a transformada de Mellin da amplitude de espalhamento torna-se [99]

$$\begin{aligned} \lambda(t) \tilde{f}(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \lambda) = \frac{N}{2\pi^2} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2} \alpha_s \left\{ \left[\frac{P(\mathbf{k}^2)}{P(\mathbf{k}'^2)} + \frac{P(\hat{\mathbf{k}}^2)}{P(\hat{\mathbf{k}}'^2)} - \frac{\mathbf{q}^2(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2}{P(\mathbf{k}'^2)P(\hat{\mathbf{k}}'^2)} \right] \times \right. \\ \left. \tilde{f}(\mathbf{k}', \mathbf{q}, \lambda) - \left[\frac{P(\mathbf{k}^2)}{P(\mathbf{k}'^2) + (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2} - \frac{P(\hat{\mathbf{k}}^2)}{P(\hat{\mathbf{k}}'^2) + (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2} \right] \tilde{f}(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \lambda) \right\} \quad (4.49) \end{aligned}$$

onde $P(\mathbf{k}^2)$ é a inversa do propagador do glúon, $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k} - \mathbf{q}$ e $\hat{\mathbf{k}}' = \mathbf{k}' - \mathbf{q}$ e $-\mathbf{q}^2 = t$. Da seção 4.3, sabemos que o caso correspondente ao propagador perturbativo possui solução analítica conhecida no caso do acoplamento ser fixo. Em [99], na resolução da equação acima, é considerado uma constante de acoplamento a um laço usual, sem um corte infravermelho. A equação integral a resolver é muito mais complexa neste caso, portanto vamos omitir maiores detalhes, mas é possível mostrar [99] que é necessário introduzir uma dupla quadratura para a resolução numérica da equação, a saber,

$$\int dt \int d\phi g(t, \phi) \approx \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N w_i^{(t)} w_j^{(\phi)} g(t_i, \phi_j),$$

logo, resultando, após substituições similares às usadas no caso de momento transferido nulo, no seguinte sistema

$$\lambda g_{ij} \approx \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N k_{ij}^{mn} g_{mn}.$$

Como no caso anterior, alguns propagadores perturbativos são utilizados: o massivo com uma constante de acoplamento congelada em pequeno momento; o de Cudell [103], baseado no de Landshoff e Nachtmann e o de Namysłowski. Para estes modelos, os quatro primeiros autovalores dominantes foram calculados para o intervalo de momento transferido $q^2 = 0$ até $q^2 = 50\Lambda_{\text{QCD}}^2$ e para valores dos parâmetros dos modelos. Os resultados encontrados diminuem tanto a interseção quanto a inclinação da trajetória do pomeron, mas ainda os valores encontram-se aquém dos encontrados pela teoria de Regge.

Um estudo semelhante ao de Hancock e Ross é feito por Vacca e Venturi [104], onde a eq. BFKL é modificada pela inclusão de propagadores modificados nos glúons verticais da escada enquanto que nos degraus os glúons fragmentam-se em hádrons de massa m , pela razão exposta acima. A constante de acoplamento forte é a usual, obtida pela teoria de perturbação a um laço. A equação obtida é resolvida numericamente pela mesma técnica de quadratura usada por Hancock e Ross, para os seguintes propagadores: um massivo modificado para inclusão de efeitos ultravioletas,

$$\mathcal{D}^{-1}(k^2) = \Lambda^2 \left(\frac{k^2 + m_g^2}{\Lambda^2} \right)^d, \quad (4.50)$$

onde m_g é uma massa de glúon, d é um parâmetro relacionado ao comportamento ultravioleta, sendo maior que um para um condensado de glúon positivo e Λ uma escala de energia escolhida como $\Lambda_{\text{QCD}} = 0,2 \text{ GeV}$; e outro propagador, baseado em relações de superconvergência em QCD [105],

$$\mathcal{D}^{-1}(k^2) = (k^2 + m_g^2) \left[\ln \left(\frac{k^2 + m_g^2}{\Lambda^2} \right) \right]^d. \quad (4.51)$$

Para o primeiro propagador com uma massa m nula e uma constante de acoplamento forte fixa para todo momento ou congelada abaixo de um certo valor crítico de momento Q_0 , e dependendo da escolha dos valores dos parâmetros d e m_g , o valor do autovalor dominante encontrado atinge o valor para o pomeron suave observado pela teoria de Regge de 0,08. O mesmo cálculo é feito para uma constante de acoplamento forte fixa abaixo de um momento crítico Q_0 , sendo que ocorre o mesmo com o segundo propagador, mas para valores de d maiores que 2, em discordância com os valores do expoente encontrados na literatura [26]. No caso de uma massa não-nula para os glúons dos degraus, os valores máximos para os autovalores diminuem de 5 % até 20 %, dependendo do propagador empregado. Vacca e Venturi concluem que a inclusão de propagadores não-perturbativos leva a uma igualdade nas interseções dos dois pomerons. o duro e o suave.

4.6 Conclusões

Neste capítulo, foi apresentado um resumo dos principais resultados da teoria de Regge para eventos difrativos em altas energias e a sua descrição dentro da teoria das interações fortes, a QCD, bem como as diferenças entre as duas descrições, além de propostas para obter uma fenomenologia para o pomeron suave dentro do contexto da QCD, analisando em particular o modelo de Landshoff-Nachtmann para o pomeron.

Capítulo 5

Aplicações em Física Difrativa

5.1 Introdução

Nesta seção vamos analisar uma série de aplicações fenomenológicas em QCD dos propagadores modificados, especificamente em física difrativa, onde a troca do pomeron é determinante. Os processos analisados serão o espalhamento elástico de próton-próton e a produção difrativa de mésons vetoriais massivos em colisões elétron-próton e em produção de mésons vetoriais em espalhamentos fóton-fóton. Em particular, resultados para uma gama de propagadores modificados são calculados para os espalhamentos próton-próton e fóton-fóton.

À descrição dos espalhamentos difrativos está relacionada uma série de dificuldades cuja origem pode ser a complicada interferência entre fenômenos de origem não-perturbativa e de origem perturbativa. O modelo Landshoff-Nachtmann (LN), revisado no capítulo anterior, é o modelo mais simples para a descrição desta superposição de efeitos dentro da QCD.

Além do modelo LN, podemos citar o trabalho de Forshaw, Papavassiliou e Parrinello [106] em que uma teoria de Yang-Mills massiva é considerada para a descrição do espalhamento difrativo. Entretanto, é sabido que uma teoria de campos de calibre não-abeliana massiva apresenta uma série de problemas relacionados à unitariedade dos elementos da matriz S e a sua renormalizabilidade. Não é o caso do tratamento empregado por Cornwall [34, 35] em que uma massa dinâmica para o glúon é encontrada sem a quebra espontânea de simetria, ou seja, não há a introdução do setor de Higgs na teoria, e a renormalizabilidade da teoria é garantida pela existência de uma massa dinâmica. Em [106] é utilizado um modelo de teoria de campos não-abelianos em que desde o principio temos uma massa para o glúon, mas também não é empregado o mecanismo de Higgs, e sim introduzidos campos escalares auxiliares adicionais. A teoria resultante é analisada

até a ordem de dois laços, implicando na perda da renormalizabilidade à este nível. Entretanto, os autores acreditam que o modelo pode ser empregado na descrição de fenômenos difrativos.

5.2 Espalhamento elástico próton-próton

Uma primeira aplicação fenomenológica para os propagadores modificados é a descrição do espalhamento elástico a altas energias próton-próton e próton-anti-próton, onde há a troca do pomeron. Como já vimos, o pomeron pode ser descrito, na ordem mais baixa em QCD como a troca de dois glúons, tal como sugerido por Low e Nussinov [91, 92]. Tal modelo é empregado com sucesso em cálculos perturbativos [107], mas depende das funções de onda dos hádrons envolvidos e, conseqüentemente, de suas indefinições quanto à sua forma. Cudell e Ross [30], motivados pelos estudos de ambos na aplicação do modelo de Landshoff e Nachtmann em produção de mésons vetoriais (ver próxima seção) no caso de Cudell, e pela proposta de modificação da eq. BFKL no caso de Ross, estudaram a seção de choque diferencial para o processo acima, dentro do modelo de troca de dois glúons e com os pressupostos do modelo de Landshoff-Nachtmann para eliminar as divergências infravermelhas.

Esta aproximação, entretanto, é muito grosseira, pois como veremos a seção de choque total não depende da energia, fato observado experimentalmente mas que não é obtido com esta aproximação. A origem desta dependência é a produção de partículas intermediárias no canal s . Para restaurar a dependência em energia, usualmente se introduz nas fórmulas uma dependência de energia do tipo s^{α_P} *ad hoc*, motivado pelos resultados da teoria de Regge.

A partir dos resultados da derivação da equação BFKL para o pomeron no capítulo 4, temos que a amplitude de espalhamento qq é puramente imaginária [72], sendo então

$$\mathcal{A}_2^{qq} = is\alpha_s^2 \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} \int d\mathbf{k}_a d\mathbf{k}_b \delta^{(2)}(\Delta - \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \mathcal{D}(\mathbf{k}_a^2) \mathcal{D}(\mathbf{k}_b^2) \quad (5.1)$$

onde N_c é o número de cores e α_s é a constante de acoplamento forte (aqui considerada fixa).

No entanto, como os hádrons são constituídos por quarks e glúons devemos modelá-los de alguma maneira. Para tanto, um modelo inicial é o espalhamento fóton-fóton com troca de dois glúons (ver figura 5.1). A amplitude deste espalhamento é dada por [84, 85]

$$\mathcal{A}_2 \sim is \int d\mathbf{k}_a d\mathbf{k}_b [\mathcal{E}_1^\gamma(\Delta^2) - \mathcal{E}_2^\gamma(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)]^2 \delta^{(2)}(\Delta - \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \mathcal{D}(\mathbf{k}_a^2) \mathcal{D}(\mathbf{k}_b^2), \quad (5.2)$$

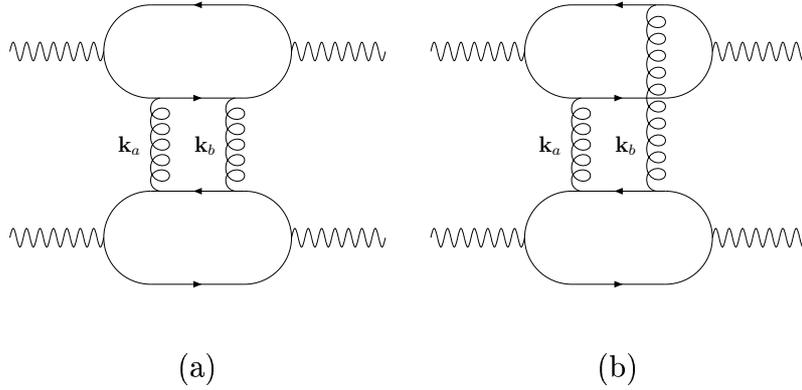


Figura 5.1: Diagramas de Feynman que contribuem para o espalhamento fóton-fóton com troca de dois glúons. O diagrama da esquerda tem um fator de forma \mathcal{E}_1 enquanto que o da direita tem fator de forma \mathcal{E}_2 .

onde os fatores de forma $\mathcal{E}_{1,2}$ estão relacionados com as funções de onda dos quarks. No caso dos glúons estarem ligados ao mesmo quark, o fator de forma é dado por

$$\mathcal{E}_1^\gamma(\Delta^2) = 4\alpha_{elm} \int_0^1 d\beta \int d\mathbf{p} \Psi^* \left(\beta, \mathbf{p} + \frac{\beta\Delta}{2} \right) \Psi \left(\beta, \mathbf{p} - \frac{\beta\Delta}{2} \right), \quad (5.3)$$

onde $\Psi(\beta, \mathbf{p})$ é a função de onda do quark com fração de momento longitudinal β e momento transversal \mathbf{p} e α_{elm} é a constante de acoplamento eletromagnético. No caso em que os glúons estão ligados a dois quarks diferentes temos

$$\mathcal{E}_2^\gamma(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b) = \mathcal{E}_1^\gamma \left(\left(\left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \mathbf{k}_b - \mathbf{k}_a \right)^2 \right). \quad (5.4)$$

Uma característica importante desta amplitude é que quando os momentos dos glúons se anulam, a combinação dos fatores de forma cancela a divergência infravermelha do propagador do glúon.

As idéias acima podem ser estendidas para colisões hádron-hádron. Considerando que os hádrons são constituídos por seus quarks de valência (três, no caso do próton), Gunion e Soper [107] derivaram uma amplitude para o espalhamento hádron-hádron na aproximação eikonal para a troca de múltiplos glúons no canal s , sendo uma generalização do resultado de Cheng e Wu [86] do caso da QED, ou seja o espalhamento lépton-lépton por múltiplas trocas de bósons de calibre. No caso da troca de dois glúons, a amplitude

de espalhamento é dada por

$$\mathcal{A}_2^{h_1 h_2} = i s \alpha_s^2 n_1 n_2 \mathcal{C} \int d\mathbf{k}_a d\mathbf{k}_b \delta^{(2)}(\Delta - \mathbf{k}_a - \mathbf{k}_b) \mathcal{D}(\mathbf{k}_a^2) \mathcal{D}(\mathbf{k}_b^2) \times \\ [\mathcal{E}_1^{h_1}(\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b) - \mathcal{E}_2^{h_1}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)] [\mathcal{E}_1^{h_2}(\mathbf{k}_a + \mathbf{k}_b) - \mathcal{E}_2^{h_2}(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b)], \quad (5.5)$$

onde \mathcal{C} é o fator de cor do processo, $n_{1,2}$ é o número de quarks de valência no hádron $h_{1,2}$. No caso de dois prótons, $h_1 = h_2$, e $\mathcal{C} = 8/9$ (correspondendo a um número de cores igual a três), a amplitude resulta, após carregar uma integração usando a função delta, em

$$\mathcal{A}_2^{pp} = 8 i s \alpha_s^2 \int d\mathbf{k} \mathcal{D}(\mathbf{k}^2) \mathcal{D}((\Delta - \mathbf{k})^2) [\mathcal{E}_1(\Delta) - \mathcal{E}_2(\mathbf{k}, \Delta - \mathbf{k})]^2. \quad (5.6)$$

O fator de forma \mathcal{E}_1 pode ser identificado com o fator de forma elástico de Dirac. No caso do próton temos,

$$\mathcal{E}_1(t = -\Delta^2) = \frac{4m_p^2 - 2,79t}{(4m_p^2 - t) \left(1 - \frac{t}{0,71}\right)^2}, \quad (5.7)$$

onde m_p é a massa do próton. O outro fator de forma tem uma estrutura mais arbitrária, sendo fixada requerendo que as divergências infravermelhas se anulem como no caso do espalhamento fóton-fóton. Ou seja, a forma funcional escolhida deve ser tal que quando os momentos se anulem ($\mathbf{k}_{a,b} \rightarrow 0$) as divergências infravermelhas desapareçam. Uma forma simples no qual esta propriedade é respeitada é

$$\mathcal{E}_2(\mathbf{k}_a, \mathbf{k}_b) = \mathcal{E}_1(\mathbf{k}_a^2 + \mathbf{k}_b^2 - f \mathbf{k}_a \cdot \mathbf{k}_b), \quad (5.8)$$

onde o parâmetro f varia dependendo do hádron envolvido. No caso do próton, seu valor é escolhido tal que a função de onda dos quarks esteja concentrada em $\beta = 1/3$. Em [30], o valor utilizado foi $f = 7$, mas, posteriormente usando outros argumentos, Cudell e Nguyen [108] utilizam $f = 1$.

A amplitude de espalhamento, eq. (5.6) pode ser reescrita, usando a seguinte troca de variáveis,

$$\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} + \frac{\mathbf{q}}{2} \quad (5.9)$$

(ou seja, os dois glúons repartem o momento total transferido) em [30]

$$\mathcal{A}_2^{pp}(s, t) = 8 i s \alpha_s^2 (\mathcal{T}_1 - \mathcal{T}_2), \quad (5.10)$$

sendo

$$\mathcal{T}_1 = \int_0^s d\mathbf{k} \mathcal{D}(\mathbf{p}_+) \mathcal{D}(\mathbf{p}_-) \mathcal{E}_1^2(\Delta), \quad (5.11a)$$

$$\mathcal{T}_2 = \int_0^s d\mathbf{k} \mathcal{D}(\mathbf{p}_+) \mathcal{D}(\mathbf{p}_-) \mathcal{E}_2(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) [2\mathcal{E}_1^2(\Delta) + \mathcal{E}_2(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-)], \quad (5.11b)$$

onde $\mathbf{p}_{\pm} = \mathbf{\Delta}/2 \pm \mathbf{k}$ e s e t são as variáveis de Mandelstam. Escrita desta forma, podemos identificar os termos vindos de diferentes contribuições. O termo \mathcal{T}_1 vem de diagramas nos quais ambos os glúons estão ligados ao mesmo quark dentro do próton, enquanto que \mathcal{T}_2 vem de diagramas em que os glúons estão ligados a diferentes quarks dentro do próton. A seção de choque total é obtida pelo teorema ótico,

$$\sigma_{\text{tot}}^0 = \frac{\mathcal{A}_2^{pp}(s, 0)}{is}, \quad (5.12)$$

bem como a seção de choque diferencial,

$$\frac{d\sigma^0}{dt} = \frac{|\mathcal{A}_2^{pp}(s, t)|^2}{16\pi s^2}. \quad (5.13)$$

A dependência na energia do centro de massa no limite superior de integração nas expressões (5.11a) e (5.11b) acima é praticamente irrelevante, como veremos a seguir. Ou seja, as seções de choque acima, não dependem de s , ou ainda, são independentes da energia (denotando esta propriedade com o índice 0).

Para pequeno momento transferido, a seção de choque diferencial elástica tem um comportamento exponencial do tipo

$$\frac{d\sigma}{dt} = A e^{Bt}, \quad (5.14)$$

onde B é a inclinação logarítmica. A partir das expressões do teorema ótico, eqs. (5.12) e (5.13), podemos facilmente reescrever a expressão acima como

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\sigma_{\text{tot}}^2}{16\pi} e^{Bt}, \quad (5.15)$$

onde B é dado por

$$B = \frac{d}{dt} \left(\ln \frac{d\sigma}{dt} \right) \Big|_{t=0}. \quad (5.16)$$

Pela construção da amplitude, teremos um resultado finito para a seção de choque total, pelo cancelamento das divergências infravermelhas pela diferença dos termos na eq. (5.10). Mas para a seção de choque diferencial teremos um resultado errôneo pois $B(t=0) \rightarrow \infty$ quando o propagador utilizado é o perturbativo. Ao usarmos o modelo de Landshoff-Nachtmann para o pomeron, a contribuição de glúons ligados em diferentes glúons (\mathcal{T}_2) é desprezível, e as divergências infravermelhas restantes são regularizadas pelo uso de propagadores modificados.

Entretanto, como já mencionamos, a descrição por dois glúons não perturbativos é aproximada, não levando em conta os efeitos da troca de glúons no canal s , que resultam na equação BFKL para o Pomeron. Algumas conseqüências desta aproximação são a

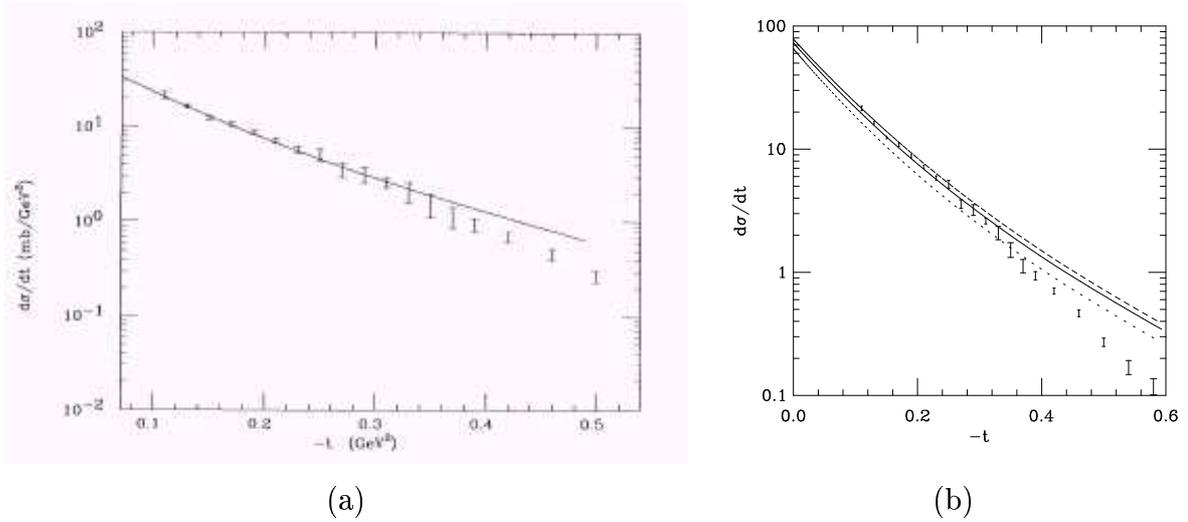


Figura 5.2: Seção diferencial de choque para o espalhamento elástico próton-próton via troca do pomeron LN para o: (a) propagador de Cornwall (eq. (3.21)) [112] e (b) propagador de rede (eq. (3.86)) [65]. Dados de [109].

independência da seção de choque da energia do centro de massa e uma interseção da trajetória do pomeron que não deverá ser maior que um. Para acomodarmos a dependência em s da seção de choque, que nos leva ao crescimento na seção da seção de choque em altas energias, o modelo acima descreve somente a parte independente de energia da seção de choque com a troca do pomeron, sendo que a seção de choque total é descrita por uma parametrização de Regge para a energia por

$$\sigma_{\text{tot}} = \left(\frac{s}{m_p^2} \right)^{0,08} \sigma_{\text{tot}}^0, \quad (5.17a)$$

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{s}{m_p^2} \right)^{0,168} \frac{d\sigma^0}{dt}. \quad (5.17b)$$

Cudell e Ross [30] empregaram o modelo acima com um propagador modificado que é solução de uma equação de Dyson-Schwinger baseada nos trabalhos de Baker, Ball e Zachariessen (ver no cap. 3) encontrando uma boa descrição dos dados experimentais para o espalhamento próton-próton a uma energia de $\sqrt{s} = 53$ GeV da colaboração ISR [109]. Halzen, Krein e Natale [112], obtém também um ajuste muito bom aos dados experimentais usando o propagador do glúon proposto por Cornwall [35], eq. (3.21) e incluindo o termo de Regge. As mesma idéias são empregadas pela colaboração UKQCD [65], para o propagador obtido por simulações computacionais na rede (ver eq. (3.86)), novamente com uma boa descrição dos dados experimentais. Os resultados são mostrados na figura 5.2.

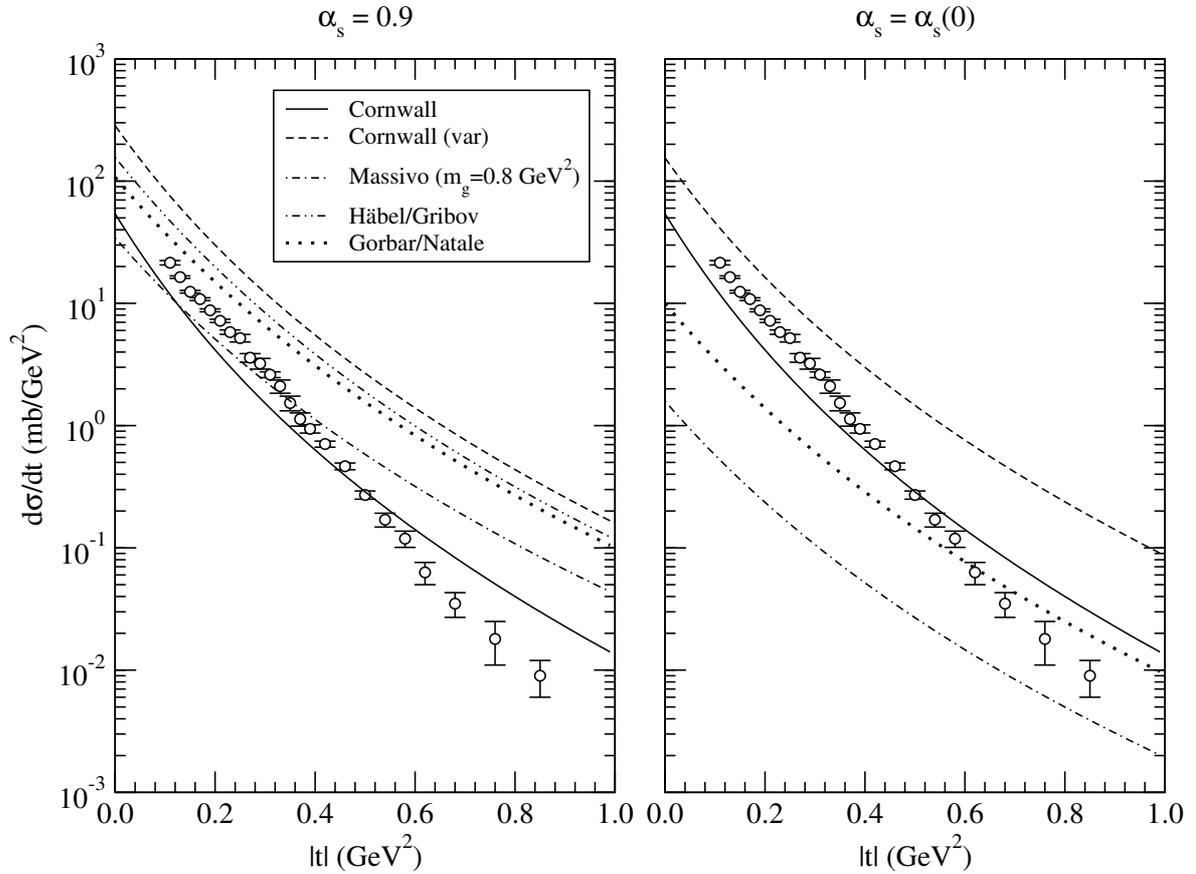


Figura 5.3: Seção de choque diferencial para o espalhamento próton-próton via troca de dois glúons não perturbativos via amplitude, eq. (5.10), para os propagadores indicados e para dois valores da constante de acoplamento para a energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV. Dados de [109].

