

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**PROPOSTA DE UM MÉTODO PARA O CONTROLE ESTATÍSTICO DE
PROCESSO PARA OBSERVAÇÕES AUTOCORRELACIONADAS**

Fernando de Jesus Moreira Junior

Porto Alegre, 2005

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**PROPOSTA DE UM MÉTODO PARA O CONTROLE ESTATÍSTICO DE
PROCESSO PARA OBSERVAÇÕES AUTOCORRELACIONADAS**

Fernando de Jesus Moreira Junior

Orientadora: Professora Dra. Carla ten Caten

Banca Examinadora:

Prof.a Márcia Elisa Echeveste

Prof. Guilherme Luís Rohe Vaccaro

Prof^a. Liane Werner

**Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
como requisito parcial à obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO**

Área de concentração: Qualidade e Gerência de Serviços

Porto Alegre, janeiro de 2005.

Essa dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora designada pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Prof^a. Carla ten Caten

Dra. Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Orientadora

Prof. José Luis Duarte Ribeiro

Coordenador do PPGEP/UFRGS

BANCA EXAMINADORA:

Márcia Elisa Echeveste, Dra.

Prof^a. Engenharia de Produção / UFRGS

Guilherme Luís Roehé Vaccaro, Dr.

Prof. Faculdade de Matemática / PUC-RS

Liane Werner, Dra.

Prof. Departamento de Estatística / UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha orientadora Prof^ª. Carla ten Caten pela dedicação e pelo conhecimento adquirido durante o curso.

Agradeço aos professores da banca examinadora, Prof^ª. Márcia Elisa Echeveste, Prof. Guilherme Luís Roehe Vaccaro, e Prof^ª. Liane Werner, pela disponibilidade e pela aceitação.

Agradeço ao Engenheiro Valtencir de Moura pela disponibilidade dos dados para o estudo de caso e pela dedicação no ensino do processo de extrusão.

Agradeço aos meus pais pelo incentivo sempre dado aos estudos e pelo carinho.

Agradeço a Deus por mais esse objetivo alcançado.

ÍNDICE

1	COMENTÁRIOS INICIAIS.....	16
1.1	INTRODUÇÃO.....	16
1.2	TEMA E OBJETIVOS.....	18
1.3	JUSTIFICATIVA DO TEMA E DOS OBJETIVOS.....	18
1.4	MÉTODO DE TRABALHO.....	19
1.5	ESTRUTURA.....	20
1.6	LIMITAÇÕES.....	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	22
2.1	AJUSTE POR MODELOS ARIMA E APLICAÇÃO DE GRÁFICO DE CONTROLE PARA MONITORAR OS RESÍDUOS.....	25
2.1.1	<i>Modelos da família ARIMA.....</i>	30
2.1.1.1	Modelo Auto-regressivo de primeira ordem: AR(1).....	30
2.1.1.2	Modelo Auto-regressivo de segunda ordem: AR(2).....	33
2.1.1.3	Modelo Auto-regressivo de ordem p: AR(p).....	34
2.1.1.4	Modelo de Média Móvel de primeira ordem: MA(1).....	35
2.1.1.5	Modelo de Média Móvel de segunda ordem: MA(2).....	36
2.1.1.6	Modelo de Média Móvel de ordem q: MA(q).....	37
2.1.1.7	Modelo Auto-regressivo de Média Móvel.....	38
2.1.1.8	Modelo Auto-regressivo Integrado e de Média Móvel.....	39
2.1.1.9	Modelos ARIMA com Sazonalidade Pura.....	41
2.1.1.10	Modelos ARIMA com Sazonalidade Multiplicativa.....	42
2.1.2	<i>Monitoramento dos Resíduos.....</i>	43
2.1.2.1	Gráfico Tradicional de Shewhart para os resíduos.....	44
2.1.2.2	Gráfico CUSUM aplicado aos resíduos.....	45
2.1.2.3	Gráfico EWMA aplicado aos resíduos.....	50
2.1.2.4	Gráfico de Médias Móveis aplicado aos resíduos.....	53
2.2	MODIFICAÇÕES DOS LIMITES DE CONTROLE.....	55
2.2.1	<i>Limites de Controle Fixos.....</i>	56
2.2.1.1	Gráfico de Controle para Média e Desvio Padrão.....	56
2.2.1.2	Gráfico CUSUM.....	59
2.2.1.3	Gráfico EWMA.....	60
2.2.2	<i>Limites de Controle Variáveis.....</i>	61
2.2.2.1	Gráfico de Controle EWMA com Linha Central Móvel.....	61
2.3	OUTRAS TÉCNICAS.....	63
2.3.1	<i>O uso do Controle da Engenharia do Processo - EPC.....</i>	64
2.3.2	<i>O uso de Redes Neurais.....</i>	65
2.3.3	<i>Autocorrelação em CEP Multivariado.....</i>	68

2.3.4	Gráficos de Controle para Monitorar a Variabilidade.....	68
2.3.5	Gráfico de Controle para Atributos em Processos Autocorrelacionados.....	69
2.3.6	A Estatística ARMA.....	69
2.3.7	O uso de Intervalo Amostral Variável.....	70
2.3.8	Mudança do Tempo de Coleta entre as Amostras.....	70
2.3.9	Gráfico de Médias ponderadas e não ponderadas.....	70
2.3.10	Gráficos de Controle e	71
2.3.11	Método da Estimação Conjunta.....	72
2.3.12	Gráfico de Controle baseado no Método GLRT.....	73
2.3.13	Uso de Modelos TES.....	73
2.3.14	Métodos para Produzir Estimadores Não Viciados.....	73
2.3.15	Aplicação de Subgrupos.....	73
2.3.16	Uso do Gráfico de Média Móvel Reverso.....	74
2.3.17	Outros estudos comparativos.....	74
2.4	ANÁLISE DA CAPACIDADE DE PROCESSOS AUTOCORRELACIONADOS.....	75
3	MÉTODO PROPOSTO.....	79
3.1	INTRODUÇÃO.....	79
3.1.1	Objetivos.....	79
3.1.2	Suposições.....	80
3.1.3	Aplicações.....	81
3.2	DETALHAMENTO DO MÉTODO PROPOSTO.....	81
3.2.1	Coleta dos dados.....	82
3.2.2	Ajuste de um Modelo ARIMA.....	83
3.2.3	Aplicação do Gráfico de Resíduos.....	84
3.2.4	Gráfico de Controle Proposto.....	85
3.3	DISCUSSÃO DO CAPÍTULO.....	86
4	ESTUDO DE CASO.....	87
4.1	INTRODUÇÃO.....	87
4.1.1	Sobre a Empresa.....	87
4.1.2	O processo de extrusão.....	88
4.1.3	Apresentação do caso.....	89
4.2	APLICAÇÃO DO MÉTODO.....	90
4.2.1	Estudo da Ração A.....	90
4.2.1.1	Comparações com outros métodos.....	100
4.2.2	Estudo da Ração B.....	104
4.2.2.1	Comparações com Outros Métodos.....	113

4.3	DISCUSSÃO DO CAPÍTULO.....	118
4.3.1	<i>Conclusões</i>	118
5	COMENTÁRIOS FINAIS.....	119
5.1	CONCLUSÕES.....	119
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	120
6	ANEXOS.....	122
6.1	ANEXO 1: VALORES DAS CONSTANTES A3, C4, B3 E B4 PARA PROCESSOS AR(1).....	122
6.2	ANEXO 2: LIMITES DE CONTROLE PARA O GRÁFICO CUSUM EM PROCESSOS AR(1).....	124
6.3	ANEXO 3: LIMITES DE CONTROLE PARA O GRÁFICO EWMA EM PROCESSOS AR(1).....	125
6.4	ANEXO 4: GUIA DE SELEÇÃO DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA PROCESSOS ARMA(1,1).....	127
6.5	ANEXO 5: GUIA DE SELEÇÃO DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA PROCESSOS ARMA(1,1).....	128
7	APÊNDICES.....	130
7.1	APÊNDICE 1: VALORES DAS CONSTANTES A, C3, B1 E B2 PARA PROCESSO AR(1).....	130
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	132

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1.EXEMPLO DE GRÁFICO DE CONTROLE TRADICIONAL.....	23
FIGURA 2.ALGUNS TIPOS DE CAUSAS ESPECIAIS: (A) TENDÊNCIA, (B) MUDANÇA DE MÉDIA, (C) PONTOS FORA DE CONTROLE, (D) CICLOS.....	24
FIGURA 3.REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA METODOLOGIA BOX-JENKINS PARA MODELOS ARIMA MAKRIDASKIS ET AL. (1998).....	26
FIGURA 4.PADRÕES DE CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP, RESPECTIVAMENTE, EM UM PROCESSO AR(1). FONTE: (ADAPTADO DE FISCHER, 1982).....	31
FIGURA 5.GRÁFICOS DE CONTROLE DE UM MODELO AR(1) COM CORRELAÇÃO POSITIVA E FORTE. FONTE: MOREIRA E CATEN (2003B).....	31
FIGURA 6.GRÁFICOS DE CONTROLE DE UM MODELO AR(1) COM CORRELAÇÃO POSITIVA E MODERADA. FONTE: MOREIRA E CATEN (2003B).....	32
FIGURA 7.GRÁFICOS DE CONTROLE DE UM MODELO AR(1) COM CORRELAÇÃO NEGATIVA E FORTE. FONTE: MOREIRA E CATEN (2003B).....	32
FIGURA 8.GRÁFICOS DE CONTROLE DE UM MODELO AR(1) COM CORRELAÇÃO NEGATIVA E MODERADA. FONTE: MOREIRA E CATEN (2003B).....	33
FIGURA 9.PADRÕES DE CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP, RESPECTIVAMENTE, EM UM PROCESSO AR(2). FONTE: (ADAPTADO DE FISCHER, 1982).....	34
FIGURA 10.PADRÕES DE CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP, RESPECTIVAMENTE, EM UM PROCESSO MA(1). FONTE: (ADAPTADO DE FISCHER, 1982).....	36
FIGURA 11.PADRÕES DE CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP, RESPECTIVAMENTE, EM UM PROCESSO MA(2). FONTE: (ADAPTADO DE FISCHER, 1982).....	37
FIGURA 12.PADRÕES DE CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP, RESPECTIVAMENTE, EM UM PROCESSO ARMA(1,1). FONTE: (ADAPTADO DE FISCHER, 1982).....	39
FIGURA 13.COMPORTAMENTOS TÍPICOS DE CORRELOGRAMAS DE SÉRIES NÃO-ESTACIONÁRIAS RESPECTIVAMENTE SEM SAZONALIDADE E COM SAZONALIDADE. FONTE: (SOFTWARE NCSS).....	41
FIGURA 14. GRÁFICO DE CONTROLE TRADICIONAL DE SHEWHART APLICADO AOS RESÍDUOS.....	46
FIGURA 15.GRÁFICO CUSUM APLICADO AOS RESÍDUOS	47

FIGURA 16.GRÁFICO CUSUM TABULAR APLICADO AOS RESÍDUOS.....	48
FIGURA 17.GRÁFICO CUSUM TABULAR COM O MÉTODO FIR APLICADO AOS RESÍDUOS	50
FIGURA 18.GRÁFICO EWMA APLICADO AOS RESÍDUOS	53
FIGURA 19.GRÁFICO DE MÉDIA MÓVEL APLICADO AOS RESÍDUOS	55
FIGURA 20.GRÁFICO DE CONTROLE EWMA COM LINHA CENTRAL MÓVEL APLICADO A UMA SÉRIE SIMULADA POR UM MODELO AR(1).....	63
FIGURA 21.METODOLOGIA PROPOSTA POR BALESTRASSI (2000).....	66
FIGURA 22.ÍNDICE DE CAPACIDADE PROPOSTO POR ZALEWSKI (1995) APLICADO A UMA SÉRIE SIMULADA POR UM MODELO AR(1).....	77
FIGURA 23.ESQUEMA DO MÉTODO PROPOSTO.....	82
FIGURA 24.PROCESSO DE FABRICAÇÃO DE RAÇÃO.....	88
FIGURA 25.MODELO DE EXTRUSORA DO TIPO TSE (TWIN-SCREW EXTRUDERS). FONTE: MOURA, 2002.....	89
FIGURA 26. GRÁFICO DE CONTROLE PARA A MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO A.....	91
FIGURA 27.GRÁFICO DE DISPERSÃO.....	91
FIGURA 28.HISTOGRAMA DA MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO A.....	92
FIGURA 29.CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP RESPECTIVAMENTE.....	93
FIGURA 30.ESTATÍSTICAS DE BOX-LJUNG.....	93
FIGURA 31.MODELO AR(3) AJUSTADO.....	95
FIGURA 32.CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP DOS RESÍDUOS RESPECTIVAMENTE.....	95
FIGURA 33.ESTATÍSTICAS DE BOX-LJUNG DA FAC DOS RESÍDUOS.....	96
FIGURA 34.HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS.....	97
FIGURA 35.GRÁFICO DE CONTROLE PARA OS RESÍDUOS.....	98
FIGURA 36.GRÁFICO DE CONTROLE PROPOSTO APLICADO AOS DADOS DA RAÇÃO A.....	99
FIGURA 37.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	101
FIGURA 38.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A UTILIZANDO	

MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	101
FIGURA 39.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	102
FIGURA 40.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	103
FIGURA 41.GRÁFICO DE CONTROLE EWMA COM LINHA CENTRAL MÓVEL PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A.....	103
FIGURA 42.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO B	105
FIGURA 43.GRÁFICO DE DISPERSÃO	105
FIGURA 44.HISTOGRAMA DA MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO B.....	106
FIGURA 45.CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP RESPECTIVAMENTE.....	107
FIGURA 46.ESTATÍSTICAS DE BOX-LJUNG.....	107
FIGURA 47.MODELO AR(3) AJUSTADO	109
FIGURA 48.CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP DOS RESÍDUOS RESPECTIVAMENTE.....	109
FIGURA 49.ESTATÍSTICAS DE BOX-LJUNG DA FAC DOS RESÍDUOS.....	110
FIGURA 50.HISTOGRAMA DOS RESÍDUOS.....	111
FIGURA 51.GRÁFICO DE CONTROLE PARA OS RESÍDUOS.....	111
FIGURA 52.GRÁFICO DE CONTROLE PROPOSTO APLICADO AOS DADOS DA RAÇÃO B.....	112
FIGURA 53.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	114
FIGURA 54.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	114
FIGURA 55.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	115
FIGURA 56.GRÁFICO DE CONTROLE PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B UTILIZANDO MODIFICAÇÕES NOS LIMITES DE CONTROLE BASEADOS EM	116
FIGURA 57.GRÁFICO DE CONTROLE EWMA COM LINHA CENTRAL MÓVEL PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B.....	117

FIGURA 58.LIMITES DE CONTROLE PARA O GRÁFICO CUSUM PARA PROCESSOS AR(1), PARA DIVERSOS VALORES DE R , ϕ E ψ . FONTE: LU E REYNOLDS, 2001.....	124
FIGURA 59.LIMITES DE CONTROLE PARA O GRÁFICO EWMA PARA PROCESSOS AR(1), PARA DIVERSOS VALORES DE λ , ϕ E ψ . FONTE: LU E REYNOLDS, 1999.....	125
FIGURA 60.GRÁFICO DE REGIÕES PARA A ESCOLHA DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA DETECTAR MUDANÇAS DE 1 DESVIO PADRÃO NA MÉDIA DE PROCESSOS ARMA(1,1), QUANDO $\alpha = 0,1$ NO GRÁFICO EWMA. FONTE: WARDELL ET AL., 1992.....	128
FIGURA 61.GRÁFICO DE REGIÕES PARA A ESCOLHA DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA DETECTAR MUDANÇAS DE 3 DESVIO PADRÃO NA MÉDIA DE PROCESSOS ARMA(1,1), QUANDO $\alpha = 0,1$ NO GRÁFICO EWMA. FONTE: WARDELL ET AL., 1992.....	128
FIGURA 62.GRÁFICO DE REGIÕES PARA A ESCOLHA DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA DETECTAR MUDANÇAS DE 1 DESVIO PADRÃO NA MÉDIA DE PROCESSOS ARMA(1,1), QUANDO $\alpha = 0,3$ NO GRÁFICO EWMA. FONTE: WARDELL ET AL., 1992.....	129
FIGURA 63.GRÁFICO DE REGIÕES PARA A ESCOLHA DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA DETECTAR MUDANÇAS DE 3 DESVIO PADRÃO NA MÉDIA DE PROCESSOS ARMA(1,1), QUANDO $\alpha = 0,3$ NO GRÁFICO EWMA. FONTE: WARDELL ET AL., 1992.....	129

LISTA DE TABELAS

TABELA 1.PADRÕES DE COMPORTAMENTO DOS CORRELOGRAMAS DA FAC E DA FACP. FONTE: ADAPTADO DE TOLOI E MORETTIN (1985).....	29
TABELA 2.VALOR MÍNIMO DO TAMANHO B DE SUBGRUPO (FONTE: RUNGER E WILLEMAIN., 1995).....	71
TABELA 3.TESTE DE NORMALIDADE PARA A MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO A.....	92
TABELA 4.RESULTADO COMPARATIVO DOS MODELOS TESTADOS.....	94
TABELA 5.TESTE DE NORMALIDADE.....	96
TABELA 6.ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO A.....	104
TABELA 7.TESTE DE NORMALIDADE PARA A MÉDIA DA DENSIDADE DA RAÇÃO B.....	106
TABELA 8.RESULTADO COMPARATIVO DOS MODELOS TESTADOS.....	108
TABELA 9.TESTE DE NORMALIDADE.....	110
TABELA 10.ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS PARA A DENSIDADE DA RAÇÃO B.....	117
TABELA 11.VALORES APROXIMADOS DE A3 PARA UM PROCESSO AR(1). FONTE: GILBERT ET AL., (1997).....	122
TABELA 12.VALORES APROXIMADOS DE C4 PARA UM PROCESSO AR(1). FONTE: GILBERT ET AL., (1997).....	122
TABELA 13.VALORES APROXIMADOS DE B3 PARA UM PROCESSO AR(1). FONTE: GILBERT ET AL., (1997).....	123
TABELA 14.VALORES APROXIMADOS DE B4 PARA UM PROCESSO AR(1). FONTE: GILBERT ET AL., (1997).....	123
TABELA 15.GUIA DE SELEÇÃO DO GRÁFICO DE CONTROLE PARA MODELOS ARMA(1,1), AR(1), MA(1). PARA C, O GRÁFICO CES É RECOMENDADO; PARA R, O GRÁFICO RMA É RECOMENDADO; PARA B, QUALQUER UM DOS GRÁFICOS CES E RMA É RECOMENDADO. FONTE: DYER ET AL., (2003).....	127
TABELA 16.VALORES APROXIMADOS DE A PARA UM PROCESSO AR(1).	130
TABELA 17.VALORES APROXIMADOS DE C3 PARA UM PROCESSO AR(1).	130
TABELA 18.VALORES APROXIMADOS DE B1 PARA UM PROCESSO AR(1).	131
TABELA 19.VALORES APROXIMADOS DE B2 PARA UM PROCESSO AR(1).	131

RESUMO

Muitos processos de manufatura têm utilizado as tradicionais Cartas de Controle de Shewhart. Entretanto, quando as observações estão autocorrelacionadas, é necessário tratar os dados antes de realizar o controle estatístico. O tema principal deste trabalho é o Controle Estatístico de Processo (CEP) para observações autocorrelacionadas em processos de manufatura. O objetivo principal desse trabalho é consolidar um método de Controle Estatístico de Processo de manufatura que apresenta observações autocorrelacionadas. Como resultado foi obtida uma nova carta de controle. Essa carta de controle permite que as observações sejam monitoradas diretamente, no lugar do monitoramento do gráfico de resíduos, o que facilita o entendimento e o acompanhamento do processo por parte do operador. O método apresenta resultados satisfatórios, os quais são comparados com outras técnicas. Também foi realizado um levantamento de técnicas utilizadas para o tratamento de dados autocorrelacionados em CEP.

Palavras-chave: autocorrelação, Controle Estatístico de Processo, séries temporais, Modelos ARIMA.

ABSTRACT

Many manufacture processes have been using the traditional Shewhart's Control Charts. However, when the observations are autocorrelated, it is necessary to treat the data before applying the statistical control. The main theme of this thesis is the Statistical Process Control (SPC) for autocorrelated observations in manufacture processes. The main objective of this thesis is to consolidate a method of Statistical Process Control of manufacture that presents autocorrelated observations. As result was obtained a new control chart. This control chart allows that the observations are directly monitored, instead of the residuals control chart, so that make easy the understanding and the retinue of the process on the part of the operator. The method presents satisfactory results, which are compared with other techniques. It was also realized a raising of techniques used for the treatment of autocorrelated data in.

Keywords: autocorrelation, Statistical Process Control (SPC), time-series, ARIMA models.

1 COMENTÁRIOS INICIAIS

1.1 Introdução

Para a utilização das cartas convencionais de controle (cartas de Shewhart), os dados devem atender a suposição fundamental de serem *iid* (independentes e identicamente distribuídos) seguindo uma distribuição normal. Entretanto, algumas vezes os dados que representam o processo estão autocorrelacionados. E, assim, a utilização dos gráficos de controle convencionais poderia possivelmente resultar em “falsos alarmes”, isto é, poderia se confundir causas comuns (aquelas que atuam de forma aleatória) do processo com causas especiais (aquelas que não seguem um padrão aleatório e que interferem no processo provocando alterações bruscas), obtendo-se conclusões errôneas quanto a estabilidade do processo.

Os processos que possuem dados autocorrelacionados caracterizam-se pelo fato de que a observação atual está correlacionada com a observação anterior. Segundo Faltin *et al.* (1997), a autocorrelação pode ser causada pela forma de medição do sistema, principalmente em processos dinâmicos: processos químicos (fluídos, tanques, reatores), processos automatizados, linhas de montagens, etc.

Muitos tipos de processos têm apresentando autocorrelação, por exemplo, em processos do tipo contínuo (NOFFSINGER e ANDERSON, 2002), em processos com elementos inertes, como tanques, reatores e fluídos, combinados com uma amostragem freqüente (HARRIS e ROSS, 1991; MONTGOMERY e MASTRANGELO, 1991), em indústrias químicas ou farmacêuticas (LU e REYNOLDS, 1999a; ATIENZA *et al.*, 1998), em processos de manufatura integrados computacionalmente (WRIGHT, 2001), em

processos automatizados (HOLMES e GORDON, 1992; RUNGER e WILLEMAN, 1995), em processos onde as observações são coletadas em intervalos amostrais curtos, ou seja, com uma inspeção muito freqüente (VANBRACKLE e REYNOLDS, 1997; LU e REYNOLDS, 2001; APLEY e LEE, 2003), em monitoramento de medidas de desempenho (MACCARTHY e WASUSRI, 2001; MOREIRA, 2003), em monitoramentos de temperaturas ou pesos de certos processos (BOYLES, 2000), em produção de componentes de painéis (NOFFSINGER e ANDERSON, 2002), em processos discretos como a quantidade de não-conformidades de uma produção (NEMBHARD e NEMBHARD, 2000), em processos de filas (LIVNY *et al.*, 1993).

Nesses casos, não há lógica em utilizar os gráficos de controle de Shewhart, pelo fato de conduzir a possíveis conclusões errôneas e possibilitar uma falta de segurança em verificar se o processo se encontra ou não sob controle estatístico. Entretanto, segundo Schissatti (1998), o erro mais comum é a adoção de um modelo de carta de controle sem que se faça a análise de correlação dos dados que representam o processo. Kume (1993) alerta para o fato que as ferramentas estatísticas são apenas ferramentas, ou seja, elas podem não funcionar caso sejam aplicadas inadequadamente.

Contreras (1989) *apud* Balestrassi (2000), apresentando cinco características de análise que devem existir em um sistema de CEP para aplicações em tempo real, indica que a maior atenção deve ser dada ao item correspondente a análise de dados autocorrelacionados. Ele argumenta que, quando as cartas de controle tradicionais são empregadas nesse tipo de ambiente, um elevado número de alarmes falsos é produzido, aumentando consideravelmente o erro do tipo II (aceitar que uma observação é causa especial, sendo que, na verdade, ela não é uma causa especial). Segundo Wardell *et al.* (1992), a presença da autocorrelação pode causar um aumento no número de alarmes falsos.

Para corrigir o problema da autocorrelação ou correlação serial, o procedimento a seguir seria primeiro tratar os dados e depois controlá-los estatisticamente. Desta forma, algumas técnicas estatísticas são necessárias para abordar os dados, dentre as quais se destacam, segundo Montgomery (1997): o ajuste de modelos ARIMA (Auto-regressivos integrados e de média móvel) e a monitoração através do gráfico de resíduos, os gráficos de

controle EWMA com linha central móvel, o EPC (*engineering process control*). Moreira (2003) ampliou o esquema de Montgomery para seleção do tipo de gráfico de controle adicionando a alternativa do uso de Redes Neurais, desenvolvido por Balestrassi (2000), e outros gráficos de controle para monitorar os resíduos.

Conforme Young e Winistorfer (2001), em processos autocorrelacionados, as causas comuns de variação são inerentes ao sistema de produção. Assim, como nos processos não-autocorrelacionados, as reduções na variabilidade do processo somente ocorrerão quando forem realizadas melhorias no processo como um todo.

1.2 Tema e Objetivos

Esse trabalho tem como tema principal o controle estatístico de processo (CEP) para observações autocorrelacionadas voltado para processos de manufatura.

O objetivo principal desse trabalho é apresentar um método de controle estatístico de processo para as situações de manufatura que apresentam observações autocorrelacionadas.

Os objetivos secundários desse trabalho são (i) levantamento dos métodos utilizados para o tratamento de dados autocorrelacionados; (ii) desenvolvimento de uma carta de controle para monitoramento direto das observações autocorrelacionadas.

1.3 Justificativa do tema e dos objetivos

Quando se trata de controle estatístico de processo, pressupõe-se que as observações sejam independentes (dados não correlacionados) e identicamente distribuídas seguindo uma distribuição normal, caracterizando-se por uma média estável. Entretanto, muitas vezes, na prática, essa suposição é violada. Conseqüentemente, os gráficos de controle convencionais não podem ser utilizados por conduzirem a conclusões errôneas. Alguns casos característicos como, por exemplo, desgaste de ferramentas, resistência, fluidos químicos, processos automatizados, etc, caracterizam-se por possuírem observações autocorrelacionadas. Para esses casos, é necessário um tratamento especial dos dados com

métodos estatísticos adequados antes de proceder com a metodologia de implantação de gráficos de controle.

O tema desenvolvido nesse trabalho tem a sua relevância pelo fato desse assunto possuir poucas publicações sobre situações na prática. Por outro lado, existem muitas publicações em periódicos de circulação internacional voltados para o meio acadêmico onde o rigor teórico é bastante valorizado. Entretanto, a maioria dos métodos propostos nesses artigos não é tão simples de aplicar, ou exige uma série de suposições ou não apresenta um exemplo passo a passo (apenas apresentam os resultados), o que dificulta ao profissional da área de controle estatístico de qualidade a colocar o método em prática.

Esse trabalho justifica-se pela ampla possibilidade de aplicação na prática, uma vez que muitos processos são autocorrelacionados por natureza e não recebem nenhum tratamento quanto a isso, e pela falta de conhecimento dos responsáveis pelo CEP quanto a como proceder na presença de dados autocorrelacionados.

1.4 Método de trabalho

Esse trabalho caracteriza-se por ser uma pesquisa aplicada e quantitativa. Quanto aos objetivos, essa pesquisa é considerada do tipo exploratória e quanto aos procedimentos, do tipo estudo de caso.

O desenvolvimento desse trabalho será feito em quatro etapas, descritas a seguir.

Primeiramente será realizada uma revisão bibliográfica sobre o assunto, com o objetivo de citar e sugerir artigos sobre as diversas técnicas convencionais para o tratamento da autocorrelação em CEP.

A seguir, baseado na literatura levantada e na experiência do autor será proposto um método para verificação e tratamento de dados autocorrelacionados no CEP de processos de manufatura.

Após isso, será apresentado um estudo de caso onde será aplicada o método proposto, a fim de verificar a eficácia e a praticidade da mesma. O estudo de caso consiste em analisar e monitorar o grau de umidade em um processo manufaturado de fabricação de

duas rações para animais domésticos.

Para finalizar, serão feitas as considerações finais e conclusões dos resultados obtidos nesse trabalho, bem como a sugestão de possíveis temas para pesquisas ou estudos futuros.

1.5 Estrutura

O trabalho está dividido em cinco capítulos principais.

O capítulo 1 trata dos comentários iniciais, subdivididos em seis seções que compreendem os tópicos: introdução, tema e objetivos, justificativa, método, e estrutura do trabalho, e limitações.

O capítulo 2 apresenta uma sucinta revisão bibliográfica, contendo um breve resumo das principais técnicas estatísticas encontradas na literatura utilizadas para a resolução do problema em questão.

O capítulo 3 apresenta um método de monitoramento voltado para as situações onde existe autocorrelação em processos de manufatura.

No capítulo 4 apresenta-se a aplicação do método proposto em um estudo de caso.

O capítulo 5 engloba as considerações finais, conclusões, indicações, sugestões e recomendações para trabalhos futuros.

1.6 Limitações

Esse trabalho limita-se a estudar a presença de autocorrelação em processos de manufatura e a apresentar um novo método de monitoramento de observações autocorrelacionadas.

Não faz parte do escopo deste trabalho tratar sobre a implementação prática do método, bem como a sua manutenção na prática (quanto tempo utilizar o modelo, quando deve-se remodelar os dados, previsão para a média).

Apesar de apresentar diversas técnicas para o tratamento de dados

autocorrelacionados em CEP, referenciadas na revisão bibliográfica, esse trabalho não visa realizar a validação dessas técnicas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os gráficos de controle, criados por Shewhart no início do século passado, foram de vital importância para o desenvolvimento e monitoramento da qualidade dos processos de fabricação. Segundo Ribeiro e Caten (2001), o gráfico de controle, desenvolvido pelo Dr. Walter Shewhart, é uma técnica simples para fazer distinção entre causas comuns (aquelas que são naturais ao processo) e causas especiais (aquelas que são devido a um mau funcionamento no processo). Segundo Balestrassi (2000), Shewhart introduzia o conceito de prevenção de problemas, ao invés de enfatizar a correção de problemas. Naquela época esse trabalho não havia recebido muita atenção, porém com o advento da competição mundial, essa técnica passou a ser reconhecida e obteve tamanho êxito que atualmente é utilizada mundialmente não só processos industriais, mas também em diversas áreas outras áreas ou departamentos de empresas de diversos ramos. Preocupados com essa diversidade de aplicação dessa técnica, Palm *et al.* (1997) procuraram classificar a utilização desses gráficos por três grupos distintos. O grupo 1 engloba aplicações eficazes dos métodos dos gráficos de controle padrão em diferentes áreas, indústrias, e departamentos dentro de uma empresa. O grupo 2 reporta o desenvolvimento e aplicações de gráficos de controle avançados para processos industriais, onde há uma grande quantidade de dados em série e onde é necessário que o sistema detecte rapidamente condições fora de controle. O grupo 3 é formado por pesquisadores da área acadêmica interessados em aprimorar ou otimizar os gráficos de controle ou, ainda, em adaptá-los a um processo com alguma característica específica.

O gráfico de controle tem por objetivo monitorar um processo estatisticamente, isto é, verificar se um processo está sob controle. A situação de controle é caracterizada por uma medida que oscila aleatoriamente em torno de uma média e dentro de limites toleráveis

estabelecidos ou calculados, chamados de limites de controle. Quando o processo está sob controle, ele pode ser representado pela equação 1, onde x_t é o valor da observação da característica monitorada em um tempo t , que pode ser descrito como a média do processo acrescentada de um erro normalmente distribuído com média zero e desvio padrão σ . A Figura 1 apresenta um típico gráfico de controle tradicional em um processo estável.

$$x_t = \mu + \varepsilon_t$$

Equação 1

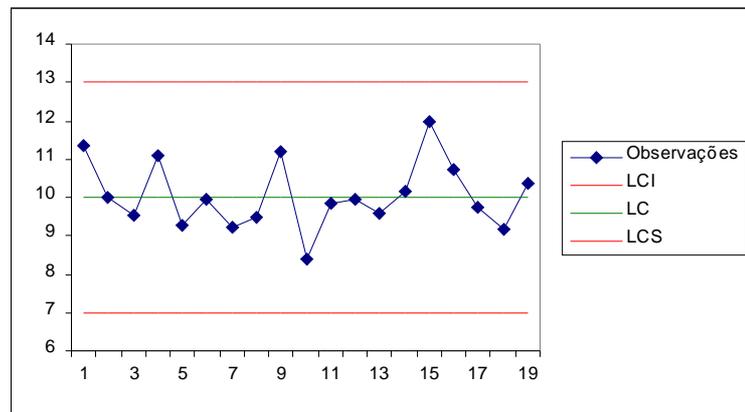


Figura 1. Exemplo de Gráfico de Controle Tradicional

Quando há indícios de causas especiais (pontos fora de controle, tendências ou seqüências), é necessário atuar sob o processo para eliminar a causa especial. Geralmente, é possível resolver esse problema por algum ajuste localizado, como uma máquina mal ajustada com parâmetros mal regulados, falta de óleo, ou matéria prima de fornecedores diferentes ou com medidas de proporções erradas, etc. Alguns tipos de causas especiais são ilustrados na Figura 2.

No Controle Estatístico de Processo, para implantar um gráfico de controle é necessário verificar duas condições: os dados devem ser independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal. Quando essas suposições estão satisfeitas, os gráficos de controle convencionais podem ser aplicados, e conclusões sobre o processo podem ser obtidas. Em algumas situações, quando a suposição de normalidade é violada leve ou moderadamente, os gráficos de controle continuam funcionando razoavelmente bem. Entretanto, quando as observações estão autocorrelacionadas, isto é, não são

independentes, o uso de gráficos de controle não possui um bom desempenho, podendo surgir falsos alarmes indicando uma situação “fora de controle” quando na verdade eles são devidos a causas naturais de um processo autocorrelacionado. Nessas situações, é necessário primeiramente tratar os dados para eliminar a autocorrelação do processo, para posteriormente controlá-los estatisticamente.

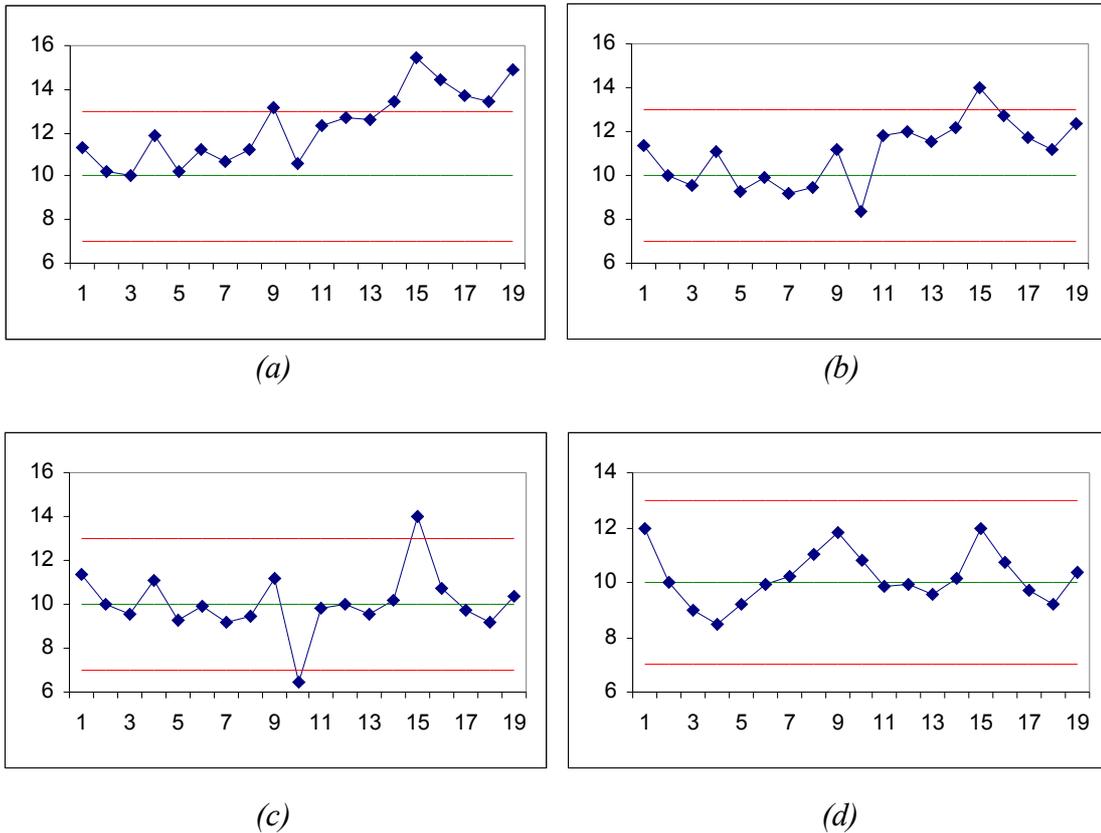


Figura 2. Alguns tipos de causas especiais: (a) tendência, (b) mudança de média, (c) pontos fora de controle, (d) ciclos

Autocorrelação pode ser definida como “correlação entre membros de séries de observações ordenadas no tempo ou no espaço” (Gujarati, 2000). Zalewski e Edward (2001) argumentam que, na presença de autocorrelação, existem três fontes de variabilidade: as causas comuns (aleatórias, naturais do processo), as causas especiais (resultantes de uma interferência incomum no processo), e as causas estruturais (devido à estrutura de autocorrelação).

Para o tratamento dos dados autocorrelacionados, muitos métodos têm sido

propostos. Nesse trabalho, esses métodos serão classificados em três grupos: (i) aqueles que sugerem um ajuste por modelos ARIMA e posteriormente o monitoramento dos resíduos através de algum gráfico de controle (tradicional de Shewhart, CUSUM, EWMA, etc), (ii) aqueles que propõem modificações nos limites de controle (limites de controle fixos ou variáveis), (iii) demais técnicas propostas que foram encontradas na literatura (Controle da Engenharia do Processo, redes neurais, intervalo de amostragem variável, gráficos de médias de grupos, etc).

2.1 Ajuste por Modelos ARIMA e Aplicação de Gráfico de Controle para Monitorar os Resíduos

Um dos tratamentos sugeridos e mais utilizados para o tratamento dos processos com dados autocorrelacionados é o ajuste de um modelo adequado de série temporal ARIMA (modelos Box-Jenkins) que remova a autocorrelação dos dados. O ajuste por um modelo ARIMA adequado tem por objetivo separar as causas estruturais, identificadas no modelo estimado, das causas comuns e especiais, observadas no gráfico de resíduos. Nisso consiste a metodologia Box-Jenkins para modelos ARIMA, desenvolvida por Box e Jenkins (1970) e voltada para a área de séries temporais, geralmente focada para análise de dados econômicos. A Figura 3, apresentada por Makridaskis *et al.* (1998), sumariza as etapas do desenvolvimento dessa metodologia.

A etapa da identificação engloba a estabilização da variância, a estacionariedade da série e o uso de técnicas (*ACF* – Função de Autocorrelação, *PACF* – Função de Autocorrelação Parcial, etc) para selecionar os possíveis modelos a serem ajustados. Durante a segunda fase, são estimados os parâmetros dos modelos selecionados anteriormente, e são utilizados testes para a escolha do melhor modelo. Escolhido o modelo, os resíduos são analisados e devem possuir comportamento conhecido como “ruído aleatório”, ou seja, devem ser IID (independentes e identicamente distribuídos), com média 0 e variância σ^2 . Caso os resíduos não sejam “ruído aleatório”, deve-se retornar a fase de identificação e procurar ajustar um novo modelo. Na última etapa, o modelo é utilizado para fazer previsões, que é um dos objetivos da análise de séries temporais de dados econômicos. No caso de previsões, um critério adequado seria escolher o modelo ajustado que fornecer o menor erro quadrático médio de previsão. Segundo Toloí e

Morettin (1985), a identificação é a fase crítica dessa metodologia, pois é possível que vários pesquisadores identifiquem modelos diferentes para uma mesma série temporal.

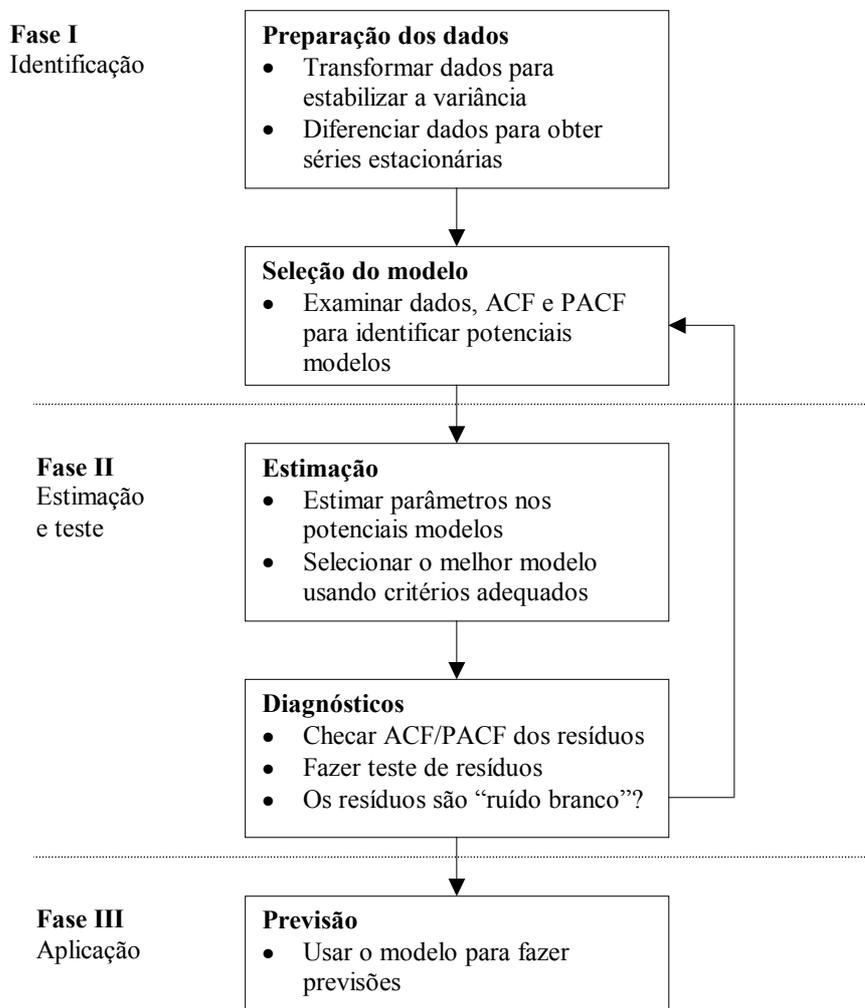


Figura 3. Representação esquemática da metodologia Box-Jenkins para modelos ARIMA Makridaskis et al. (1998)

Um modelo ARIMA pode ser identificado através da análise visual de dois gráficos de correlograma. O primeiro gráfico apresenta o comportamento da Função de Autocorrelação (ACF ou FAC) em relação à defasagem (*lag*) das observações, ou seja, o primeiro valor é a correlação entre a observação atual e a observação imediatamente anterior, X_t e X_{t-1} , o segundo valor é a correlação entre observação atual e a observação anterior em 2 espaços de tempo, X_t e X_{t-2} , e assim sucessivamente. A FAC é definida por

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad \text{Equação 2}$$

onde:

γ_k é a covariância na defasagem (*lag*) k , e

γ_0 é a variância.

O coeficiente de correlação, ρ_k varia entre -1 e 1 , e o seu estimador é dado por:

$$r_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{n}}{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \text{Equação 3}$$

onde:

x_i é o i -ésimo valor da variável aleatória X , e

\bar{x} é a média estimada da variável X .

Para verificar se o valor de ρ_k é significativamente diferente de zero e testar a hipótese de que o verdadeiro valor de ρ_k é zero, deve-se calcular um intervalo com $(1 - \alpha)\%$ de confiança para ρ_k , dado por:

$$0 \pm z_{(1-\alpha)/2} \sqrt{1/n}, \quad \text{Equação 4}$$

onde:

n é o tamanho da amostra, e

$z_{(1-\alpha)/2}$ é o valor da distribuição Normal $(0; 1)$ para uma dada significância α .

Dessa forma, se um ρ_k estimado se situar dentro do intervalo, não rejeitamos a hipótese de que o verdadeiro ρ_k seja significativamente igual a zero. Caso contrário, rejeitamos a hipótese. Usualmente, utiliza-se um intervalo de confiança de 95%.

A FACP mede a correlação entre as observações que sejam k períodos afastadas, depois de remover o efeito dos X s intermediários, ou seja, é a correlação entre X_t e X_{t-k} depois de remover a influência de $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k+1}$. Diferentemente da FAC, onde se pode obter a correlação entre X_t e X_{t-k} através de regressão simples, a FACP utiliza regressão múltipla. Para remover o efeito dos X s intermediários, é necessário que todos os termos entre X_t e X_{t-k} estejam na regressão múltipla. Dessa forma, tanto a FAC quanto a FACP apresentam o mesmo valor apenas para o primeiro *lag*. A FACP também é representada graficamente através de um correlograma, e indicada por ϕ_{kk} .