Vamos empregar o modelo descrito acima para outros propagadores calculados na literatura e já expostos em capítulo anterior. Serão utilizados os seguintes propagadores: o de Cornwall [35], eq. (3.21); um propagador massivo puro com uma massa fixa $m_g = 0,8 \text{ GeV}^2$; um propagador do tipo massivo mas com uma massa dinâmica baseado no de Cornwall, eq. (3.22),

$$\mathcal{D}(k^2) = \frac{1}{k^2 + m^2(k^2)}; \quad (5.18)$$

o propagador encontrado por Häbel e colaboradores [50], eq. (3.49) e o propagador calculado por Gorbar e Natale [53], eq. (3.54). Outras formas podem ser utilizadas, contudo, as listadas acima já são suficientes para um estudo da mudança da seção de choque com

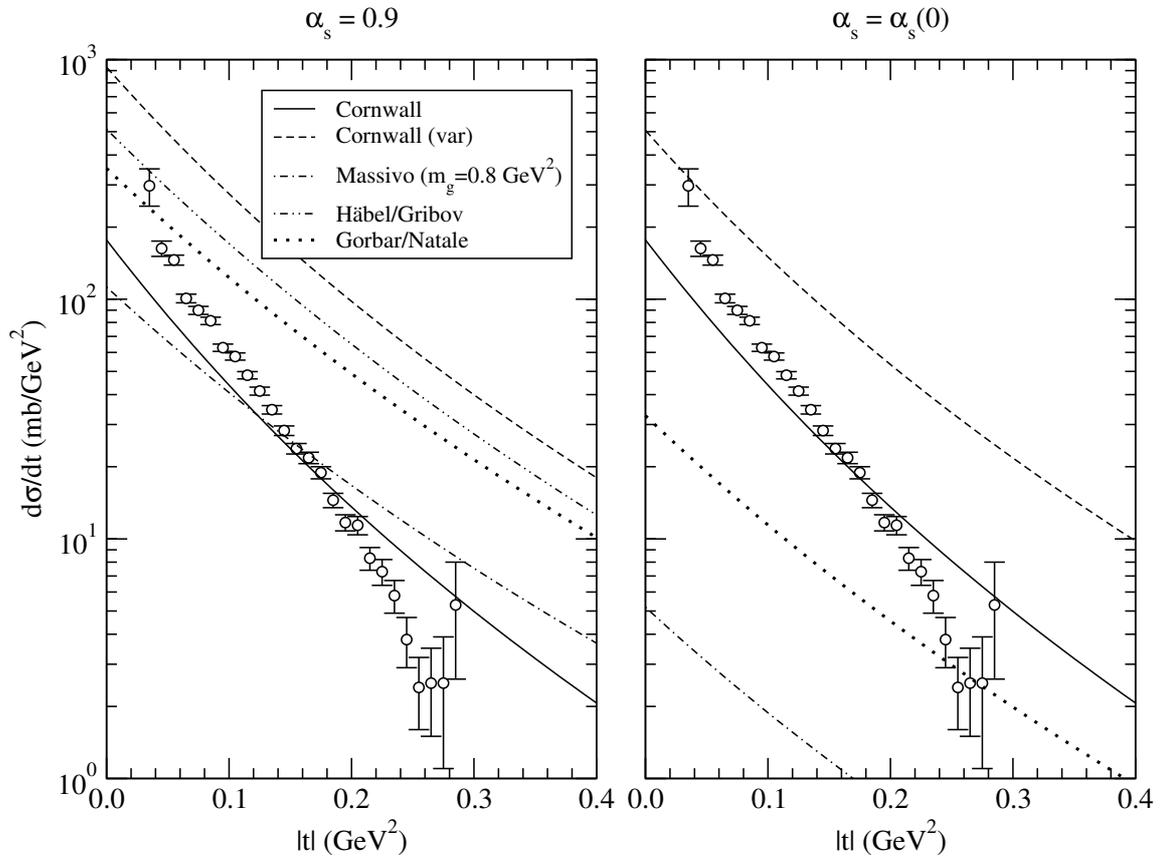


Figura 5.4: Idem a figura 5.3 para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1,8$ TeV. Dados de [110].

a troca dos propagadores.

Os propagadores acima dependem de parâmetros particulares para cada caso. O propagador de Cornwall e sua variante dependem da massa do glúon, m_g , da escala de massa da QCD, Λ_{QCD} e do acoplamento não-perturbativo, g^2 , sendo fixados por Cornwall relacionando-os com outras quantidades não-perturbativas, como o condensado de glúon e a tensão de corda. O propagador de Gorbar e Natale depende de dois parâmetros, χ e μ_g , que são determinados por equações auto-consistentes que envolvem quantidades mensuráveis como o condensado de glúon e, portanto, a princípio estão fixas. O propagador de Häbel depende do parâmetro b , que não é determinado pelos autores, mas é fixado por uso em outros processos [137].

Para fixar estes parâmetros, poderíamos empregar o modelo LN para o pomeron, que relaciona o acoplamento efetivo pomeron-fóton, β_0 e a “massa efetiva” do pomeron, μ_0 , com

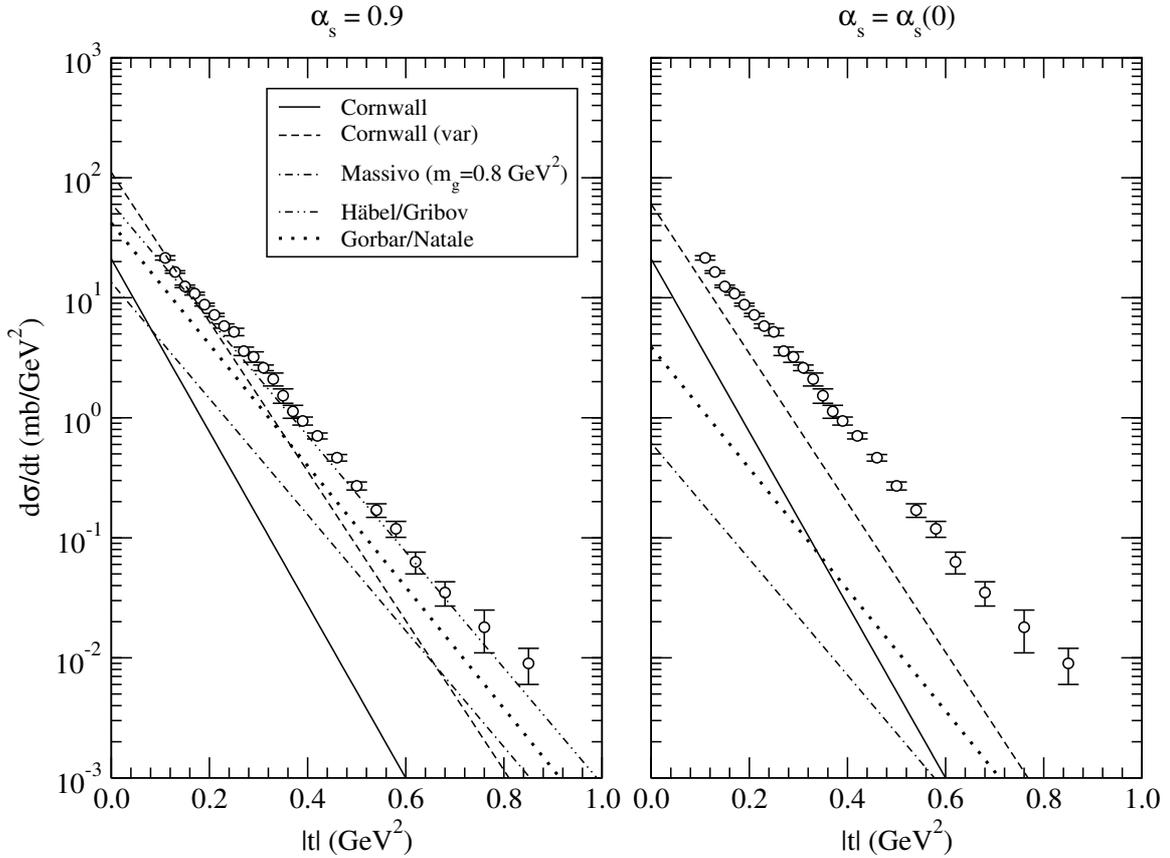


Figura 5.5: Seção de choque diferencial elástica para o espalhamento próton-próton via troca de dois glúons não perturbativos via eq. (5.14), para os propagadores indicados e para dois valores da constante de acoplamento para a energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV. Dados de [109].

o propagador do glúon, eqs. (4.36) e (4.37), variando os parâmetros mencionados de modo a satisfazer as equações mencionadas. Desta forma, Henty e colaboradores [65] fixam o valor da constante de acoplamento para seu propagador de glúon obtido por simulações na rede para este mesmo processo.

Entretanto, vamos deixar livres estes parâmetros, procurando utilizar valores já utilizados anteriormente para descrever outros processos, como forma de confirmar estas previsões. Obteve-se a seção de choque diferencial, calculada para energias de centro de massa de 53 GeV [109] e 1,8 TeV [111] via teorema ótico, eq. (5.13) com o termo de correção de Regge e a seção de choque diferencial elástica via eq. (5.14) também com o termo de correção de Regge.

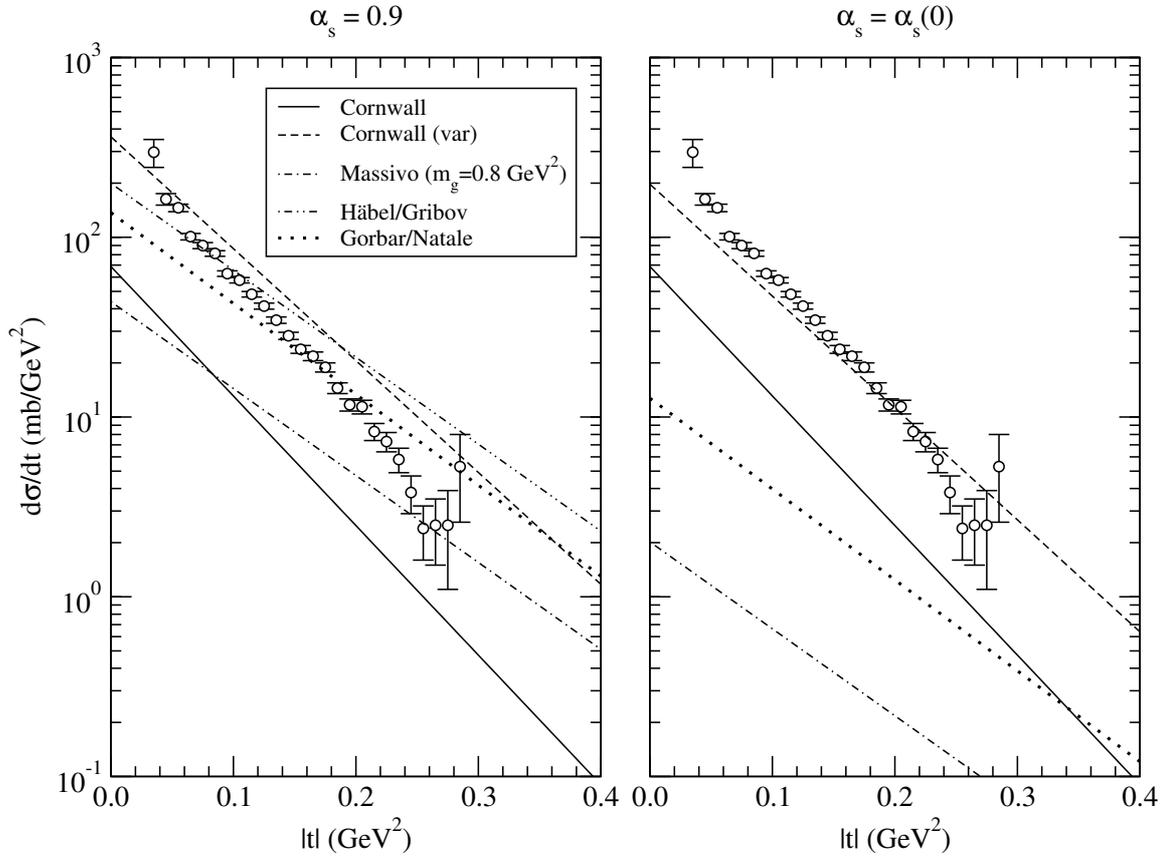


Figura 5.6: Idem a figura 5.5 para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1,8$ TeV. Dados de [110].

Na figura 5.3 são mostrados os resultados para dois diferentes valores para a constante de acoplamento forte, $\alpha_s=0,9$ e $\alpha_s = \alpha_s(0)$, para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV. No primeiro caso, temos um bom ajuste global aos dados com uma boa normalização para os propagadores utilizados. Todavia, o melhor ajuste é obtido pelo propagador de Cornwall e propagador de Häbel/Gribov, para valores $|t| \lesssim 0,5$ GeV². Entretanto, quando o valor para a constante de acoplamento utilizada é o congelado, temos uma grande diferença nos resultados, exceto para o caso do propagador de Cornwall, que, por sua forma funcional, é independente do acoplamento. Tal diferença tem origem na dependência da amplitude de espalhamento em relação à constante de acoplamento, que pela eq. (5.10), depende do quadrado do acoplamento. Como para momento nulo, as constantes de acoplamento são pequenas, a seção de choque também o é. Um detalhe relevante é que para o propagador de Häbel temos uma constante de acoplamento infinita

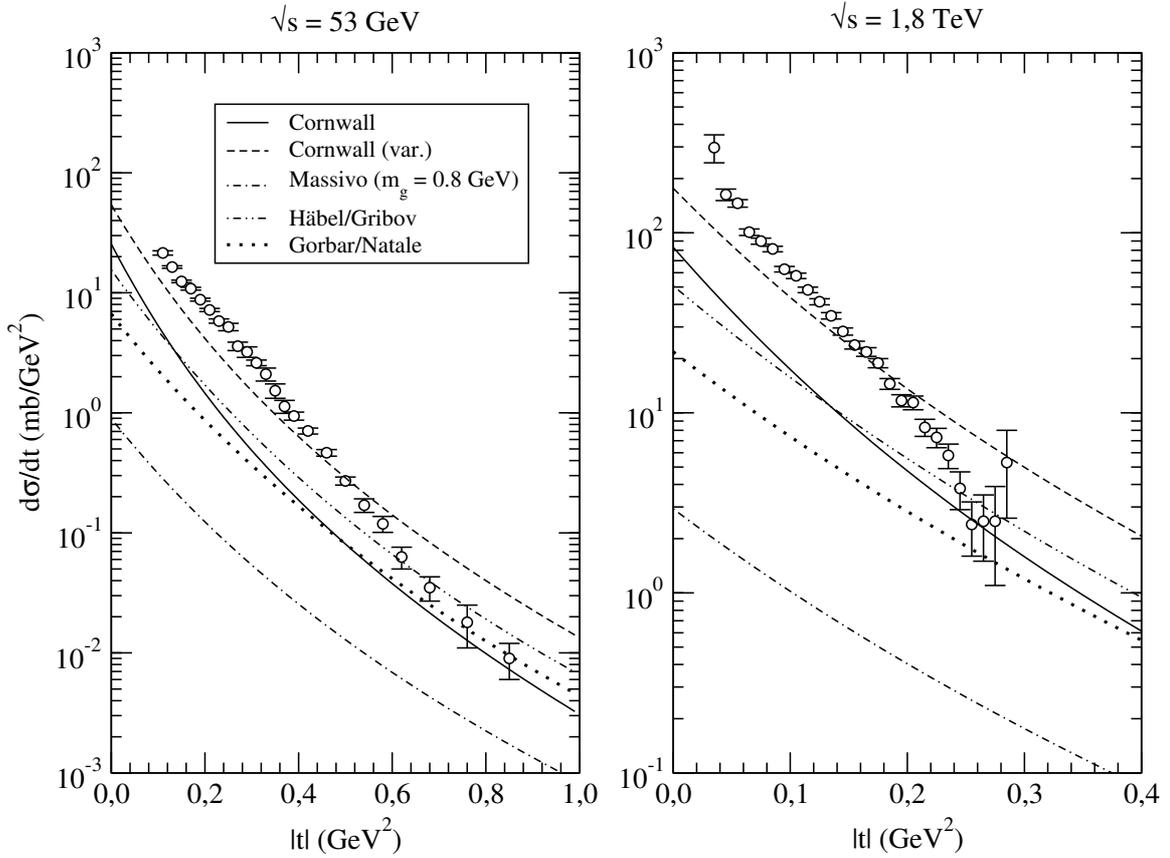


Figura 5.7: Seção de choque diferencial com constante de acoplamento dinâmica para energias de centro de massa de $\sqrt{s} = 53$ GeV [109] e $\sqrt{s} = 1,8$ TeV [110].

quando a escala de momento é nula. Portanto, este propagador não é utilizado para o cálculo no caso de $\alpha_s = \alpha_s(0)$.

Para o caso de uma energia de centro de massa maior, $\sqrt{s} = 1,8$ GeV, temos que o ajuste aos dados usando uma constante de acoplamento fixa é melhor do que o ajuste usando a constante congelada para momento nulo. No primeiro caso, o melhor ajuste global ainda é dado pelo propagador de Cornwall (para ambos os casos, pelas razões expostas acima). Com exceção do propagador massivo, todos os outros superestimam os dados, não fornecendo um ajuste satisfatório. No caso de uma constante de acoplamento congelada, a discrepância entre os diferentes propagadores é clara, novamente devido à diferença entre os valores da constante de acoplamento.

A seção de choque diferencial elástica, eq. (5.14), é caracterizada por dois parâmetros, σ_{tot}^0 e B . Os valores encontrados para estes parâmetros são, para cada propagador,

<i>Propagador</i>	σ_{tot}^0 (mb)		B (GeV ²)
	$\alpha_s = 0,9$	$\alpha_s = \alpha_s(0)$	
Cornwall	16,515	16,515	16,597
Cornwall (var.)	37,882	27,963	14,334
Massivo	13,176	2,829	11,137
Häbel/Gribov	28,120	—	11,140
Gorbar/Natale	23,304	7,100	11,640

Tabela 5.1: Resultados para os parâmetros da seção diferencial de choque elástica.

mostrados na tabela (5.1).

Como no caso da seção diferencial, a melhor descrição dos dados, para uma energia de centro de massa $\sqrt{s} = 53$ GeV, é obtida quando a constante de acoplamento é dada por um valor fixo para todos os propagadores. Quando se usa o valor congelado (dependente de propagador), o resultado não é satisfatório. Para esta energia, o melhor resultado é o ajuste pelo propagador de Häbel/Gribov no primeiro caso. Para uma energia de centro de massa de $\sqrt{s} = 1,8$ GeV, temos que os ajustes são satisfatórios para uma constante de acoplamento fixa globalmente, enquanto que para uma constante congelada, o resultado é semelhante ao caso anterior, com energia mais baixa.

A seção diferencial de choque também é calculada usando uma modificação do modelo em questão. No modelo acima proposto a constante de acoplamento forte é considerada fixa para todo o valor de momento. Entretanto, vamos considerar uma constante de acoplamento dinâmica, sendo que a escala de momento do acoplamento é o momento do glúon trocado. Portanto a amplitude para o espalhamento é, neste caso,

$$\mathcal{A}_2^{pp}(s, t) = 8is (\mathcal{T}'_1 - \mathcal{T}'_2), \quad (5.19)$$

sendo

$$\mathcal{T}'_1 = \int_0^s d\mathbf{k} \alpha_s(\mathbf{p}_+) \alpha_s(\mathbf{p}_-) \mathcal{D}(\mathbf{p}_+) \mathcal{D}(\mathbf{p}_-) \mathcal{E}_1^2(\Delta), \quad (5.20a)$$

$$\mathcal{T}'_2 = \int_0^s d\mathbf{k} \alpha_s(\mathbf{p}_+) \alpha_s(\mathbf{p}_-) \mathcal{D}(\mathbf{p}_+) \mathcal{D}(\mathbf{p}_-) \mathcal{E}_2(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) [2\mathcal{E}_1^2(\Delta) + \mathcal{E}_2(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-)], \quad (5.20b)$$

onde os momentos \mathbf{p}_{\pm} são os já anteriormente definidos e as constantes de acoplamento tem sua forma funcional dependente do propagador empregado. De uma forma geral, a

constante de acoplamento é dada por

$$\alpha_s(k^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{k^2 + 4m_g^{(D)2}}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad (5.21)$$

onde o termo $m_g^{(D)}$ é o termo massivo para o glúon, diferente para cada propagador de glúon. Para os propagadores de Cornwall temos

$$m_g^{(C)2}(q^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln \left(\frac{q^2 + 4m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}{\ln \left(\frac{4m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)} \right]^{-12/11}. \quad (5.22)$$

Para o propagador massivo puro, temos que este termo é simplesmente a massa fixa do glúon, $m_g^{(M)} = m_g$. Para o propagador de Häbel, temos

$$m_g^{(H)}(q^2) = \frac{b^4}{q^2}. \quad (5.23)$$

E para o propagador de Gorbar e Natale, temos

$$m_g^{(GN)} = \mu_g^2 \Theta(\chi \mu_g^2 - P^2) + \frac{\mu_g^4}{P^2} \Theta(P^2 - \chi \mu_g^2). \quad (5.24)$$

onde μ_g e χ são parâmetros fixos pelo valor do condensado de glúon.

Os resultados são apresentados na figura (5.7). Em comparação com os resultados obtidos com uma constante de acoplamento fixa, figura (5.3) para $\sqrt{s} = 53$ GeV e figura (5.4) para $\sqrt{s} = 1,8$ TeV, temos um nítido decréscimo nas seções de choque, para ambas energias, para todos os propagadores. Em comparação com o primeiro resultado, este último descreve melhor o comportamento em $|t|$, muito embora a normalização não é satisfatória para o propagador de Häbel/Gribov para ambas as energias.

O modelo para o pomeron descrito acima pode ser aperfeiçoado pela inclusão de diagramas que contribuem para a próxima ordem. Um refinamento do cálculo precedente é feito por Cudell e Nguyen [108], em que a amplitude para o espalhamento hádron-hádron de Gunion-Soper por troca de múltiplos glúons é expandida até a ordem α_s , correspondente à troca de 3 glúons. Nesta ordem, existe a contribuição do *odderon*, uma trajetória de Regge similar ao pomeron, exceto com paridade negativa, correspondente a troca de três glúons, em mais ordem baixa.

Entretanto, o modelo de Gunion e Soper não gera uma dependência em energia na seção de choque. Nesta ordem, devemos introduzir os diagramas em que temos um glúon trocado no canal s , resultando em um termo proporcional a $\ln s$.

Outro tratamento do espalhamento próton-próton é realizado por Jenkovsky e colaboradores [113, 114]. Em ambos trabalhos é utilizado um propagador não-perturbativo do

glúon derivado de propriedades da teoria de campos axiomática [115, 116], relacionando os parâmetros livres do propagador com observáveis como o condensado de glúons e a espectroscopia de quarks pesados. Uma amplitude de espalhamento quark-quark a momento transferido nulo é calculada usando o mesmo procedimento empregado para a derivação da equação BFKL, mas utilizando o propagador não-perturbativo. A amplitude é usada para o cálculo de um limite superior para a interseção da trajetória do pomeron. É analisada a região cinemática semidura, em que t é grande mas $t \ll s$ onde a contribuição do odderon é relevante. Em [114], usando o formalismo desenvolvido por Cheng e Wu [86] até diagramas de ordem α_s^3 , a seção diferencial de choque é calculada em menor ordem, ou seja, troca de dois glúons, para uma energia de centro de massa $\sqrt{s} = 19,42$ GeV, tendo uma boa descrição para $|t| \lesssim 0,1$ GeV². A seção de choque é ajustada a uma expressão que leva em conta os termos com três glúons e um termo com as contribuições de outros reggeons, resultando um excelente acordo aos resultados experimentais.

Uma correção de mais alta ordem ao pomeron formado por dois glúons é dada por considerar o mesmo como uma escada de glúons com um número finito de degraus [117, 118], ou seja, uma truncagem da amplitude BFKL a uma ordem superior a da aproximação de dois glúons, e que também resulta em uma excelente descrição para os dados do espalhamento elástico próton-próton [117].

5.3 Produção difrativa de méson vetoriais

A produção de mésons vetoriais massivos (ρ , ω , ϕ , ρ' , J/ψ , ψ' , Υ) é um processo em que o pomeron desempenha um papel de extrema importância (para uma revisão geral ver [74, 119, 120]). O processo relevante é

$$\gamma^{(*)} + p \rightarrow V + p,$$

em que V é o méson vetorial, p é o próton e γ é o fóton, sendo este real (fotoprodução) ou virtual (leptoprodução). O processo acima pode ser descrito de forma fatorizada em altas energias como compostos de três estágios: primeiro, o fóton flutua em um par de quark e anti-quark; segundo, o par interage com o próton pela troca de um singlete de cor (já que o méson tem os mesmos números quânticos do fóton), seja ele um par de glúons ou uma escada gluônica; e terceiro e último o par quark e anti-quark recombina-se em um estado ligado, o méson. A amplitude então é fatorizada nestas três etapas distintas, sendo que as duas primeiras podem ser calculadas em QCD, enquanto a terceira não possui uma forma clara, visto que depende de propriedades de confinamento ainda não totalmente determinadas. Neste caso utiliza-se alguma parametrização para a função de onda do méson.