Através de padrões de comportamento desses gráficos de correlograma, pode-se identificar um modelo ARIMA(p,d,q) adequado, onde p é a quantidade de termos autorregressivos, q é a quantidade de termos de média móvel e o valor de d indica quantas vezes a série teve que ser diferenciada, se necessário, para se obter estacionariedade nos dados. Em geral, a falta de estacionariedade, isto é, a média, a variância, ou ambas não são constantes no processo, pode ser evidenciada quando o correlograma da FAC apresenta uma queda lenta para zero. Fischer (1982) apresenta algumas dicas para a obtenção do valor de d . Segundo ele, na prática, a maioria das séries não estacionárias pode ser modelada por um $d = 1$ ou um $d = 2$, os quais caracterizam a série quanto ao nível e/ou quanto à inclinação. Necessita-se de $d = 1$ quando a série é não estacionária quanto ao nível do processo, isto é, quando o comportamento da série oscila em torno de uma média durante um certo período de tempo e depois ocorre uma mudança na média da série que passa a oscilar em torno dessa nova média, sem que haja uma troca significativa na direção da série. Nesse caso, diz-se que a série é não estacionária de grau um ou que apresenta uma tendência estocástica em relação ao nível da série. Por outro lado, necessita-se de $d = 2$ quando a série é não estacionária também quanto à inclinação, ou seja, quando o comportamento da série oscila em uma direção por um certo período, e depois muda para outra direção.

A Tabela 1 mostra um resumo do comportamento dos correlogramas para a identificação de um modelo ARIMA adequado.

Tabela 1. Padrões de comportamento dos correlogramas da FAC e da FACP. Fonte: adaptado de Toloí e Morettin (1985)

Modelo ARIMA	Comportamento do correlograma da FAC	Comportamento do correlograma da FACP
(p,d,0)	decai exponencialmente, alternando ou não o sinal, ou com um padrão de onda senoidal amortecida.	As p primeiras defasagens são significativamente diferentes de zero.
(0,d,q)	As q primeiras defasagens são significativamente diferentes de zero.	decai exponencialmente, alternando ou não o sinal, ou com um padrão de onda senoidal amortecida.
(p,d,q)	decai exponencialmente, alternando ou não o sinal.	decai exponencialmente, alternando ou não o sinal.

A escolha do modelo adequado também leva em consideração a minimização da soma dos quadrados dos erros, e a significância da constante e dos coeficientes da regressão ajustada.

A presença de autocorrelação, além de ser detectada facilmente pela observação do comportamento dos gráficos de correlograma baseados nos cálculos da FAC e da FACP, pode ser detectada também por outras estatísticas, entre as quais se destacam (i) as estatísticas Q de *Box-Pierce*, (ii) e de *Ljung-Box*, (iii) o teste da raiz unitária (identifica a presença de estacionariedade), (iv) o teste da correlação cruzada, ou (v) o teste do periodograma acumulado. Essas técnicas não serão abordadas nesse trabalho. Para maiores detalhes, pode-se consultar Moreira (2003).

Apesar da análise visual dos correlogramas da FAC e da FACP ser relativamente suficiente para identificar parâmetros de um modelo ARIMA adequado, ainda existem outras técnicas que podem auxiliar nessa identificação. Toloí e Morettin (1985) destacam e apresentam os seguintes critérios: (i) AIC - *Akaike Information Criterium*, (ii) BIC - *Bayesian Akaike Information Criterium*, (iii) $\phi(p,q)$ - Critério Phi, (iv) FPE - *Final*

Prediction Error, (v) CAT - *Criterion Autoregressive Transfer Function*, (vi) critério de Anderson (1963), (vii) critério de Gray, Kelley, e Mcintire (1978), (viii) critério de Nerlove, Grether e Carvalho (1979), e (ix) FACI - função de autocorrelação inversa. Brockwell (1991), citado em Balestrassi (2000), ainda salienta os critérios (x) SBC - *Schwartz's Bayesian Criterion*, e (xi) MDL - *Minimal Description Length Criterion*.

2.1.1 Modelos da família ARIMA

A família de modelos ARIMA se constitui desde um modelo simples, com poucos parâmetros, como um AR(1), AR(2) ou MA(1), como um modelo bem sofisticado, com muitos parâmetros, como, por exemplo um ARIMA(3,1,1) ou ARIMA(2,2,3), onde só é possível ajustar através do uso de um *software* adequado. Em geral, consegue-se ajustar algum modelo mais simples no Controle Estatístico de Processo. Modelos muito sofisticados, nem sempre são práticos ou usuais em CEP no que diz respeito ao acompanhamento pelo operador e ao próprio ajuste do modelo. A seguir, são apresentados os modelos ARIMA mais comumente utilizados.

2.1.1.1 Modelo Auto-regressivo de primeira ordem: AR(1)

Utiliza-se um ajuste por um modelo AR(1) quando a variável característica x_t pode ser ajustada pela equação

$$x_t = \xi + \phi x_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Equação 5}$$

onde ξ e ϕ são constantes desconhecidas, e ε_t é o erro independente e normalmente distribuído com média zero e desvio padrão σ . A condição de estacionariedade é $-1 < \phi < 1$, ou seja, para que a série tenha média constante, ϕ deverá pertencer ao intervalo entre -1 e 1 . Em um modelo AR(1), as observações x_t tem média $\xi/(1-\phi)$, desvio padrão $\sigma/(1-\phi^2)^{1/2}$, e as observações que estão k períodos separados têm coeficiente de correlação ϕ^k . Isto é, o correlograma da FAC deverá cair exponencialmente. O gráfico cairá exponencialmente apresentando coeficientes positivos quando $\phi > 0$, entretanto cairá exponencialmente intercalando entre coeficientes positivos e negativos se $\phi < 0$. Por outro lado, o correlograma da FACP deverá apresentar 1 pico significativo, pois, nesse caso,

$p = 1$. A Figura 4 mostra aspectos de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, que evidenciam que o processo seja um AR(1).

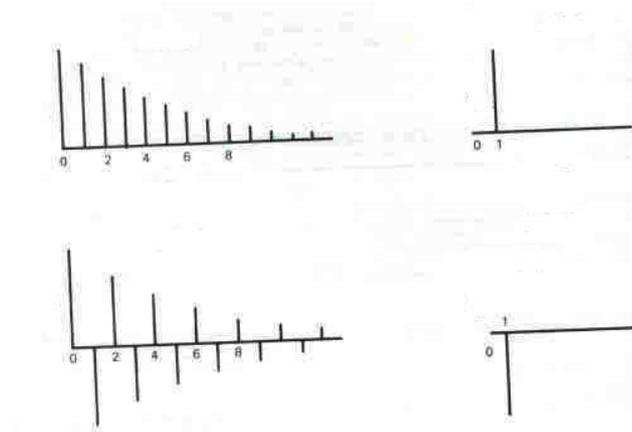


Figura 4. Padrões de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, em um processo AR(1). Fonte: (Adaptado de Fischer, 1982)

Moreira e Caten (2003b) simularam dados com comportamento do tipo AR(1) para correlações positiva e negativa, com grau elevado e moderado. Os resultados revelaram que para uma autocorrelação forte e positiva ($\phi = 0,9$), existe uma maior tendência do processo apontar causas especiais que na verdade são falsos alarmes. A Figura 5 apresenta respectivamente os gráficos das observações e dos resíduos, evidenciando que modelos com esse comportamento tendem a assinalar falsos alarmes.

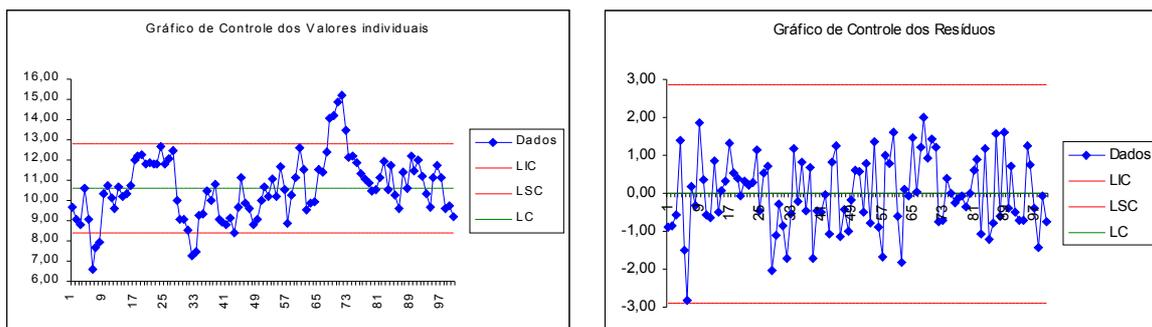


Figura 5. Gráficos de controle de um modelo AR(1) com correlação positiva e forte. Fonte: Moreira e Caten (2003b)

Quando a correlação é positiva e moderada ($\phi = 0,5$), ainda há uma tendência do processo em apontar supostas causas especiais, que são na sua maioria alarmes falsos, porém essa tendência não é tão forte. A medida que o grau da autocorrelação for se

aproximando de zero, as conseqüências da presença de autocorrelação são menos prejudiciais. Os gráficos das observações e dos resíduos são mostrados respectivamente na Figura 6.

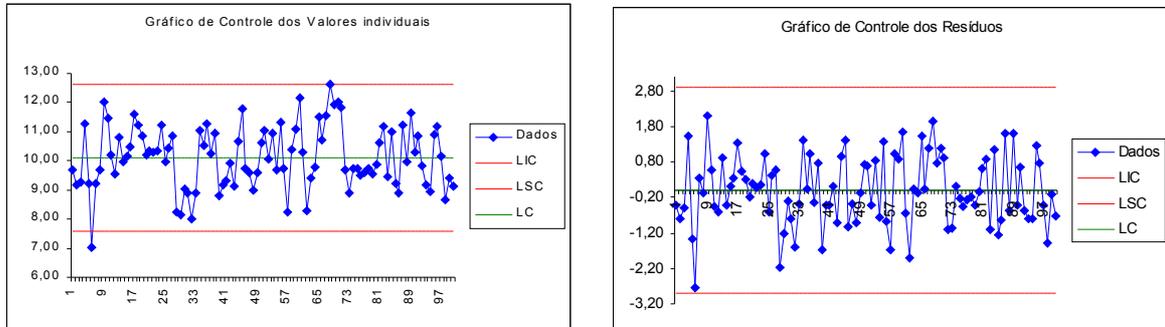


Figura 6. Gráficos de controle de um modelo AR(1) com correlação positiva e moderada. Fonte: Moreira e Caten (2003b)

No caso de ocorrer correlação negativa e forte ($\phi = -0,9$), pode-se observar através da Figura 7, o gráfico das observações tendo um comportamento alternante entre um ponto acima da média e outro abaixo. Percebe-se, nesse caso, que há uma forte tendência no processo em não apontar causas especiais, mesmo que elas realmente existam, como mostra o gráfico de resíduos da Figura 7. Assim, o processo esconde as verdadeiras causas especiais, confundindo-as com causas comuns. Porém, essas causas especiais não são consideradas um problema em situações reais, por estarem dentro dos limites de controle. O problema, nesse caso, está no fato da correlação negativa alargar os limites de controle, pois ela aumenta a variabilidade do processo. Não há registro, na literatura pesquisada, de casos com correlação negativa forte.

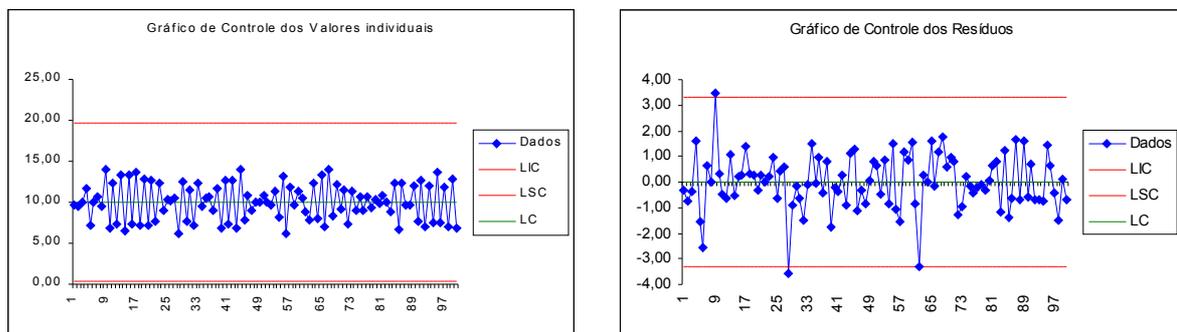


Figura 7. Gráficos de controle de um modelo AR(1) com correlação negativa e forte. Fonte: Moreira e Caten (2003b)

Nas situações onde a autocorrelação é negativa e moderada ($\phi = -0,5$), há tendência do processo em não apontar as causas especiais, porém essa tendência não é tão forte. A Figura 8 ilustra essa situação com os respectivos gráficos de controle das observações e dos resíduos dos exemplos simulados por Moreira e Caten (2003b).

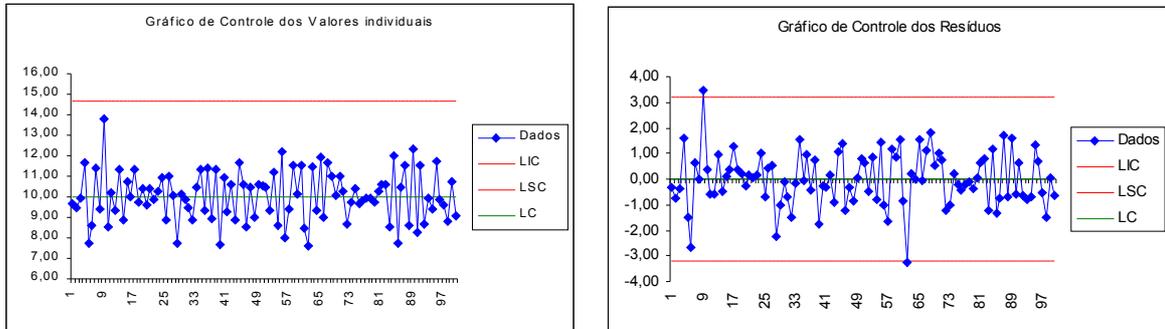


Figura 8. Gráficos de controle de um modelo $AR(1)$ com correlação negativa e moderada. Fonte: Moreira e Caten (2003b)

2.1.1.2 Modelo Auto-regressivo de segunda ordem: $AR(2)$

Se a variável característica x_t possuir um comportamento que se ajusta ao modelo

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{Equação 6}$$

então, tem-se um modelo $AR(2)$. Nesse caso, a quantidade de condições de estacionariedade aumentam para três: $\phi_1 + \phi_2 < 1$, $\phi_2 - \phi_1 < 1$, e $-1 < \phi_2 < 1$. Nesse modelo, as observações x_t tem média $\xi / (1 - \phi_1 - \phi_2)$, desvio padrão $\phi_1^2 \gamma_0 + \phi_2^2 \gamma_0 + 2\phi_1 \phi_2 \gamma_1 + \sigma^2$, e as observações que estão k períodos separados têm coeficiente de correlação $\phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}$. Assim, o correlograma da FAC deverá cair exponencialmente (como no modelo $AR(1)$) ou com um padrão de onda senoidal amortecida, ou ambos; e a FACP deverá apresentar 2 picos significativos. A Figura 9 mostra aspectos de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, que evidenciam que o processo seja um $AR(2)$.

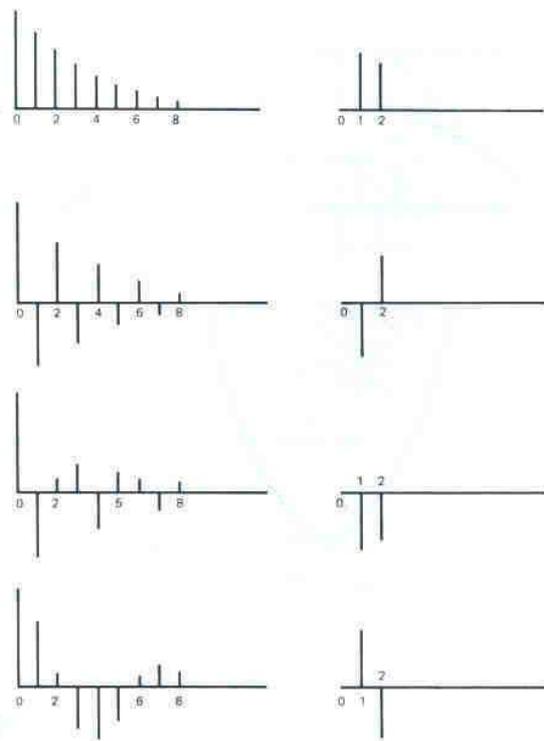


Figura 9. Padrões de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, em um processo AR(2). Fonte: (Adaptado de Fischer, 1982)

2.1.1.3 Modelo Auto-regressivo de ordem p : AR(p)

Generalizando o modelo da equação 5 para p ordens, obtém-se o modelo

$$x_t = \xi + \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad \text{Equação 7}$$

o qual é um modelo auto-regressivo de ordem p , um AR(p). Como pode-se perceber, um modelo auto-regressivo depende de p observações anteriores, ou seja, a observação x_t é gerada pela média ponderada das p primeiras observações anteriores da variável. Dependendo da ordem do modelo, a quantidade e complexidade das condições de estacionariedade aumentam. Nesses casos, é essencial a utilização de *softwares*. Se o processo for estacionário, a média será $\xi / (1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p)$, onde $\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p < 1$ é uma das condições de estacionariedade. O correlograma da FAC deverá cair exponencialmente ou com um padrão de onda senoidal amortecida, ou ambos; e o correlograma da FACP deverá apresentar picos significativos através das defasagens p , que indicará a ordem do modelo AR.

O modelo da equação 7 também pode ser expresso por

$$x_t - \mu = \phi_1(x_{t-1} - \mu) + \phi_2(x_{t-2} - \mu) + \dots + \phi_p(x_{t-p} - \mu) + \xi + e_t, \quad \text{Equação 8}$$

e, conseqüentemente

$$\dot{x}_t = \phi_1\dot{x}_{t-1} + \phi_2\dot{x}_{t-2} + \dots + \phi_p\dot{x}_{t-p} + e_t, \quad \text{Equação 9}$$

onde

$$\dot{x}_t = x_t - \mu \quad \text{Equação 10}$$

O modelo AR(p) ainda pode ser representado por

$$\phi(B)x_t = e_t \quad \text{Equação 11}$$

onde o operador auto-regressivo $\phi(B)$ é definido por

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B^1 - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad \text{Equação 12}$$

2.1.1.4 Modelo de Média Móvel de primeira ordem: MA(1)

Suponha-se que a observação x_t dependa não dos seu valores anteriores, mas da componente aleatória ε_t , como na equação abaixo. Dessa forma, tem-se um modelo MA (1).

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}, \quad \text{Equação 13}$$

onde μ e θ são constantes.

Nesse modelo, a correlação entre x_t e x_{t-1} é $\rho_1 = -\theta/(1 + \theta^2)$, e zero para todas as outras defasagens. A condição de estacionariedade é que o parâmetro q seja finito. Assim, como $q = 1$ esse modelo sempre será estacionário. O correlograma da FAC apresentará um pico significativo, pois $q = 1$ entretanto, o correlograma da FACP declinará exponencialmente. O gráfico cairá exponencialmente apresentando coeficientes negativos quando $\theta > 0$, entretanto cairá exponencialmente intercalando entre coeficientes positivos e negativos se $\theta < 0$. A Figura 10 mostra aspectos de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, de um processo MA(1).

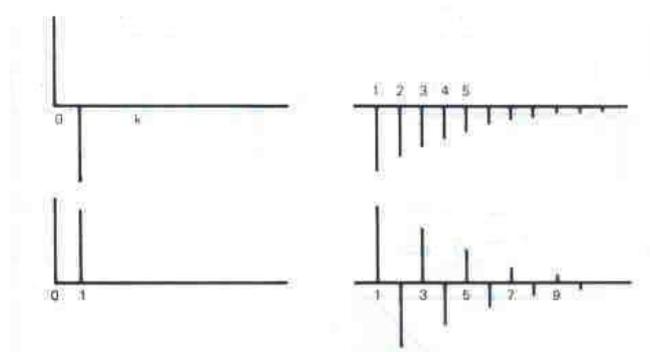


Figura 10. Padrões de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, em um processo MA(1). Fonte: (Adaptado de Fischer, 1982)

2.1.1.5 Modelo de Média Móvel de segunda ordem: MA(2)

Um modelo MA(2) pode ser expresso por

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}. \quad \text{Equação 14}$$

Nesse modelo, os coeficientes de autocorrelação são dados por $\rho_1 = -\theta_1(1 - \theta_2)/(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)$ e por $\rho_2 = -\theta_2/(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2)$. Como q é finito ($q = 2$), a série é estacionária. O correlograma da FAC apresentará 2 picos significativos, pois $q = 2$ entretanto, o correlograma da FACP declinará exponencialmente (como no caso do Modelo MA(1)) ou apresentará o formato de uma onda senoidal amortecida. A Figura 11 mostra aspectos de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, de um processo MA(2).

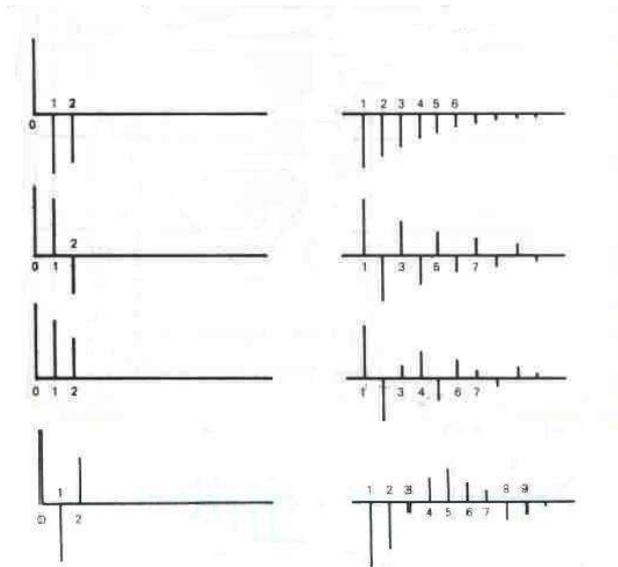


Figura 11. Padrões de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, em um processo MA(2). Fonte: (Adaptado de Fischer, 1982)

2.1.1.6 Modelo de Média Móvel de ordem q : MA(q)

Generalizando o modelo da equação 14 para q ordens, obtém-se o modelo

$$x_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad \text{Equação 15}$$

que é um modelo de média móvel de ordem p . Pode-se perceber que cada observação é gerada por uma média ponderada do valor presente e de q valores passados de um processo de ruído aleatório. O modelo de média móvel é sempre estacionário (pois q é sempre finito) e possui média μ . Assim, o termo do erro ε_t , que possui média 0 e variância σ^2 e tem valores que são não autocorrelacionados, é chamado de ruído aleatório. Comparando com o modelo AR, os correlogramas se invertem: o correlograma da FAC deverá apresentar picos significativos através das defasagens q , que indicará a ordem do modelo MA, e o correlograma da FACP deverá cair exponencialmente ou com um padrão de onda senoidal amortecida.