Cinematicamente, podemos identificar três variáveis relevantes: a virtualidade do fóton, Q^2 , a massa do méson, M_V^2 , e o quadrado do momento trocado, t . Dependendo do valor destas variáveis podemos utilizar a QCD perturbativa ou não. No caso da aplicação de teoria de Regge a produção de mésons leves (ρ , ω , ϕ) temos uma descrição dos dados de HERA, enquanto que para o méson pesado J/ψ , a teoria de Regge não fornece uma boa descrição dos mesmos, o que vale também para o caso de uma grande virtualidade do fóton. Neste último caso, o uso de QCD perturbativa [121, 122, 123] fornece para a seção de choque diferencial,

$$\left. \frac{d\sigma^{\gamma^{(*)}p \rightarrow Vp}}{dt} \right|_{t=0} \propto \alpha_s^2 x_{\mathbb{P}}^2 g^2 \left(x_{\mathbb{P}}, \frac{Q^2 + M_V^2}{4} \right), \quad (5.25)$$

onde α_s é o acoplamento, $x_{\mathbb{P}}$ é a fração de momento portada pelo pomeron e g é a distribuição de glúons no próton (ver apêndice A). O grande aumento da seção de choque está relacionado com o comportamento da distribuição, sendo que, usando uma forma assintótica para a mesma, temos uma boa concordância com os resultados experimentais.

No caso de grande momento transversal transferido na amplitude de troca do pomeron, é possível utilizar a solução para a equação BFKL para momento transferido não nulo, sendo um bom laboratório para o estudo de dinâmica do pomeron duro [124]. Recentemente em [125, 126], resultados experimentais de ZEUS e HERA no DESY para produção de mésons em grande t foram descritos utilizando um esquema de cálculo semelhante ao da próxima seção, em que a eq. BFKL é modificada para incluir efeitos não-perturbativos.

Por outro lado, a produção de mésons vetoriais pode também explorar a interface da física do pomeron suave e a do pomeron duro. Alguns anos atrás, Donnachie e Landshoff (DL) [93] propuseram um modelo fenomenológico para a produção de mésons ρ fortemente baseado na idéia, já discutida anteriormente, que o pomeron comporta-se como um fóton isoescalar com paridade oposta ao fóton usual.

Como já mencionado acima, se pode fatorizar o processo em diversas partes. São considerados modelos para três partes separadamente: a interação do pomeron com o próton, onde utiliza-se o fato que o pomeron somente se acopla com um quark de valência, resultando na introdução do fator de forma elástico de Dirac para o próton; o acoplamento do pomeron com o quark do par, em que ele interage somente com um dos dois quarks; e a transição $qq \rightarrow V$, modelada supondo que o méson esteja em seu estado de Fock mais baixo (dois quarks) e sem nenhum momento de Fermi, podendo assim ser utilizado um modelo não relativístico para o vértice qqV .

Entretanto, o modelo não irá resultar em nenhuma dependência em energia para as seções de choque e portanto é introduzido *ad hoc* um termo de dependência em energia do tipo Regge no modelo.

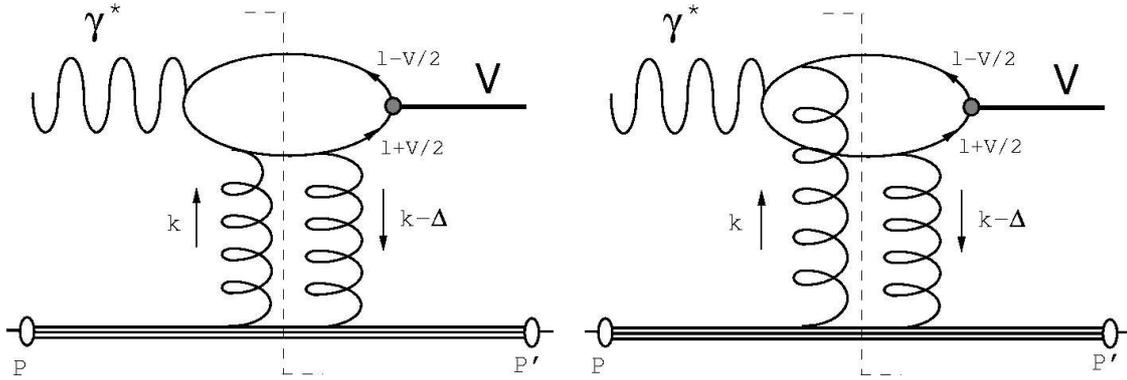


Figura 5.8: Diagramas de Feynman que contribuem para a produção de méson vetoriais via troca do Pomeron como dois glúons. Figura de [130].

O modelo acima pode ser modificado para incluirmos efeitos não-perturbativos, considerando a troca do pomeron como a troca de dois glúons não perturbativos, ou seja, considerando o modelo LN para o pomeron. As modificações necessárias em relação ao modelo DL são as seguintes: os glúons podem acoplar-se ao mesmo quark ou aos dois quarks do par (ver fig. 5.8). O mesmo ocorre na interação do pomeron com o próton, neste caso negligenciando a contribuição de diagramas em que os glúons do pomeron acoplam-se a diferentes quarks de valência do próton em relação à contribuição em que os glúons se acoplam ao mesmo quark.

Cudell [103] obteve as seguintes seções de choque para o processo $\gamma^{(*)}p \rightarrow \rho p$, o utilizando o modelo acima,

$$\sigma_{\text{tot}} = \int dt \left(\frac{d\sigma_T}{dt} + \epsilon \frac{d\sigma_L}{dt} \right), \quad (5.26)$$

onde o índice T, L refere-se as polarizações do méson e ϵ é a polarização do feixe de fótons ($\epsilon \approx 1$ para HERA e $\epsilon \approx 0,75$ para NMC). As seções diferenciais de choque são

$$\frac{d\sigma_{T,L}}{dt} = \left(\frac{3\sqrt{\alpha_{\text{elm}}}}{2w^2} \mathcal{Z} \Phi F_1(t) \right)^2 |\mathcal{A}_{T,L}|^2. \quad (5.27)$$

Na equação acima, α_{elm} é o acoplamento eletromagnético; w é a energia de centro de massa do sistema fóton-próton; t é o quadrado do momento transferido. O termo \mathcal{Z} é o termo de Regge com a dependência na energia,

$$\mathcal{Z} = \left(\frac{w^2}{w_0^2} \right)^{0,08 + \alpha'_P t},$$

onde $\alpha'_P = 0,25 \text{ GeV}^{-2}$ é a interseção do pomeron e $w_0^2 \approx 1/\alpha'_P$. O termo Φ é o acoplamento

do vértice $q\bar{q}V$,

$$\Phi = \sqrt{\frac{f_V m_V}{24}},$$

onde $f_\rho = 30 \pm 4$ MeV e m_V é a massa do méson. $F_1(t)$ é o fator de forma elástico de Dirac para o próton,

$$F_1(t) = \frac{4m_p^2 - 2,79t}{4m_p^2 - t} \left(1 - \frac{t}{0,71}\right)^{-2}, \quad (5.28)$$

onde m_p é a massa do próton.

As amplitudes são dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{T,L} = & i \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} m_V \sqrt{\frac{\alpha_s^2(Q^2)}{\alpha_n^2}} \mathcal{P}_{T,L} \times \\ & \int d\mathbf{k}^2 \frac{-4\mathbf{k}^2 + t}{(m_V^2 + Q^2 - t)(-4\mathbf{k}^2 + Q^2 + m_V^2)} \left[4\pi\alpha_n \mathcal{D}\left(\mathbf{k}^2 + \frac{t}{4}\right)\right]^2, \end{aligned} \quad (5.29)$$

onde α_s é a constante de acoplamento forte, $\alpha_n = g^2/4\pi$, $\mathcal{P}_{T,L}$ são os termos da polarização do méson,

$$\mathcal{P}_T = \frac{1}{2}w^2, \quad (5.30)$$

$$\mathcal{P}_L = \frac{1}{2}w^2 \frac{(t + m_V^2 + Q^2)}{2m_V \sqrt{Q^2}}, \quad (5.31)$$

e $\mathcal{D}(k^2)$ é o propagador modificado do glúon. Em [103], é utilizado o propagador proposto originalmente por Landshoff e Nachtmann, eq. (4.39),

$$\mathcal{D}^{\text{LN}}(k^2) = \frac{3\beta_0}{\sqrt{2\pi}\mu_0\alpha_n} \exp\left(-\frac{k^2}{\mu_0^2}\right), \quad (5.32)$$

Entretanto, Gay Ducati, Halzen e Natale [127] utilizaram o propagador encontrado por Cornwall, eq. (3.21),

$$\mathcal{D}^{-1}(k^2) = [k^2 + m^2(\mathbf{k}^2)] b g^2 \ln \left[\frac{k^2 + 4m^2(k^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right] \quad (5.33)$$

com

$$m^2(k^2) = m_g^2 \left[\frac{\ln\left(\frac{k^2 + 4m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right)}{\ln\left(\frac{4m_g^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right)} \right]^{-12/11}. \quad (5.34)$$

Em ambos os tipos de propagador, o modelo descreve os dados para a produção do méson ρ para diferentes energias para a colaboração EMC [128], como mostra a figura (5.9).

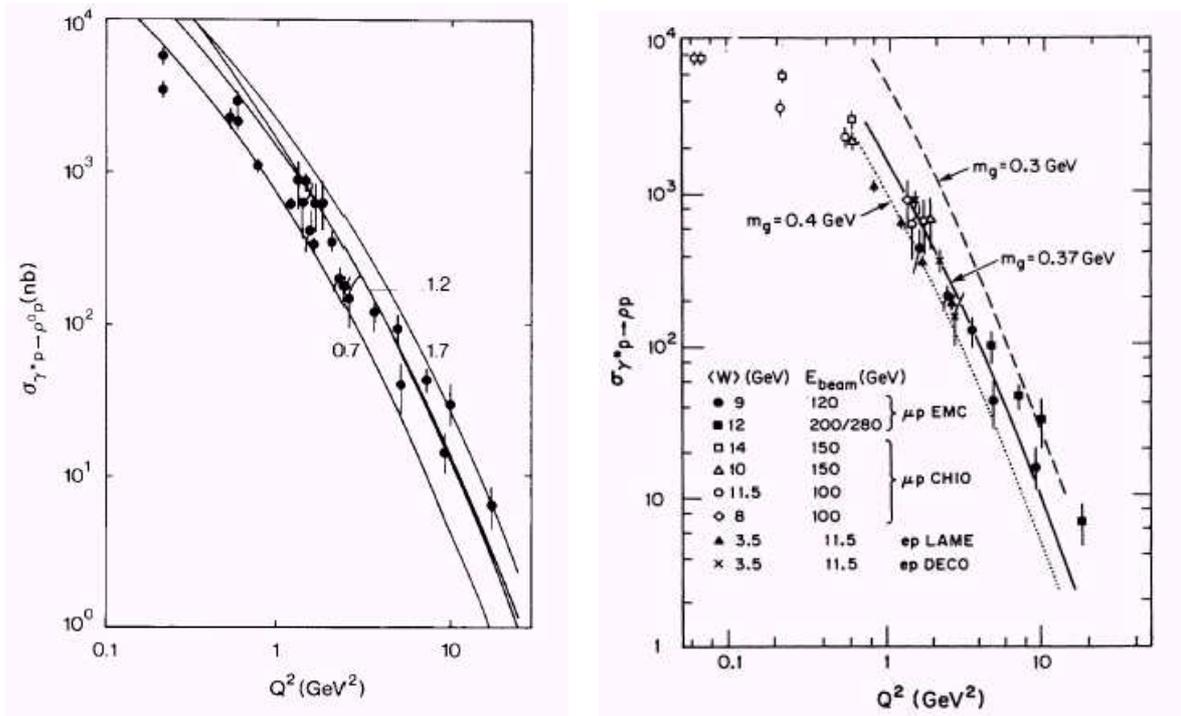


Figura 5.9: Seção de choque total para a produção do méson ρ para diferentes energias em função do momento do fóton. À esquerda o ajuste com o propagador da eq. (4.39) para diferentes valores de μ_0 e a direita com o propagador de Cornwall, eq. (3.21) para diferentes valores de m_g . Dados de [128]. Figuras de [103, 127].

O modelo foi modificado posteriormente por Cudell e Royen [129] para descrever a produção de mésons ρ , ϕ e J/ψ em HERA. O modelo diferencia-se do anterior nos seguintes pontos: o propagador do glúon é o usual perturbativo,

$$D(k^2) = \frac{1}{k^2}.$$

As possíveis divergências infravermelhas são eliminadas usando o mecanismo empregado por Cudell e Nguyen [108] para o espalhamento elástico próton-próton (ver seção anterior), considerando os diagramas em que os glúons do pomeron acoplam-se a diferentes quarks no próton ou ao mesmo quark. Ou seja, ao contrário do modelo anterior todos estes diagramas são considerados. Ao fazer isto obtemos, para a soma destes dois diagramas um termo do tipo,

$$F_1(t) - \mathcal{E}(\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) = F_1(t) - F_1[k^2 + (k - \Delta)^2 + ck \cdot (k - \Delta)],$$

onde Δ é o momento transferido. Esta expressão garante que as seções de choque sejam finitas. O modelo descreve bem os dados para os mésons ρ , ϕ e J/ψ tanto para os dados

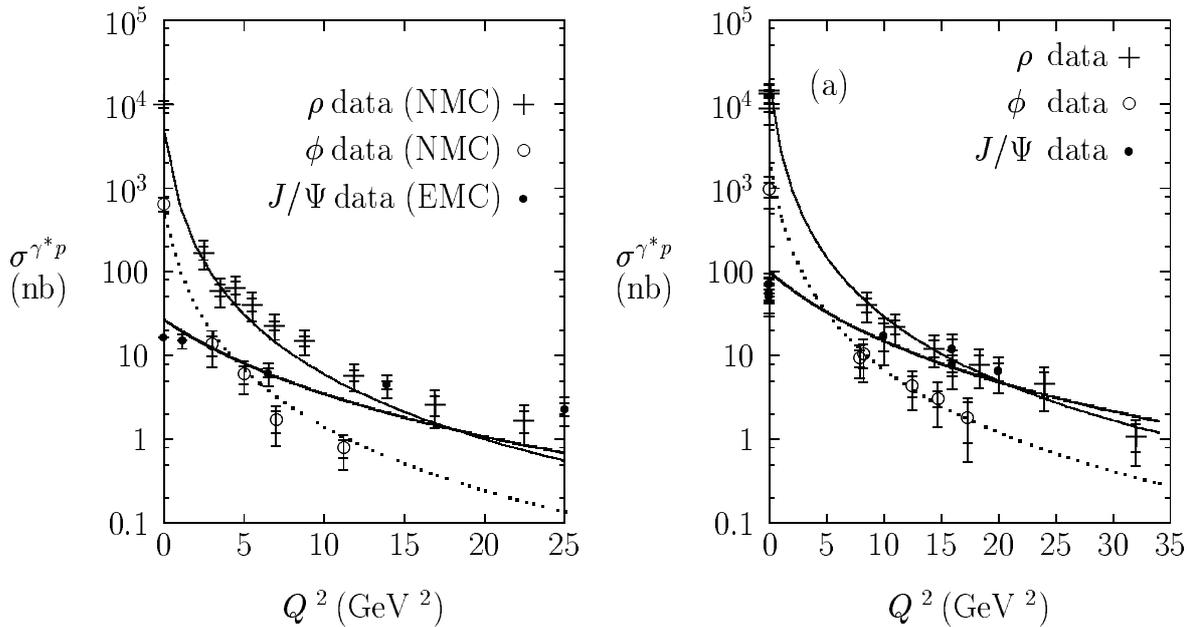


Figura 5.10: Seção de choque total para a produção de mésons ρ , ϕ e J/ψ com o modelo de Cudell e Royen [129]. À esquerda o ajuste aos dados de EMC e NMC e à direita, o ajuste aos dados de HERA. Figuras de [129].

de HERA quanto os dados de EMC (ver figura 5.10). Em [129], os autores afirmam ter utilizado propagadores modificados, obtendo uma mudança pouco significativa nos resultados (não mostrados em [129]).

Posteriormente [130], o modelo foi aperfeiçoado de modo a incluir o momento de Fermi nos quarks, de maneira a reproduzir a razão entre as seções de choque longitudinal e transversal, σ_L/σ_T , que o modelo anterior falha em reproduzir.

Mais recentemente, Gravelis e colaboradores [131, 132] propuseram um modelo unificado para todos os mésons para a descrição deste processo. Este modelo soma de forma coerente as contribuições perturbativa e não-perturbativa. Na parte perturbativa é utilizado o resultado da eq. (5.25), juntamente com a análise cinemática de Cudell e Royen [130] e na parte não-perturbativa é utilizada a análise de Diehl [133, 134] para a interação do par $q\bar{q}$, baseada no modelo LN do pomeron. O modelo tem excelente descrição dos dados experimentais para todos os mésons em diversos experimentos (NMC,HERA), para diferentes dependências em variáveis cinemáticas (Q^2 , t) para ambas as seções de choque, diferencial e total.

5.4 Mésons vetoriais em espalhamentos $\gamma\gamma$

Como já vimos no capítulo anterior, a descrição dos processos difrativos em colisões de altas energias é ainda um campo de grande investigação. Como foi visto, neste regime cinemático, para estes processos, o Pomeron desempenha um papel crucial na sua descrição, sendo que, no arcabouço da QCD, o pomeron duro é descrito pela equação BFKL. Entretanto esta equação, muito embora tenha grande sucesso na descrição de uma grande quantidade de processos, apresenta alguns problemas, dentre os quais podemos destacar os seguintes. O primeiro, já mencionado, é a discrepância entre as predições da teoria de Regge e do pomeron BFKL, especialmente quando as contribuições suaves são dominantes, como por exemplo em eventos elásticos, do tipo espalhamento próton-próton. Tal limitação é devida ao fato que o pomeron BFKL só é válido quando todos os momentos envolvidos são grandes, enquanto que em uma região cinemática em que os momentos são pequenos são esperadas contribuições suaves relevantes. Outro problema é o comportamento do pomeron na região de pequeno momento transferido. De um modo global, a equação BFKL é finita quando o momento transferido pelo pomeron é nulo, mas as contribuições desta região são difíceis de serem controladas.

Experimentalmente, para testar o pomeron duro, os observáveis devem ter algumas propriedades particulares: a virtualidade dos glúons nas escadas deve ser suficientemente grande para propiciar o uso da expansão perturbativa e a escala dura é fornecida pelo acoplamento da escada às partículas incidentes ou pelo momento dos glúons na escada.

Devido a estes requerimentos, medidas em espalhamentos hádron-hádron e lépton-hádron são limitadas. Por isto, Kwieciński e Motyka [135] argumentam que estas dificuldades podem ser evitadas no caso da produção de mésons vetoriais massivos em reações entre dois fótons, como as que ocorrerão no experimento TESLA [136] e em colisões ultra-periferais de íons pesados no experimento RHIC e no LHC. O processo exclusivo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$ (ver figura 5.11) pode testar a troca do pomeron em um momento trocado arbitrário desde que a escala dura requerida é dada pela grande massa do quark charme em ambos os lados do diagrama, ao invés do momento do glúon na escada dos mesmos. Todavia, em baixo momento transferido (na região infravermelha), o pomeron suave tem sua contribuição aumentada, logo espera-se que os efeitos não-perturbativos aumentem também de importância, desempenhando um papel crucial na descrição destes processos. Para estimar estes efeitos, propusemos em [137], como uma primeira aproximação para se estimar estes efeitos, considerar o pomeron como a troca de dois glúons não-perturbativos, tal qual no modelo de Landshoff-Nachtmann já discutido anteriormente, e cuja fenomenologia já foi discutida e é bem exemplificada.

Em primeiro lugar, vamos apresentar o modelo empregado para calcular a seção de cho-

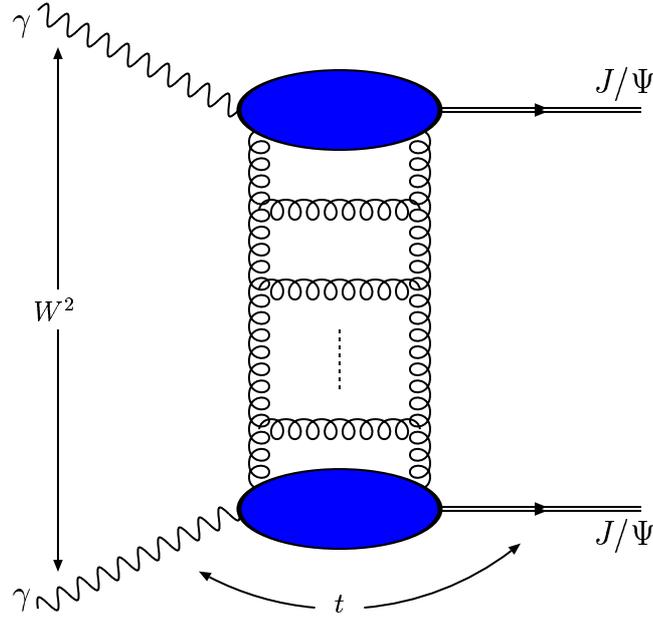


Figura 5.11: O processo exclusivo de fotoprodução de mésons vetoriais massivos com a troca do pomeron QCD. Linhas curvas são fótons e espirais, glúons.

que para o processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$, baseado no empregado por Kwieciński e Motyka [135]. Neste trabalho a seção de choque para o processo em questão é calculada via teorema ótico,

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}(s, t)|^2, \quad (5.35)$$

onde $\mathcal{A}(s, t)$ é a amplitude de espalhamento para o processo, sendo ela puramente imaginária,

$$\Im \mathcal{A}(s, t) = \int \frac{d^2\mathbf{k}}{\pi} \frac{\Phi_0(k^2, Q^2) \Phi(x, \mathbf{k}, \mathbf{Q})}{[(\mathbf{k} + \mathbf{Q}/2)^2 + s_0][(\mathbf{k} - \mathbf{Q}/2)^2 + s_0]}. \quad (5.36)$$

Na expressão acima, $\mathbf{k} \pm \mathbf{Q}/2$ é o momento transversal dos glúons trocados; $s = W^2$ é a energia total do centro de massa do sistema $\gamma\gamma$; $t = -Q^2$ é o quadrado da parte transversal do momento transferido; $x = m_{J/\Psi}^2/W^2$ com $m_{J/\Psi}$ a massa do méson J/Ψ e s_0 é um parâmetro relacionado com o propagador do glúon como veremos em breve.

Na expressão acima, temos que $\Phi_0(k^2, Q^2)$ é o fator de impacto da transição $\gamma J/\Psi$, induzido por dois glúons (ver figura 5.12), calculável em uma aproximação não-relativística [138, 139] como

$$\Phi_0(k^2, Q^2) = \frac{C}{2} \sqrt{\alpha_{em} \alpha_s(\mu^2)} \left[\frac{1}{\bar{q}^2} - \frac{1}{(m_{J/\Psi}^2/4) + k^2} \right], \quad (5.37)$$

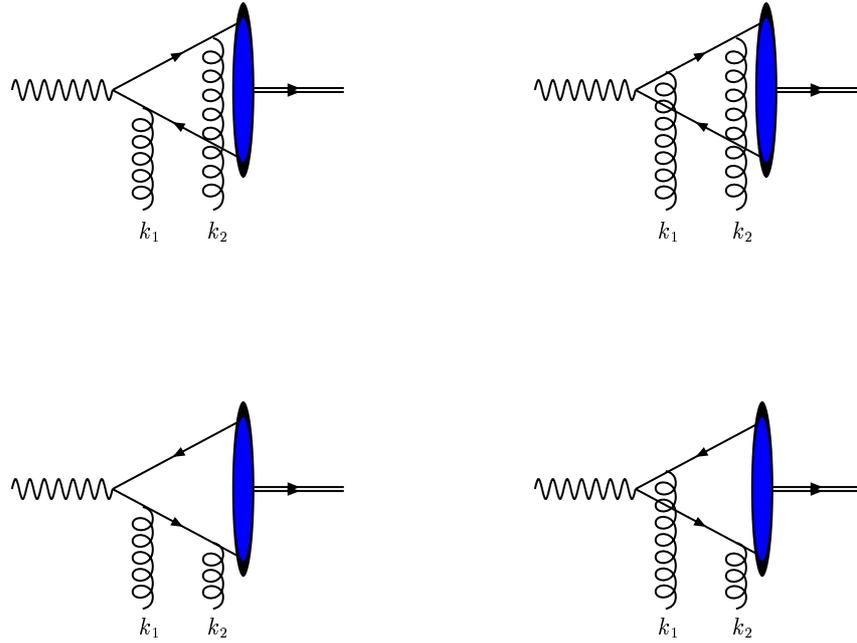


Figura 5.12: Diagramas que contribuem para o fator de impacto da transição $\gamma J/\Psi$.

sendo que

$$\mathcal{C} = q_c \frac{8}{3} \pi m_{J/\Psi} f_{J/\Psi},$$

onde $q_C = 2/3$ é a carga do quark charme; $f_{J/\Psi}$ é um parâmetro que caracteriza a função de onda no cone-de-luz do estado ligado charme-charme cujo valor utilizado é 0,38 GeV; α_{em} é a constante de acoplamento eletromagnético e $\bar{q}^2 = (m_{J/\Psi}^2 + Q^2)/4$. A constante de acoplamento forte na aproximação de um laço (a escala QCD é $\Lambda_{\text{QCD}} = 0,23$ GeV) é

$$\alpha_S(\mu^2) = \frac{12\pi}{25 \ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right)} \quad (5.38)$$

com o seu argumento sendo

$$\mu^2 = k^2 + \frac{Q^2}{4} + \left(\frac{m_{J/\Psi}}{2}\right)^2. \quad (5.39)$$

Ainda na equação (5.36), a função $\Phi(x, \mathbf{k}, \mathbf{Q}^2)$ satisfaz a equação BFKL na aproximação de logaritmo dominante na ordem $\ln(1/x)$,

$$\begin{aligned} \Phi(x, \mathbf{k}, \mathbf{Q}) = \Phi_0(k^2, Q^2) + \frac{3\alpha(\mu^2)}{2\pi^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} \int d^2\mathbf{k}' \frac{1}{\mathbf{k}_0^2 + s_0} \times \\ [R(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{Q})\Phi(x', \mathbf{k}', \mathbf{Q}) - V(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{Q})\Phi(x', \mathbf{k}, \mathbf{Q})] \end{aligned} \quad (5.40)$$

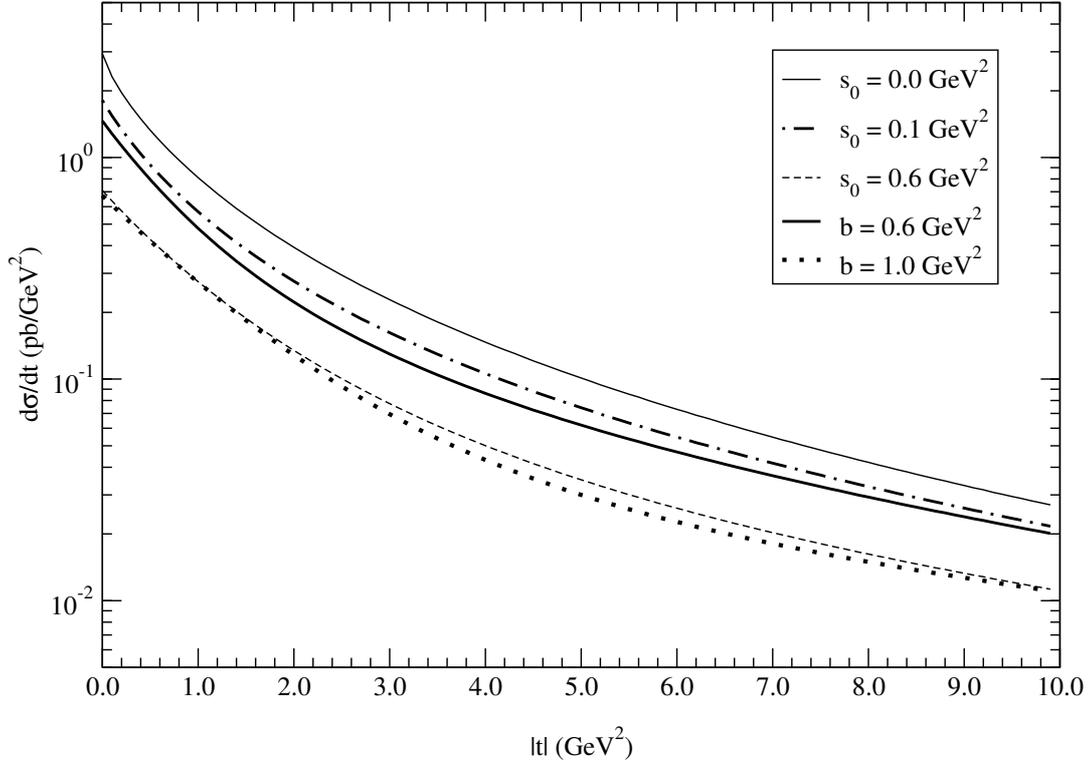


Figura 5.13: A seção de choque diferencial do processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$ usando os propagadores de glúon de Lipatov (eq.(5.43)) com parâmetros s_0 indicados e Häbel e colaboradores com parâmetros b indicados.

onde $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$, $\mathbf{k}_{1,2} = \mathbf{Q}/2 \pm \mathbf{k}$, $\mathbf{k}'_{1,2} = \mathbf{Q}/2 \pm \mathbf{k}'$ e

$$R(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{Q}) = \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}'_1{}^2 + s_0} + \frac{\mathbf{k}_2^2}{\mathbf{k}'_2{}^2 + s_0} - Q^2 \frac{\mathbf{k}_0^2 + s_0}{(\mathbf{k}'_1{}^2 + s_0)(\mathbf{k}'_2{}^2 + s_0)}, \quad (5.41)$$

$$V(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{Q}) = \frac{\mathbf{k}_1^2}{\mathbf{k}'_1{}^2 + \mathbf{k}_0^2 + 2s_0} + \frac{\mathbf{k}_2^2}{\mathbf{k}'_2{}^2 + \mathbf{k}_0^2 + 2s_0}. \quad (5.42)$$

Kwieciński e Motyka [135] utilizam o seguinte propagador finito para o glúon,

$$D(\mathbf{k}) = \frac{1}{\mathbf{k}^2 + s_0}, \quad (5.43)$$

baseados no trabalho original de Balitskiĭ e Lipatov [78, 79, 80, 81, 82], onde o parâmetro regulador infravermelho s_0 (que desempenha o papel de uma massa de glúon) é gerado utilizando-se o mecanismo de Higgs para geração de massa. Este parâmetro é utilizado em

[135] para avaliar a magnitude das contribuições infravermelhas para a seção de choque. Para discriminar estas contribuições, vamos considerar no lugar da troca do pomeron BFKL completo, a troca de somente dois glúons, sendo estes não perturbativos, ou seja, utilizaremos o modelo de Landshoff e Nachtmann para o pomeron [88]. Como já vimos esta é uma primeira aproximação para a troca do pomeron, e pode ser justificada como uma forma mais natural de inclusão de efeitos não perturbativos.

Para tanto, vamos usar as seguintes aproximações: em primeiro lugar, vamos usar a eq. (5.43) para identificar os propagadores de glúon na amplitude de espalhamento, eq. (5.36), e então aproximar o pomeron como a troca de dois glúons não-perturbativos. Com estas hipóteses, a amplitude agora lê-se,

$$\Im \mathcal{A}^{(0)}(s, t) = \int \frac{d^2 \mathbf{k}}{\pi} [\Phi_0(k^2, Q^2)]^2 D[(\mathbf{k} - \mathbf{Q}/2)^2] D[(\mathbf{k} + \mathbf{Q}/2)^2] \quad (5.44)$$

onde $D(\mathbf{k}^2)$ é o propagador não perturbativo.

Vamos utilizar os seguintes propagadores, já analisados anteriormente: o massivo puro, correspondente ao usado por Lipatov, e assim identificado daqui em diante; o de Häbel e colaboradores; o de Gorbar e Natale, e duas variantes do propagador de Cornwall, como veremos adiante.

Ao usarmos o propagador de Häbel e colaboradores, devemos fixar um valor ou, pelo menos, um intervalo de valores para o parâmetro b . Este parâmetro não é fixado nos trabalhos em que esta forma para o propagador é obtida. Portanto escolheremos livremente um valor, de tal forma que o resultado obtido seja o mais próximo possível do resultado de Kwieciński e Motyka. Outros valores para este parâmetro são testados, inclusive com diversos valores para s_0 , incluindo o caso perturbativo, que corresponde à $s_0 = 0 \text{ GeV}^2$. Os resultados obtidos para a seção de choque diferencial são mostrados na figura (5.13), onde vemos que temos uma sensibilidade à escolha do propagador. Contudo o comportamento global é bastante similar. A diminuição da seção de choque com o aumento dos parâmetros infravermelhos é de cerca de uma ordem de magnitude ou menos dependendo do parâmetro e seu valor. A um valor fixo de $|t|$, a seção de choque pode ser cinco vezes menor ao compararmos o resultado com o propagador de Lipatov ($s_0 = 0,6 \text{ GeV}^2$) com o resultado perturbativo ($s_0 = 0 \text{ GeV}^2$). Com o propagador de Häbel, a seção de choque é duas vezes menor. Uma característica do resultado é a similaridade dos resultados dos diferentes propagadores para algumas particulares escolhas dos parâmetros: $s_0 = 0,1 \text{ GeV}^2$, $b = 0,6 \text{ GeV}^2$ e $s_0 = 0,6 \text{ GeV}^2$, $b = 1,0 \text{ GeV}^2$. O resultado também é compatível com o fato de que o propagador de Häbel tende para o propagador perturbativo quando o parâmetro b tende a zero.

Ao utilizarmos o propagador de Gorbar e Natale, ao contrário do caso anterior não

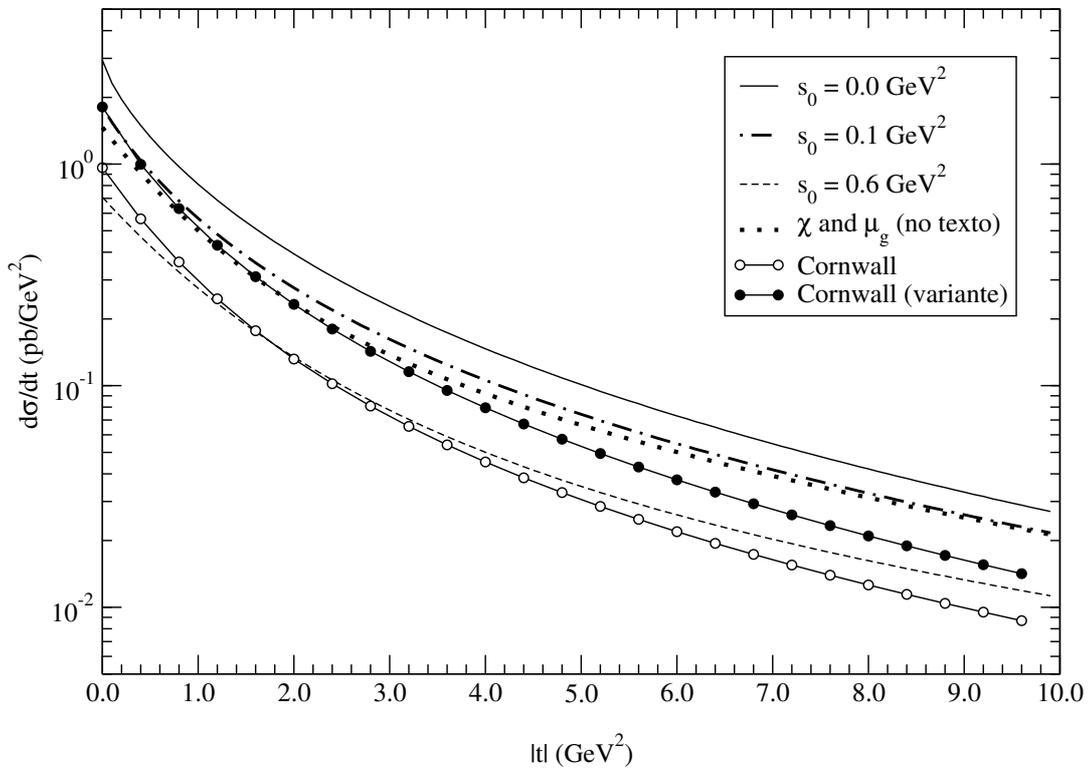


Figura 5.14: A seção de choque diferencial do processo $\gamma\gamma \rightarrow J/\Psi J/\Psi$ usando os propagadores de glúon de Lipatov (eq.(5.43)) com parâmetros s_0 indicados; Gorbar e Natale com parâmetros μ_g e χ fixos, e de Cornwall com duas variantes.

podemos variar livremente os parâmetros característicos do propagador (μ_g e χ) pois estes estão relacionados com o valor do condensado de glúon, que é obtido experimentalmente. Assim, usaremos os valores encontrados por Gorbar e Natale em [53]. O resultado obtido para a seção de choque é mostrado na figura 5.14, juntamente com os resultados do propagador de Lipatov. O resultado é bastante semelhante ao obtido com o propagador de Häbel, sendo muito próximo do resultado de Lipatov com $s_0 = 0,1 \text{ GeV}^2$. Com este propagador a seção de choque diminui cerca de 40% quando $|t| = 0,5 \text{ GeV}^2$ em relação ao resultado perturbativo.

Na figura (5.14) também é mostrado o resultado utilizando o propagador do glúon encontrado por Cornwall, eq. (3.21), juntamente com uma variante do mesmo propagador

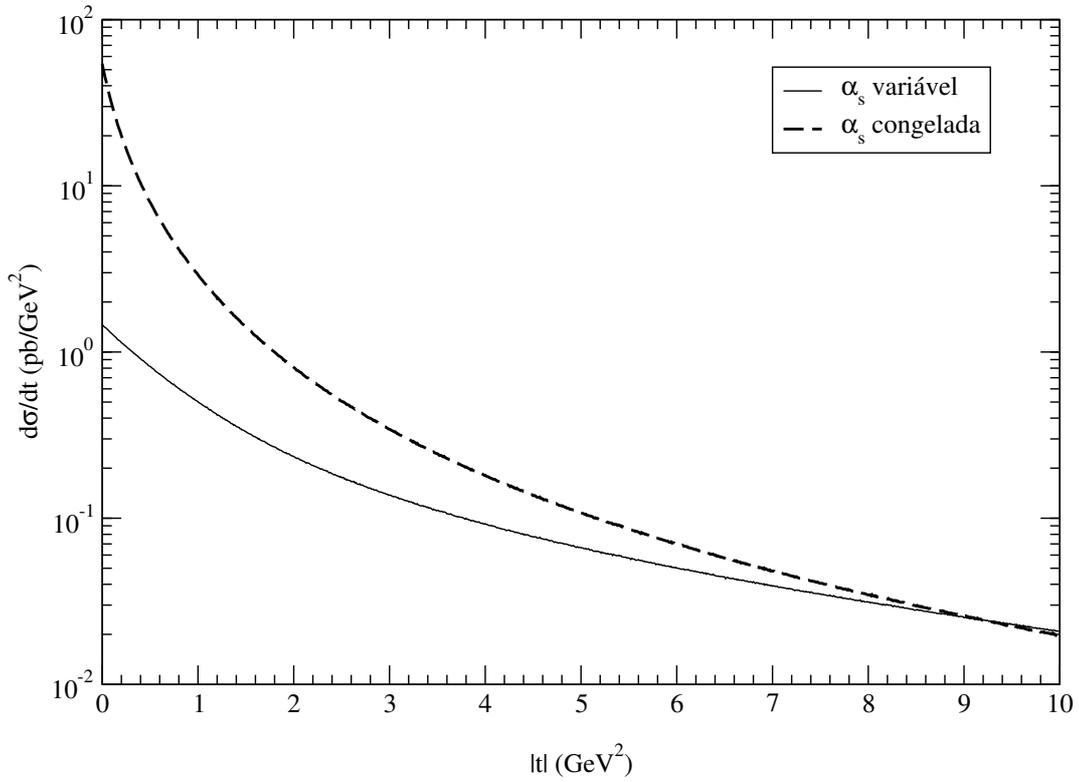


Figura 5.15: Comparação entre os resultados para a seção de choque diferencial obtidos com duas formas distintas para a constante de acoplamento forte, eq. (5.38) e eq. (5.46).

dada pela seguinte expressão,

$$D^{(CV)}(q^2) = \frac{1}{q^2 + m_g^2(q^2)}, \quad (5.45)$$

onde $m_g^2(q^2)$ é dado pela eq. (3.22). Os valores dos parâmetros do propagador são: $m_g = 0,36 \text{ GeV}^2$ com $\Lambda_{\text{QCD}} = 300 \text{ GeV}$. Os resultados para a seção de choque com o uso deste propagador são similares aos encontrados com outros propagadores, sendo que a diferença mais notável é seu decaimento mais acentuado quando o momento transferido aumenta. A comparação entre estes dois propagadores indica claramente que o propagador dado pela eq. (3.21), reduz muito mais a seção de choque em relação ao propagador modificado (ou a qualquer outro propagador para grande $|t|$).

Nos trabalhos anteriores em que os propagadores não-perturbativos são usados [112, 65, 127], a constante de acoplamento era mantida congelada em um determinado valor quando o momento transferido tendia a zero ($Q^2 \rightarrow 0$). No modelo empregado acima, o

argumento da constante de acoplamento exibe uma dependência em k^2 quando Q^2 tende a zero, além de também ter um termo constante massivo (ver eqs. (5.38) e (5.39)). A existência da escala massiva garante que a constante de acoplamento não divirja quando ambos momentos se anulam. Assim como testamos os fatores de forma de mésons (ver próximo capítulo), vamos modificar a constante de acoplamento com o objetivo de testar a sensibilidade da seção de choque com o acoplamento. Para tanto vamos utilizar a seguinte forma, baseada no trabalho de Cornwall [35],

$$\alpha_s^C(Q^2) = \frac{12\pi}{25 \ln\left(\frac{Q^2 + 4\mu_g^2}{\Lambda^2}\right)}, \quad (5.46)$$

onde μ_g^2 é uma escala de massa, podendo ser dinâmica, dependendo do momento, ou fixa. No presente caso vamos usar uma massa fixa como no propagador de Lipatov e três massas dinâmicas, uma com o termo massivo de Häbel, uma com o de Gorbar e Natale. Como é mostrado na figura (5.15), a mudança na constante de acoplamento modifica sensivelmente os resultados, aumentando consideravelmente a seção de choque em aproximadamente duas ordens de magnitude e modificando a inclinação do resultado em pequenos valores de t .

Os resultados obtidos mostram que o comportamento da seção de choque pode tornar-se muito diferente ao mudar o propagador do glúon e também a constante de acoplamento. Contudo, sem os resultados experimentais esperados no experimento TESLA, no caso de fótons reais, ou em produção de mésons J/Ψ em colisões periféricas de íons pesados relativísticos, não podemos selecionar o propagador que melhor descreve a seção de choque nem proceder a melhor escolha de parâmetros. Entretanto, a comparação com outros observáveis é possível e foi realizada.

Como nos outros casos, pode-se argumentar contra o uso de propagadores não perturbativos em um cálculo caracteristicamente perturbativo. Porém, como consideramos somente o primeiro termo na expansão perturbativa e o cálculo da amplitude de transição fóton-méson é obtida de forma não relativística, o cálculo apresentado acima é válido na região cinemática de interesse (pequeno momento transferido). Ou seja, estamos interessados somente em uma estimativa dos efeitos na região infravermelha. Dos resultados, podemos ver que, com uma escolha particular de parâmetros, o resultado com a massa fixa para o glúon e outra com uma massa dinâmica são muito similares, conforme os resultados das figuras (5.13) e (5.14). Os problemas de uma teoria de Yang-Mills massiva são bem conhecidos, mas ela é utilizável para a descrição de processos hadrônicos difrativos [106] bem como os propagadores modificados. Estes, derivados de forma não-perturbativa, parecem ser uma melhor escolha do que simplesmente a introdução de uma massa para a descrição destes processos que envolvem efeitos não perturbativos.

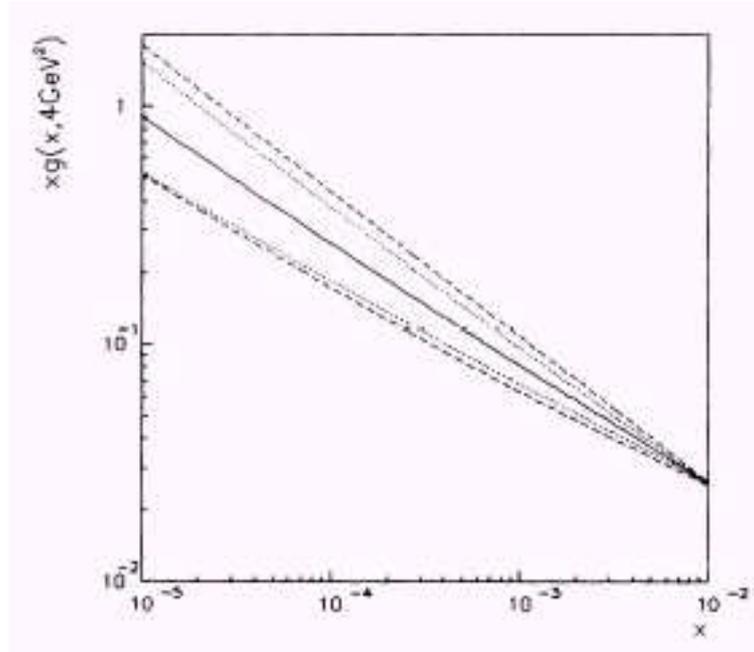


Figura 5.16: Resultado para a distribuição não-integrada de glúon com uso de uma equação BFKL modificada, eq. (5.47). As curvas correspondem, de cima para baixo, a seguinte escolha de parâmetros: $m_g = 0,4 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 0,25 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$; $m_g = 0,7 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$; $m_g = 1,0 \text{ GeV}$, $\mathbf{k}_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$. Figura de [141].

5.5 Glúons massivos no DIS

Uma aplicação de propagadores não-perturbativos modificados é sua utilização no espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-núcleon. Revisões mais completas sobre a importância deste processo nos aspectos teórico e experimental, e a derivação das equações que seguem podem ser encontradas em [1, 2, 3, 140]. Um resumo pode ser encontrado no apêndice A.

A partir da eq. BFKL para a distribuição de glúon não integrada (definida no Apêndice A), eq. (A.20), Forshaw e Harriman [141] modificam-na usando as idéias de Hancock e Ross [98, 99]. Em outras palavras, a equação é modificada trocando os propagadores de

glúon perturbativo por um propagador massivo,

$$\frac{\partial f_g(x, \mathbf{k}^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s(\mathbf{k}^2)}{\pi} \int d\mathbf{k}'^2 \frac{P(\mathbf{k}^2)}{P(\mathbf{k}'^2)} \left\{ \frac{f_g(x, \mathbf{k}'^2) - f_g(x, \mathbf{k}^2)}{|\mathbf{k}'^2 - \mathbf{k}^2|} + \frac{f_g(x, \mathbf{k}^2)}{\sqrt{(\mathbf{k}'^2 - \mathbf{k}^2)^2 + 2P(\mathbf{k}'^2)(\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}'^2) + P^2(\mathbf{k}'^2)}} \right\} - C \frac{\alpha_s^2(\mathbf{k}^2)}{P(\mathbf{k}^2)} G^{(2)}(x, \mathbf{k}^2), \quad (5.47)$$

onde $P(\mathbf{k}^2)$ é a inversa do propagador do glúon e o último termo leva em conta correções proveniente de efeitos de *sombreamento* [142], que são efeitos de recombinações dos glúons na região de pequeno x . Em [141] utiliza-se

$$P(\mathbf{k}^2) = \mathbf{k}^2 + m_g^2 \quad (5.48)$$

$$\alpha_s(\mathbf{k}^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\left(\frac{\mathbf{k}^2 + k_0^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2}\right)}, \quad (5.49)$$

resultando, para a distribuição de glúons, os resultados mostrados na figura (5.16), onde temos uma grande sensibilidade à escolha dos parâmetros m_g^2 e k_0^2 .

Dentro do formalismo de dipolos (também definido no apêndice A), Nikolev e Zakharov [143] utilizam um propagador massivo para o glúon ao calcular a seção de choque de dipolo para incluir efeitos de confinamento. A distribuição não-integrada de glúons é relacionada com o fator de forma de dois quarks dos nucleons. A expressão resultante, a partir de eq. (A.26), é

$$\hat{\sigma}(x, r) = \frac{4\pi^2}{3} \int_0^\infty dk^2 \mathcal{D}^2(k^2) \alpha_s f_g(x, k^2) [1 - J_0(kr)], \quad (5.50)$$

onde a identificação $1/k^2 \rightarrow \mathcal{D}(k^2)$ foi feita, de forma similar ao resultado descrito no capítulo 4, eq. (4.41).

Contudo, em princípio não há necessidade de introduzir esta modificação no propagador, pois $f_g(x, \mathbf{k}^2) \propto \mathbf{k}^2$ quando $\mathbf{k}^2 \rightarrow 0$, resultando uma seção de choque finita, mesmo com o propagador perturbativo. Uma expressão fenomenológica para o fator de forma de dois quarks é derivada em [144] usando a aproximação de Weizsäcker-Williams da eletrodinâmica ao calcular o fluxo de fóton equivalentes no aniquilamento do positrônio. Nos trabalhos originais [143], contudo, a inexistência de uma forma explícita para a função integrada de glúon impede uma comparação entre diferentes possibilidades de propagador, analisadas nesta tese.

5.6 Conclusões

Neste capítulo, diversas aplicações de propagadores modificados em processos difrativos são analisadas. Este tipo de reação é um campo natural para o uso deste tipo de propagador uma vez que as maiores contribuições para este processo são provenientes da troca do pomeron. Este, por sua vez, tem propriedades claramente não-perturbativas, por isto permitindo o uso de propagadores com propriedades não-perturbativas. A inclusão deste propagador melhora a descrição dos dados em comparação com o propagador perturbativo usual.

Capítulo 6

Aplicações em QCD perturbativa

6.1 Introdução

Neste capítulo, vamos analisar o uso dos propagadores modificados em processos caracteristicamente perturbativos, em que a descrição usual da QCD perturbativa é complementada pela inclusão de efeitos não perturbativos via a troca dos propagadores de glúon. Os processos analisados serão o decaimento de mésons vetoriais massivos e o fator de forma de mésons π e K .

6.2 Decaimento de mésons massivos

Uma possível evidência experimental direta para uma massa de glúon é o processo de decaimento radioativo de mésons vetoriais massivos, $J/\psi, \Upsilon \rightarrow \gamma X$. O tratamento perturbativo usual para estes processos pode ser encontrado em [12]. As razões de decaimento são calculadas em termos das funções de onda dos mésons pesados em teoria de perturbação. Em ordem α_s , a contribuição depende da paridade do méson, tendo comportamento semelhante ao decaimento do positrônio, pois, dependendo da paridade do estado inicial, teremos dois ou três glúons no estado final, correspondendo, no caso do positrônio, a dois ou três fótons [20].