Retirando-se a média de ambos os lados da igualdade do modelo da equação 15, obtém-se a expressão abaixo.

$$\hat{x}_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad \text{Equação 16}$$

Um MA(q) também pode ser expresso em função do operador de média móvel $\theta(B)$, resultando na expressão

$$x_t = \theta(B)e_t \quad \text{Equação 17}$$

onde

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B^1 - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad \text{Equação 18}$$

2.1.1.7 Modelo Auto-regressivo de Média Móvel

Uma combinação dos modelos AR(p) e MA(q) resulta em um modelo auto-regressivo e de média móvel, ou seja, um ARMA(p,q). Um modelo auto-regressivo de média móvel de primeira ordem, um ARMA(1,1), é representado pela equação

$$x_t = \xi + \phi x_{t-1} + \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1}. \quad \text{Equação 19}$$

Um processo ARMA(p,q) será estacionário se as condições provenientes da parcela AR do processo forem verificadas. A média de um processo ARMA(p,q) também é dada pela parcela auto-regressiva do modelo.

O modelo ARMA(p,q) pode ser representado utilizando os operadores auto-regressivos e de média móvel vistos anteriormente, resultando na equação

$$\phi(B)x_t = \theta(B)e_t \quad \text{Equação 20}$$

Os correlogramas desse processo, tanto da FAC como da FACP, decaem exponencialmente (positivamente ou negativamente, ou alternado entre os dois). A Figura 12 apresenta os aspectos de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, de um processo ARMA(1,1). Pode-se perceber que esses padrões de comportamento não são bem definidos como nos modelos mais simples, o que implica que uma série que apresente correlogramas nesses formatos possa ser ajustada por mais de um modelo ARIMA diferente.

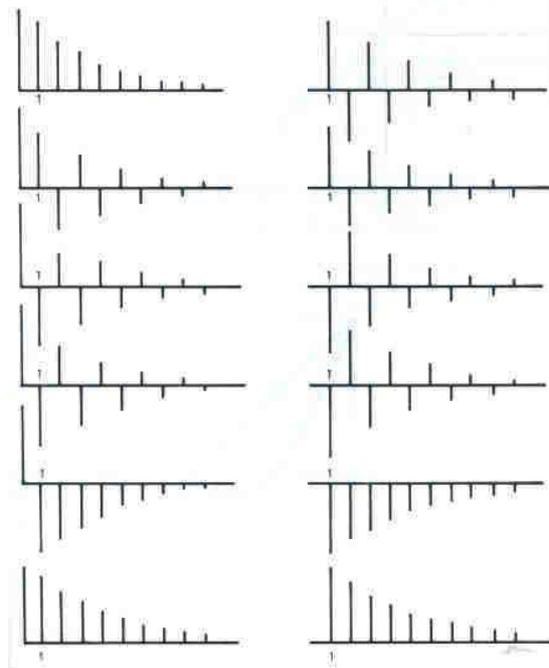


Figura 12. Padrões de correlogramas da FAC e da FACP, respectivamente, em um processo ARMA(1,1). Fonte: (Adaptado de Fischer, 1982)

2.1.1.8 Modelo Auto-regressivo Integrado e de Média Móvel

Quando o processo é não estacionário, a combinação entre os modelos auto-regressivos e de média móvel, resulta em um modelo ARIMA(p,d,q), onde d é o número de diferenças necessárias para tornar a série estacionária. O modelo abaixo é um ARIMA (1,1,1).

$$x_t = x_{t-1} + \phi_1 x_{t-1} - \phi_1 x_{t-2} + e_t - \theta_1 e_{t-1} \quad \text{Equação 21}$$

Esse modelo descreve um procedimento não-estacionário (a variável x_t segue uma tendência, como se não existisse um valor fixo para a média). Isso frequentemente ocorre em processos industriais e químicos quando x_t é um processo de saída não controlável, isto é, quando não há ações que possam ser feitas para o controle da variável a fim de atingir o valor objetivo. Nesse caso, para tornar a série estacionária, é necessário diferenciá-la até obter estacionariedade, como já foi visto anteriormente.

Balestrassi (2000) e Alwan e Roberts (1988) destacam que o modelo ARIMA (0,1,1), também chamado de IMA(1,1), ajusta uma grande quantidade de dados em

processos industriais na prática.

Em estudo realizado por Alwan e Roberts (1988) com uma série de 200 dados de Box e Jenkins (1976) de um modelo ARIMA (0,1,1), verificou-se que não havia pontos fora de controle no monitoramento das observações individuais por técnicas tradicionais de CEP. Entretanto, utilizando limites de controle baseados na média móvel, observou-se a aparição de vários pontos fora de controle. Após o ajuste por um Modelo ARIMA (0,1,1), monitorou-se os resíduos, onde verificou-se a existência de apenas dois pontos fora de controle. Concluiu-se que era necessário ajustar um modelo adequado e monitorar os resíduos, pois os dois gráficos de controle aplicados nas observações originais geravam conclusões errôneas.

Generalizando, o modelo ARIMA(p,d,q) pode ser expresso utilizando os operadores auto-regressivo, de média móvel, e da diferença, resultando na expressão

$$\phi(B)\Delta^d x_t = \theta(B)e_t \quad \text{Equação 22}$$

onde $\Delta^d = (1 - B)^d$ é o operador da diferença ou defasagem.

A análise dos correlogramas nesse caso, não é tão simples. Em geral, quando o correlograma da FAC possui um comportamento no qual decai lentamente para zero, como visto no lado esquerdo da Figura 13, há evidência de que o processo seja não-estacionário. A figura mostra também, à direita, um comportamento de um processo não-estacionário com uma componente sazonal. Entretanto, quando a análise visual do correlograma não consegue distinguir se o correlograma decai exponencialmente ou não, torna-se necessário realizar algum tipo de teste para verificar se a série é estacionária. Um teste sugerido é o teste da raiz unitária, que pode ser visto em Gujarati (2000).

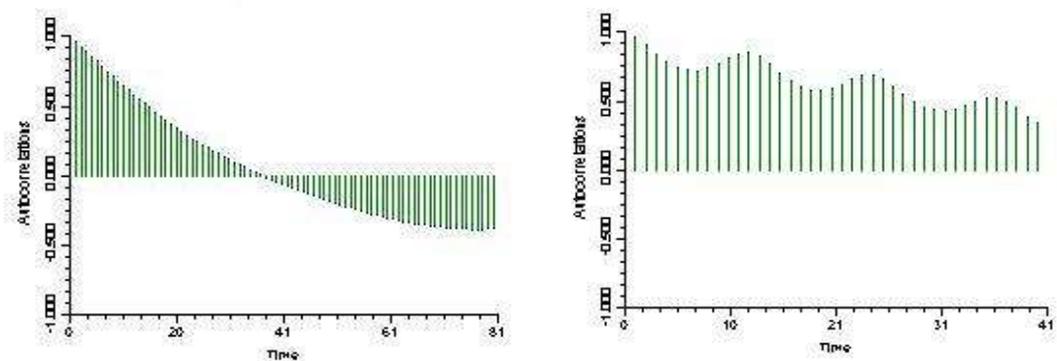


Figura 13. Comportamentos típicos de correlogramas de séries não-estacionárias respectivamente sem sazonalidade e com sazonalidade. Fonte: (Software NCSS)

2.1.1.9 Modelos ARIMA com Sazonalidade Pura

Os modelos ARIMA ainda podem conter um componente sazonal. Segundo Morettin (2002), se a correlação for significativa em *lags* de baixa ordem, tem-se uma sazonalidade pura.

A equação abaixo representa um modelo auto-regressivo de ordem p com uma sazonalidade no período s , isto é, um $AR(P)_s$ ou $SAR(P)_s$.

$$x_t = \phi_1 x_{t-1s} + \phi_2 x_{t-2s} + \dots + \phi_p x_{t-ps} + e_t \quad \text{Equação 23}$$

Esse modelo também pode ser expresso abreviadamente por

$$\Phi(B^s)x_t = e_t \quad \text{Equação 24}$$

Um modelo de média móvel de ordem q com sazonalidade pura no período s , um $MA(Q)_s$ ou $SMA(Q)_s$ pode ser expresso por

$$x_t = e_t - \theta_1 e_{t-1s} - \theta_2 e_{t-2s} - \dots - \theta_q e_{t-qs} \quad \text{Equação 25}$$

ou na forma compacta

$$x_t = \Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 26}$$

Um modelo auto-regressivo e de média móvel com sazonalidade pura, um SARMA (P,Q)_s é expresso por

$$\Phi(B^s)x_t = \Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 27}$$

O modelo mais complexo nessa situação seria composto pela componente de integração, no caso de ele não ser estacionário. Nesse caso, tem-se um modelo auto-regressivo integrado e de média móvel, um SARIMA(P,D;Q)_s, representado por

$$\Phi(B^s)(1 - B^s)^D x_t = \Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 28}$$

2.1.1.10 Modelos ARIMA com Sazonalidade Multiplicativa

Quando existe correlação significativa em *lags* sazonais, existe uma componente sazonal multiplicativa.

A equação abaixo representa um modelo auto-regressivo de ordem *p* com uma sazonalidade no período *s*, isto é, um AR(p)x(P)_s.

$$\phi(B)\Phi(B^s)x_t = e_t \quad \text{Equação 29}$$

Um modelo de média móvel de ordem *q* com sazonalidade multiplicativa no período *s*, um MA(q)x(Q)_s pode ser expresso por

$$x_t = \theta(B)\Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 30}$$

Um modelo auto-regressivo e de média móvel com sazonalidade multiplicativa, um ARMA(p,q)x(P,Q)_s é expresso por

$$\phi(B)\Phi(B^s)x_t = \theta(B)\Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 31}$$

Quando os dados também apresentarem um comportamento não estacionário, será necessário ajustar um modelo mais complexo composto pela componente de integração. Dessa forma, tem-se um modelo auto-regressivo integrado e de média móvel com sazonalidade multiplicativa, um ARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)_s, representado por

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1 - B)^d (1 - B^s)^D x_t = \theta(B)\Theta(B^s)e_t \quad \text{Equação 32}$$

Alguns processos podem ser modelados pelos modelos mais simples, outros

necessitam de uma modelagem mais complexa. Nesse caso é indispensável a utilização de um recurso computacional. Nesse sentido, a dificuldade que se encontra é que existem muitos *softwares* que fazem esse tipo de modelagem voltados para o meio acadêmico, enquanto que *softwares* capazes de se integrarem com o sistema a fim de obter resultados satisfatórios em situações práticas de um processo em tempo real não é tão simples assim de se encontrar.

2.1.2 Monitoramento dos Resíduos

Após o ajuste de um modelo ARIMA adequado aos dados que tem como objetivo remover a autocorrelação e obter os resíduos independentes conhecidos como “ruído aleatório”, é necessário aplicar um gráfico de controle nos resíduos (Shewhart, CUSUM, EWMA, etc) para monitorar o processo com as técnicas convencionais de CEP.

Apesar da eficácia do método que consiste em monitorar os resíduos após um ajuste por um modelo ARIMA, na maioria das situações práticas essa técnica não elimina a autocorrelação por completo, porém reduz a sua magnitude (YASHCHIN, 1993).

Quando se desenvolve um gráfico de controle, deseja-se que ele tenha um bom desempenho no sentido de detectar rapidamente pontos fora de controle quando na verdade eles existem, e não detectar pontos fora de controle quando eles não existem. Os pesquisadores do meio acadêmico, quando estudam o comportamento dos gráficos de controle, costumam dar maior atenção ao comportamento da distribuição RL (*run length*), para verificar se o gráfico escolhido possui um desempenho desejável. O RL é a quantidade de amostras ou observações necessárias para o gráfico sinalizar um estado fora de controle. O conhecimento da distribuição RL permite estimar a ARL (*average run length*), que é a quantidade média de amostras ou observações necessárias até que o gráfico sinalize um estado fora de controle, e o seu desvio padrão SDRL (*standard deviation run length*). A presença da autocorrelação modifica esses valores, tornando-os erroneamente maiores ou menores (dependendo do tipo e grau da autocorrelação). Os métodos desenvolvidos que removem a autocorrelação e conseguem valores ARLs próximos dos valores ARLs de séries independentes são mais eficazes.

2.1.2.1 Gráfico Tradicional de Shewhart para os resíduos

Como alternativa para a dicotomia de “um estado sob controle estatístico” versus “fora de controle”, proposta por Shewhart; Alwan e Roberts (1988) propuseram um método decompondo os dados através da análise de regressão: Valores reais = Valores ajustados + Resíduos, onde os valores ajustados são os valores da série temporal ARIMA ajustada, e os resíduos são a diferença entre os valores reais e os ajustados, sem a presença de autocorrelação, que serão monitorados. Dessa forma, o gráfico dos dados ajustados (sem limites de controle) representa as causas comuns (naturais) do processo, e o gráfico de resíduos é chamado de gráfico de causas especiais, SCC (*Special Cause Chart*), pois permite detectar as causas especiais do processo.

Os limites de controle superior, central e inferior do gráfico de resíduos são dados por:

$$LCS = \bar{e} + 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 33}$$

$$LC = \bar{e}, \quad \text{Equação 34}$$

$$LCI = \bar{e} - 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 35}$$

onde $\bar{e} = 0$. Assim, os limites de controle ficam:

$$LCS = 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 36}$$

$$LC = 0, \quad \text{Equação 37}$$

$$LCI = -3\hat{\sigma}_e. \quad \text{Equação 38}$$

O gráfico tradicional de Shewhart ou gráfico de causas especiais é o mais comumente utilizado para monitorar os resíduos, que consiste em monitorar diretamente os resíduos com o uso de técnicas do CEP tradicional. Wardell, *et al.* (1994) estudaram distribuições RL de gráfico de resíduos SCC em situações onde a causa especial a ser detectada é uma mudança na média do processo. Também foram desenvolvidos programas em linguagem FORTRAN que estimam a distribuição RL, bem como as distribuições ARL e SDRL.

Runger (2002) promoveu uma discussão sobre que tipo de gráfico de controle

utilizar no caso de causas especiais e autocorrelação: gráficos para observações ou para resíduos. Segundo ele, o bom desempenho de um gráfico de controle para observações depende do relacionamento do modelo de séries temporais produzido pelos fatores de inércia do processo, os quais causam a autocorrelação. Runger cita como exemplo de gráficos de observações, o gráfico de grupos de média (formar grupos de observações consecutivas e monitorar as médias) e o EWMA com linha central móvel, métodos que serão vistos nessa revisão bibliográfica.

2.1.2.2 Gráfico CUSUM aplicado aos resíduos

Outro gráfico que pode ser utilizado para monitorar os resíduos é o gráfico de controle de Soma Acumulada, CUSUM (*Cumulative Sum*), que tem como característica o fato de ser mais sensível para detectar mudanças pequenas na média do processo, ou seja, ele detecta essas mudanças, mais rapidamente. Os gráficos de controle tradicionais de Shewhart para monitorar a média ou as observações individuais de um processo são eficazes para detectar mudanças na média maiores que $1,5\sigma$. Entretanto, para detectar mudanças menores, o seu desempenho não é bom. Page (1961) apresenta o gráfico CUSUM, que utiliza somas acumuladas dos desvios das observações do valor alvo μ_0 . No caso do gráfico CUSUM aplicado aos resíduos, esse valor alvo é zero, pois os resíduos resultantes de um ajuste por modelagem ARIMA devem ter média teórica igual a zero. Esses gráficos são mais sensitivos que os gráficos de Shewhart para detectar mudanças pequenas na média do processo, pelo fato de incorporar todas as informações da seqüência de observações.

A estimativa da soma acumulada até a i -ésima observação é dada por

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0), \quad \text{Equação 39}$$

onde \bar{x}_j é a média da j -ésima amostra, no caso de um gráfico CUSUM para monitorar a média (nesse caso, σ é substituído por $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$), e x_j é a j -ésima observação no caso de um gráfico CUSUM para monitorar as observações individuais.

Adaptando-se a estatística do gráfico CUSUM aos resíduos, tem-se

$$C_i = \sum_{j=1}^i e_j$$

Equação 40

onde e_j é o resíduo resultante da j -ésima observação e, $e_j \sim N(0, \sigma_e)$, isto é, possui distribuição Normal com média igual a zero e desvio padrão igual a σ_e .

Para ilustrar a eficiência do gráfico CUSUM, Montgomery (1997) realizou um estudo com 30 dados simulados de uma distribuição normal, sendo as 20 primeiras observações com média 10 e desvio padrão 1, e as 10 últimas com média 11 e desvio padrão 1, ou seja, uma mudança na média do processo em 1 desvio padrão. Aqui será feita uma pequena adaptação no estudo simulado de Montgomery. Suponha-se que os dados simulados sejam resíduos gerados após um ajuste por modelo ARIMA com base em 20 observações. Assim, tem-se média zero para os 20 primeiros resíduos. Suponha-se que os próximos 10 resíduos sejam resultantes de um acréscimo na média das observações originais em 1 unidade. Dessa forma, a Figura 14 apresenta o gráfico tradicional de Shewhart aplicado aos resíduos.

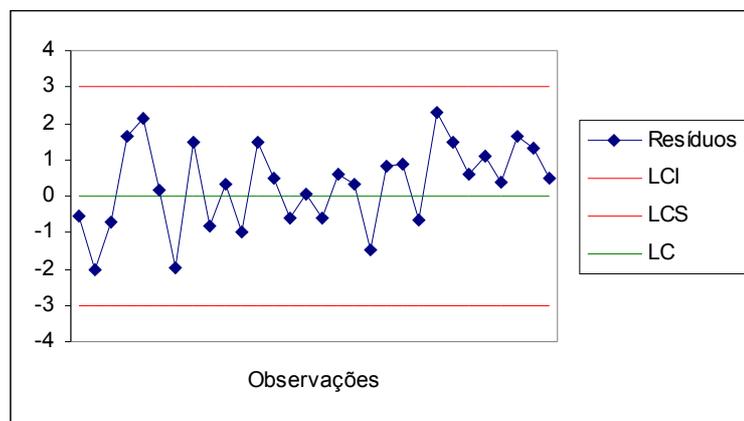


Figura 14. Gráfico de Controle Tradicional de Shewhart aplicado aos Resíduos

Como pode-se notar, não há, aparentemente, evidência de que o processo esteja fora de controle. Por outro lado, o gráfico CUSUM aplicado aos resíduos, mostrado na Figura 15, apresenta uma forte tendência positiva nas últimas observações. Uma tendência positiva indica que a média do processo é maior que o valor alvo; e uma tendência negativa indica que a média do processo é menor que o valor alvo.

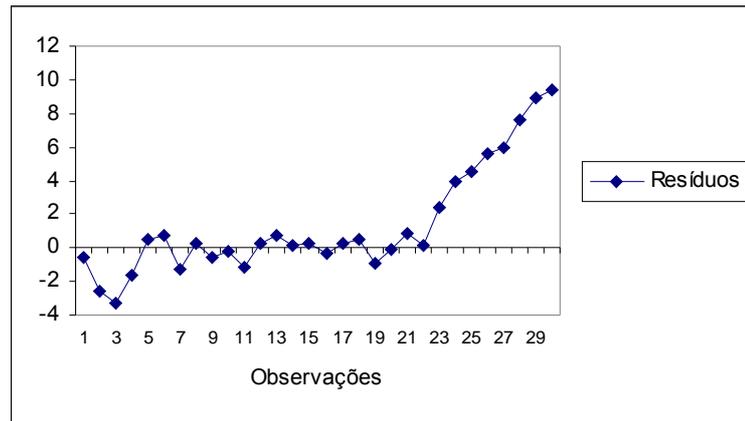


Figura 15. Gráfico CUSUM aplicado aos Resíduos

Pode-se notar que o gráfico da Figura 15 não é um gráfico de controle por não possuir limites de controle. Entretanto, existem alguns tipos de esquemas de gráficos CUSUM que utilizam limites de controle. Montgomery (1997) apresenta dois tipos de gráficos CUSUM: o CUSUM tabular (ou algorítmico) e a máscara V (*V-mask*).

O gráfico CUSUM tabular monitora duas somas em um único gráfico de controle. Essas somas são dadas pelas estatísticas C_i^+ e C_i^- , chamadas de unilaterais superior e inferior, respectivamente, e calculadas assim:

$$C_i^+ = \max[0, C_{i-1}^+ + (x_t - \mu_0) - K], \text{ e} \quad \text{Equação 41}$$

$$C_i^- = \max[0, C_{i-1}^- - (x_t - \mu_0) - K], \quad \text{Equação 42}$$

onde os valores iniciais são $C_0^+ = C_0^- = 0$, e K é o valor de referência.

Adaptando-se as equações aos resíduos, tem-se que a expressão $(x_t - \mu_0)$ é substituída por e_t . Dessa forma, obtêm-se respectivamente as estatísticas C_i^+ e C_i^- adequadas

$$C_i^+ = \max[0, C_{i-1}^+ + e_t - K], \text{ e} \quad \text{Equação 43}$$

$$C_i^- = \max[0, C_{i-1}^- - e_t - K]. \quad \text{Equação 44}$$

O valor de referência K é a metade do tamanho da mudança na média que se quer detectar, em unidades de desvio padrão. Como $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$, então

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}$$

Equação 45

Se C_i^+ ou C_i^- exceder o intervalo de decisão H , então o processo estará fora de controle. Nesse caso, deve ser realizada uma ação corretiva, e então reinicializar o monitoramento do gráfico CUSUM do início. Segundo Montgomery (1997), um valor razoável para H é 5σ . A Figura 16 ilustra um gráfico CUSUM tabular para o exemplo anterior. Nesse caso, $K = 0,5$, pois a mudança que se quer detectar na média é de 1 desvio padrão, e $H = 5$, pois $\sigma_e = 1$.