A introdução de uma massa para o glúon neste contexto foi proposta por Parisi e Petronzio [145] para explicar a forte supressão do espectro de fótons no decaimento do méson J/ψ , observado pela colaboração Mark II. Uma massa do glúon de 0,8 GeV foi proposta para a descrição dos dados.

Para a descrição deste processo os seguintes efeitos físicos devem ser considerados: correções radioativas, correções de mais alta ordem em QCD, além de correções provenientes

da massa do glúon. Field e colaboradores, em uma série de trabalhos [146, 147, 148] fizeram uma análise destas correções e suas contribuições para o processo em questão, fazendo uma comparação com resultados experimentais. No trabalho mais recente [148], o resultado encontrado para a massa do glúon tem como característica depender do méson envolvido. Para o decaimento de J/ψ temos uma massa de $m_g \simeq 0,721$ GeV e para Υ , $m_g \simeq 1,18$ GeV. Notavelmente, há uma significativa diferença entre as massas encontradas.

Em [149], Mihara e Natale consideram as correções ao decaimento provenientes de uma massa de glúon, utilizando, ao contrário do estudo de Field, uma massa dinâmica, como a encontrada por Cornwall.

Em ambos os casos, como a razão entre decaimentos depende diretamente da constante de acoplamento forte, esta é calculada para pequeno momento transferido, comparando-se com os resultados encontrados pela teoria de perturbação.

6.3 Fatores de forma de mésons

O fator de forma mede a distribuição da carga elétrica dentro do hádron, e portanto, é uma forma de medir a distribuição de quarks dentro do hádron. No caso de um espalhamento elétron-méson, temos a seguinte relação entre as seções de choque [12],

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(e + \pi, K \rightarrow e + \pi, K) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{ponto}} |F_{\pi, K}(Q^2)|^2, \quad (6.1)$$

onde $(d\sigma/d\Omega)_{\text{ponto}}$ é a seção de choque para um alvo pontual.

O estudo do fator de forma de mésons está intimamente relacionado com a constante de acoplamento da QCD. Como veremos, o cálculo desta quantidade é muito sensível a mudanças no comportamento da constante de acoplamento.

O comportamento no infravermelho da constante de acoplamento é ainda um tanto controverso. O resultado usual, perturbativo, é obtido pelo cálculo das correções de mais alta ordem do vértice quark-glúon como brevemente analisado no capítulo 2.

Entretanto, existem evidências teóricas e experimentais para um comportamento congelado, ou seja finito, no limite cinemático infravermelho da constante de acoplamento (ver [150] para referências). No trabalho de Aguilar, Mihara e Natale [150], a possibilidade de uma constante de acoplamento congelada é estudada pelo cálculo do fator de forma do méson π (ou pión), ao mesmo tempo em que propagadores modificados de glúon também são empregados, dentro de um esquema de cálculo perturbativo para o fator de forma. Este modelo misto, é ampliado por Gay Ducati e Sauter em [151] para o méson K (ou káon) e uma gama maior de propagadores modificados.

O uso de uma constante de acoplamento congelada no infravermelho, no entanto, não consiste em uma novidade. Anteriormente, Ji e Amiri [152] e Brodsky e colaboradores [153] utilizaram a constante de acoplamento modificada baseada na solução de Cornwall para as EDSs já analisadas no capítulo 3 para o fator de forma de mésons e para a produção de um par de píons por dois fótons ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$), respectivamente.

Todavia, existem estudos somente não-perturbativos ou perturbativos para o fator de forma do méson. No primeiro caso, Maris e colaboradores [154] fazem um cálculo completamente não perturbativo. A amplitude do vértice $\pi\pi\gamma$ ou $KK\gamma$, que está relacionada com o fator de forma é obtida usando os seguintes componentes: as amplitudes de Bethe-Salpeter para o cerne do espalhamento $q\bar{q}$ (que são soluções da equação de Bethe-Salpeter [20]); a solução da EDS para o propagador do quark na aproximação de arco-íris (“*rainbow approximation*”) [15] e um *ansatz* para o vértice de quark-fóton, também baseado em uma equação de Bethe-Salpeter na aproximação de escada. Este cálculo fornece uma boa descrição dos dados para os fatores de forma do pión e do káon, bem como outros observáveis. Outro resultado para o fator de forma, é o de Kisslinger e colaboradores [155], em que um modelo tipo Bethe-Salpeter no cone-de-luz é empregado e onde o quark tem uma massa dinâmica em vez do glúon. Este cálculo também descreve os dados para o fator de forma do pión.

Usando a QCD perturbativa, existem muitas diferentes maneiras para o cálculo do fator de forma¹. Por exemplo, Stefanis [156] usa um esquema de fatorização unificado que inclui correções analíticas de origem na emissão de glúons e correções de potência que tem origem não perturbativa. Meliá e colaboradores [157] calculam o fator de forma do pión até a próxima ordem dominante na teoria de perturbações. Um cálculo na mesma ordem é feito por Yeh [158], em que uma expressão ajustável aos dados para o fator de forma do pión é encontrada, sendo que também inclui efeitos não-perturbativos. Entretanto, estes cálculos perturbativos somente são válidos quando o momento transferido é grande - em outras palavras quando a teoria perturbativa é válida.

O fator de forma do méson é dado por uma expressão fatorizada em QCD perturbativa [159, 160, 161, 162] (ver figura 6.1):

$$F_M(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \phi_M^*(y, \tilde{Q}_y) T_H(x, y, Q^2) \phi_M(x, \tilde{Q}_x), \quad (6.2)$$

onde $\tilde{Q}_z = \min(z, 1-z)Q$ ($z = x, y$) e Q são os quadrivetores momento transferido pelo fóton. A equação acima pode ser vista como a convolução dos estados final e inicial, re-

¹Para uma lista completa ver o seguinte arquivo eletrônico na página da colaboração F_π do Laboratório Nacional Jefferson: <http://www.jlab.org/~volmer/papers.ps>

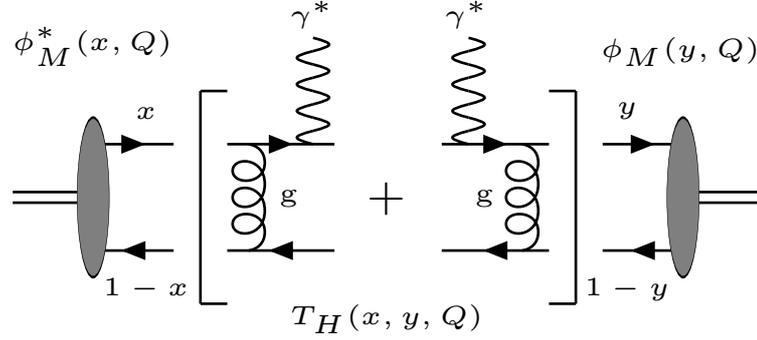


Figura 6.1: O diagrama de Feynman em ordem dominante na teoria de perturbação para o fator de forma de méson, onde $\phi_M(x, Q^2)$ é a amplitude de distribuição de quark e $T_H(x, y, Q^2)$ é a amplitude de espalhamento dura.

presentados pelas amplitudes de distribuição de quarks $\phi_M(z, \tilde{Q}_z)$ (obtidas por um cálculo não-perturbativo) com uma amplitude de espalhamento dura $T_H(x, y, Q^2)$ (obtida por um cálculo perturbativo). A amplitude de distribuição pode ser interpretada como a probabilidade de encontrar o quark ou o antiquark dentro do méson com fração de momento z ou $1 - z$, respectivamente.

A função $T_H(x, y, Q^2)$ foi calculada na ordem dominante por Braaten e Tse [163] e na próxima ordem dominante por Melić e colaboradores [157]. A expressão na ordem dominante, em que os diagramas da figura (6.1) contribuem, é

$$T_H(x, y, Q^2) = \frac{64\pi}{3Q^2} \left\{ \frac{2\alpha_s[(1-x)(1-y)Q^2]}{3(1-x)(1-y)} + \frac{1\alpha_s(xyQ^2)}{3xy} \right\} \quad (6.3)$$

onde $\alpha_s(Q^2)$ é a constante de acoplamento.

As amplitudes de distribuição são usualmente calculadas em uma certa escala de energia (Q_0) por regras de soma da QCD [164] e então avaliadas em uma escala de energia arbitrária resolvendo uma equação de evolução do tipo Bethe-Salpeter [159, 160, 161], cuja solução é [12]:

$$\phi_M(x, Q^2) = x(1-x) \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(3/2)}(2x-1) \left[\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right]^{d_n} \phi_n^{(M)}(Q_0^2) \quad (6.4)$$

onde $C_n^{(3/2)}(2x-1)$ são os polinômios ortogonais de Gegenbauer [165];

$$d_n = -\frac{2A_n^{\text{NS}}}{\beta_0}, \quad (6.5)$$

onde A_n^{NS} é a dimensão anômala não-singlete dada por

$$A_n^{\text{NS}} = \frac{4}{3} \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} - 2 \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j} \right], \quad (6.6)$$

e $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$, sendo n_f o número de sabores. Para obter os fatores $\phi_n^{(M)}(Q_0^2)$, dados por

$$\phi_n^{(M)}(Q_0^2) = \frac{4(2n+3)}{(n+1)(n+2)} \int_0^1 dx C_n^{(3/2)}(2x-1) \phi_M(x, Q_0^2), \quad (6.7)$$

usaremos a amplitude de distribuição de quark em uma determinada escala de energia. De [164], temos a $Q_0 = 500 \text{ MeV}$ para o pión e para o káon, respectivamente,

$$\phi_\pi(x, Q_0^2) = \frac{30f_\pi}{2\sqrt{3}} x(1-x)(2x-1)^2, \quad (6.8)$$

$$\phi_K(x, Q_0^2) = \frac{30f_K}{2\sqrt{3}} [0.6(2x-1)^2 + 0.25(2x-1)^3 + 0.08], \quad (6.9)$$

onde o fator de normalização f_M é dado por

$$\int_0^1 dx \phi_M(x, Q_0^2) = \frac{f_M}{2\sqrt{3}} \quad (6.10)$$

e portanto $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ e $f_K = 112 \text{ MeV}$.

Usando a relação de ortogonalidade dos polinômios de Gegenbauer, é fácil descobrir que os únicos $\phi_n^{(M)}(Q_0^2)$ não nulos para o pión são

$$\phi_0^{(\pi)}(Q_0^2) = 6 \frac{f_\pi}{2\sqrt{3}}, \quad \phi_2^{(\pi)}(Q_0^2) = 4 \frac{f_\pi}{2\sqrt{3}}$$

e para o káon,

$$\begin{aligned} \phi_0^{(K)}(Q_0^2) &= 6 \frac{f_K}{2\sqrt{3}}, & \phi_1^{(K)}(Q_0^2) &= \frac{30}{28} \frac{f_K}{2\sqrt{3}}, \\ \phi_2^{(K)}(Q_0^2) &= \frac{12}{5} \frac{f_K}{2\sqrt{3}}, & \phi_3^{(K)}(Q_0^2) &= \frac{3}{7} \frac{f_K}{2\sqrt{3}}, \end{aligned}$$

e, portanto, os expoentes d_n são

$$\begin{aligned} d_0 &= 0, & d_1 &= \frac{32}{99 - 6n_f}, \\ d_2 &= \frac{50}{99 - 6n_f}, & d_3 &= \frac{314}{495 - 30n_f}. \end{aligned}$$

Finalmente, a amplitude de distribuição de quark para o pión é

$$\phi_\pi(x, Q^2) = \frac{f_\pi}{2\sqrt{3}}x(1-x) \left\{ 6 + [30(2x-1)^2 - 6] \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{d_2} \right\} \quad (6.11)$$

e para o káon

$$\begin{aligned} \phi_K(x, Q^2) = \frac{f_K}{2\sqrt{3}}x(1-x) & \left\{ 6 + \frac{45}{14}(2x-1) \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{d_1} + \frac{6}{5} [15(2x-1)^2 - 3] \right. \\ & \left. \times \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{d_2} + \frac{3}{14} [35(2x-1)^3 - 15(2x-1)] \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(Q_0^2)} \right)^{d_3} \right\}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Contudo, Dziembowski and Mankiewicz [166] utilizaram o modelo de quark constituinte para calcular a amplitude de distribuição de quark para o pión, obtendo

$$\phi_\pi^{(\text{DM})}(x) = N \exp \left[-\frac{m^2}{8x(1-x)\beta^2} \right] \left\{ \frac{(xM+m)[(1-x)M+m]}{4\beta^4} - 2x(1-x) \right\} \quad (6.13)$$

onde N é determinado para condição de normalização, eq. (6.10), $N = 0,622$; M é a massa do méson média por spin ($M = 614,4$ MeV para o pión); m é a massa do quark constituinte ($m = 330$ MeV) e β é um parâmetro gaussiano escolhido como sendo 460 MeV. Vamos utilizar esta distribuição comparando os resultados obtidos com ambas distribuições.

No modelo utilizado por Aguilar, Mihara e Natale [150], o esquema de cálculo perturbativo é modificado, introduzindo uma constante de acoplamento e um propagador do glúon modificados na amplitude de espalhamento dura que pode ser escrita como

$$\tilde{T}_H(x, y, Q^2) = \frac{64\pi}{3} \left\{ \frac{2}{3}\tilde{\alpha}_s(\hat{k}^2)D(\hat{k}^2) + \frac{1}{3}\tilde{\alpha}_s(\hat{p}^2)D(\hat{p}^2) \right\} \quad (6.14)$$

onde $\hat{k}^2 = (1-x)(1-y)Q^2$, $\hat{p}^2 = xyQ^2$ e $D(Q^2)$ é o propagador do glúon e $\tilde{\alpha}_s$ é a constante de acoplamento modificada.

Assim, a expressão para o fator de forma do méson, a partir das eqs. (6.2) e (6.14) é

$$\tilde{F}_M(Q^2) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \tilde{\phi}_M^*(y, \tilde{Q}_y) \tilde{T}_H(x, y, Q^2) \tilde{\phi}_M(x, \tilde{Q}_x) \quad (6.15)$$

onde $\tilde{\phi}_M^*$ é a amplitude de distribuição de quarks no méson com a constante de acoplamento modificada.

Os propagadores modificados usados em [151] e já analisados no capítulo 3 são o propagador de Cornwall, o de Häbel e colaboradores, o de Alkofer e colaboradores, o de Atkinson e Bloch e o de Gorbar e Natale.

Entretanto, a modificação do propagador está estreitamente relacionada com a modificação da constante de acoplamento na região infravermelha. Cornwall [35] calculou a constante de acoplamento na região infravermelha e o resultado encontrado é uma constante que tem valor finito quando o momento é nulo. A eliminação da divergência provém do termo de massa, eq. (3.22), e a constante encontrada é

$$\alpha_s^{(C)}(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{q^2 + 4M_g^2(q^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad (6.16)$$

onde Λ_{QCD}^2 é o parâmetro de escala de energia da QCD, $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ é o primeiro coeficiente da função β e n_f é o número de sabores.

Para os propagadores que possuem explicitamente um termo massivo no denominador, como no caso de Häbel e Gorbar-Natale, incluímos o termo massivo na constante de acoplamento como no propagador de Cornwall, ou seja, para o caso de Häbel temos,

$$\alpha_s^{(H)}(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{q^2 + M_H^2(q^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad (6.17)$$

com

$$M_H^2(q^2) = \frac{b^2}{q^2},$$

e para o caso Gorbar-Natale,

$$\alpha_s^{(\text{GN})}(q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln \left(\frac{q^2 + M_{\text{GN}}^2(q^2)}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right)}, \quad (6.18)$$

com

$$M_{\text{GN}}^2(q^2) = \mu_g^2 \theta(\chi\mu_g^2 - q^2) + \frac{\mu_g^4}{q^2} \theta(q^2 - \chi\mu_g^2).$$

Nos outros casos (Alkofer e Atkinson-Bloch) a constante de acoplamento resulta de uma solução para equações de Dyson-Schwinger para as funções de Green. No caso de Alkofer, a constante de acoplamento pode ser ajustada pela fórmula,

$$\alpha_s^A = \begin{cases} \alpha_s^a & : q^2 < 0, 31 \text{ GeV}^2 \\ \alpha_s^b & : 0, 31 < q^2 < 1, 3 \text{ GeV}^2, \\ \alpha_s^c & : q^2 > 1, 3 \text{ GeV}^2, \end{cases} \quad (6.19)$$

com

$$\begin{aligned} \alpha_s^a(q^2) &= 0, 2161 + 9, 2621 \exp \left(-2 \frac{(q^2 - 0, 0297)^2}{(0, 6846)^2} \right), \\ \alpha_s^b(q^2) &= 1, 4741 + 8, 6072 \exp \left(-\frac{q^2 - 0, 1626}{0, 3197} \right), \\ \alpha_s^c(q^2) &= \frac{1, 4978}{\ln(1, 8488q^2)}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

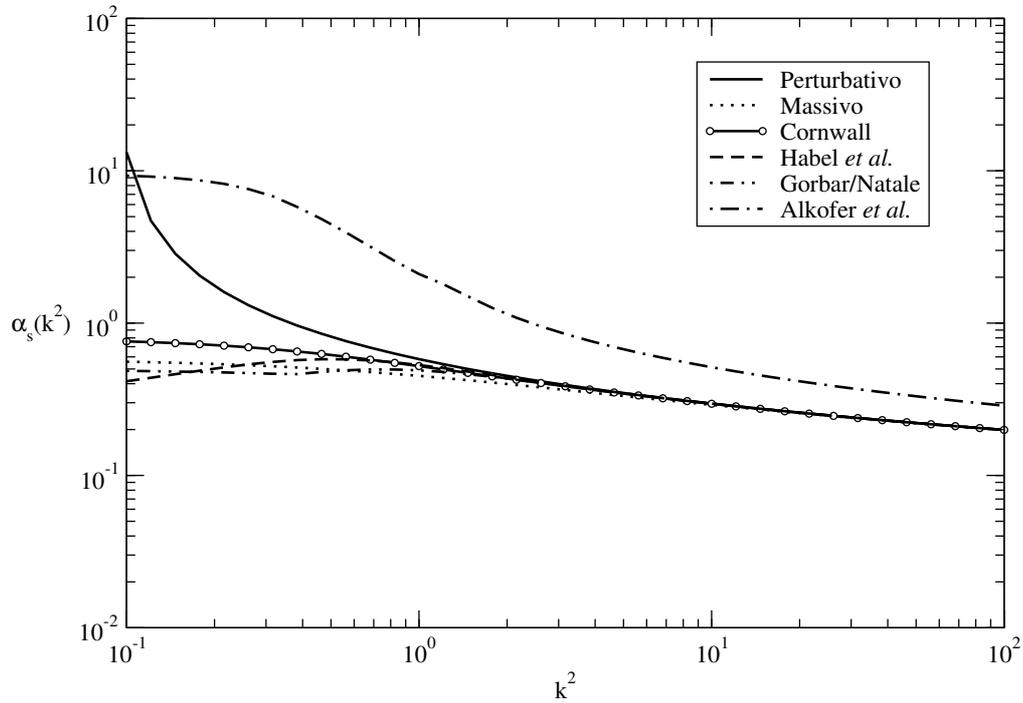


Figura 6.2: Resultados para o comportamento infravermelho da constante de acoplamento forte. Os resultados para os diferentes propagadores de glúon estão indicados na legenda da figura. O congelamento do acoplamento no infravermelho para estas constantes modificadas é evidente.

A solução numérica de Atkinson e Bloch tem formas analíticas somente nas regiões assintóticas de grande e pequeno momento, conforme já vimos no capítulo 3, sendo que as expressões são as eq. (3.56) no caso infravermelho, e eq. (3.57) no ultravioleta.

Os diferentes resultados para a constante de acoplamento forte são mostrados na figura 6.2, comparando-as com o resultado perturbativo usual, eq. (2.72). As constantes de acoplamento que tem um termo de massa adicional (caso dos propagadores de Cornwall, Häbel e Gorbar e Natale) tem o comportamento no ultravioleta coincidindo com o resultado perturbativo, ao contrário do resultado de Alkofer.

O procedimento para a obtenção de resultados é o seguinte: substitui-se a amplitude de espalhamento dura pela expressão (6.15) e nas amplitudes de distribuição de quark, a constante de acoplamento é trocada.

Os resultados obtidos para o fator de forma do pión no caso de número de sabores nulo estão mostrados na figura (6.3). Uma característica marcante do resultado mostrado é a

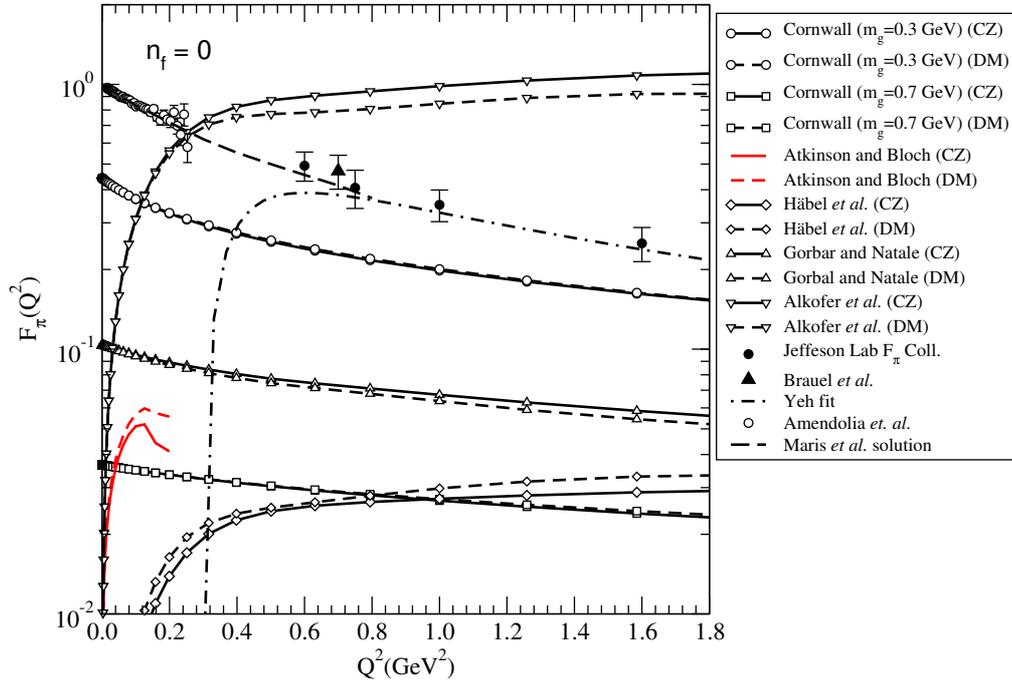


Figura 6.3: O fator de forma do pión calculado usando a expressão (6.15), para diferentes constantes de acoplamento e propagadores de glúon. O número de sabores é zero. Os índices CZ e DM referem-se às eqs. (6.11) e (6.13) para as amplitudes de distribuição de quarks. Os resultados de Maris [154] e Yeh [158] também são mostrados. Dados de [167, 168, 169, 170]

significativa diferença entre as diferentes constantes de acoplamento e os respectivos propagadores de glúon. A origem desta diferença está na forte dependência do fator de forma da constante de acoplamento. O resultado também é consistente com o comportamento infravermelho da constante de acoplamento, por exemplo, no caso do propagador de glúon de Häbel (eq. (6.17)) quando o momento tende a zero ($Q^2 \rightarrow 0$), o termo massivo diverge, o que implica em um comportamento divergente nesta região cinemática. Com os outros propagadores e constantes de acoplamento, o resultado é finito porque o termo massivo é finito quando o momento tende a zero, logo resultando em um resultado finito.

Como já mostrado no trabalho de Aguilar, Mihara e Natale [150], a melhor descrição dos dados dentro desta forma de cálculo é dada pelo propagador e constante de acoplamento de Cornwall com $m_g = 300$ MeV, enquanto que os outros propagadores não fornecem um resultado razoável em comparação com os dados disponíveis.

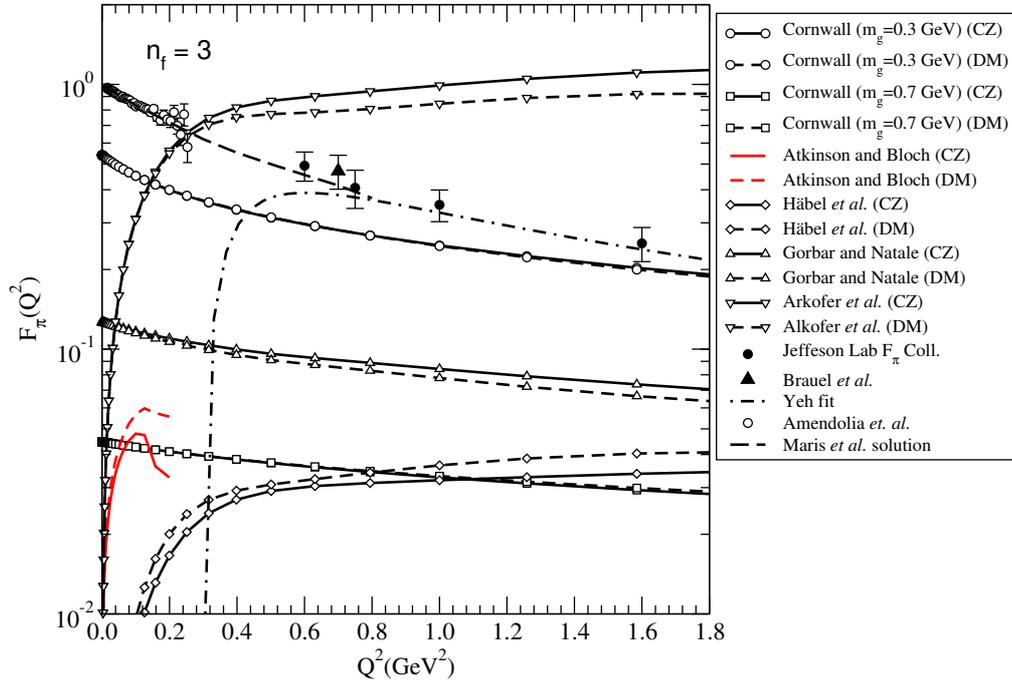


Figura 6.4: O fator de forma do pión calculado como na figura (6.3) com o número de sabores igual à três.

Quando um número mais realístico de sabores é empregado, $n_f = 3$, o resultado para o fator de forma não apresenta uma significativa mudança, como previsto em [150] e mostrado na figura (6.4). Contudo, o resultado com três sabores melhor se ajusta aos dados que o caso sem sabores.

Nas figuras (6.3), (6.4) e (6.5) é também mostrado o resultado puramente não perturbativo para o fator de forma do pión obtido por Maris e colaboradores [154] na região de pequeno momento transferido. Como já mencionado anteriormente, a solução encontrada fornece uma descrição muito boa para os resultados experimentais. O melhor resultado de nosso cálculo, usando o propagador e a constante de acoplamento de Cornwall, está abaixo da predição de Maris, mas com o mesmo comportamento global. Se o parâmetro massivo m_g é diminuído, pode-se encontrar um ajuste melhor aos dados para ambos os mésons, mas no entanto estaremos fora do intervalo de valores válidos para este parâmetro, que fornece uma boa descrição para outros processos, como vimos no capítulo 5.

Juntamente com os resultados calculados, mostramos nas figuras um ajuste, baseado no trabalho de Yeh [158]. Neste trabalho, o fator de forma do pión é obtido utilizando

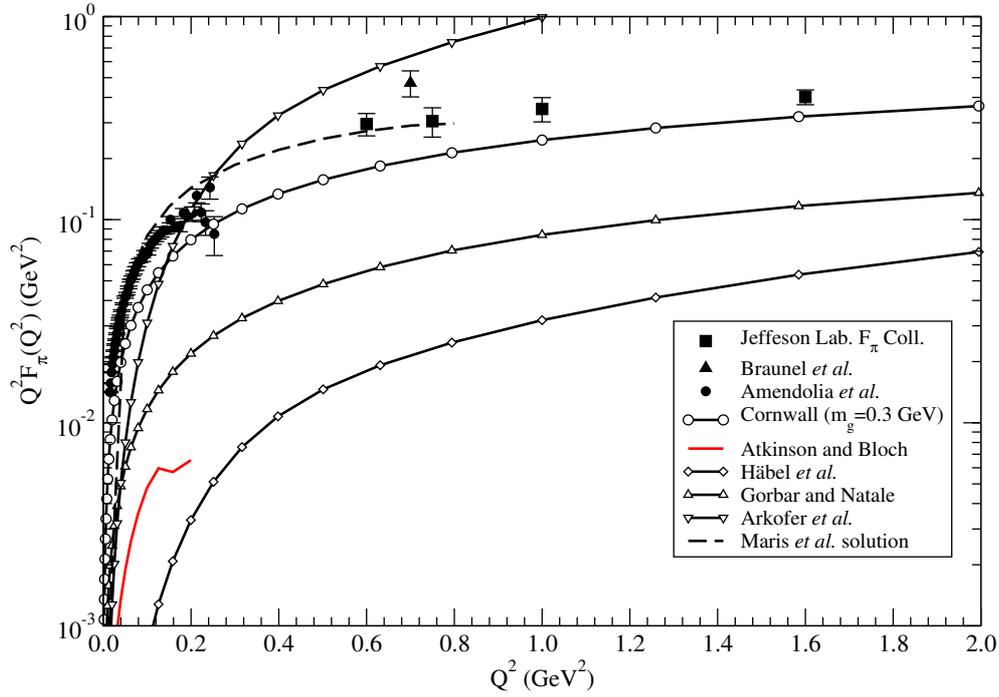


Figura 6.5: Gráfico de $Q^2 F_\pi$ em função de Q^2 usando os mesmos propagadores e constantes de acoplamento da figura (6.3) e com o número de sabores igual à três.

a expansão colinear para analisar as correções na próxima ordem dominante ao fator de forma para encontrar a expressão:

$$F_\pi(Q^2) = \frac{16\pi\alpha_s(Q_{\text{eff}}^2)f_\pi^2}{Q^2} \left(1 - \frac{32\pi^2 f_\pi^2 J(Q_{\text{eff}}^2)}{Q^2} \right) \quad (6.21)$$

onde Q_{eff}^2 é uma escala de energia efetiva e $J(Q_{\text{eff}}^2)$ é denominada função de jato, introduzida para absorver as divergências infravermelhas a partir das correções da próxima ordem dominante. No mesmo trabalho, é feito um ajuste fenomenológico aos resultados experimentais para o fator de forma do pión da seguinte forma

$$F_\pi^{\text{fit}}(Q^2) = \frac{A}{Q^2} \left(1 - \frac{B}{Q^2} \right), \quad (6.22)$$

Os melhores valores encontrados em [158] para os parâmetros são $A = 0,46895$ e $B = 0,3009$ para os dados experimentais de [169, 167, 168].

O ajuste fenomenológico acima tem uma divergência quando o momento transferido pelo fóton tende a zero, em oposição aos resultados que empregam os propagadores modi-

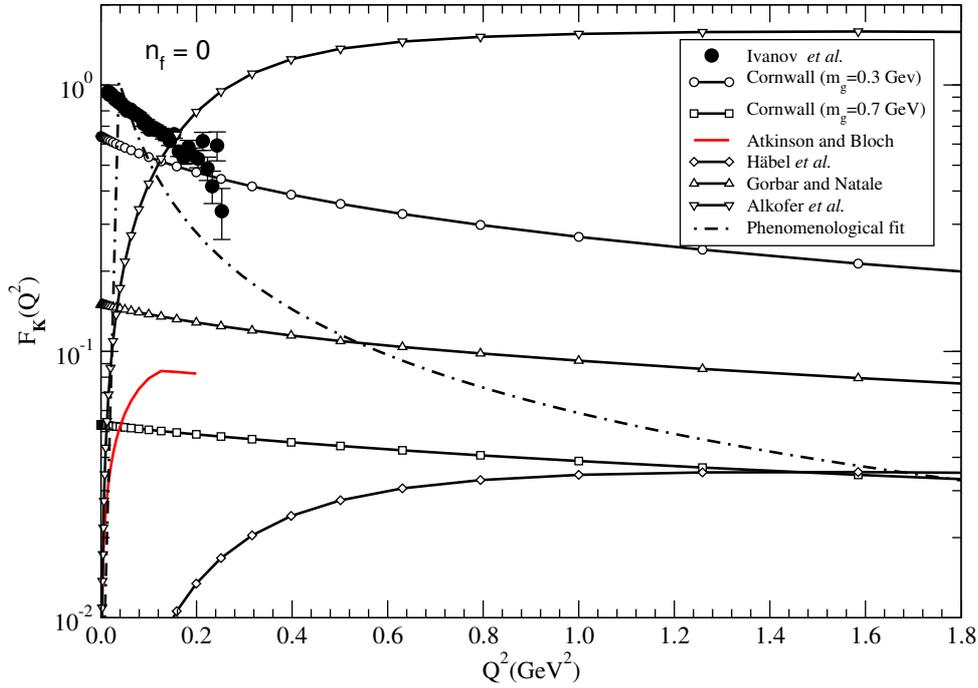


Figura 6.6: O fator de forma do káon calculado como o do pión, usando somente a amplitude de distribuição de quarks da eq. (6.12) e com o número de sabores igual a zero. O ajuste fenomenológico é dado pela eq. (6.23). Dados de [171].

ficados e uma constante de acoplamento finita no infravermelho e portanto não tem uma descrição dos dados para pequeno Q^2 .

Para comparar os nossos resultados com os outros encontrados na literatura, o gráfico de $Q^2 F_\pi(Q^2)$ como função de Q^2 é mostrado na figura 6.5. O resultado de Ji e Amiri [152] não se anula como nosso resultado, tampouco descreve os dados na região cinemática de pequeno Q^2 . Em [170], uma comparação de previsões encontradas na literatura é feita e o nosso melhor resultado ainda é um bom resultado.

No caso do káon, o mesmo procedimento de cálculo é utilizado, usando agora somente a amplitude de distribuição de quark dada pela equação (6.12) na equação (6.14). O resultado do caso em que o número de sabores é nulo ($n_f = 0$) é mostrado na figura (6.6) enquanto que o caso com três sabores é mostrado na figura (6.7) e na figura (6.8) no caso de $Q^2 F_K$ em função de Q^2 . Como é visto nas figuras, o comportamento global é o mesmo do fator de forma do pión, ou seja, a melhor descrição dentro do formalismo utilizado continua sendo o resultado obtido com o propagador a constante de acoplamento

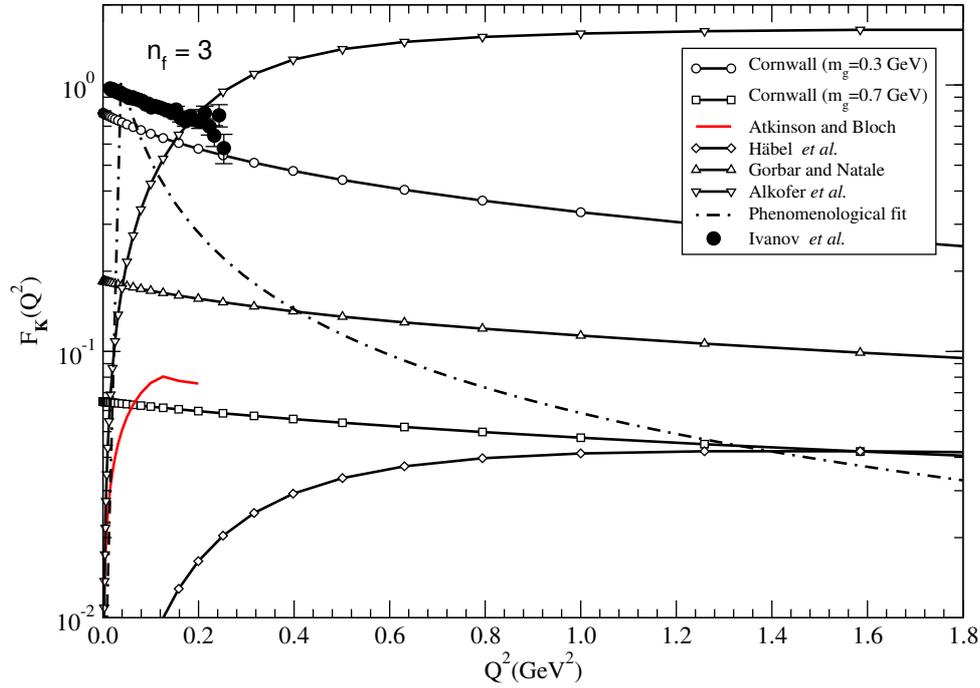


Figura 6.7: O fator de forma do káon calculado como na figura (6.6), mas com o número de sabores igual à três.

de Cornwall com $m_g = 300$ MeV.

Nas figuras (6.6) e (6.7) também é mostrado um ajuste fenomenológico aos dados baseado em Yeh [158], aplicado aos dados disponíveis para o káon, utilizando como fórmula para o ajuste

$$F_K^{\text{fit}}(Q^2) = \frac{C}{Q^2} \left(1 - \frac{D}{Q^2} \right), \quad (6.23)$$

já que que a única dependência sobre o méson na equação (6.21) é no fator de normalização f_M . Um ajuste aos dados [171] usando a equação acima é obtido com os coeficientes $C = 0.0594695$ e $D = 0.0130963$ com $\chi^2 = 1.93314$

Como os dados disponíveis para o káon são restritos à região de pequeno Q^2 , as previsões dos diferentes modelos na região cinemática de grande Q^2 não podem ser testadas, ao contrário do caso do pión.

Para ambos os mésons, ao utilizarmos o propagador do glúon e a constante de acoplamento de Atkinson e Bloch como resultado de uma expressão analítica para ambos, utilizamos somente as formas analíticas infravermelhas, exceto no caso no caso da escala fixa de energia (no caso da eq. (6.8)) no qual utilizamos o resultado analítico ultravioleta.

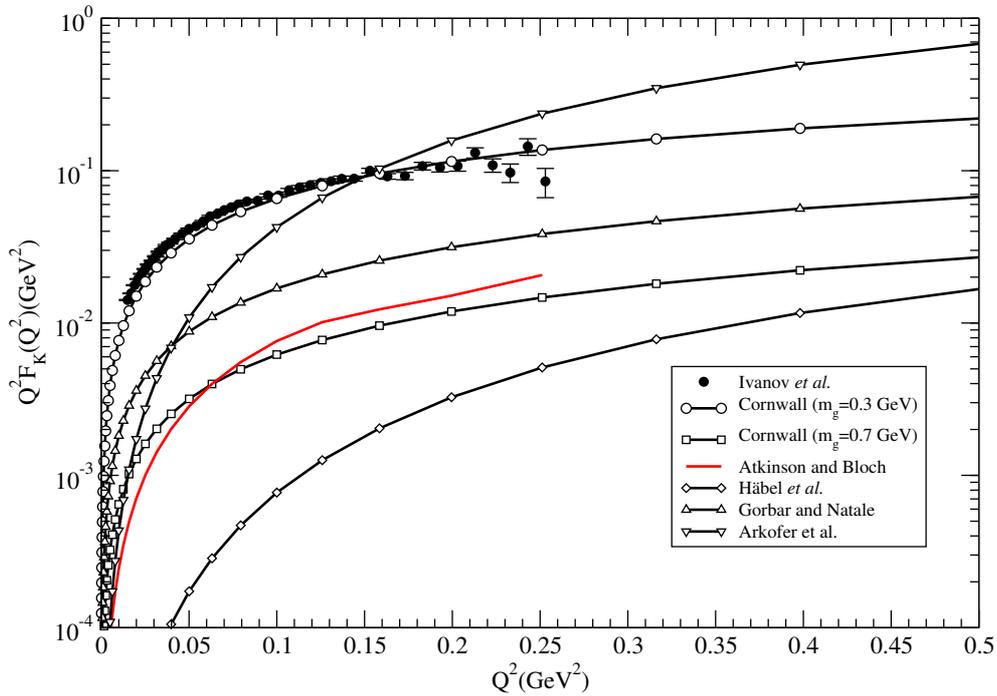


Figura 6.8: Gráfico de $Q^2 F_K$ em função de Q^2 usando os mesmos propagadores e constantes de acoplamento da figura 6.6 e com o número de sabores igual à três.

Existe uma diferença entre o resultado numérico e as formas analíticas para a expressão da constante de acoplamento, mas isto não influi determinantemente nos resultados obtidos.

Como conclusões, o modelo empregado para o cálculo dos fatores de forma de mésons, em que o resultado da teoria de perturbação é mantido enquanto as mudanças são feitas nos propagadores do glúon e na constante de acoplamento de modo a incluir efeitos infravermelhos, é bem sucedido ao descrever os dados experimentais de [170] para o pión e de [171] para o káon. Resultado oposto ao do cálculo de Ji e Amiri [152] em que somente a forma congelada para constante de acoplamento é utilizada, sem modificar o propagador do glúon. Entretanto, restrições feitas por [157, 172] para o uso de uma constante de acoplamento congelada no infravermelho bem como o propagador modificado não encontram suporte frente aos resultados obtidos em [151], pois em [172], o fator de forma do pión é calculado usando uma função de onda diferente para pión e com um propagador com uma massa fixa, resultando que o resultado assim obtido para $Q^2 F_\pi(Q^2)$ é menor que o valor experimental por um fator de dez. Em comparação com o resultado do cálculo totalmente não perturbativo de Maris e colaboradores, o resultado do esquema misto em-

pregado é a interpolação dos resultados acima, tendo características de ambos os cálculos, perturbativos e não-perturbativos.

O bom ajuste aos resultados experimentais do método de cálculo empregado para ambos os mésons, indica que é possível incluir efeitos não perturbativos em processos exclusivos em QCD sem trocas dramáticas no esquema perturbativo de cálculo de observáveis. Entretanto, a inclusão de efeitos não perturbativos é ainda um campo aberto para muitas investigações.

6.4 Conclusões

Neste capítulo, foram analisadas algumas aplicações em processos perturbativos de propagadores modificados de glúon. Estes processos, usualmente são descritos pela QCD perturbativa. No entanto, a inclusão de efeitos perturbativos via propagador do glúon, em um modelo fenomenológico, resulta em uma descrição melhor dos dados, indicando que efeitos infravermelhos podem ser incluídos desta maneira na teoria.

Capítulo 7

Conclusões

Ao longo desta tese foram apresentados métodos de obtenção de formas modificadas para o propagador do glúon. Estas formas incluem modificações para contemplar propriedades infravermelhas (pequenos momentos), como, por exemplo, descrição do confinamento. Estes propagadores modificados foram então empregados em diversos processos de espalhamento em que as mencionadas propriedades infravermelhas desempenham papel relevante. Os processos incluem espalhamentos que envolvem a troca de glúons, como espalhamentos elásticos em alta energia e fatores de forma de mésons.

Na obtenção destes propagadores modificados empregam-se dois métodos diferentes: as equações de Dyson-Schwinger e simulações numéricas em teoria de campo na rede. Muito embora ambos os métodos possuam vantagens (e também desvantagens) como vimos no capítulo 3, ambos tem o mesmo problema fundamental: a impossibilidade de obtenção de forma direta das funções de Green da Cromodinâmica Quântica (QCD). Isto resulta do uso de aproximações para a obtenção de alguma forma para estas funções de Green, que ocorre com os mencionados métodos, analisados no capítulo 3.

Devido a esta imprecisão inerente em seu cálculo, existem variadas formas para o propagador do glúon na literatura, todas obtidas com aproximações que, em princípio, são consistentes. Contudo, como vimos, os propagadores diferem radicalmente entre os diversos grupos de resultados. Estas diferenças têm origem justamente na acima mencionada impossibilidade de obter as funções de Green da QCD e pelas diferentes aproximações empregadas no cálculo do propagador do glúon.

Por outro lado, é possível usar propagadores modificados para eliminar divergências infravermelhas que ocorrem na descrição de processos em QCD. Originalmente, uma massa é imposta ao glúon para eliminar estas divergências, como é feito em decaimentos de mésons vetoriais, por exemplo.

Por envolver a troca de glúons em uma grande gama de momentos transferidos, espe-

cialmente na região de pequeno momento transferido, processos difrativos servem muito bem para testar o uso destes propagadores modificados. Nestes processos, em que a troca do pomeron (de origem na teoria de Regge) tem grande importância, é possível trocar os propagadores do glúon para considerar contribuições na região infravermelha dentro do modelo de Landshoff-Nachtmann. Como vimos, na região de pequeno momento transferido temos uma boa descrição de diversos processos de espalhamento mediados pelo pomeron com glúons não-perturbativos.

Entretanto, a transposição do pomeron para dentro da QCD não é livre de problemas, como vimos. A existência de diferenças entre a teoria de Regge e o formalismo motivou o uso de propagadores modificados no último. Mas o emprego de propagadores modificados é feito dentro de um modelo fenomenológico, em que somente o propagador do glúon é modificado e as demais funções de Green são mantidas. Formalmente, é conhecido que as funções de Green estão relacionadas e portanto também deveriam ser modificadas, em princípio. Contudo, a boa descrição dos resultados experimentais de diversos processos corrobora em parte este tratamento, muito embora os resultados obtidos a partir do formalismo BFKL não reproduzam os resultados da teoria de Regge, mesmo com os propagadores modificados.

Além de processos onde uma escala infravermelha se faz presente, é possível trocar o propagador do glúon em processos caracteristicamente perturbativos. Neste caso, a boa descrição dos resultados experimentais do fator de forma de mésons (descrito no capítulo 6) ao usar os propagadores modificados, indica que efeitos da região cinemática infravermelha estão sendo subestimados no tratamento usual. Um outro processo perturbativo em que possam ser aplicadas esta idéias é a dupla produção de píons a partir de dois fótons com troca de glúon, intimamente relacionado com o fator de forma do pión.

As descrições de dados de diferentes processos, sejam difrativos ou perturbativos, servem também como um seletor para os resultados dos diferentes métodos (e suas aproximações) para o cálculo do propagador do glúon. Como existem várias formas para este propagador na literatura, a comparação com resultados experimentais pode selecionar ou favorecer uma forma para o propagador. Dentre os propagadores utilizados, os que melhor descreve os dados, de um modo geral, são propagadores modificados com uma massa dinâmica, ou seja, dependente do momento, e com um comportamento no ultravioleta que leva ao propagador perturbativo usual. Portanto, o corte no momento para eliminar a divergência infravermelha só existe para pequenos momentos, desaparecendo quando o regime cinemático tende ao perturbativo. Tal resultado é confirmado em teoria de campo em rede com simulações computacionais mais recentes.

Pelo fato que o modelo global para a aplicação de propagadores modificados é uma

aproximação fenomenológica, é necessário utilizá-lo no maior número de processos para testar sua validade. Em eventos difrativos, provavelmente o melhor processo seja a dupla fotoprodução de mésons vetoriais (analisada no capítulo 5) uma vez que as incertezas (também de origem não-perturbativa) provenientes dos estados ligados dos hádrons são eliminadas, restando como incerteza o mecanismo de troca do pomeron entre os pares de quarks. Tal processo será observado no Laboratório Nacional de Brookhaven (BNL), onde colisões periféricas (grande parâmetro de impacto) entre íons pesados tem como resultado uma grande quantidade de mésons produzidos. Outro experimento em que a física do pomeron será relevante é a colaboração TOTEM do experimento LHC (Large Hadron Collider) do CERN, onde feixes de prótons serão colididos em energias da ordem de alguns TeV (um aumento de cerca de uma ordem de grandeza em energia comparado aos experimentos atuais) tendo como objetivo a medida de eventos elásticos e dissociação difrativa.

Embora ainda seja um campo em que as incertezas ainda não foram inteiramente dissipadas, o uso de propagadores modificados tem acumulado sucessos, de forma que este mecanismo não pode ser desconsiderado para a inclusão de efeitos não perturbativos.

Apêndice A

O Espalhamento Profundamente Inelástico

Neste apêndice vamos resumir as principais características e resultados para o espalhamento profundamente inelástico (DIS). O DIS é o espalhamento de um lépton (neutro ou carregado) por um hádron (normalmente um núcleon: próton ou nêutron) com um grande momento transferido. O processo está mostrado na figura (A.1), juntamente com os correspondentes momentos das partículas envolvidas: l para o elétron, P para o próton e q para o fóton transferido.

O processo acima é descrito em termos de três variáveis cinemáticas, uma das quais a energia do centro de massa ou a energia do lépton incidente e as duas restantes dentre as seguintes variáveis cinemáticas,

$$q^2 = -Q^2 = (l - l')^2, \quad (\text{A.1a})$$

$$W^2 = (P + q)^2, \quad (\text{A.1b})$$

$$\nu = \frac{P \cdot q}{m_N} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{2m_N}, \quad (\text{A.1c})$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N \nu} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_N^2}, \quad (\text{A.1d})$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot l} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{(l + P)^2 - m_N^2}, \quad (\text{A.1e})$$

onde q^2 é o quadrado do momento transferido, x é a *variável de Bjorken* ($0 < x < 1$), y é a inelásticidade ($0 < y < 1$) e m_N é a massa do nucleon. O regime cinemático profundamente inelástico é definido com $m_N \nu$ e Q^2 muito maiores que m_N^2 , e x fixo.

A seção de choque é calculada como contração de um tensor leptônico, $L_{\mu\nu}$ (que carrega a informação do vértice superior da figura A.1) com um tensor hadrônico, $W^{\mu\nu}$ (referente

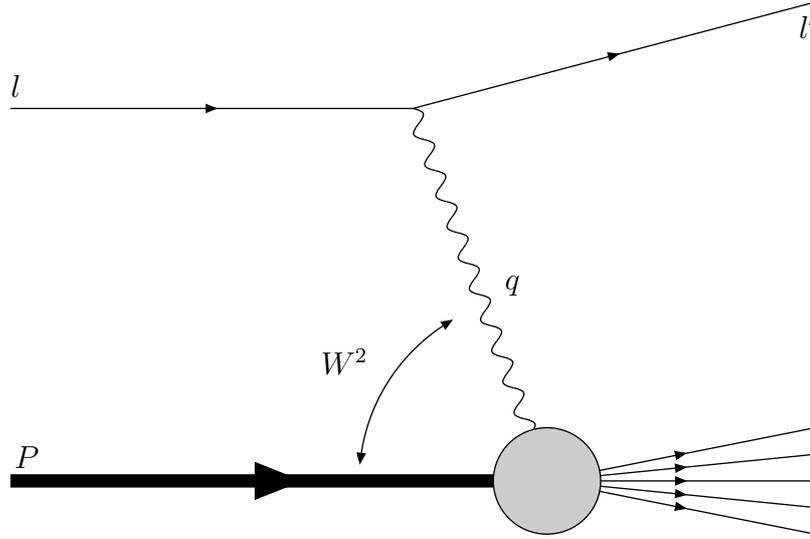


Figura A.1: Diagrama para o espalhamento profundamente inelástico (DIS) elétron-núcleon.

ao vértice inferior da mencionada figura). O primeiro vértice pode ser calculado dentro da QED, enquanto que o segundo, pela presente impossibilidade de obtenção das funções de onda dos quarks dentro do nucleon, não pode ser calculado. Temos então

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{\text{elm}}^2}{2m_N Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (\text{A.2})$$

onde Ω é a direção do lépton espalhado, E e E' as energias dos léptons incidente e espalhado, respectivamente e α_{elm} é a constante de acoplamento eletromagnética.