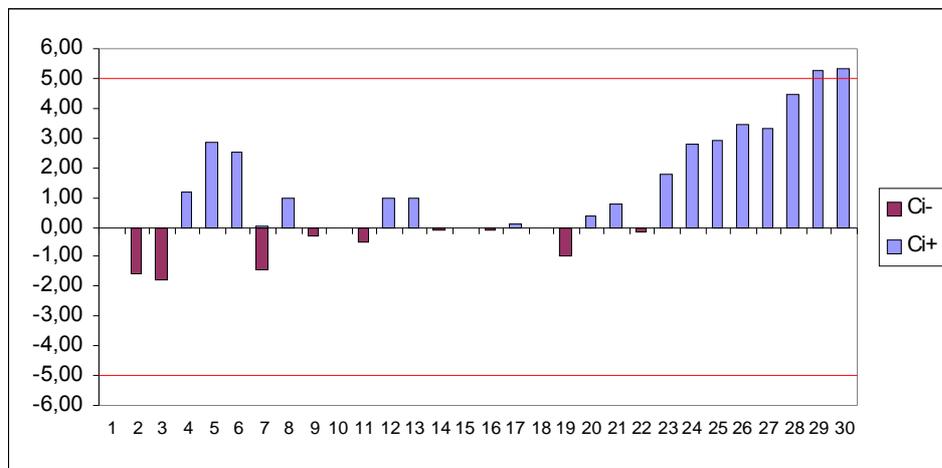


Figura 16. Gráfico CUSUM tabular aplicado aos Resíduos

Apesar das fórmulas apresentadas anteriormente não admitirem valores negativos, o gráfico é feito dessa forma, com os valores de C_i^+ , acima do eixo das abscissas, e os valores de C_i^- , abaixo do eixo. Pode-se notar que as observações 29 e 30 apresentam-se fora de controle, sugerindo que há uma mudança positiva na média. Para identificar quando ocorreu a mudança na média, olha-se a primeira observação fora de controle (29), e diminui-se da quantidade de valores consecutivos de C_i^+ ou C_i^- depois do último valor zero. Nesse caso, o último valor zero para C_i^+ ocorreu na observação 22. Assim, a mudança de 1 desvio padrão na média ocorreu entre as observações 22 e 23 ($29 - 7 = 22$).

Outra variante desse gráfico é o CUSUM tabular padronizado. Kemp (1961), citado em Wieringa (1998), mostrou que esse gráfico é equivalente ao gráfico da máscara V. Este

gráfico recebeu o nome de Esquema do Intervalo de Decisão (DIS – *Decision Interval Scheme*) e é construído pelo cálculo das estatísticas

$$C_i^+ = \max\{0, C_{i-1}^+ + z_t - K\}, \text{ e} \quad \text{Equação 46}$$

$$C_i^- = \max\{0, C_{i-1}^- - z_t - K\}, \quad \text{Equação 47}$$

onde $z_t = \frac{x_t - \mu_0}{\sigma_x}$ é a padronização da variável x_t que possui distribuição normal com média μ_0 e desvio padrão σ_x para a variável z_t que possui distribuição normal com média 0 e desvio padrão 1.

No caso do gráfico CUSUM tabular padronizado, pode-se adaptar a estatística z_t de forma análoga ao que foi feito nas equações 43 e 44. Como o desvio padrão, no caso do exemplo é igual a um, esse gráfico padronizado terá o mesmo resultado do gráfico anterior já analisado.

As vantagens em utilizar o CUSUM padronizado são que muitos gráficos podem ter os mesmos valores H e K , já que esses não dependem de σ ; e que há uma condução natural para um CUSUM para controlar variabilidade.

Nota-se que tanto o CUSUM tabular quanto o CUSUM padronizado são para monitoramentos bilaterais (*two-sided*). C_i^+ monitora se há um aumento na média do processo, e C_i^- monitora se há uma diminuição. Essas estatísticas também podem ser monitoradas separadamente quando não houver interesse em monitorar as duas conjuntamente, sendo então chamadas de monitoramentos unilaterais (*one-sided*).

Para melhorar o desempenho do gráfico CUSUM para mudanças grandes na média, Lucas (1982) citado em Montgomery (1997) propõe o uso de um procedimento combinado de CUSUM e Shewhart. Nesse caso, os limites de controle de Shewhart devem ser colocados em aproximadamente $3,5\sigma$ do valor alvo μ_0 .

Outra adaptação é a utilização do método FIR (*Fast Initial Response*), proposto por Lucas e Crosier (1982), citados em Montgomery (1997), que tem como objetivo melhorar a sensibilidade do gráfico CUSUM no início do processo. Consiste em apenas alterar os

valores iniciais de C_0^+ e C_0^- para algum valor diferente de zero, geralmente $H/2$. Assim, se o processo começa sob controle em relação ao valor alvo, as somas irão rapidamente para zero e o método terá um pequeno efeito no desempenho do procedimento CUSUM. Entretanto, se o processo começa num valor diferente do valor alvo, o método detectará mais rapidamente a mudança na média. O gráfico da Figura 17 apresenta o método FIR aplicado ao CUSUM do exemplo anterior. Nesse caso, o gráfico não apresenta grandes alterações, e as conclusões são as mesmas obtidas anteriormente. Observações que as variações situam-se nas primeiras observações. Com o passar do tempo, esse gráfico vai tomando a forma do anterior, pois o método FIR se caracteriza por ser sensível no início do processo, onde não há mudanças na média.

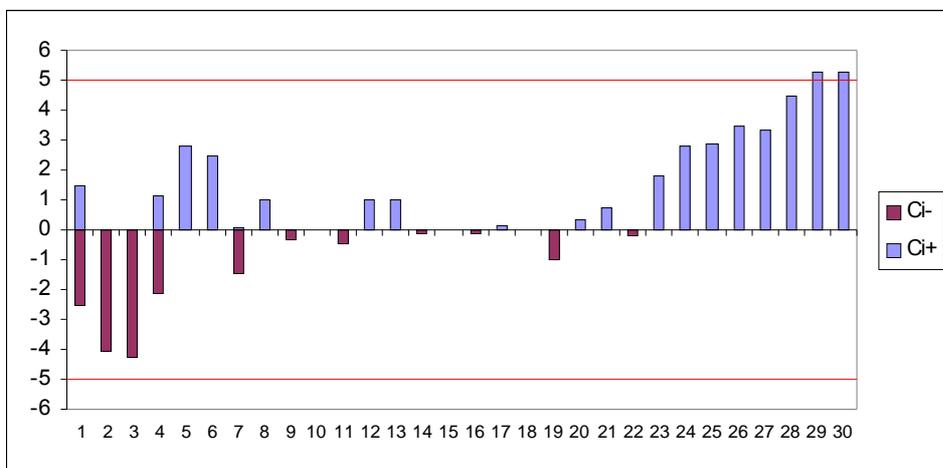


Figura 17. Gráfico CUSUM tabular com o método FIR aplicado aos Resíduos

Não será abordado neste trabalho o uso do CUSUM máscara V, pelo fato de ter desempenho semelhante ao CUSUM tabular, além de possuir algumas desvantagens, segundo Montgomery (1997): não é útil em processos unilaterais, o método FIR não pode ser usado, há dificuldades na interpretação, e o uso da aproximação de Johnson produz resultados inexatos.

2.1.2.3 Gráfico EWMA aplicado aos resíduos

Com desempenho semelhante ao gráfico CUSUM, existe também a opção da utilização do gráfico de média móvel ponderada exponencialmente, EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) (Montgomery, 1997). O gráfico de controle EWMA é outra alternativa quando se deseja detectar mudanças pequenas na média do

processo. O gráfico EWMA para valores individuais é definido pela estatística

$$z_i = \lambda x_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad \text{Equação 48}$$

onde $0 < \lambda \leq 1$ é uma constante, e o valor inicial é dado pelo alvo

$$z_0 = \mu_0 \quad \text{Equação 49}$$

ou, às vezes, estimado pela média dos dados

$$z_0 = \bar{x}. \quad \text{Equação 50}$$

Não existe uma regra específica para a escolha apropriada do valor de λ para otimizar o desempenho do gráfico EWMA. Entretanto, Montgomery (1997) destaca que, para $0,05 \leq \lambda \leq 0,25$, há bons resultados na prática, e salienta que, uma boa estratégia para a escolha desse parâmetro seria utilizar valores pequenos de λ para detectar mudanças pequenas na média do processo.

O desvio padrão da estatística z_i é dado por

$$\sigma_{z_i} = \sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad \text{Equação 51}$$

Os limites de controle superior, central e inferior para o gráfico de controle EWMA são calculados, respectivamente, por

$$LCS = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}, \quad \text{Equação 52}$$

$$LC = \mu_0, \text{ e} \quad \text{Equação 53}$$

$$LCI = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}, \quad \text{Equação 54}$$

onde L é o fator de “alargamento” dos limites de controle. Montgomery (1997) salienta que $L = 3$ (usuais limites de controle 3σ) resulta em bons resultados principalmente se o valor de λ for grande, entretanto, quando λ for pequeno, há vantagens em reduzir os valores de L entre 2,6 e 2,8.

Nota-se que, a medida que o tamanho da amostra i aumenta, o termo $[1 - (1 - \lambda)^{2i}]$ se aproxima de 1. Dessa forma, os limites de controle superior e inferior convergem para um determinado valor.

No caso de monitoramento de médias através do gráfico EWMA, x_i deve ser substituído por \bar{x}_i e σ deve ser substituído por $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$.

Adaptando-se o gráfico de controle EWMA aos resíduos, obtém-se

$$z_i = \lambda e_i + (1 - \lambda)z_{i-1} \quad \text{Equação 55}$$

onde e_i é o resíduo resultante da i -ésima observação, e $e_i \sim N(0, \sigma_e)$, isto é, possui distribuição Normal com média igual a zero e desvio padrão igual a σ_e .

Dessa forma, os limites de controle superior, central e inferior são dados, respectivamente, por

$$LCS = L\sigma_e \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]}, \quad \text{Equação 56}$$

$$LC = 0, \text{ e} \quad \text{Equação 57}$$

$$LCI = -L\sigma_e \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2i}]} \quad \text{Equação 58}$$

Utilizando-se os dados do exemplo da seção anterior, ao gráfico de controle EWMA para resíduos, obtém-se o gráfico da Figura 18. Para esse exemplo foi utilizado o valor de $\lambda = 0,1$ porque a intenção é detectar mudanças de um desvio padrão da média, e $L = 2,7$, pois o valor de λ é baixo.

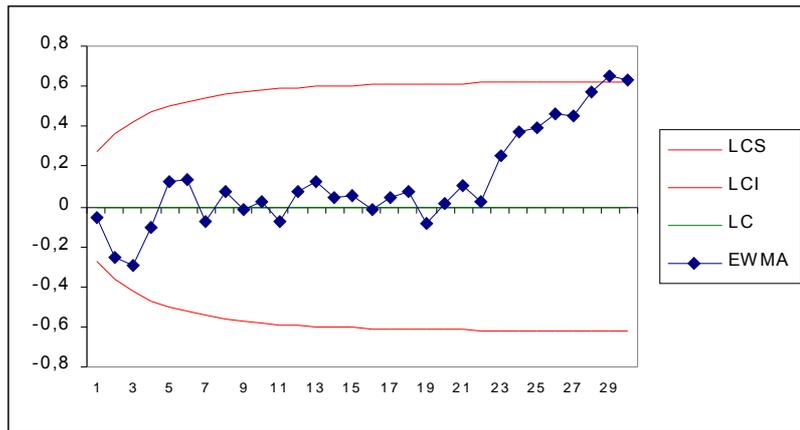


Figura 18. Gráfico EWMA aplicado aos Resíduos

O gráfico da Figura 18 sinaliza uma situação fora de controle na 28ª observação, indicando que o processo não está estável.

Existem ainda, variações do gráfico de controle EWMA. O gráfico de controle combinado EWMA-Shewhart (CES), proposto por Lucas e Saccucci, citado em Dyer *et al.* (2003), consiste em aplicar os limites de controle do gráfico tradicional de Shewhart ao gráfico de controle EWMA.

2.1.2.4 Gráfico de Médias Móveis aplicado aos resíduos

Outro gráfico que pode ser utilizado com o objetivo de detectar pequenas mudanças na média é o Gráfico de Controle de Médias Móveis, porém ele não é tão eficiente quanto os gráficos CUSUM e EWMA. Alguns autores recomendam o uso simultâneo de cartas de médias móveis (M_i) e médias simples (\bar{x}) ou valores individuais (x) (Ribeiro e Caten, 2001).

No caso de monitoramento de valores individuais, a média móvel é definida por

$$M_i = \frac{x_i + x_{i-1} + \dots + x_{i-w+1}}{w}, \quad \text{Equação 59}$$

onde w é o passo, ou seja, a quantidade de observações consecutivas que irá compor a média a ser monitorada.

O nome “média móvel” se caracteriza pelo fato da média ser recalculada a cada observação (ou amostra, no caso de médias), de modo que ela assimila o próximo valor e

despreza o último, calculando, assim, o valor a ser monitorado resultante de uma média sempre de w observações, com exceção dos primeiros $w-1$ valores da série.

A variância da média móvel é dada por

$$\sigma_{M_i} = \frac{\sigma}{\sqrt{w}} \quad \text{Equação 60}$$

Os limites de controle superior, central e inferior para o gráfico de controle de média móvel são calculados, respectivamente, por

$$LCS = \mu_0 + \frac{3\sigma}{\sqrt{w}} \quad \text{Equação 61}$$

$$LC = \mu_0 \quad \text{Equação 62}$$

$$LCI = \mu_0 - \frac{3\sigma}{\sqrt{w}} \quad \text{Equação 63}$$

Nota-se que as primeiras $w-1$ observações não podem ser geradas pela expressão 59. Dessa forma, as primeiras estimativas serão geradas pela média ponderada das primeiras observações até a observação de número w . Assim, esses limites de controle servirão para monitorar apenas a partir da observação w . Para as observações anteriores existem duas alternativas: uma consiste em simplesmente não monitorá-las, e a outra consiste em substituir nos limites de controle o valor de w por i .

No caso de monitoramento de médias através do gráfico de médias móveis, x_i deve ser substituído por \bar{x}_i , e σ deve ser substituído por $\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n}$.

Adaptando-se o gráfico de controle de média móvel aos resíduos, obtém-se

$$M_i = \frac{e_i + e_{i-1} + \dots + e_{i-w+1}}{w}, \quad \text{Equação 64}$$

onde e_i é o resíduo resultante da i -ésima observação, e $e_i \sim N(0, \sigma_e)$, isto é, possui distribuição Normal com média igual a zero e desvio padrão igual a σ_e .

Dessa forma, os limites de controle superior, central e inferior são dados,

respectivamente, por

$$LCS = \frac{3\sigma_e}{\sqrt{w}} \quad \text{Equação 65}$$

$$LC = 0 \quad \text{Equação 66}$$

$$LCI = -\frac{3\sigma_e}{\sqrt{w}} \quad \text{Equação 67}$$

Utilizando-se os dados do exemplo da seção 2.1.2.2, no gráfico de controle de média móvel para resíduos, obtém-se o gráfico da Figura 19. Para esse exemplo foi utilizado um passo $w = 4$.

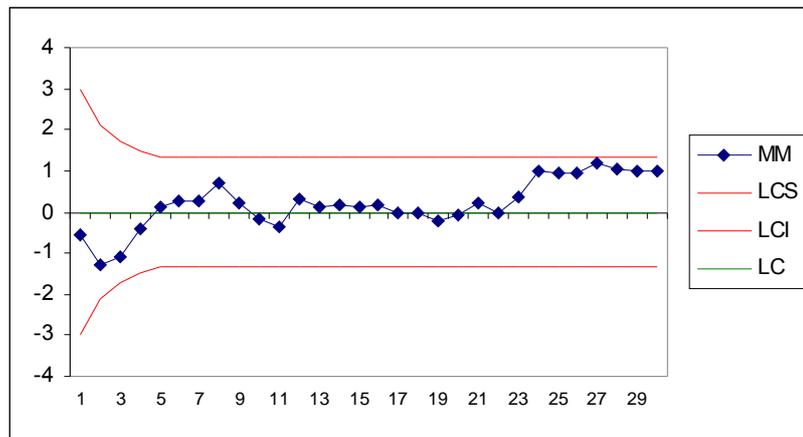


Figura 19. Gráfico de média móvel aplicado aos Resíduos

Observando o gráfico da Figura 19, há indícios de que pode ter ocorrido uma mudança na média do processo, pois aparecem 8 observações consecutivas acima da linha central. Porém o gráfico não apresenta pontos fora de controle, o que fortalece o fato do gráfico de médias móveis ser menos eficiente que os gráficos CUSUM e EWMA para detectar mudanças pequenas na média do processo.

2.2 Modificações dos Limites de Controle

Muitas vezes, o ajuste dos dados por um modelo ARIMA seguido por um monitoramento dos resíduos não é tão simples de realizar ou de interpretar, principalmente quando o modelo ajustado é muito sofisticado. Nessas situações, uma alternativa consiste em monitorar as observações autocorrelacionadas diretamente, com algumas modificações

nos limites de controle, que podem ser fixos ou variáveis. Algumas técnicas e resultados de estudos são apresentados na seqüência.

2.2.1 Limites de Controle Fixos

2.2.1.1 Gráfico de Controle para Média e Desvio Padrão

Vasilopoulos e Stamboulis (1978) estudaram técnicas para adaptar os valores das constantes auxiliares, utilizadas no CEP tradicional, aos casos onde a série possui um comportamento AR(1) ou AR(2). Seus estudos consideraram o gráfico de controle para médias e o gráfico de controle para o desvio padrão.

No tradicional gráfico de controle de médias, quando o desvio padrão populacional é conhecido, os limites de controle superior e inferior são calculados, respectivamente, por

$$LCS = \bar{\bar{x}} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A\sigma, \text{ e} \quad \text{Equação 68}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A\sigma, \quad \text{Equação 69}$$

e quando o desvio padrão populacional não é conhecido, por

$$LCS = \bar{\bar{x}} + 3\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + \frac{3\hat{\sigma}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_3\hat{\sigma} = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} \cong \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}, \text{ e} \quad \text{Equação 70}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - 3\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - \frac{3\hat{\sigma}}{c_4\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_3\hat{\sigma} = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} \cong \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}, \quad \text{Equação 71}$$

onde A , A_2 , A_3 , c_4 são constantes conhecidas na literatura de CEP e podem ser encontradas em Montgomery (1997), n é o tamanho de cada amostra, $\bar{\bar{x}}$ é a média das médias amostrais, e \bar{s} é a média dos desvios padrões.

O gráfico tradicional de controle para o desvio padrão tem seus limites superior e inferior calculados, respectivamente, por

$$LCS = c_4\sigma + 3c_3\sigma = B_1\sigma, \text{ e} \quad \text{Equação 72}$$

$$LCI = c_4\sigma - 3c_3\sigma = B_2\sigma \quad \text{Equação 73}$$

quando o desvio padrão populacional é conhecido, e caso contrário, por

$$LCS = \bar{s} + \frac{3c_3}{c_4} \bar{s} = B_3 \bar{s}, \text{ e} \quad \text{Equação 74}$$

$$LCI = \bar{s} - \frac{3c_3}{c_4} \bar{s} = B_4 \bar{s} \quad \text{Equação 75}$$

onde $c_3, c_4, B_1, B_2, B_3,$ e B_4 são constantes conhecidas na literatura.

Vasilopoulos e Stamboulis (1978) encontraram a seguinte expressão para definir os limites de controle do gráfico de controle de médias com desvio padrão conhecido em processos AR(1) ou AR(2):

$$\bar{\bar{x}} \pm A(\phi_1, \phi_2, n)\sigma, \quad \text{Equação 76}$$

O valor da constante A depende dos parâmetros auto-regressivos ϕ_1 e ϕ_2 , do tamanho n da amostra, e é dado por

$$A(\phi_1, \phi_2, n) = \lambda^{1/2}(\phi_1, \phi_2, n)A(0,0, n), \quad \text{Equação 77}$$

onde

$$A(0,0, n) = A(n) = \frac{3}{\sqrt{n}}, \quad \text{Equação 78}$$

e o outro fator é resultante da expressão

$$\sigma_{\bar{x}} = \left\{ \frac{1}{n} \left[\sigma^2 + 2 \sum_{t=1}^{n-1} \left(1 - \frac{t}{n} \right) \gamma_t \right] \right\}^{1/2} = \frac{\gamma_0}{n} \lambda(\phi_1, \phi_2, n), \quad \text{Equação 79}$$

onde γ_t é a função de autocovariância do processo em questão, no caso, um AR(2). Vale lembrar que a variância de um modelo AR(2) é definida por

$$\sigma^2 = \left(\frac{1 - \phi_2}{1 + \phi_2} \right) \frac{\sigma_e^2}{[(1 - \phi_2)^{1/2} - \phi_1^2]}. \quad \text{Equação 80}$$

Caso o modelo seja um AR(1), basta considerar o valor do parâmetro ϕ_2 igual a zero e prosseguir com o cálculo.

O valor da constante A_3 é obtido por

$$A_3(\phi_1, \phi_2, n) = \frac{A(\phi_1, \phi_2, n)}{c_4(\phi_1, \phi_2, n)}, \quad \text{Equação 81}$$

onde

$$c_4(\phi_1, \phi_2, n) = \left[1 - \frac{\lambda(\phi_1, \phi_2, n)}{n} \right]^{1/2} \left\{ 1 - \frac{V\left(\frac{s^2}{\gamma_0}\right)}{8 \left[1 - \frac{\lambda(\phi_1, \phi_2, n)}{n} \right]^2} \right\}, \quad \text{Equação 82}$$

$$V(s^2) = \frac{2}{n^2} \sum_{t=1}^n \sum_{\tau=1}^n \gamma_{t-\tau}^2 + 2 \left[\frac{1}{n^2} \sum_{t=1}^n \sum_{\tau=1}^n \gamma_{t-\tau} \right]^2 - \frac{4}{n^3} \sum_{t=1}^n \sum_{\tau=1}^n \sum_{v=1}^n \gamma_{t-\tau} \gamma_{t-v}. \quad \text{Equação 83}$$

Os valores modificados dos fatores de controle B_1 , B_2 , B_3 e B_4 são obtidos respectivamente por

$$B_1(\phi_1, \phi_2, n) = \max(0, c_4(\phi_1, \phi_2, n) - 3c_3(\phi_1, \phi_2, n)), \quad \text{Equação 84}$$

$$B_2(\phi_1, \phi_2, n) = c_4(\phi_1, \phi_2, n) + 3c_3(\phi_1, \phi_2, n), \quad \text{Equação 85}$$

$$B_3(\phi_1, \phi_2, n) = \max\left(0, 1 - \frac{3c_3(\phi_1, \phi_2, n)}{c_4(\phi_1, \phi_2, n)}\right), \quad \text{Equação 86}$$

$$B_4(\phi_1, \phi_2, n) = 1 + \frac{3c_3(\phi_1, \phi_2, n)}{c_4(\phi_1, \phi_2, n)}. \quad \text{Equação 87}$$

Nota-se que os cálculos não são tão simples, o que pode inviabilizar o seu uso na prática, entretanto valores tabulados dessas constantes podem ser encontrados na dissertação de Vasilopoulos (1974). Para modelos AR(1), os valores de A_3 , c_4 , B_3 e B_4 obtidos por aproximações através desse método foram tabulados por Gilbert *et al.* (1997) e são apresentados no anexo 1. Através dessas constantes, podem ser tabulados também os valores de A , C_3 , B_1 e B_2 , para modelos AR(1), mostrados no apêndice 1.