A seção de choque para o processo pode ser reescrita em termos de duas funções de estrutura adimensionais, F_1 e F_2 , a princípio indeterminadas,

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi s \alpha_{\text{elm}}^2}{Q^4} \left\{ xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{xy m_N^2}{s} \right) F_2(x, Q^2) \right\}. \quad (\text{A.3})$$

No limite $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ com x fixo, o chamado limite de Bjorken, as funções de estrutura *escalam*, ou seja somente dependem de x (de forma aproximada).

Em termos do processo de absorção de um fóton virtual com determinada polarização, temos que as seções de choque podem ser escritas como

$$\sigma_L^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{\text{elm}}}{Q^2} [F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2)] = \frac{4\pi^2 \alpha_{\text{elm}}}{Q^2} F_L(x, Q^2) \quad (\text{A.4})$$

$$\sigma_T^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{\text{elm}}}{Q^2} 2xF_1(x, Q^2) = \frac{4\pi^2 \alpha_{\text{elm}}}{Q^2} F_T(x, Q^2), \quad (\text{A.5})$$

ou seja,

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{\text{elm}}}{Q^2} F_{T,L}(x, Q^2), \quad (\text{A.6})$$

onde $F_{T,L}(x, Q^2)$ são as funções de estrutura transversal e longitudinal.

Utilizando o modelo de pártons [3], onde as partículas que constituem os pártons (em princípio, os quarks somente) são consideradas livres, as funções de estrutura estão relacionadas com a função de densidade de quarks (e antiquarks) dentro do nucleon, f_q , por

$$F_2(x) = 2xF_1(x) = \sum_q e_q^2 x [f_q(x) + f_{\bar{q}}(x)], \quad (\text{A.7})$$

onde e_q são as cargas elétricas dos quarks. A relação acima é válida no limite de Bjorken e é a conhecida *relação de Callan-Gross*.

Entretanto, o modelo acima é uma primeira aproximação visto que os pártons são os quarks e glúons, e portanto a sua teoria de campos é a QCD. Dentro da QCD, podemos calcular a função de estrutura como a soma de contribuições de diferentes diagramas de Feynman. O resultado é [74]

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} x e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, \mu^2) C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right), \quad (\text{A.8})$$

onde μ^2 é uma escala de fatorização, q são as funções de distribuição renormalizadas de pártons e C é a função coeficiente que carrega a informação da interação entre quarks e glúons. Como F_2 é uma quantidade física mensurável, ela não depende de μ^2 (arbitrária) e portanto,

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln \mu^2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial q(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P\left(\frac{x}{\xi}\right) q(\xi, \mu^2), \quad (\text{A.9})$$

onde $P(x/\xi)$ são os funções de separação (“*splitting*”), significando a probabilidade de um quark emitir outro quark com uma fração de momento ξ . A expressão acima é a *equação DGLAP* (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi). Incluindo os glúons (com a respectiva função densidade, $g(x, Q^2)$) temos o seguinte conjunto de equações (em forma vetorial),

$$\frac{\partial}{\partial \ln Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ G(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dz \begin{pmatrix} P_{qq}(z) & 2n_f P_{qg}(z) \\ P_{gq}(z) & P_{gg}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(x/z, Q^2) \\ G(x/z, Q^2) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

onde

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_{i=1}^{n_f} [xq_i(x, Q^2) + x\bar{q}_i(x, Q^2)], \quad (\text{A.11a})$$

$$G(x, Q^2) = xg(x, Q^2). \quad (\text{A.11b})$$

As eq. DGLAP somam contribuições do tipo $\ln(Q^2/\mu^2)$ e são equações de evolução pois dada uma configuração inicial das funções densidade podemos obter uma configuração em outro valor de μ^2 , utilizando as equações acima. Contudo para pequeno x (ou grande W^2) as contribuições do tipo $\ln(1/x)$ são importantes. A questão de como levar diferentes contribuições para a função de estrutura por diferentes ressonâncias de logaritmos pode ser encontrada em [74].

Na região de grande W^2 é válido o esquema de fatorização \mathbf{k}_T [173, 174], onde \mathbf{k}_T é o momento transversal dos glúons. Neste esquema temos que a seção de choque total para DIS é

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int \frac{d\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} f_g(x, \mathbf{k}^2) \sigma_{\lambda}^{\gamma^*g}(x', \mathbf{k}^2, Q^2), \quad (\text{A.12})$$

onde λ é a polarização do fóton e $\sigma_{\lambda}^{\gamma^*g}$ é a seção de choque fóton-glúon e $f_g(x, \mathbf{k}^2)$ é a *distribuição de glúon não-integrada*,

$$f_g(x, \mathbf{k}^2) = \frac{\partial(x g(x, \mathbf{k}^2))}{\partial \ln \mathbf{k}^2}. \quad (\text{A.13})$$

A seção de choque pode ser escrita como (ver figura A.2),

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^2\mathbf{k} d^2\mathbf{k}' \Phi_{\lambda}(\mathbf{k}^2, Q^2) F(x, \mathbf{k}, \mathbf{k}') \Phi_p(\mathbf{k}'^2), \quad (\text{A.14})$$

onde $\Phi_{p,\lambda}$ são os fatores de impacto do fóton e do próton, respectivamente, e F é a transformada de Mellin do núcleo BFKL f , eq. (4.30). Facilmente podemos relacionar a função de glúon não integrada com Φ_p e F ,

$$f_g(x, \mathbf{k}^2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2\mathbf{k}'}{\mathbf{k}'^2} \Phi_p(\mathbf{k}'^2) \mathbf{k}^2 F(x, \mathbf{k}, \mathbf{k}'), \quad (\text{A.15})$$

ou seja, a uma seção de choque,

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{\mathbf{k}^4} f_g(x, \mathbf{k}^2) \Phi_{\lambda}(\mathbf{k}^2, Q^2), \quad (\text{A.16})$$

que possui uma interpretação física clara: $f_g(x, \mathbf{k}^2)$ carrega a informação da estrutura do próton e portanto contém partes não-perturbativas. A evolução em x de $f_g(x, \mathbf{k}^2)$ é obtida fornecendo uma forma para esta função em um dado x_0 e evoluindo para outros valores de x .

O fator de impacto do fóton é facilmente calculado usando os diagramas de Feynman

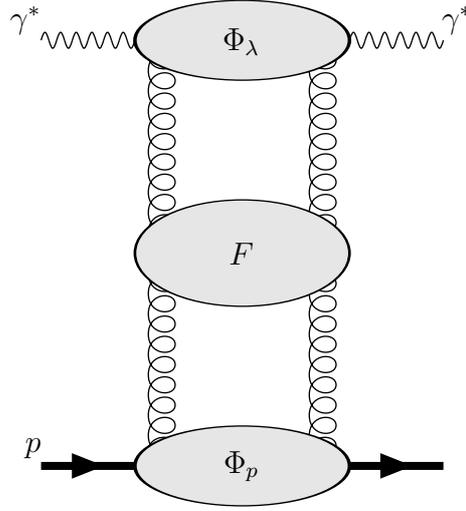


Figura A.2: Diagrama para o DIS em pequeno x no esquema de fatorização \mathbf{k}_t . Os fatores de impacto do próton e do fóton são indicados por $\Phi_{p,\lambda}$ e F é a transformada de Mellin do núcleo BFKL.

de um laço para a transição fóton-fóton com a troca de dois glúons, resultando em

$$\Phi_L(\mathbf{k}^2, Q^2) = 8\alpha_s\alpha_{\text{elm}} \sum_f e_f^2 \int_0^1 dz \int d^2\boldsymbol{\kappa} Q^2 z^2 (1-z)^2 \left\{ \frac{1}{\boldsymbol{\kappa}^2 + \epsilon_f^2} - \frac{1}{(\boldsymbol{\kappa} + \epsilon_f^2)^2} \right\} \quad (\text{A.17a})$$

$$\Phi_T(\mathbf{k}^2, Q^2) = 2\alpha_s\alpha_{\text{elm}} \sum_f e_f^2 \int_0^1 dz \int d^2\boldsymbol{\kappa} \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \left(\frac{\boldsymbol{\kappa}}{\boldsymbol{\kappa}^2 + \epsilon_f^2} - \frac{\boldsymbol{\kappa} - \mathbf{k}}{(\boldsymbol{\kappa} - \mathbf{k})^2 + \epsilon_f^2} \right)^2 + m_f \left(\frac{1}{\boldsymbol{\kappa}^2 + \epsilon_f^2} - \frac{1}{(\boldsymbol{\kappa} - \mathbf{k})^2 + \epsilon_f^2} \right)^2 \right\}, \quad (\text{A.17b})$$

onde e_f e m_f são respectivamente a carga e a massa dos quarks de sabor f , z é a fração de momento portada pelo quark proveniente do fóton e $\epsilon_f^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2$ e a constante de acoplamento forte é considerada fixa. Usando

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{\text{elm}}} \left[\sigma_T^{\gamma^*p}(x, Q^2) + \sigma_L^{\gamma^*p}(x, Q^2) \right], \quad (\text{A.18})$$

a partir de eqs. (A.4) e (A.5), podemos facilmente calcular a função de estrutura F_2 .

Como a função de densidade de glúon não integrada e a eq. BFKL estão relacionadas pela eq. (A.15), podemos encontrar uma equação de evolução para $f_g(x, \mathbf{k}^2)$. Tomando a eq. (4.32) e integramos nas variáveis angulares, pois a solução para F não depende dos

ângulos [72]. Usando $x \approx Q^2/s$, obtemos para $N_c = 3$,

$$\frac{\partial F(x, \mathbf{k}_1^2, \mathbf{k}_2^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} \int \frac{d\mathbf{k}'^2}{\mathbf{k}'^2} \left[\frac{\mathbf{k}'^2 F(x, \mathbf{k}'^2, \mathbf{k}_2^2) - \mathbf{k}_1^2 F(x, \mathbf{k}_1^2, \mathbf{k}_2^2)}{|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}'|^2} + \frac{\mathbf{k}_1^2 F(x, \mathbf{k}_1^2, \mathbf{k}_2^2)}{\sqrt{4\mathbf{k}'^4 + \mathbf{k}_1^4}} \right]. \quad (\text{A.19})$$

Usando a eq. (A.15), temos

$$\frac{\partial f_g(x, \mathbf{k}^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} \mathbf{k}^2 \int \frac{d\mathbf{k}'^2}{\mathbf{k}'^2} \left[\frac{f_g(x, \mathbf{k}'^2) - f_g(x, \mathbf{k}^2)}{|\mathbf{k}^2 - \mathbf{k}'^2|} + \frac{f_g(x, \mathbf{k}^2)}{\sqrt{4\mathbf{k}'^4 + \mathbf{k}_1^4}} \right]. \quad (\text{A.20})$$

A equação acima é uma equação de evolução em $\ln(1/x)$ para $f_g(x, \mathbf{k}^2)$. Usando a transformada de Mellin novamente a equação acima é resolvida [74, 175],

$$f_g(x, \mathbf{k}^2) \sim \left(\frac{x}{x_0} \right)^{-\lambda} \sqrt{\frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}_0^2} \frac{1}{\ln(x/x_0)}} \exp \left[-\frac{\ln^2(\mathbf{k}^2/\tilde{\mathbf{k}}^2)}{2\lambda' \ln(x_0/x)} \right] \xrightarrow{x \ll 1} x^{-\lambda}, \quad (\text{A.21})$$

onde

$$\lambda = \frac{3\alpha_s 4 \ln 2}{\pi}, \quad \lambda' = \frac{3\alpha_s 28 \zeta(3)}{\pi}.$$

O resultado final corresponde ao chamado pomeron duro, com uma interseção $\alpha_{\mathbb{P}}(0) = 1 + \lambda \approx 1,5$, observado no colisor HERA (para uma revisão [176]) que a função de estrutura F_2 tem um forte crescimento na região de pequeno x . Tal crescimento e sua descrição teórica esta relacionado [177, 178] com a violação do limite de Froissard-Martin (já mencionado no capítulo 4) e com efeitos de saturação das distribuições partônicas.

Entretanto, sabe-se que a eq. BFKL recebe grandes contribuições da região infravermelha pela existência do grande ordenamento dos momentos ao longo da escada de glúons. Em algum degrau, os momentos penetram na região infravermelha no processo denominado *difusão*. No capítulo 4, discutiu-se algumas maneiras de incluir efeitos não-perturbativos na eq. BFKL, uma delas é a imposição de um corte infravermelho, na eq. (A.20).

Contudo outra possibilidade é a extensão da distribuição de glúons para a região infravermelha [175, 179],

$$f_g(x, \mathbf{k}^2) = \frac{\mathbf{k}_c^2 + \mathbf{k}_a^2}{\mathbf{k}_c^2} \frac{\mathbf{k}^2}{\mathbf{k}^2 + \mathbf{k}_a^2} f(x, \mathbf{k}_c^2), \quad \mathbf{k}^2 < \mathbf{k}_c^2. \quad (\text{A.22})$$

A possibilidade de uma constante de acoplamento congelada no infravermelho, $\alpha_s \rightarrow \alpha_s(k^2 + k_b^2)$, é incluída para eliminar cortes ultravioleta, mas esta seria uma contribuição de próxima ordem dominante (ver capítulo 4).

Além das descrições acima, o DIS pode ser descrito pela *representação de dipolos* [143, 180]. Esta representação utiliza o referencial de repouso do próton, onde temos a seguinte seqüência de processos: o fóton flutua em um par quark-antiquark (dipolo) com certa

fração de momento; depois de uma longa distância, o par interage com o próton com a troca de dois glúons na ordem mais baixa; depois de um outro grande período o par recombina-se em um fóton. Como a interação é muito curta em relação ao tempo de formação do dipolo, este tem tamanho quase constante.

Qualitativamente, tomamos as fórmulas da fatorização \mathbf{k}_T , eqs. (A.16, A.17a, A.17b), e usamos

$$\frac{1}{\mathbf{k}^2 + \epsilon_f^2} = \frac{1}{2\pi} \int d^2\mathbf{r} e^{-i\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}} K_0(\epsilon_f r), \quad (\text{A.23a})$$

$$\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}^2 + \epsilon_f^2} = i\epsilon_f \int \frac{d^2\mathbf{r}}{2\pi} \frac{\mathbf{r}}{r} e^{-i\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}} K_1(\epsilon_f r), \quad (\text{A.23b})$$

(onde $K_{0,1}(\epsilon_f r)$ são as funções modificadas de Bessel) em

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \int d^2\mathbf{r} \int_0^1 dz |\psi_{T,L}(z, r)|^2 \hat{\sigma}(x, \mathbf{r}) \quad (\text{A.24})$$

onde

$$|\psi_T(z, r)|^2 = \frac{3\alpha_{\text{elm}}}{2\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 \{ [z^2 + (1+z)^2] \epsilon_f^2 K_1^2(\epsilon_f r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon_f r) \}, \quad (\text{A.25a})$$

$$|\psi_L(z, r)|^2 = \frac{3\alpha_{\text{elm}}}{2\pi^2} \sum_{f=1}^{n_f} e_f^2 4Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon_f r), \quad (\text{A.25b})$$

são as funções de onda do mais baixo estado de Fock do fóton e

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}(x, r) &= \frac{2\pi}{3} \int \frac{d^2\mathbf{k}}{\mathbf{k}^4} \alpha_s f_g(x, \mathbf{k}^2) (1 - e^{-i\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}}) (1 - e^{i\mathbf{r}\cdot\mathbf{k}}) \\ &= \frac{4\pi^2}{3} \int_0^\infty \frac{dk^2}{k^4} \alpha_s f_g(x, k^2) [1 - J_0(kr)] \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

($J_0(kr)$ é a função de Bessel de primeira espécie) é a *seção de choque de dipolo*. A expressão (A.24) tem uma interpretação física muito simples: no limite de pequeno x , o fóton decai em um par quark e anti-quark (com fração de momento z e $(1-z)$, respectivamente e tamanho transversal r , ver figura (A.3) muito tempo antes da interação do par com o próton.

A seção de choque de dipolos tem algumas propriedades importantes. Para pequenos dipolos (\mathbf{r} pequeno), temos que

$$\hat{\sigma}(x, r) \sim r^2,$$

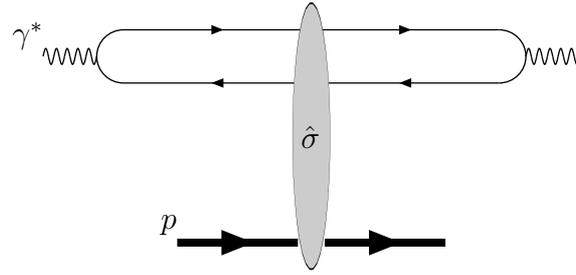


Figura A.3: Diagrama para o DIS em pequeno x no formalismo de dipolos. O dipolo forma-se muito tempo antes da breve interação com o próton e combina-se muito tempo depois.

ou seja, há pouca interação com o próton, efeito conhecido como *transparência de cor*. Para grandes dipolos temos que a seção de choque aproxima-se de um valor fixo,

$$\hat{\sigma}(x, r) \sim \sigma_0,$$

ou seja, existe *saturação*. Diferentes propostas podem ser encontradas na literatura para a seção de choque de dipolo, contendo o comportamento assintótico acima. Em particular, um proposta bem sucedida é a de Golec-Biernat e Wüsthoff [181, 182],

$$\hat{\sigma}(x, r) = \sigma_0 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{r^2}{4 R_0^2(x)} \right] \right\}, \quad (\text{A.27})$$

com

$$R_0(x) = \frac{1}{Q_0} \left(\frac{x}{x_0} \right)^{\frac{\lambda}{2}},$$

onde $Q_0 = 1 \text{ GeV}$ e σ_0 , x_0 e λ são parâmetros ajustáveis.

Referências

- [1] MUTA, T. *Foundations of quantum chromodynamics: an introduction to perturbative methods in gauge theories*. 2. ed. Singapore: World Scientific, 1997.
- [2] GREINER, W.; SCHÄFER, A. *Quantum chromodynamics*. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [3] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and leptons: an introduction course in modern particle physics*. New York: John Wiley, 1984.
- [4] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Physical Review Letters*, New York, v. 30, n. 26, p. 1343-1346, June 1973.
- [5] POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? *Physical Review Letters*, New York, v. 30, n. 26, p. 1346-1349, June 1973.
- [6] YANG, C. N.; MILLS, R. L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Physical Review*, New York, v. 96, n. 1, p. 191-195, Oct. 1954.
- [7] JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. 2 ed. New York: John Wiley, 1975.
- [8] SUNDERMEYER, K. *Constrained dynamics: with applications to Yang-Mills theory, general relativity, classical spin, dual string model*. Berlin: Springer-Verlag, 1982.
- [9] GITMAN, D. M.; TYUTIN, I. V. *Quantization of fields with constraints*. Berlin: Springer-Verlag, 1990.
- [10] FEYNMAN, R. P.; HIBBS, A. R. *Quantum mechanics and path integrals*. New York: McGraw-Hill, 1965.

- [11] GRIBOV, V. N. Quantization of nonabelian gauge fields. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 139, n. 1/2, p. 1-19, June 1979.
- [12] FIELD, R. D. *Applications of perturbative QCD*. Reading: Addison-Wesley, 1995.
- [13] BETHKE, S. Determination of the QCD coupling α_s . *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Bristol, v. 26, n. 7, p. R27-R66, July 2000.
- [14] COLLINS, J. C. *Renormalization*. Cambridge: Cambridge University Press, 1984.
- [15] ROBERTS, C. D.; WILLIAMS, A. G. Dyson-Schwinger equations and their application to hadronic physics. *Progress on Particle and Nuclear Physics*, Amsterdam, v. 33, n. 1, p. 477-575, June 1994.
- [16] ALKOFER, R.; von SMEKAL, L. The infrared behaviour of QCD Green's functions: confinement, dynamical symmetry breaking, and hadrons as relativistic bound states. *Physics Reports*, Amsterdam, v. 353, n. 5/6, p. 281-468, Nov. 2001.
- [17] ROTHE, H. J. *Lattice field theory: an introduction*. 2 ed. Singapore: World Scientific, 1997.
- [18] DYSON, F. J. The S matrix in quantum chromodynamics. *Physical Review*, New York, v. 75, n. 11, p. 1736-1755, June 1949.
- [19] SCHWINGER, J. On the Green's functions of quantized fields I-II. In: SCHWINGER, J. (Ed.). *Selected papers on quantum electrodynamics*. New York: Dover. 1958 p. 379-386.
- [20] ITZYKSON, C.; ZUBER, J. B. *Quantum field theory*. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [21] HÄDICKE, A. Nonperturbative approaches to determining the behaviour of the gluon propagator and quark propagator in quantum chromodynamics by Schwinger-Dyson equations. *International Journal of Modern Physics A*, Singapore, v. 6, n. 19, p. 3321-3345, Aug. 1991.
- [22] HAWES, F. T.; ROBERTS, C.D.; WILLIAMS, A.G., Dynamical chiral symmetry breaking and confinement with an infrared-vanishing gluon propagator? *Physical Review D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 4683-4693, May. 1994.

- [23] HAERI, B.; HAERI, M. B. Effect of the gluon mass on dynamical chiral symmetry breaking in QCD. *Physical Review D*, Woodbury, v. 43, n. 11, p. 3732-3738, June 1991.
- [24] NATALE, A. A.; SILVA, P. S. R. da. Critical coupling for dynamical chiral-symmetry breaking with an infrared finite gluon propagator. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 392, n. 3/4, p. 444-451, Jan. 1997.
- [25] MONTERO, J. C.; NATALE, A. A.; SILVA, P. S. R. da. Infrared finite gluon propagator and the structure of chiral symmetry breaking. *Progress of Theoretical Physics*, Tokyo, v. 96, n. 6, p. 1209-1222, June 1996.
- [26] BAKER, M.; BALL, J. S.; ZACHARIASEN, F. A non-perturbative calculation of the infrared limit of the axial gauge gluon propagator. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 186, n. 3, p. 531-559, Aug. 1981.
- [27] BAKER, M.; BALL, J. S.; ZACHARIASEN, F. A non-perturbative calculation of the infrared limit of the axial gauge gluon propagator (II). *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 186, n. 3, p. 560-572, Aug. 1981.
- [28] SCHOENMAKER, W. J. Study of the gluon propagator in the axial gauge. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 194, n. 3, p. 535-545, Jan. 1982.
- [29] ALEKSEEV, A. I.; ARBUZOV, B. A.; BAIKOV, V. A. Infrared asymptotic of gluon Green's functions in quantum chromodynamics. *Theoretical and Mathematical Physics*, New York, v. 52, n. 2, p. 739-746, Aug. 1982.
- [30] CUDELL, J. R.; ROSS, D. A. Theory and phenomenology of the gluon propagator from the Dyson-Schwinger equation in QCD. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 359, n. 2/3, p. 247-261, Aug. 1991.
- [31] DELBOURGO, R.; WEST, P. A gauge covariant approximation to quantum electrodynamics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, Bristol, v. 10, n. 6, p. 1049-1056, June 1977.
- [32] DELBOURGO, R. The gluon propagator. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Bristol, v. 5, n. 5, p. 603-618, May 1979.
- [33] ATKINSON, D. et al. Infra-red behaviour of the gluon propagator in axial gauges. *Nuovo Cimento A*, Bologna, v. 77, n. 2, p. 197-213, sett. 1983.

- [34] CORNWALL, J. M. Quark confinement and vortices in massive gauge-invariant QCD. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 157, n. 5, p. 392-412, Oct. 1979.
- [35] CORNWALL, J. M. Dynamical mass generation in continuum quantum chromodynamics. *Physical Review D*, New York, v. 26, n. 6, p. 1453-1478, Sept. 1982.
- [36] CORNWALL, J. M.; PAPAVALASSILIOU, J. Gauge-invariant three-gluon vertex in QCD. *Physical Review D*, Woodbury, v. 40, n. 10, p. 3474-3475, Nov. 1989.
- [37] CORNWALL, J. M.; PAPAVALASSILIOU, J. Coupled fermion gap and vertex equations for chiral-symmetry breakdown in QCD. *Physical Review D*, Woodbury, v. 44, n. 4, p. 1285-1297. Aug. 1991.
- [38] SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. QCD and resonance physics: theoretical foundations. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 147, n. 5, p. 385-447, Feb. 1979.
- [39] SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. QCD and resonance physics: applications. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 147, n. 5, p. 448-518, Feb. 1979.
- [40] BINOSI, D.; PAPAVALASSILIOU, J. Pinch technique to all orders. *Physical Review D*, Melville, v. 66, n. 11, 111901(R) 5p., Dec. 2002.
- [41] MANDELSTAM, S. Approximation scheme for quantum chromodynamics. *Physical Review D*, New York, v. 20, n. 12, p. 3223-3238, Dec. 1979.
- [42] BAR-GADDA, U. Infrared behavior of the effective coupling in quantum chromodynamics. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 163, n. 1, p. 312-332, Feb. 1980.
- [43] ATKINSON, D. et al. Nonperturbative confinement in quantum chromodynamics. I. Study of an approximate equation of Mandelstam. *Journal of Mathematical Physics*, New York, v. 22, n. 11, p. 2704-2712, Nov. 1981.
- [44] BROWN, N.; PENNINGTON, M. R. Studies of confinement: how quarks and gluons propagate. *Physical Review D*, Woodbury, v. 38, n. 7, p. 2266-2276, Oct. 1988.