Muitas vezes os limites de controle superior e inferior para a média são calculados com base na amplitude média \bar{R} , e, são dados, respectivamente, por

$$LCS = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}, \text{ e} \quad \text{Equação 88}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}, \quad \text{Equação 89}$$

onde A_2 é uma constante conhecida na literatura. Para essa constante, Vasilopoulos e Stamboulis (1978) não estudaram seus valores modificados na presença de autocorrelação. Para esse caso, Gilbert *et al.* (1997) propõem que o cálculo dos limites de controle seja baseado na amplitude móvel \overline{MR} . Dessa forma, os limites de controle superior e inferior para a média são dados, respectivamente, por

$$LCS = \bar{\bar{x}} + E_2 \overline{MR}, \text{ e} \quad \text{Equação 90}$$

$$LCI = \bar{\bar{x}} - E_2 \overline{MR}, \quad \text{Equação 91}$$

onde E_2 é uma constante conhecida na literatura de CEP, que pode ser encontrada em Montgomery (1997). Nota-se que esses limites de controle são os mesmos utilizados para monitorar observações individuais no CEP tradicional. Entretanto, para o caso de monitoramento das observações individuais, Gilbert *et al.* (1997) sugerem que a constante E_2 seja calculada por

$$E_2 = \frac{3}{2\sqrt{\frac{1-\phi_1}{\pi}}}, \quad \text{Equação 92}$$

onde π é uma constante matemática conhecida.

Outra alternativa para a estimação da constante E_2 foi proposta por Wheeler (1995), citado em Young e Winistorfer (2001). Segundo ele, a constate E_2 pode ser obtida por

$$E_2 = \frac{3}{d_2 \sqrt{1-\phi_1^2}}, \quad \text{Equação 93}$$

onde d_2 é uma constante conhecida na literatura de CEP.

2.2.1.2 Gráfico CUSUM

Segundo Johnson e Bagshaw (1974) e Harris e Ross (1991), os gráficos tradicional de Shewart e CUSUM são muito sensíveis à autocorrelação, especialmente com correlação

alta. Nesses gráficos, a presença de autocorrelação leva a um aumento de falsos alarmes pois apontam causas especiais que, na verdade, não existem.

Entretanto, Schmid (1997) citado em Wieringa (1999) propôs valores para as constantes H e K para o monitoramento das observações originais na presença de autocorrelação. O autor tabulou esses valores, segundo o grau da autocorrelação presente.

Outros valores constantes para H podem ser obtidos através da sugestão de Johnson e Bagshaw (1974). Para o caso de processos AR(1), os autores substituíram o desvio padrão σ utilizado no cálculo do valor crítico pela expressão $(\hat{\sigma}_e^2 / (1 - \hat{\phi})^2)$.

Lu e Reynolds (2001) apresentaram gráficos de curvas que sugerem valores constantes para os limites de controle do gráfico CUSUM. Essas curvas, obtidas para processos que possuem um comportamento AR(1), são apresentadas no anexo 2. Elas levam em consideração três parâmetros do gráfico CUSUM: K , ϕ_1 , e ψ , onde ψ é a proporção da variância do processo correspondente à média, dado por

$$\psi = \frac{\sigma_{\mu}^2}{\sigma_X^2} = \frac{\sigma_{\mu}^2}{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_e^2}. \quad \text{Equação 94}$$

Outra proposta de gráfico CUSUM para processos AR(1) foi feita por Atienza *et al.* (2002). Os autores propuseram a utilização da função de autocovariância no cálculo dos “braços” do gráfico CUSUM da Máscara V. Esses “braços” possuem a mesma função dos limites de controle.

2.2.1.3 Gráfico EWMA

Lu e Reynolds (1999a) apresentaram gráficos de curvas que sugerem valores constantes para os limites de controle do gráfico EWMA. Essas curvas, obtidas para processos que possuem um comportamento AR(1), levam em consideração três parâmetros do gráfico CUSUM: λ , ϕ_1 , e ψ , já definidos anteriormente, e são apresentadas no anexo 3.

Apley e Lee (2003) desenvolveram um método que utiliza o gráfico de resíduos EWMA nas situações em que as estimativas dos parâmetros do modelo ARIMA ajustado são incertas. Esse método consiste em alargar os limites de controle do gráfico baseado na mais pessimista das situações possíveis.

2.2.2 Limites de Controle Variáveis

2.2.2.1 Gráfico de Controle EWMA com Linha Central Móvel

Montgomery e Mastrangelo (1991) propuseram um método chamado de gráfico de controle EWMA com linha central móvel (*Moving Centerline EWMA Control Chart*), que, segundo eles, possui os mesmos resultados de um gráfico de controle para resíduos resultante de um modelo ajustado em um processo autocorrelação positiva. Por outro lado, esse método não possui um bom desempenho para autocorrelação negativa.

O método, que monitora as observações autocorrelacionadas diretamente, consiste em utilizar a estatística da equação 48 do gráfico de controle EWMA tradicional, substituindo os seus limites de controle usuais por

$$LCS_{i+1} = z_i + 3\sigma, \quad \text{Equação 95}$$

$$LC_{i+1} = z_i, \text{ e} \quad \text{Equação 96}$$

$$LCI_{i+1} = z_i - 3\sigma. \quad \text{Equação 97}$$

Nota-se que esses limites de controle são móveis pois dependem dos valores de z_i e de σ , os quais mudam a cada observação. Também é percebido que esses limites de controle só podem ser calculados até a observação $i+1$, ou seja, não é possível fazer previsões maiores que um passo à frente. Entretanto, isso não precisa ser necessariamente considerado como um fato negativo pois o objetivo do gráfico é monitorar e não fazer previsões.

Quando os dados estão autocorrelacionados, Montgomery (1997) sugere que o valor ótimo de λ pode ser encontrado pela minimização da soma dos quadrados dos resíduos, em um processo iterativo. O gráfico da relação entre λ e a soma dos quadrados dos resíduos resulta em uma curva que possui um ponto de mínimo que indica o valor ótimo do parâmetro λ . Para processos AR(1) com $\phi > 0$, o valor de λ pode ser obtido por

$$\lambda = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \phi}{\phi} \right), \text{ para } \frac{1}{3} \leq \phi \leq 1, \text{ ou por} \quad \text{Equação 98}$$

$$\lambda = 2 - \sqrt{\frac{1}{\phi}}, \text{ para } 0 < \phi \leq 1. \quad \text{Equação 99}$$

Os resíduos são obtidos por

$$e_i = x_i - \hat{x}_i = x_i - z_{i-1}. \quad \text{Equação 100}$$

Nota-se que o valor estimado para a observação i é dado pela estatística EWMA na observação $i - 1$. Dessa forma, como já foi visto anteriormente, é possível fazer previsão para a próxima observação.

O desvio padrão utilizado nos limites de controle é estimado com base nos erros de previsão, portanto seu valor muda a cada observação i . Depois de obtido o valor de λ , o desvio padrão σ pode ser calculado por

$$\hat{\sigma}(i) = 1,25\Delta(i), \text{ onde} \quad \text{Equação 101}$$

$$\Delta(i) = \alpha|e_i| + (1 - \alpha)\Delta(i - 1), \quad \text{Equação 102}$$

de tal forma que o valor de α depende do intervalo de confiança $IC = 1 - \alpha$, ou seja, para os usuais 3 desvios padrões, $\alpha = 0,0027$.

Para ilustrar esse método, o gráfico da Figura 20 apresenta a sua aplicação na série dos dados autocorrelacionados utilizados na Figura 5.

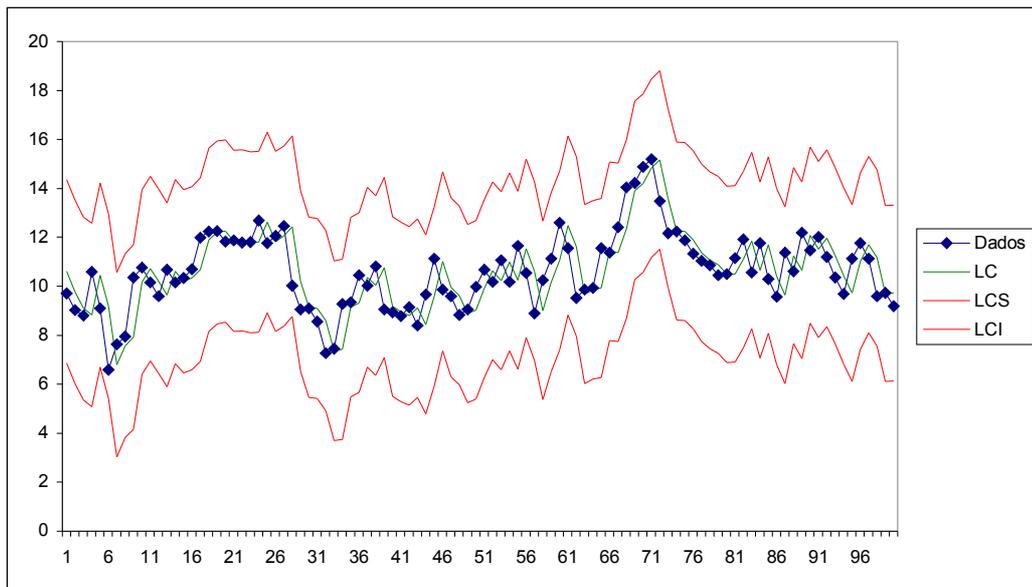


Figura 20. Gráfico de Controle EWMA com Linha Central Móvel aplicado a uma Série Simulada por um Modelo AR(1)

Segundo Ye *et al.* (2002), esse gráfico pode ser facilmente modificado para ser aplicado a diferentes tipos de situações. Os valores dos parâmetros do gráfico podem ser definidos com o objetivo de detectar mudanças pequenas ou grandes em um processo autocorrelacionado.

Outras variações do gráfico de controle EWMA com linha central móvel têm surgido. Noffsinger e Anderson (2002) adotaram um gráfico de controle que monitora as observações originais utilizando os limites de controle do gráfico EWMA com linha central móvel.

2.3 Outras Técnicas

Outras técnicas alternativas têm surgido para o tratamento de dados autocorrelacionados. Algumas técnicas são indicadas para situações específicas, outras dependem de um investimento financeiro maior, outras são adaptações de técnicas já existentes, entretanto a maioria é relativamente nova, ou seja, surgiram nos últimos 10 anos. Na seqüência serão apresentadas as características gerais de algumas dessas técnicas.

2.3.1 O uso do Controle da Engenharia do Processo - EPC

Quando o ajuste por modelos ARIMA não é adequado (o resultado da modelagem não gera resíduos do tipo “ruído aleatório”) ou quando as modificações nos limites de controle não são satisfatórias, no sentido de que não se deseja a existência da autocorrelação mesmo que ela seja natural do processo, outra técnica ainda pode ser aplicada no processo. A técnica chamada de Controle da Engenharia do Processo, EPC (*Engineering Process Control*) consiste de regulagens no sistema com o objetivo de manter o resultado do processo no alvo. Esse processo de regulagem sugere que exista outra variável (uma variável de *input*) que pode ser ajustada para compensar a correlação resultante no resultado do processo. Essa variável deve influenciar diretamente o resultado do processo. Esse tipo de regulagem, Montgomery (1997) chamou de “controle integral”, e ilustrou através de um exemplo, onde a variável de resposta, peso molecular médio de um polímero, com comportamento autocorrelacionado era influenciada por uma variável de entrada, taxa de alimentação do catalisador, no sentido que o aumento de uma unidade nessa taxa, implicava em um aumento de 1,2 unidades na variável de resposta. Através do uso do controle integral, foi possível manipular o fluxo da taxa de forma a manter a variável de resposta com um comportamento aleatório, centrado no alvo, e controlá-la pelas técnicas de CEP. O que aconteceu, na realidade, foi a transferência da variabilidade de uma parte do processo para outra, ou seja, a autocorrelação foi transferida para a taxa de alimentação, e isso não é um problema, já que o interesse é monitorar o resultado do processo e não as variáveis de *input*.

O uso de EPC pode ser uma ferramenta importante no tratamento de dados autocorrelacionados quando é possível conhecer o comportamento de uma variável de entrada do processo e manipulá-la. Entretanto, é mais eficaz combinar EPC com CEP, já que o EPC não tem como objetivo identificar causas especiais. Box *et al.* (1997) argumentam que não é difícil integrar EPC e CEP, principalmente utilizando o controle integral-proporcional PI (*proportional integral*). Nembhard e Mastrangelo (1998) utilizam o termo Controle Integrado do Processo IPC (*Integrated Process Control*), para definir a integração entre EPC e CEP e mostrar que esse controle é eficiente em sistemas dinâmicos.

Apesar do sucesso dessa técnica, nem sempre é possível aplicá-la na prática,

principalmente em processos dinâmicos que podem não ser bem compreendidos (o comportamento da variável manipulada deve ser compreendido), e também devido ao custo.

2.3.2 O uso de Redes Neurais

Balestrassi (2000) sugeriu a implantação de um sistema semi-automatizado de CEP para dados obtidos em tempo real, que pode ser aplicado tanto em processos com dados independentes quanto autocorrelacionados.

Nesse sistema, os dados são obtidos de sensores de um processo automatizado com um sistema computadorizado. Esse sistema, utilizando conceitos de redes neurais, atua sobre os dados, reconhecendo padrões de uma carta de CEP, detectando a presença ou não da aleatoriedade, tendências, pontos fora de controle, presença de autocorrelação, etc. As redes neurais têm a habilidade de aprender a partir de exemplos e melhorar seu desempenho através do aprendizado. A presença de IA (inteligência artificial) permite que o sistema reconheça possíveis mudanças nos parâmetros do modelo ARIMA, na média ou na variabilidade do processo e ajuste-o conforme necessário. A metodologia proposta por Balestrassi (2000), que envolve Séries Temporais, Redes Neurais e CEP, é apresentada na Figura 21.

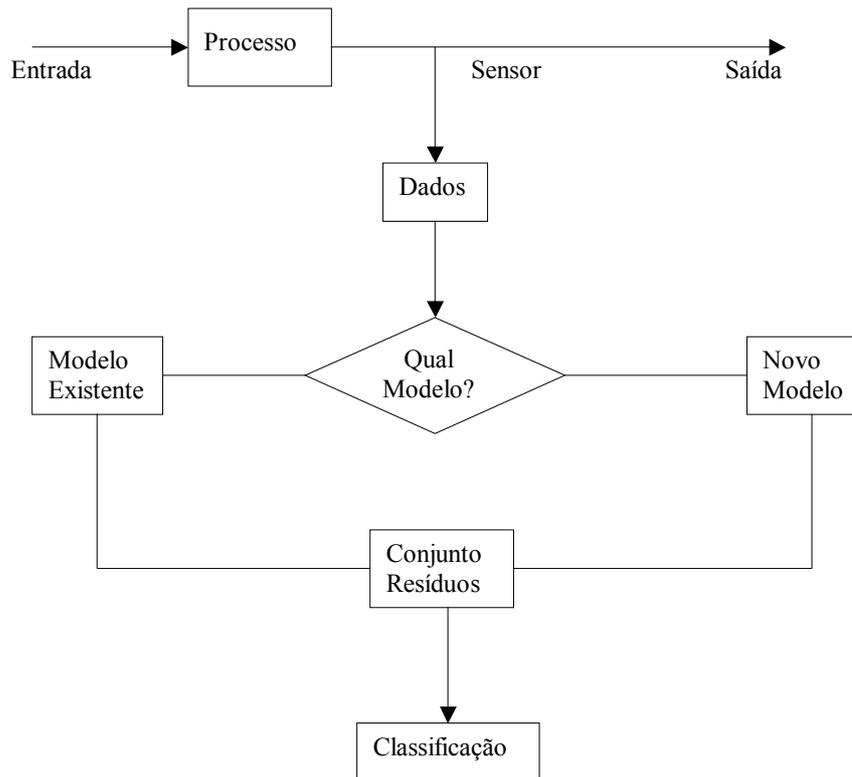


Figura 21. Metodologia Proposta por Balestrassi (2000)

Nas diversas etapas do processo que devem ser monitoradas, sensores coletam dados sobre a característica da qualidade referente. O sistema analisa os dados, verificando a presença aleatoriedade, de padrões não aleatórios (tendência, ciclo, sazonalidade, mudança na média, etc), e de autocorrelação. Quando o tamanho da amostra é unitário, geralmente leva a possíveis problemas de apresentar autocorrelação. Quando a autocorrelação é detectada, um conjunto de resíduos é gerado e monitorado após um ajuste por um modelo ARIMA adequado com esse método automático (ou com pouca intervenção humana). Em geral, o modelamento de séries temporais tem exigido a presença de um especialista. Nessa proposta, o especialista ajuda a escolher o modelo apenas na primeira vez. Se os resíduos formarem um processo de ruído aleatório, então o processo estará sobre controle e a carta de controle poderá ser utilizada normalmente, inclusive para detectar mudanças de variabilidade ou na média. Isso tudo é feito em tempo real, ou seja, quando o sistema coleta os dados, imediatamente procede fazendo a análise e ajustando o modelo. Dessa forma, quando ocorrem causas especiais, o sistema emite um alerta praticamente de forma instantânea. No decorrer do processo, o sistema também avalia se há necessidade de ajustar um novo modelo ARIMA. Nesse caso, a escolha de um novo

modelo será totalmente automática. Em caso de processos não estacionários, um determinado processo pode ser remodelado totalmente diferente do que foi modelado em determinado estágio anterior.

Miller e Walker (1998), citados em Balestrassi (2000), listam um conjunto de processos de manufatura que poderiam ser beneficiados com esse tipo de metodologia: filtragem, extração, fermentação, destilação, refinamento, reação, cortes de metais, tratamento de calor, prensagem, soldagem, fundição, moldagem, extrusão, injeção de molde, pulverização. Também poderia ser utilizado em processos químicos, metalúrgicos e médicos.

Para Balestrassi (2000), o reconhecimento de padrões pode ser considerado uma forma alternativa de usar as cartas de CEP em tempo real. O autor argumenta que a literatura é restrita e apresenta limitações. Por exemplo, um estudo comparativo realizado por Cook e Chiu (1998) para detecção do desvio da média usando modelos AR(1) e AR(2) juntamente com redes neurais que apresentou resultados superiores ao uso de técnicas convencionais, mas por outro lado, a dependência de um especialista em modelagem de séries temporais dificulta a sua aplicação na prática.

Algumas características foram consideradas para a utilização das redes neurais: podem aprender de exemplos e adaptar-se; generalizar a partir de exemplos; construir soluções sem muito conhecimento do processo; tomar decisões a partir do reconhecimento de padrões discriminantes; possuem velocidade para operar em tempo real.

Apesar do método ter sido desenvolvido direcionado primeiramente a processos de manufatura automatizados, o estudo de caso foi aplicado em dados de sinais EEG (eletrencefalográficos). Os resultados foram satisfatórios, pois o sistema conseguiu identificar padrões de sinais diagnosticando corretamente, bem como um ajuste de um modelo ARIMA para parte dos dados que foram considerados não estacionários, seguido de um monitoramento dos resíduos.

A pesquisa de Balestrassi (2000) mostrou que o método proposto foi considerado adequado por satisfazer as principais necessidades de um sistema automatizado de CEP, e pela grande capacidade de generalização.

Hwang (2002) desenvolveu uma metodologia, baseada em redes neurais, para detectar mudanças na média em processos autocorrelacionados. Os resultados, aplicados em processos AR(1), mostraram que o método proposto possui desempenho superior aos gráficos de resíduos, de médias, EWMA, EWMAST (gráfico EWMA para processos estacionários) e ARMA, na maioria das situações investigadas. Cook e Chiu (1998) também utilizaram redes neurais para detectar mudanças na média de processos de manufatura autocorrelacionados.

2.3.3 Autocorrelação em CEP Multivariado

Um método para o tratamento de dados autocorrelacionados no controle estatístico de processo multivariado (CEPM) foi apresentado por Runger (1996). A técnica apresentada se relaciona com o método da análise de componentes principais distinguindo entre tipos de causas especiais e apresenta um controle estatístico baseado na decomposição dos componentes principais, os quais não são autocorrelacionados.

Mastrangelo e Forrest (2002) desenvolveram uma rotina computacional para estudar o desempenho de diversos métodos de monitoramento em CEP Multivariado em processos autocorrelacionados (gráfico T^2 de Hotelling e os gráficos multivariados CUSUM, EWMA e o EWMA para resíduos).

Outro método para monitorar CEPM autocorrelacionado, denominado de Gráfico T^2 Autorregressivo, foi apresentado por Apley e Tsung (2002). Sua terminologia resulta do fato que a estatística T^2 pode ser decomposta dentro da soma dos quadrados dos resíduos para várias ordens de modelos auto-regressivos ajustados ao processo.

2.3.4 Gráficos de Controle para Monitorar a Variabilidade

Alguns autores têm estudado métodos para monitorar a variabilidade de processos autocorrelacionados.

Gardiner e Mitra (1995) apresentaram estimadores para monitorar o processo de desvio padrão de um monitoramento de médias onde o tamanho das amostras varia e existe autocorrelação. Segundo eles, como as observações não são independentes, os estimadores tradicionais para a variabilidade do processo não são adequados.

Lu e Reynolds (1999b) estudaram o monitoramento simultâneo da média e da variância de diversos gráficos em processos AR(1) (gráfico de resíduos, EWMA para observações, para resíduos e para o logaritmo do quadrado dos resíduos). Os autores concluíram que não há um gráfico de controle específico que proporcionará um desempenho ótimo, visto que há uma grande variedade de situações (grau da autocorrelação, mudanças na média ou no desvio padrão do processo), por exemplo, em um processo AR(1) quando a correlação é fraca ou moderada, pode-se utilizar tanto o gráfico de controle de Shewhart aplicado aos resíduos quanto um gráfico EWMA aplicado diretamente nas observações.

2.3.5 Gráfico de Controle para Atributos em Processos Autocorrelacionados

No CEP tradicional, alguns tipos de gráfico de controle são utilizados para monitorar atributos, entre eles, os gráficos para a fração de não conformes (p), para o número de não-conformes (np), para o número de não-conformidades (c), para o número de não-conformidades por unidade (u). (RIBEIRO E CATEN, 2001).

Nembhard e Nembhard (2000) propuseram uma adaptação no gráfico de controle u (carta de controle do número de não-conformidades por unidade) para o monitoramento de processos autocorrelacionados, chamado de Gráfico de Controle de Não-Conformidades com Linha Central Móvel (*moving centerline demerits, MCD*). Os resultados mostraram que o desempenho dessa técnica, em nível de detecção de causas especiais, se assemelha ao monitoramento dos resíduos após um ajuste por um modelo ARIMA adequado, que também pode ser aplicado nos gráficos de controle para atributos.