- [45] BROWN, N.; PENNINGTON, M. R. Studies of confinement: how the gluon propagates. *Physical Review D*, Woodbury, v. 39, n. 9, p. 2723-2736, May 1989.
- [46] von SMEKAL, L.; HAUCK, A.; ALKOFER, R. Infrared behaviour of gluon and ghost propagators in Landau gauge QCD. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 79, n. 19, p. 3591-3594, Nov. 1997.
- [47] von SMEKAL, L.; HAUCK, A.; ALKOFER, R. A Solution to coupled Dyson-Schwinger equations for gluons and ghosts in Landau gauge. *Annals of Physics*, New York, v. 267, n. 1, p. 1-60, July 1998.
- [48] von SMEKAL, L.; HAUCK, A.; ALKOFER, R. Solving a coupled set of truncated QCD Dyson-Schwinger equations. *Computer Physics Communications*, Amsterdam, v. 112, n. 2/3, p. 166-182, Aug. 1998.
- [49] STINGL, M. Propagation properties and condensate formation of the confined Yang-Mills field. *Physical Review D*, Woodbury, v. 34, n. 12, p. 3863-3881, Dec., 1986.
- [50] HÄBEL, U. et al. A nonperturbative solution to the Dyson-Schwinger equations of QCD. I. Nonperturbative vertices and a mechanism for their self consistency. *Zeitschrift für Physik A*, Berlin, v. 336, n. 4, p. 423-433, Aug. 1990.
- [51] HÄBEL, U. et al. A nonperturbative solution to the Dyson-Schwinger equations of QCD. II. Self-consistency and physical properties. *Zeitschrift für Physik A*, Berlin, v. 336, n. 4, p. 435-447, Aug. 1990.
- [52] ZWANZIGER, D. Vanishing of zero-momentum lattice gluon propagator and color confinement. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 364, n. 1, p.127-161, Oct. 1991.
- [53] GORBAR, E. V.; NATALE, A. A. Relating the quark and gluon condensates through the QCD vacuum energy. *Physical Review D*, Melville, v. 61, n. 5, 054012 9p., Mar. 2000.
- [54] CORNWALL, J. M.; JACKIW, R.; TOMBOULIS, E. Effective action for composite operators. *Physical Review D*, New York, v. 10, n. 8, p. 2428-2445, Oct. 1974.

- [55] LAVELLE, M. Gauge-invariant effective gluon mass from the operator-product expansion. *Physical Review D*, Woodbury, v. 44, n. 1, p. R26-R28, July 1991.
- [56] ATKINSON, D.; BLOCH, J. C. R. Running coupling in nonperturbative QCD: bare vertices and y-max approximation. *Physical Review D*, Woodbury, v. 58, n. 9, 094036 19p., Nov. 1998.
- [57] BLOCH, J. C. R. Multiplicative renormalizability of gluon and ghost propagators in QCD. *Physical Review D*, Melville, v. 64, n. 11, 116011 11p., Dec. 2001.
- [58] ABBOTT, L. F. Introduction to the background field method. *Acta Physica Polonica B*, Warsaw, v. 13, n. 1/2, p. 33-50, Jan./Feb. 1982.
- [59] KAKU, M. *Quantum field theory: a modern introduction*, New York:Oxford University Press, 1993.
- [60] WILSON, K. G. Confinement of quarks. *Physical Review D*, New York, v. 10, n. 8, p. 2445-2459, Oct. 1974.
- [61] KOGUT, J. B.; SUSSKIND, L. Hamiltonian formulation of Wilson's lattice gauge theories. *Physical Review D*, New York, v. 11, n. 2, p. 395-408, Jan. 1975.
- [62] MANDULA, J. E. The gluon propagator. *Physics Reports*, Amsterdam, v. 315, n. 1/3, p. 273-284, July 1999.
- [63] MANDULA, J. E.; OGILVIE, M. The gluon is massive: a lattice calculation of the gluon propagator in the Landau gauge. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 185, n. 1/2, p. 127-132, Feb. 1987.
- [64] GIUSTI, L. et al. On the definition of gauge field operators in lattice gauge-fixed theories. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 432, n. 1/2, p. 196-202, July 1998.
- [65] HENTY, D. S.; PARRINELLO, C.; RICHARDS, D. G. The Landshoff-Nachtmann pomeron on the lattice. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 369, n. 2, p. 130-136, Feb. 1996.
- [66] LEINWEBER, D. B. et al. Gluon propagator in the infrared region. *Physical Review D*, Melville, v. 58, n. 3, 031501 8 p., Aug. 1998.

- [67] LEINWEBER, D. B. et al. Asymptotic scaling and infrared behavior of the gluon propagator. *Physical Review D*, Melville, v. 60, n. 9, 094507 17 p., Nov. 1999.
- [68] MARENZONI, P.; MARTINELLI, G.; STELLA, N. The gluon propagator on a large volume at $\beta = 6.0$. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 455, n. 1/2, p. 339-353, Nov. 1995.
- [69] ALENXANDROU, C.; DE FORCRAND, Ph.; FOLLANA, E. Gluon propagator without lattice Gribov copies. *Physical Review D*, Melville, v. 63, n. 9, 094504 8p., May 2001.
- [70] BONNET, F. D. R. et al. Infinite volume and continuum limits of the Landau-gauge gluon propagator. *Physical Review D*, Melville, v. 64, n. 3, 034501 10p., Aug. 2001.
- [71] LANGFELD, K.; REINHARDT, H.; GATTNAR, J. Gluon propagator and quark confinement. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 621, n. 1/2, p. 131-156, Jan. 2002.
- [72] FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. *Quantum chromodynamics and the pomeron*. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [73] COLLINS, P. D. B. *An introduction to Regge theory and high energy physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [74] BARONE, V; PREDAZZI, E. *High-energy particle diffraction*. Berlin: Springer-Verlag, 2002.
- [75] DONNACHIE, S. et al. *Pomeron physics and QCD*. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [76] CUTKOSKY, R. E. Singularities and discontinuities of Feynman amplitudes. *Journal of Mathematical Physics*, New York, v. 1, n. 5, p. 429-433, Sept./Oct. 1960.
- [77] ABATZIS, S. et al. Observation of a narrow scalar meson at 1450 MeV in the reaction $pp \rightarrow p_f(\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)p_s$ at 450 GeV/c using the CERN Omega spectrometer. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 324, n. 3/4, p. 509-514, Apr. 1994.

- [78] FADIN, V. S.; KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N. On Pomeranchuk singularity in asymptotically free theories. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 60, n. 1, p. 50-52, Dec. 1975.
- [79] LIPATOV, L. N. Reggeization of vector meson and the vacuum singularity in nonabelian gauge theories. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, New York, v. 23, n. 3, p. 338-345, Mar. 1976.
- [80] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multiregge processes in the Yang-Mills theory. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, New York, v. 44, n. 3, p. 443-451, Sept. 1977.
- [81] KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeranchuk singularity in nonabelian gauge theories. *Soviet Physics JETP*, New York, v. 45, n. 2, p. 199-204, Feb. 1977.
- [82] BALITSKIĬ, Ya. Ya.; LIPATOV, L. N. The Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, New York, v. 28, n. 6, p. 822-829, Dec. 1978.
- [83] LIPATOV, L. N. The bare pomeron in quantum chromodynamics. *Soviet Physics JETP*, New York, v. 63, n. 5, p. 904-912, May 1986.
- [84] CHENG, H. C.; WU, T. T. Limit of cross sections at infinite energy. *Physical Review Letters*, New York, v. 24, n. 25, p. 1456-1460, June 1970.
- [85] GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N.; FROLOV, G. V. The leading singularity in the j plane in quantum electrodynamics. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, New York, v. 12, n. 5, p. 543-551, May 1971.
- [86] CHENG, H. C.; WU, T. T. *Expanding protons: scattering at high energies*. Cambridge: MIT Press, 1987.
- [87] SALAM, G. P. An introduction to leading and next-to-leading BFKL. *Acta Physica Polonica B*, Cracow, v. 30, n. 12, p. 3679-3705, Dec. 1999.
- [88] LANDSHOFF, P. V.; NACHTMANN, O. Vacuum structure and diffractive scattering. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 35, n. 3, p. 405-416, July 1987.
- [89] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Gluon condensate and pomeron structure. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 311, n. 3, p. 509-518, Jan. 1989.

- [90] CUDELL, J. R.; DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Quark and gluon condensates and small x limit of the nucleon structure functions. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 322, n. 1, p. 55-64, Aug. 1989.
- [91] LOW, F. E. Model of the bare pomeron. *Physical Review D*, New York, v. 12, n. 1, p. 163-173, July 1975.
- [92] NUSSINOV, S. Colored-quark version of some hadronic puzzles. *Physical Review Letters*, New York, v. 34, n. 20, p. 1286-1289, May 1975.
- [93] DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. Exclusive ρ production in deep inelastic scattering. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 185, n. 3/4, p. 403-406, Feb. 1987.
- [94] COLLINS, J. C.; LANDSHOFF, P. V. Exploring the Lipatov equation. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 276, n. 1-2, p. 196-202, Feb. 1987.
- [95] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G.; ZOLLER, V. R. Direct calculation of the slope of the QCD trajectory. *JETP Letters*, New York, v. 60, n. 10, p. 694-698, Nov. 1994.
- [96] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G.; ZOLLER, V. R. The spectrum and solutions of the generalized BFKL equation for total cross section. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 328, n. 3/4, p. 486-494, June 1994.
- [97] ROSS, D. A. The pomeron trajectory in a quasiperturbative model of quarks and gluons. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Bristol, v. 15, n. 8, p. 1175-1184, Aug. 1989.
- [98] HANCOCK, R. E.; ROSS, D. A. Solving the modified Lipatov equation. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 383, n. 3, p. 575-606, Sept. 1992.
- [99] HANCOCK, R. E.; ROSS, D. A. Regge trajectories from the Lipatov equation. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 394, n. 2, p. 200-220, Apr. 1992.
- [100] TRICOMI, F. G. *Integral equations*. New York: Dover, 1985.
- [101] PRESS, W. H. et al. *Numerical recipes in Fortran 77: the art of scientific computing*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- [102] NAMYSŁOWSKI, J. M. Gluon propagator for an arbitrary momentum. Disponível em: <http://www-lib.kek.jp/cgi-bin/img_index?9104017>. Acesso em: 14 fev. 2001.

- [103] CUDELL, J. R. A QCD-inspired model for exclusive vector meson production in DIS. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 336, n. 1, p. 1-17, May 1990.
- [104] VACCA, G. P.; VENTURI, G. A phenomenological model for the pomeron intercept in quantum chromodynamics. *Il Nuovo Cimento A*, Bologna, v. 108, n. 1, p. 77-85, genn. 1995.
- [105] OEHME, R. On superconvergence relations in quantum chromodynamics. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 252, n. 4, p. 641-646, Dec. 1990.
- [106] FORSHAW, J. R.; PAPAVALASSILIOU, J.; PARRINELLO, C. Massive Yang-Mills and diffractive scattering. *Physical Review D*, Melville, v. 59, n. 7, 074008 18p., Apr. 1999.
- [107] GUNION, J. F.; SOPER, D. Quark-counting and hadron-size effects for total cross sections. *Physical Review D*, New York, v. 15, n. 9, p. 2617-2621, May 1977.
- [108] CUDELL, J. R.; NGUYEN, B. U. A consistent next-to-leading-order QCD calculation of hadronic diffractive scattering. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 420, n. 3, p. 669-694, June 1994.
- [109] BREAKSTONE, A. et al. A measurement of anti-pp and pp elastic scattering at ISR energies. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 248, n. 2, p. 253-260, Dec. 1984.
- [110] AMOS, N. et al. Measurement of $\bar{p}p$ elastic scattering parameters at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV. *Nuclear Physics B: Proceeding Supplement*, Amsterdam, v. 25, p. 11-18, Mar. 1992.
- [111] HAGIWARA, K. et al. Review of particle physics. *Physical Review D*, Melville, v. 66, n. 3, 010001 974p., July 2002.
- [112] HALZEN, F.; KREIN, G.; NATALE, A. A. Relating the QCD pomeron to an effective gluon mass. *Physical Review D*, Woodbury, v. 47, n. 1, p. 295-298, Jan. 1993.
- [113] JENKOVSKY, L. L.; PACCANONI, F.; CHIKOVANI, Z. E. Gluon exchange in elastic hadron scattering. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, New York, v. 53, n. 2, p. 329-336, July 1991.

- [114] JENKOVŠKY, L.; KOTIKOV, A.; PACCANONI, F. Elastic diffraction and non-perturbative gluons. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 63, n. 1, p. 131-135, July 1994.
- [115] OEHME, R; ZIMMERMANN, W. Quark and gluon propagators in quantum chromodynamics. *Physical Review D*, New York, v. 21, n. 2, p. 471-484, Jan. 1980.
- [116] NISHIJIMA, K. Color confinement and a superconvergence relation. *Progress of Theoretical Physics*, Tokyo, v. 77, n. 5, p. 1035-1039, May 1987.
- [117] GAY DUCATI, M. B.; MACHADO, M. T. V. Truncated Balitskii-Fadin-Kuraev-Lipatov series and hadronic collisions. *Physical Review D*, Melville, v. 63, n. 9, 094018 8p, May 2001.
- [118] FIORE, R. et al. Finite sum of gluon ladders and high energy cross sections. *Physical Review D*, Woodbury, v. 63, n. 5, 056010 6p., Mar. 2001.
- [119] ABRAMOWICZ, H.; CALDWELL, A.C. HERA collider physics. *Review of Modern Physics*, Melville, v. 71, n. 5, p. 1275-1409, Oct. 1999.
- [120] CRITTENDEN, J. A. Exclusive production of neutral vector mesons at the electron-proton collider HERA. Disponível em: <<http://br.arxiv.org/ps/hep-ex/9704009>>. Acesso em: 14 fev. 2002.
- [121] RYSKIN, M. G. Diffractive J/Psi electroproduction in LLA QCD. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 57, n. 1, p. 89-92, Jan. 1993.
- [122] BRODSKY, S.J. et al. Diffractive lepton production of vector mesons in QCD. *Physical Review D*, Woodbury, v. 50, n. 5, p. 3134-3144, Sept. 1994.
- [123] NEMCHIK, J. et al. Color dipole systematics of diffractive photo- and electroproduction of vector mesons. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 374, n. 1/3, p. 199-204, May 1994.
- [124] BARTELS, J. et al. Diffractive production of vector mesons at large t . *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 375, n. 1/4, p. 301-309, May 1996.
- [125] ENBERG, R.; MOTYKA, L.; POLUDNIOWSKI, G. Diffractive heavy vector meson production from BFKL equation. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 26, n. 2, p. 219-228, Dec. 2002.

- [126] FORSHAW, J. R.; POLUDNIOWSKI, G. Vector meson photoproduction at high- t and comparison to HERA data. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 26, n. 4, p. 411-415, Feb. 2003.
- [127] GAY DUCATI, M. B.; HALZEN, F., NATALE, A. A. Diffraction and the gluon mass. *Physical Review D*, Woodbury, v. 48, n. 5, p. 2324-2328, Sept. 1993.
- [128] AUBERT, J. J. et al. Exclusive ρ^0 production in deep inelastic muon-proton scattering. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 161, n. 1/3, p. 203-210, Oct. 1987.
- [129] CUDELL, J. R.; ROYEN, I. Elastic vector-meson production at HERA. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 397, n. 3/4, p. 317-324, Apr. 1997.
- [130] ROYEN, I.; CUDELL, J. R. Fermi motion and quark off-shellness in elastic vector-meson production. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 545, n. 1/3, p. 505-525, Apr. 1999.
- [131] DONNACHIE, A.; GRAVELIS, J.; SHAW, G. Rho zero electroproduction and the hadronic contribution to deeply virtual compton scattering. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 18, n. 3, p. 539-545, Jan. 2001.
- [132] DONNACHIE, A.; GRAVELIS, J.; SHAW, G. Unified model of exclusive ρ^0 , ϕ , and J/ψ electroproduction. *Physical Review D*, Melville, v. 63, n. 11, 114013 15p., June 2001.
- [133] DIEHL, M. Open charm production in diffractive ep collisions. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 1, n. 1/2, p. 293-300, Jan. 1998.
- [134] DIEHL, M. The Donnachie-Landshoff pomeron and gauge invariance. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 6, n. 4, p. 503-510, Jan. 1999.
- [135] KWIECIŃSKI, J.; MOTYKA, L. Diffractive J/ψ production in high energy $\gamma\gamma$ collisions as a probe of the QCD pomeron. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 438, n. 1/2, p. 203-210, Oct. 1998.
- [136] de ROECK, A. Two photon physics at future linear colliders. Disponível em: <<http://br.arxiv.org/ps/hep-ph/0101075>>. Acesso em: 7 set. 2001.

- [137] GAY DUCATI, M. B.; SAUTER, W. K. Non-perturbative gluons in diffractive photo-production of J/Ψ . *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 521, n. 3/4, p. 259-266, Nov. 2001.
- [138] FORSHAW, J. R.; RYSKIN, M. G. Diffractive vector meson production at large momentum transfer. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 68, n. 1, p. 137-148, Aug. 1995.
- [139] GINZBURG, I. F.; PANFIL, S. L.; SERBO, V. G. The semihard processes $\gamma\gamma \rightarrow \Psi x$, $\gamma\gamma \rightarrow \Psi\Psi$, $\gamma\gamma \rightarrow \varrho\Psi$. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 296, n. 3, p. 569-581, Jan. 1988.
- [140] CANAL, C. A.; GAY DUCATI, M. B.; SIMÕES, J. A. M. *Notes in deep inelastic scattering*. Strasbourg: Centre de Recherches Nucléaires, Université Louis Pasteur, 1979. 93p. (Séries des cours et conférences sur la physique des hautes énergies, 15).
- [141] FORSHAW, J. R.; HARRIMAN, P. N. Small- x parton content of the photon. *Physical Review D*, Woodbury, v. 46, n. 9, p. 3778-3784, Nov. 1992.
- [142] GRIBOV, L. V.; LEVIN, E. M.; RYSKIN, M. G. Semihard processes in QCD. *Physics Reports*, Amsterdam, v. 100, n. 1/3, p. 1-150, Nov. 1983.
- [143] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Colour transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 49, n. 4, p. 607-618, Mar. 1991.
- [144] IVANOV, I. P.; NIKOLAEV, N. N. Deep-inelastic scattering in κ factorization and the anatomy of differential gluon structure function of the proton. *Physics of Atomic Nuclei*, New York, v. 64, n. 4, p. 753-774, Apr. 2001.
- [145] PARISI, G.; PETRONZIO, R. On low energy tests of QCD. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 94, n. 1, p. 51-53, July 1980.
- [146] CONSOLI, M.; FIELD, J. H. Effective gluon mass and the determination of α_s from J/ψ and Υ branching ratios. *Physical Review D*, Woodbury, v. 49, n. 3, p. 1293-1301, Feb. 1994.
- [147] CONSOLI, M.; FIELD, J. H. Relativistic versus gluon mass effects: the role of $1/Q$ corrections in quarkonia decays. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Bristol, v. 23, n. 1, p. 41-67, Jan. 1997.

- [148] FIELD, J. H. Phenomenological analysis of gluon mass effects in inclusive radiative decays of the J/ψ and Υ . *Physical Review D*, Melville, v. 66, n. 1, 013013 25p., July 2002.
- [149] MIHARA, A.; NATALE, A. A. Dynamical gluon mass corrections in heavy quarkonia decays. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 482, n. 4, p. 378-382, June 2000.
- [150] AGUILAR, A. C.; MIHARA, A.; NATALE, A. A. Freezing of the QCD coupling constant and solutions of Schwinger-Dyson equations. *Physical Review D*, Melville, v. 65, n. 5, 054011 6p. Mar. 2002.
- [151] GAY DUCATI, M. B.; SAUTER, W. K. Meson form factors and nonperturbative gluon propagators. *Physical Review D*, Melville, v. 67, n. 1, 014014 8p., Jan. 2003.
- [152] JI, C. R.; AMIRI, F. Perturbative QCD analysis of pion and kaon form factors and pair production in photon-photon collisions using a frozen coupling constant. *Physical Review D*, Woodbury, v. 42, n. 11, p. 3764-3769, Dec. 1990.
- [153] BRODSKY, S. J. et al. Optimal renormalization scale and scheme for exclusive processes. *Physical Review D*, Woodbury, v. 57, n. 1, p. 245-252, Jan. 1998.
- [154] MARIS, P.; TANDY, P. C. π , K^+ and K^0 electromagnetic form factors. *Physical Review C*, Melville, v. 62, n. 5, 055204 8p., Nov. 2000.
- [155] KISSLINGER, L. S.; CHOI, H.; JI C. R. Pion form factor and quark mass evolution in a light-front Bethe-Salpeter model. *Physical Review D*, Melville, v. 63, n. 11, 113005 6p., June 2001.
- [156] STEFANIS, N. G. The physics of exclusive reactions in QCD: theory and phenomenology. Disponível em <<http://br.arxiv.org/ps/hep-ph/9911375>>. Acesso em: 13 ago. 2001.
- [157] MELIĆ, B.; NIŽIĆ, B.; PASSEK, K. Complete next-to-leading order perturbative QCD prediction for the pion electromagnetic form factor. *Physical Review D*, Melville, v. 60, n. 7, 074004 23p., Oct. 1999.
- [158] YEH, T. Applicability of perturbative QCD and NLO power corrections for the pion form factor. *Physical Review D*, Melville, v. 65, n. 7, 074016 7p., Apr. 2002.

- [159] LEPAGE, G. P. ; BRODSKY, S. J. Exclusive processes in quantum chromodynamics: evolution equations for hadronic wavefunctions and the form factors of mesons. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 87, n. 4, p. 359-365, Nov. 1979.
- [160] LEPAGE, G. P. ; BRODSKY, S. J. Exclusive processes in perturbative quantum chromodynamics. *Physical Review D*, New York, v. 22, n. 9, p. 2157-2198, Nov. 1980.
- [161] BRODSKY, S. J.; LEPAGE, G. P. Exclusive processes in quantum chromodynamics. In: MULLER, A. H. (Ed.) *Perturbative quantum chromodynamics*. Singapore: World Scientific, 1989. p. 93-240.
- [162] BRODSKY, S. J.; LEPAGE, G. P.; MACKENZIE, P. B. On the elimination of scale ambiguities in perturbative quantum chromodynamics. *Physical Review D*, New York, v. 28, n. 1, p. 228-235, July 1983.
- [163] BRAATEN, E.; TSE, S. Perturbative QCD correction to the hard-scattering amplitude for the meson form factor. *Physical Review D*, Woodbury, v. 35, n. 7, p. 2255-2256, Apr. 1987.
- [164] CHERNYAK, V. L.; ZHITNITSKY, I. R. Asymptotic behaviour of exclusive processes in QCD. *Physics Reports*, Amsterdam, v. 112, n. 3/4, p. 173-318, Oct. 1984.
- [165] ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. (Eds.) *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover, 1965.
- [166] DZIEMBOWSKI, Z.; MANKIEWICZ, L. Light-meson distribution amplitude: simple relativistic model. *Physical Review Letters*, Woodbury, v. 58, n. 21, p. 2175-2177, May 1987.
- [167] BEBEK, C. J. et al. Charged-pion electroproduction from protons up to $Q^2 = 9.5 \text{ GeV}^2$. *Physical Review Letters*, New York, v. 37, n. 23, p. 1525-1528, Dec. 1976.
- [168] BEBEK, C. J. et al. Electroproduction of single pions at low ϵ and a measurement of the pion form factor up to $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. *Physical Review D*, New York, v. 17, n. 7, p. 1693-1705, Apr. 1978.

- [169] AMENDOLIA, S. R. et al. A measurement of the space-like pion electromagnetic form factor. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 277, n. 5, p. 168-196, Nov. 1986.
- [170] VOLMER, J. et al. Measurement of the charged pion electromagnetic form factor. *Physical Review Letters*, Melville, v. 86, n. 9, p. 1713-1716, Feb. 2001.
- [171] IVANOV, P. M. et al. Measurement of the charged kaon form-factor in the energy range 1.0 GeV to 1.4 GeV. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 107, n. 4, p. 297-300, Dec. 1981.
- [172] RADYUSHKIN, A.V. Hadronic form-factors: perturbative QCD versus QCD sum rules. *Nuclear Physics A*, Amsterdam, v. 532, n. 1/2, p. 141-154, Sept. 1991.
- [173] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. Gluon contributions to small x heavy flavor production. *Physics Letters B*, Amsterdam, v. 242, n. 1, p. 97-102, May 1990.
- [174] CATANI, S.; CIAFALONI, M.; HAUTMANN, F. High-energy factorization and small x heavy flavor production. *Nuclear Physics B*, Amsterdam, v. 366, n. 1, p. 135-188, Nov. 1991.
- [175] ASKEW, A. J. et al. Properties of the BFKL equation and structure function predictions for DESY HERA. *Physical Review D*, Woodbury, v. 49, n. 9, p. 4402-4414, May 1994.
- [176] ANDERSSON, B. et al. Small- x phenomenology: summary and status. *European Physical Journal C*, Berlin, v. 25, n. 1, p. 77-101, Sept. 2002.
- [177] GOLEC-BIERNAT, K. Saturation and geometric scaling in DIS at small x . *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, Bristol, v. 28, n. 5, p. 1057-1067, May 2002.
- [178] GOLEC-BIERNAT, K. Saturation effects in DIS at low x . *Acta Physica Polonica B*, Cracow, v. 33, n. 10, p. 2771-2789, Oct. 2002.
- [179] BOJAK, I.; ERNST, M. Balitskiĭ-Fadin-Kuraev-Lipatov equation versus data from DESY HERA. *Physical Review D*, Woodbury, v. 53, n. 1, p. 80-88, Jan. 1996.

-
- [180] NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Zeitschrift für Physik C*, Berlin, v. 53, n. 2, p. 331-346, Feb. 1992.
- [181] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Physical Review D*, Melville, v. 59, n. 1, 014017 10p., Jan. 1999.
- [182] GOLEC-BIERNAT, K.; WÜSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Physical Review D*, Melville, v. 60, n. 11, 114023 15p., Dec. 1999.