2.3.6 A Estatística ARMA

Jiang *et al.* (2000) propuseram um novo gráfico de controle, o gráfico autorregressivo e de média móvel (ARMA), baseado no monitoramento da estatística ARMA das observações originais. Seus estudos mostraram que, para dados autocorrelacionados, o gráfico ARMA é melhor que o gráfico de resíduos (SCC) e que o gráfico EWMA aplicado diretamente nas observações.

2.3.7 O uso de Intervalo Amostral Variável

Reynolds *et al.* (1996) propuseram a implantação do gráfico de controle para médias usando intervalo amostral variável (*variable sampling interval*, VSI), no lugar do tradicional intervalo amostral fixo (*fixed sampling interval*, FSI), na presença de autocorrelação. Segundo eles, a utilização de um intervalo amostral variável permite detectar mudanças na média de processos autocorrelacionados mais rapidamente do que com o uso de intervalo amostral fixo. O método consiste em atribuir intervalos amostrais maiores quando a observação atual estiver próxima do alvo, e intervalos amostrais menores quando a observação atual estiver longe do valor alvo.

2.3.8 Mudança do Tempo de Coleta entre as Amostras

Uma alternativa simples para o tratamento da autocorrelação seria aumentar o tempo de coleta entre uma amostra e outra. Segundo Runger (1996), o aumento do espaçamento entre as amostras reduz a magnitude da autocorrelação. Assim, é possível aumentar esse espaçamento de tal forma que a autocorrelação resultante na amostra seja não significativa. Apesar disso ser bom em nível de monitoramento do processo, por outro lado essa técnica mascara o que acontece na realidade do processo, isto é, a correlação existe e está no processo, mas não é captada pelo CEP.

2.3.9 Gráfico de Médias ponderadas e não ponderadas

Runger e Willemain (1995) estudaram uma técnica para monitorar as médias de subgrupos em processos autocorrelacionados AR(1) utilizando média aritmética simples (*unweighted batch means – UBM*) e média ponderada (*weighted batch means – WBM*) como alternativas ao gráfico de resíduos.

A utilização do método *UBM* consiste em subdividir a quantidade n de dados de um monitoramento de valores individuais em m subgrupos de tamanho b . A Tabela 2 apresenta os valores de b para alguns grau de autocorrelação no caso de um processo AR(1), tabulados por Runger e Willemain (1995).

Tabela 2. Valor mínimo do tamanho b de subgrupo (Fonte: Runger e Willemain., 1995)

ϕ	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99
b	1	2	3	4	6	8	12	17	27	58	118	596

No caso do método *WBM*, é definido um valor para b . Cada uma das b observações de cada grupo recebe um peso de tal forma que a média de cada grupo seja não viciada. Nesse caso, a média de cada grupo é dada por

$$Y_j = \sum_{i=1}^b w_i X_{(j-1)b+i}, \quad \text{Equação 103}$$

onde os pesos w_i , para processos AR(1), são dados por

$$w_1 = \frac{-\theta}{(b-1)(1-\phi)}, \quad \text{Equação 104}$$

$$w_i = \frac{1}{b-1}, i = 2, \dots, b-1, \text{ e} \quad \text{Equação 105}$$

$$w_b = \frac{1}{(b-1)(1-\phi)}. \quad \text{Equação 106}$$

Runger e Willemain (1996) também propuseram outro método que combina a escolha do tamanho do subgrupo com o aumento de espaçamento entre as observações, para processos AR(1). Segundo eles, um bom desempenho pode ser obtido sem aumentar o espaçamento de observações e com tamanhos de subgrupo não muito grandes.

2.3.10 Gráficos de Controle $\lambda_{LS, \max}$ e $\bar{\lambda}_{LS}$

Atienza *et al.* (1998) propuseram a utilização dos gráficos de controle $\lambda_{LS, \max}$ e $\bar{\lambda}_{LS}$ baseados em estatísticas utilizadas para detecção de *outliers* e mudanças na média de processos autocorrelacionados AR(1). O método, indicado para processos autocorrelacionados positivamente, apresentou bons resultados na comparação com gráficos tradicionais (Shewhart, SCC, CUSUM), inclusive oferecendo um desempenho

ARL superior, mostrando-se mais sensível em detectar mudanças pequenas na média do processo.

Esse método pode ser estendido para detectar a presença de *outliers* aditivos (AO) e *outliers* inovadores (IO). Um AO afeta a média do processo apenas no tempo $t = d$; por outro lado, um IO afeta a média do processo no tempo $t = d$, e, depois disso, esse efeito se enfraquece exponencialmente. Esse tipo de identificação mais refinada permitirá descobrir a origem da situação fora de controle, o que é um passo importante na eliminação de causas especiais de variação.

2.3.11 Método da Estimação Conjunta

Wright *et al.* (2001) investigaram o uso do método da estimação conjunta (*joint estimation*) de detecção de *outliers*, capaz de distinguir entre quatro tipos de *outliers*, como um método de CEP para coletas de poucas amostras com dados autocorrelacionados. O desempenho desse método se destaca em associar as causas especiais com um determinado tipo de *outlier*. Isso permitirá identificar melhor a origem e as conseqüências da causa especial em questão.

O método da estimação conjunta consiste basicamente em três etapas: estimar os parâmetros de um modelo ARIMA ajustado e detectar *outliers*, estimar conjuntamente o efeito dos *outliers* e os parâmetros do modelo através de regressão múltipla, e detectar *outliers* com base nos parâmetros finais estimados.

O método detecta quatro tipos de *outliers*: o *outlier* aditivo (AO), que é um evento que ocorre em um período do processo e afeta somente o período em que ocorre; a mudança de nível (LS), que ocorre em um certo período, mas que afeta o processo a partir do período em que ocorre, isto é, há uma mudança na média do processo; *outlier* inovador (IO), o qual afeta a processo após a ocorrência do *outlier* no período t de acordo com o processo ARIMA; e mudança temporária (TC), que é um evento com um impacto inicial no período em que ocorre e depois decai exponencialmente.

Wright *et al.* (2001) também estudaram a eficiência desse método quando o *outlier* é a última observação de uma série de poucos dados autocorrelacionados.

2.3.12 Gráfico de Controle baseado no Método GLRT

Outro gráfico de controle aplicado aos resíduos, baseado no método GLRT (*Generalized Likelihood Ratio Test*), foi proposto por Apley e Shi (1999). Os resultados mostraram que, para uma grande variedade de modelos ARIMA, o método proposto possui desempenho superior em relação ao gráficos de resíduos baseados no gráfico tradicional de Shewhart e no gráfico CUSUM para detectar mudanças na média do processo autocorrelacionado.

2.3.13 Uso de Modelos TES

Altiok e Melamed (2001) compararam o desempenho de modelos comumente utilizados no tratamento de dados autocorrelacionados em processos de manufatura com a classe de modelos TES (*Transform- Expand-Sample*). Os modelos TES constituem uma classe de modelos versáteis de processos estocásticos, criados para captar distribuições empíricas e autocorrelação simultaneamente, e são apropriados para ambas simulações de Monte Carlo e Modelagem de Séries Temporais.

2.3.14 Métodos para Produzir Estimadores Não Viciados

Um novo método para estimar parâmetros de um processo AR(1) foi proposto por Boyles (2000). Segundo o autor, o método proposto se destaca por produzir estimadores não viciados para os parâmetros do processo quando há a presença de causas especiais, ao passo que muitos métodos não levam esse fato em consideração, resultando em estimadores viesados. Entretanto, ao realizar um estudo de caso, Dodson (1995) levou esse fato em consideração após ajustar um modelo ARIMA e obter os resíduos, onde verificou que a presença de uma causa especial (um vazamento) comprometeu o monitoramento de 15 observações consecutivas. Dessa forma, ele obteve um modelo com estimadores viesados. Para corrigir esse problema, foi necessário eliminar as 15 observações afetadas pela causa especial, ajustar novamente o modelo ARIMA e obter novos resíduos.

2.3.15 Aplicação de Subgrupos

Quando as observações possuem distribuição normal com uma autocorrelação baixa, Wasusri e MacCarthy (2002) sugerem a aplicação de subgrupos (gráficos de médias) para reduzir o nível da autocorrelação, com o objetivo de tornar a autocorrelação não

significante. Entretanto, para observações que não possuem distribuição normal com uma autocorrelação de moderada a elevada, os autores sugerem o gráfico de Shewhart aplicado aos resíduos ou o gráfico EWMA para observações ou para os resíduos.

2.3.16 Uso do Gráfico de Média Móvel Reverso

Dyer *et al.* (2003) estudaram o desempenho do gráfico de controle de Média Móvel Reverso no monitoramento de processos autocorrelacionados. Os resultados foram comparados com o desempenho do gráfico de controle EWMA-Shewhart combinado. Os autores elaboraram um guia de seleção do tipo de gráfico de controle a ser utilizado em diversos processos ARMA(1,1), AR(1) e MA(1) com níveis diferentes de autocorrelação, o qual é apresentado no anexo 4.

2.3.17 Outros estudos comparativos

Wardell *et al.* (1992) estudaram o desempenho dos gráficos tradicional de Shewhart, EWMA, SCC (gráfico de causas especiais) e CCC (gráfico de causas comuns) em situações onde os dados possuem um comportamento ARMA(1,1). Os resultados apresentam gráficos de regiões que indicam qual dentre os modelos estudados possui o melhor desempenho para cada valor particular dos parâmetros ϕ_1 e θ_1 do modelo ARIMA (1,1). Entretanto, foram consideradas apenas as situações de mudança na média equivalente a 1 e 3 desvios padrões, e as situações específicas de $\lambda = 0,1$ e $0,3$, para o gráfico EWMA, onde λ é um parâmetro desse gráfico. Portanto, essas situações são as limitações desse estudo, já que a modificação das mesmas provavelmente implicaria em resultados diferentes. Esses gráficos de regiões são apresentados no anexo 5.

English *et al.* (1999) estudaram métodos para detectar mudanças na média de processos autocorrelacionados nos gráficos de controle de médias e EWMA. Através dos resultados, eles apresentaram recomendações sobre qual ferramenta de controle deve-se utilizar para obter um melhor desempenho.

2.4 Análise da Capacidade de Processos Autocorrelacionados

O objetivo dos índices de capacidade é verificar se um processo pode ser considerado capaz ou não, ou seja, se ele atende ou não as suas especificações. Geralmente essas especificações são pré-determinadas pela engenharia ou por algum órgão que estabelece padrões ou normas que asseguram qualidade em um determinado processo. Existem diversos índices de capacidade, entretanto os mais utilizados no controle estatístico de processo são o C_p e o C_{pk} .

O índice de capacidade C_p mede a capacidade potencial, ou seja, a capacidade que o processo poderia atingir se estivesse centrado. É calculado pela divisão da amplitude da especificação pela variação correspondente a 6 desvios padrões. Seu indicador é definido por

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}, \quad \text{Equação 107}$$

onde LSE é o limite superior de especificação, LIE é o limite inferior de especificação, e σ é o desvio padrão do processo.

O índice de capacidade C_{pk} mede a capacidade efetiva, ou seja, a capacidade real do processo. Seu cálculo é definido pela estatística

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{3\sigma}, \frac{LSE - \mu}{3\sigma}\right), \quad \text{Equação 108}$$

onde μ é a média do processo. Nota-se que, quando o processo está centrado, $C_p = C_{pk}$.

Os índices C_p e C_{pk} definidos acima são utilizados nos processos chamados nominal-é-melhor, ou seja, onde o valor alvo para a característica em questão é um valor específico. Em processos do tipo menor-é-melhor (minimização) ou maior-é-melhor (maximização), considera-se apenas o índice C_{pk} .

No CEP tradicional, utiliza-se os índices C_p e C_{pk} após obter estabilidade no processo. Quando há presença de autocorrelação nos dados, a utilização desses índices pode resultar em conclusões errôneas quanto a capacidade do processo. Alguns autores têm estudado índices de capacidade alternativos para essa situação.

Shore (1997) adverte que, na presença de autocorrelação, os índices de capacidade tradicionais são superestimados, porém esse viés diminui com o aumento do tamanho da amostra n .

Um índice de capacidade foi desenvolvido por Zalewski (1995), citado em Zalewski e Mykytka (2001). O índice, baseado na suposição de que a série possa ser ajustada por um modelo ARMA(1,1), é obtido por

$$C_{est,i} = \min \left\{ \frac{LSE - \mu_{est,i}}{3\sigma_{est,i}}, \frac{\mu_{est,i} - LIE}{3\sigma_{est,i}} \right\}, \quad \text{Equação 109}$$

onde $\mu_{est,i}$ é o valor estimado pelo modelo ARMA(1,1)

$$\mu_{est,i} = \xi + \phi_1 x_i - \theta_1 e_i, \quad \text{Equação 110}$$

e $\sigma_{est,i}$ é a estimativa do desvio padrão, obtido por

$$\sigma_{est,i}^2 = \lambda e_i^2 + (1 - \lambda)\sigma_{est,i-1}^2, \quad \text{Equação 111}$$

onde λ é uma constante (Segundo Zalewski e Edward (2001), $\lambda = 0,015$ geralmente possui um desempenho bom), e o erro é obtido pela diferença do valor da observação e o valor previsto, isto é,

$$e_i = x_i - \mu_{est,i}. \quad \text{Equação 112}$$

O gráfico da Figura 22 apresenta os resultados desse índice aplicado aos dados do gráfico da Figura 5, supondo que os limites de especificação superior e inferior sejam, respectivamente, 15 e 5. As estimativas iniciais $\mu_{est,0}$ e $\sigma_{est,0}^2$ podem ser dadas,

respectivamente, por $\mu_{est,0} = \frac{\xi}{(1 - \phi_1)}$, e $\sigma_{est,0}^2 = \sigma^2$.

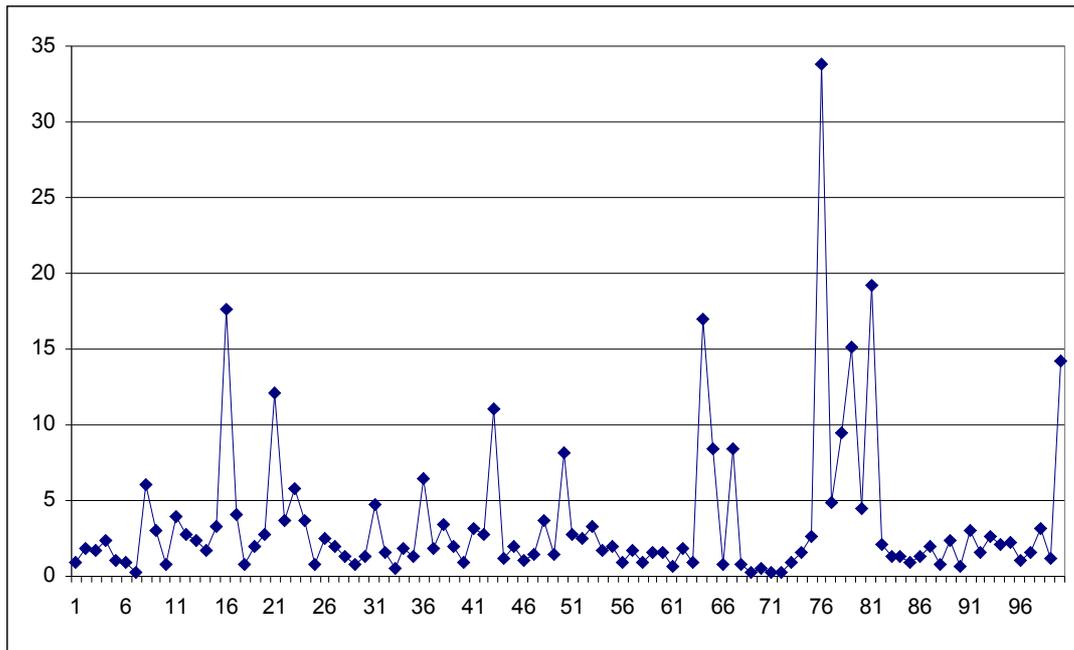


Figura 22. Índice de Capacidade proposto por Zalewski (1995) aplicado a uma Série Simulada por um Modelo AR(1)

Procedimentos inferenciais para construir intervalos de confiança em índices de capacidade C_p e C_{pk} através da técnica *bootstrap* em processos autocorrelacionados foram estudados por Ramos e Lee Ho (2003). Segundo eles, nenhum dos três métodos avaliados (padrão, percentil, e percentil corrigido) se revelou superior aos demais em termos de obtenção de limites próximos àqueles fornecidos pelos intervalos de confiança teóricos. O estudo considerou modelos simulados AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), e ARMA(1,1). Os valores teóricos de C_p e C_{pk} em situações de autocorrelação podem ser obtidos pelas equações tradicionais 107 e 108, respectivamente, porém o valor do desvio padrão deve ser substituído pela sua estimativa teórica correspondente ao modelo ajustado. Dessa forma, aplicando essa técnica aos dados do exemplo citado, temos

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} = \frac{15 - 5}{6 \left(\frac{\sigma_e}{\sqrt{1 - \phi^2}} \right)} = \frac{10}{6 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,78^2}} \right)} = 1,03, \text{ e} \quad \text{Equação 113}$$

$$C_{pk} = \min\left(\frac{\mu - LIE}{3\sigma}, \frac{LSE - \mu}{3\sigma}\right) = \min\left(\frac{10,6 - 5}{3\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,78^2}}\right)}, \frac{15 - 10,6}{3\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0,78^2}}\right)}\right) = 0,91. \quad \text{Eq.114}$$

3 MÉTODO PROPOSTO

Esse capítulo apresenta o desenvolvimento do método proposto para o monitoramento de observações autocorrelacionadas no Controle Estatístico de Processo, bem como suas vantagens, desvantagens, propriedades e limitações.

3.1 Introdução

O método de monitoramento proposto nessa dissertação foi apresentado previamente, de uma forma resumida, em Moreira e Caten (2003a). Esse método, o qual é relativamente simples, monitora as observações autocorrelacionadas diretamente, adaptando os limites de controle dos gráficos de resíduos aos gráficos das observações. A técnica utilizada consiste simplesmente em juntar o gráfico ajustado ARIMA (causas comuns) com o gráfico de resíduos, sugeridos por Alwan e Roberts (1988).

A seguir serão detalhados os objetivos do método, as suposições necessárias para a sua implantação, e as suas possíveis aplicações.

3.1.1 Objetivos

Como qualquer gráfico de controle utilizado em CEP, o objetivo principal do método sugerido é monitorar um processo de controle estatístico. Porém, mais especificamente, esse método é voltado para o monitoramento de dados autocorrelacionados.

Outro objetivo dessa técnica é facilitar a monitoração realizada pelo operador que coleta os dados e os coloca no gráfico, uma vez que as próprias observações autocorrelacionadas serão monitoradas diretamente nesse gráfico de controle. Em contrapartida à utilização do gráfico de resíduos, tradicionalmente utilizado no CEP

quando há autocorrelação, o qual não permite ao operador acompanhar os valores reais das observações, esse método propõe um acompanhamento gráfico direto das observações autocorrelacionadas, visando facilitar a interpretação e o entendimento dos resultados obtidos do gráfico de controle.

Esse método não possui como objetivo a previsão de valores futuros para a característica monitorada. De fato, só é possível fazer uma previsão com esse método, a saber, apenas a previsão para a observação seguinte. Isso não precisa ser considerado necessariamente uma limitação do método, uma vez que o objetivo de um gráfico de controle é monitorar e não fazer previsões.

3.1.2 Suposições

Algumas suposições são necessárias para o funcionamento do método proposto. Em suma, três condições devem ser verificadas: (i) os dados devem apresentar autocorrelação, (ii) os dados devem ser “ajustáveis” por um modelo ARIMA qualquer, e (iii) os resíduos obtidos devem constituir um “ruído aleatório”.

A primeira condição considera que os dados a serem monitorados devem apresentar autocorrelação. A verificação da autocorrelação pode ser feita através da construção de gráficos de correlogramas, entre outras técnicas que já foram apresentadas no capítulo 2.

Na segunda condição, a estrutura de autocorrelação presente nos dados deve ser adequadamente ajustada por um modelo ARIMA. Algumas técnicas utilizadas para o ajuste de um modelo ARIMA foram apresentadas no capítulo 2. É possível que alguma estrutura de autocorrelação não se ajuste adequadamente a nenhum modelo ARIMA. Nesse caso, pode-se escolher o modelo que melhor ajustou os dados, através de algum critério específico (por exemplo, menor soma dos quadrados dos erros, menor quantidade de pontos fora de controle, etc), ou aplicar uma outra técnica no tratamento dos dados (por exemplo, mudança nos limites de controle, etc). Porém, o método proposto aqui exige um ajuste por um modelo ARIMA.

O último requisito consiste em obter resíduos do tipo “ruído aleatório”, ou seja, resíduos independentes e identicamente distribuídos, que sigam uma distribuição normal com média zero e variância constante. Esse fato é o que caracteriza que o modelo foi

ajustado adequadamente. Em alguns casos, nem sempre se consegue obter resíduos totalmente “ruído aleatório”, pelo fato de que nem toda a variabilidade devida a autocorrelação é removida num ajuste ARIMA. Porém, uma violação leve nessa última condição pode ser tolerável. A normalidade nos dados pode ser verificada por diversos testes de normalidade, entre eles, os testes de *Kolmogorov-Smirnov*, *Cramer-von Mises*, *Anderson-Darling*, entre outros.

Em situações práticas, esses pré-requisitos somente serão verificados quando houver sido feitas as primeiras três etapas do desenvolvimento do método proposto, ou seja, a coleta dos dados, as técnicas de verificação da autocorrelação e do modelo adequado, e os testes de independência e normalidade dos resíduos.

3.1.3 Aplicações

O método proposto pode ser aplicado a qualquer processo autocorrelacionado, desde que as condições de utilização tenham sido satisfeitas. O formato do Gráfico de Controle obtido por esse método permite visualizar os valores reais do processo, se ajustando a aplicações onde se necessita ter esse tipo de informação.

3.2 Detalhamento do Método Proposto

Nessa etapa serão estabelecidos todos os passos necessários para a implantação do método proposto. Pelo fato desse método ter sua base alicerçada em técnicas já conhecidas, alguns passos serão repetidos da literatura tradicional de CEP para observações autocorrelacionadas.

Um esquema do método proposto é apresentado na Figura 23.

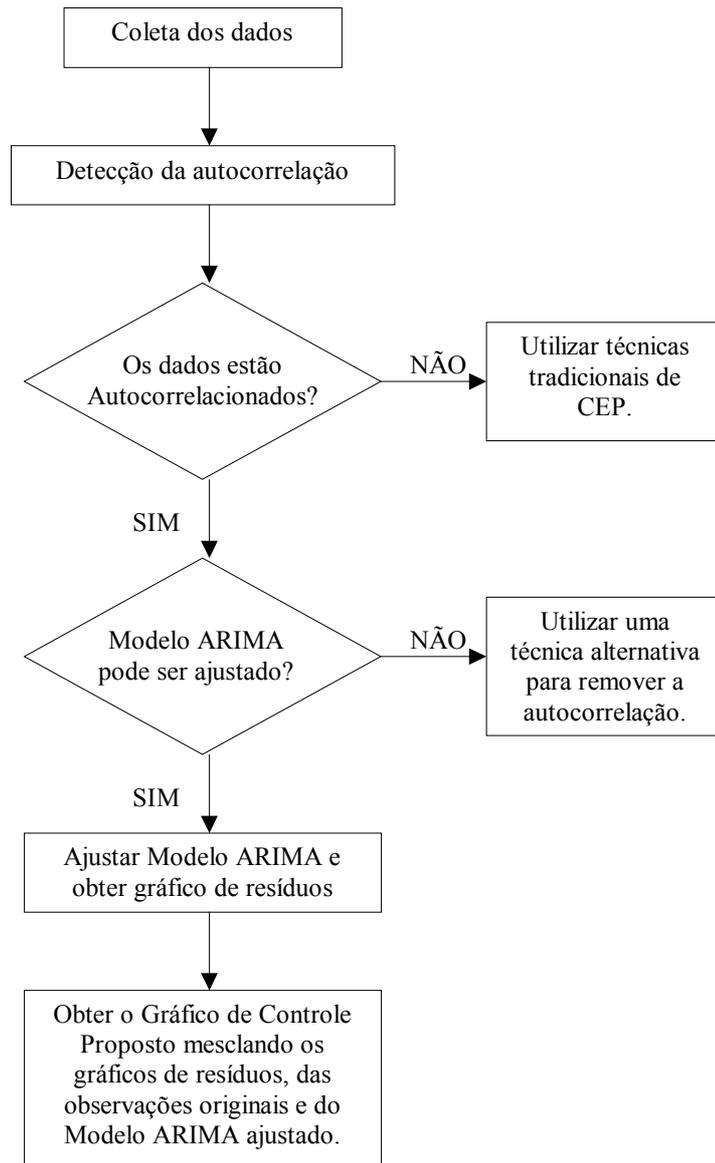


Figura 23. Esquema do Método Proposto

A implantação do método consiste em quatro passos: (i) coleta dos dados, (ii) ajuste por um modelo ARIMA, (iii) elaboração do gráfico de resíduos, (iv) aplicação do gráfico de controle proposto.

3.2.1 Coleta dos dados

Ao se coletar os dados a serem monitorados, deve-se ter já estabelecido qual o tipo

de análise que se deseja fazer. O método proposto permite utilizar gráficos de controle para média ou para observações individuais. Não há estudos verificando a sua adequabilidade para gráficos de mediana, amplitude, desvio padrão ou variância.

Nesse método, serão apresentados os passos para o caso do gráfico de controle para as observações individuais. A sua adaptação ao gráfico de controle de médias consiste apenas em substituir os valores individuais pelas médias dos subgrupos.

Suponha-se que se deseja monitorar a característica da qualidade X . Para isso, foram coletadas n observações individuais de tamanho $m = 1$, a fim de elaborar um gráfico de controle para monitorar as observações individuais. Dessa forma, obtém-se a seqüência de valores $X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n$. A constatação da presença de autocorrelação, ou seja, a não independência dos dados, pode ser realizada com os métodos descritos no capítulo 2.

3.2.2 *Ajuste de um Modelo ARIMA*

O ajuste de um Modelo ARIMA adequado pode ser realizado com técnicas descritas no capítulo 2. Dessa forma, independente de qual modelo será ajustado, obtém-se a seqüência de valores ajustados ou estimados $\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_i, \dots, \hat{X}_n$. A seqüência dos valores estimados \hat{X}_i segue o modelo ARIMA ajustado, absorvendo uma boa parte da variabilidade dos dados originais referente à estrutura de autocorrelação.

Uma grande variedade de Modelos ARIMA pode ser ajustada conforme a natureza da autocorrelação presente nos dados. Para ajustes com modelos mais simples, como, por exemplo, aqueles que só possuem uma parte auto-regressiva, não é necessário possuir algum *software* especial, pois, nesse caso, o próprio Excel pode ser utilizado. Entretanto, muitas vezes a estrutura de autocorrelação é mais complexa, tornando indispensável a utilização de *softwares* específicos. Geralmente, os pacotes estatísticos oferecem módulos com ajuste de modelos ARIMA. Entre eles, destacam-se o SPSS, o Minitab, o Eviews, e o R. Entretanto, estes programas não oferecem uma análise integrada de CEP com modelagem de Séries Temporais, cabendo ao usuário a responsabilidade de integrar adequadamente essas técnicas estatísticas.

3.2.3 Aplicação do Gráfico de Resíduos

O gráfico de resíduos (ou gráfico de causas especiais) é obtido pela plotagem da seqüência dos erros ou resíduos $e_1, e_2, \dots, e_i, \dots, e_n$. Essa seqüência de erros é obtida por

$$e_i = X_i - \hat{X}_i, \quad \text{Equação 115}$$

para $i = 1$ até $i = n$.

Obtida, então, essa seqüência de n erros, verifica-se a sua distribuição de probabilidade, através de testes de normalidade e de independência. Quando o modelo ARIMA é bem ajustado, a seqüência de erros é independente e segue distribuição normal, ou seja, $e_i \sim N(0, \sigma_e^2)$.

Os limites de controle do gráfico de controle superior, central e inferior para os resíduos são dados, respectivamente, por

$$LCS = \bar{e} + 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 116}$$

$$LC = \bar{e}, \quad \text{Equação 117}$$

$$LCI = \bar{e} - 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 118}$$

onde \bar{e} é a média dos erros, e $\hat{\sigma}_e^2$ é a variância do erro.

Nem sempre o valor de \bar{e} estimado pela seqüência de erros e_i é igual a zero, mas geralmente é próximo desse valor. Entretanto, o valor utilizado para estimar \bar{e} pode ser igual a zero, pois

$$E[e] = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} = 0 \quad \text{Equação 119}$$

Dessa forma, os limites de controle dos resíduos poderão ser obtidos por $\pm 3\hat{\sigma}_e$, onde

$$\hat{\sigma}_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-1}} \quad \text{Equação 120}$$

é um estimador consistente e não viciado para σ_e .

Assim, como os resíduos satisfazem as suposições para a implantação do CEP tradicional, esse pode ser utilizado sem problemas.

Os limites de controle $\pm 3\hat{\sigma}_e$ podem ser obtidos por $E_2\bar{R}_e$, onde E_2 é uma constante conhecida na literatura de CEP, e \bar{R}_e é a média das amplitudes móveis dos erros.

Considerando que as séries são autocorrelacionadas, na etapa da modelagem, dependendo da abrangência da autocorrelação, as estimativas iniciais dos erros não pode ser obtida. Por exemplo, para um modelo AR(1) não é possível obter o erro para o primeiro valor da série, pois o modelo AR(1) não consegue estimar um valor adequado para \hat{X}_i porque esse dependeria da observação anterior, que, no caso, não existe. Algumas alternativas são sugeridas para contornar esse problema. Pode-se optar estimar \hat{X}_i pelo valor da média teórica do modelo ou também da média estimada pela amostra. Nesse caso, existiria problema de estimação para modelos AR(p), com $p > 1$, pois as p primeiras estimativas seriam o mesmo valor (a média do processo), causando uma perda estrutural do modelo estimado nas suas primeiras p estimativas. Alguns programas computacionais oferecem algoritmos numéricos para a estimação desses p primeiros valores.

3.2.4 *Gráfico de Controle Proposto*

Os passos (i), (ii) e (iii) já são conhecidos na literatura de CEP com dados autocorrelacionados. A inovação desse método de monitoramento proposto combina as observações X_i , os valores estimados \hat{X}_i , e os resíduos obtidos e_i , e resulta em um gráfico de controle.

Os limites de controle superior, inferior, e a linha central aplicados nesse gráfico são dados, respectivamente, por

$$LCS = \hat{X}_i + 3\hat{\sigma}_e, \quad \text{Equação 121}$$

$$LC = \hat{X}_i, \quad \text{Equação 122}$$

$$LCI = \hat{X}_i - 3\hat{\sigma}_e.$$

Equação 123

Nota-se que a linha central desse gráfico de controle é formada pela seqüência dos valores estimados \hat{X}_i , e que os limites de controle são resultantes da soma (para o limite superior) ou da subtração (para o limite inferior) dos valores estimados \hat{X}_i por três vezes o desvio padrão dos erros. O resultado disso é um gráfico de controle com limites de controle móveis. Nesse gráfico, a variável a ser monitorada é a própria seqüência de observações autocorrelacionadas X_i .

3.3 Discussão do Capítulo

O método proposto apresenta uma forma de monitoração para dados autocorrelacionados em CEP, aplicada diretamente nas observações autocorrelacionadas, como uma alternativa ao método convencional de monitoramento do gráfico de resíduos.

O desempenho do método proposto quanto à presença de causas especiais (pontos fora de controle, corridas, etc) é idêntico ao gráfico de resíduos, ou seja, sempre que houver alguma causa especial apontada pelo gráfico de resíduos, essa causa especial também será assinalada pelo método proposto, e vice-versa.

A vantagem do método consiste em monitorar as observações diretamente no gráfico dos dados originais, não dependendo do monitoramento do gráfico de resíduos. Isso permite uma melhor visualização do processo real, o que resulta em um melhor entendimento do que está acontecendo no mesmo.

A desvantagem está na conferência visual da aleatoriedade do processo, uma vez que os erros aleatórios são adicionados ao modelo ARIMA com uma determinada estrutura autocorrelacionada.

A capacidade do processo pode ser mensurada pelos índices de capacidade desenvolvidos para processos autocorrelacionados, mostrados no capítulo 2 dessa dissertação.

4 ESTUDO DE CASO

4.1 Introdução

Esse capítulo dedica-se a aplicar o método proposto em uma variável de um processo de extrusão pertencente a uma etapa na fabricação de dois produtos de ração para animais de estimação, onde havia a suspeita da presença de autocorrelação. As suposições para a aplicação do método foram satisfeitas e o método foi aplicado. Também foram realizadas comparações com outros métodos existentes na literatura, vistos no capítulo 2.

4.1.1 Sobre a Empresa

A empresa onde foi aplicado esse estudo de caso destaca-se no mercado internacional no ramo de fabricação de rações para animais domésticos. Produzindo uma ampla variedade de tipos de rações com sabores diversificados, essa multinacional obtém êxito no mercado mundial por estar sempre preocupada com a questão da qualidade, na busca da melhoria contínua dos seus processos e produtos.

A fabricação de alimentos para animais domésticos tem ganhado importância nos últimos anos. Há uma preocupação em atender esse novo nicho de mercado que tem crescido cada vez mais tanto no Brasil quanto no mundo. Os donos de animais domésticos têm se preocupado cada vez mais com a saúde e alimentação dos seus bichinhos de estimação e exigido produtos de qualidade. Isso faz com que as empresas do ramo busquem uma melhoria na qualidade e variedade dos seus produtos, e isso inclui a utilização de métodos estatísticos diversos (CEP, projetos de experimentos, pesquisa de mercado, etc).

4.1.2 O processo de extrusão

O processo de fabricação de ração consiste basicamente nas quatro etapas apresentadas na Figura 24. Primeiramente, todos os ingredientes necessários para a fabricação da ração (farinhas, cereais, vitaminas, etc) são misturados formando uma espécie de farinha homogênea. Em seguida, essa mistura é levada a etapa de extrusão, a qual será discutida a seguir com maiores detalhes. É nessa etapa que os ingredientes da mistura são transformados na ração propriamente dita, com a utilização de água e vapor de água. No final dessa etapa, a ração sofre uma perda de parte dessa água devido a súbita mudança de temperatura. Antes da etapa de secagem, é medida a variável de interesse dos estudos de caso analisados aqui, chamada de densidade aparente. Em seguida, o composto é levado para o secador, onde o excesso de água é removido. Para finalizar, a ração é levada à etapa de resfriamento. Assim, o processo de fabricação está finalizado e a ração já pode ser embalada e comercializada.

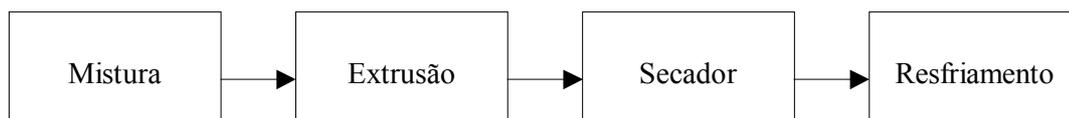


Figura 24. Processo de fabricação de ração

O processo de extrusão, utilizado para a modelagem e o precozimento de pastas, cereais e rações, transformou-se nos últimos 60 anos num dos mais importantes meios para a produção de alimentos, destacando-se pelo seu bom desempenho em homogenização e cozimento rápido.

Entre as vantagens do processo de extrusão, destacam-se: adaptabilidade (flexibilidade em produzir uma grande variedade de produtos), modelagem das características físicas do produto, economia de energia, custo baixo, alta produtividade, controle automatizado, e produto final com qualidade (RIAZ, 2000).

O extrusor é um equipamento constituído de um parafuso de Arquimedes, projetado de tal forma que se possa ter um aumento de compressão ao longo do percurso da matéria prima, ajustado a um canhão (Figura 25), e que permita o controle da temperatura nas suas várias regiões. A mistura (matéria-prima), ao percorrer o extrusor, sofre a ação do aquecimento do canhão e da compressão produzida pelo parafuso. Apesar das altas

temperaturas, a água presente não se vaporiza, devido às altas pressões. Isso resulta em uma massa fluida contendo água superaquecida. Na saída da extrusão, a queda brusca da pressão provoca uma vaporização praticamente instantânea dessa água superaquecida, que atravessa a massa do material, a qual se expande, resfria e se solidifica. Quando há uma grande quantidade de amido na matéria-prima, a extrusão geralmente resulta em produtos altamente expandidos, frágeis e facilmente quebradiços, incapazes de manter sua estrutura quando umedecidos (ARÉAS, 1996).

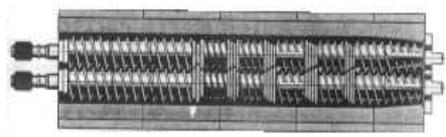


Figura 25. Modelo de Extrusora do tipo TSE (Twin-Screw Extruders). Fonte: Moura, 2002.

4.1.3 Apresentação do caso

A empresa fabricante das rações A e B deseja monitorar algumas etapas críticas do processo de fabricação dessas rações. Entre essas etapas, estão a densidade (também chamada de densidade aparente) e a umidade. Pelo fato dessas duas características de qualidade serem correlacionadas, foi decidido monitorar apenas a variável densidade.

O monitoramento da densidade permitirá, futuramente, à empresa aplicar planos de melhorias no processo de fabricação de ração. Uma vez que a densidade estiver sobre controle estatístico, a variável correlacionada umidade também estará sob controle estatístico. Isso proporcionará à empresa redução do desperdício, otimização do processo, redução do tamanho da embalagem (atualmente possui uma folga devido à falta de controle do processo) e, conseqüentemente, redução de custos. Estudos preliminares mostraram que a densidade está relacionada com a vazão de água e a vazão de farinha. Sabe-se também que a expansão do produto influencia diretamente a densidade do produto, e que os lipídios ou óleos influenciam a expansão (MOURA, 2002).

O estudo utilizou uma extrusora do tipo *TSE (Twin-Screw Extruders)* ou Extrusora de Rosca Dupla, muito utilizada na produção de cereais e de ração seca, e que se destaca

por proporcionar melhores controle do processo, qualidade do produto e flexibilidade (MOURA, 2002).

A densidade do produto foi medida da mesma forma que é feita usualmente na produção, isto é, utiliza-se um copo calibrado de 2 litros e uma balança, sendo que o produto é despejado aleatoriamente dentro do copo, sem acomodação. O conjunto é pesado e o seu resultado é dividido por 2, o qual resulta na densidade, medida em gramas por litro (g/l).

4.2 Aplicação do Método

O procedimento para as análises das Rações A e B consistiu nas etapas: (i) coleta dos dados, (ii) análise preliminar dos dados, (iii) verificação das suposições para a aplicação do CEP, (iv) ajuste por modelagem ARIMA, (v) reverificação das suposições para a aplicação do CEP, (vi) aplicação do gráfico de resíduos, (vii) aplicação do gráfico de controle proposto e (viii) análise da capacidade do processo.

Os aplicativos computacionais utilizados para essas análises foram o SPSS 8.0 e o Excel 2000.

4.2.1 Estudo da Ração A

O produto A consiste em quatro variações de um tipo de ração, porém nessa análise não serão consideradas essas variações, devido a pouca quantidade de dados coletados. Dessa forma, a variabilidade devido às variações não será discriminada e estará confundida. Foram coletadas 79 amostras de tamanho $n = 3$, num período de 2 dias.

Em uma análise preliminar dos dados, obteve-se o gráfico de controle para a média da densidade da ração A, apresentado na Figura 26. Esse gráfico foi construído pelas equações convencionais de gráfico de controle, ou seja,

$$LCS = \bar{X} + A_2\bar{R} = 369,87 + 1,023.6,2 = 376,22 \quad \text{Equação 124}$$

$$LC = \bar{X} = 369,87 \quad \text{Equação 125}$$

$$LCI = \bar{X} - A_2\bar{R} = 369,87 - 1,023.6,2 = 363,53 \quad \text{Equação 126}$$

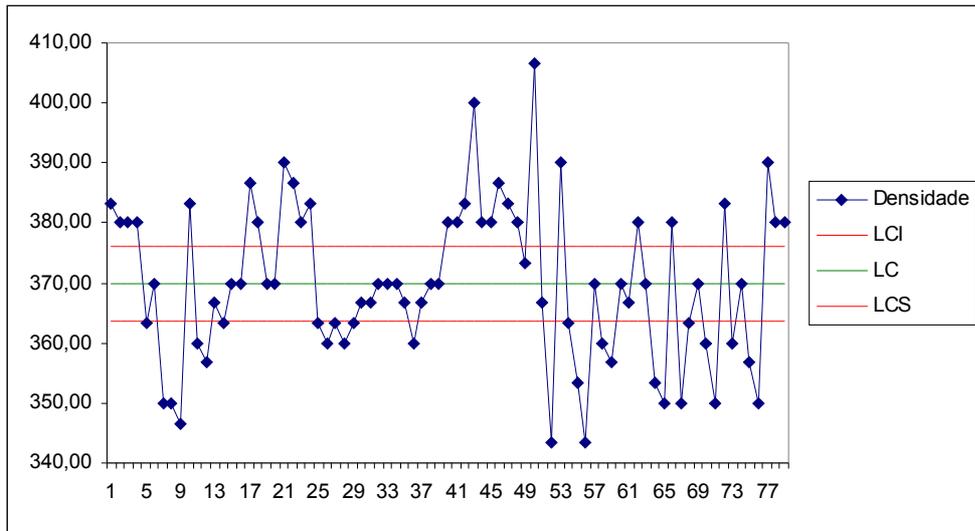


Figura 26. Gráfico de Controle para a média da densidade da Ração A

O gráfico da Figura 26 apresenta diversos pontos fora de controle, sugerindo que o processo está fora de controle. Entretanto, foi levantada a suspeita de autocorrelação no dados. O gráfico de dispersão da Figura 27 apresenta uma correlação igual a 0,275 existente entre \bar{x}_i e \bar{x}_{i-1} .

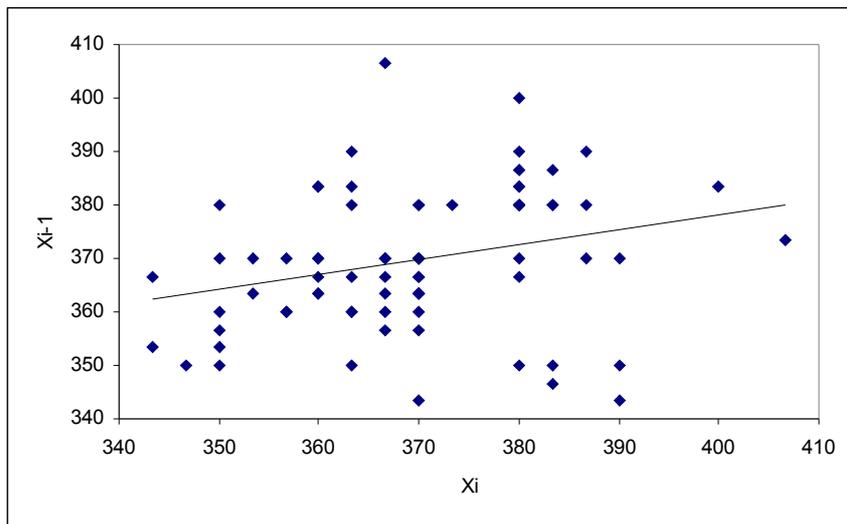


Figura 27. Gráfico de dispersão

Conforme a Tabela 3, o teste de normalidade *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* indica que a média da densidade da ração A não possui distribuição normal, pois o valor de p (0,001) é menor que o valor crítico de 0,05 (nível de significância de 5%). O histograma da Figura 28 apresenta visualmente esse fato, mostrando uma distribuição acidentada. Nesse

caso, a média não se beneficia do teorema do limite central, devido à presença da autocorrelação.

Tabela 3. Teste de normalidade para a média da densidade da Ração A

Teste de Normalidade			
Kolmogorov-Smirnov ^a			
	Estatística	gl	Sig.
MEDIA	,135	79	,001

a. Lilliefors Significance Correction

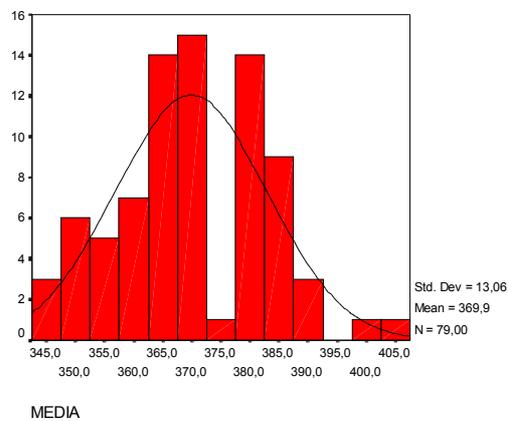


Figura 28. Histograma da média da densidade da Ração A

Verificada a presença da autocorrelação, foram obtidos os gráficos de correlograma da função de autocorrelação e da função de autocorrelação parcial, apresentados respectivamente na Figura 29. O gráfico da Figura 30 apresenta as estatísticas de *Box-Ljung* que evidenciam a presença de autocorrelação para os diversos *lags*, pois os valores de *p* são menores que o nível de significância de 5%.

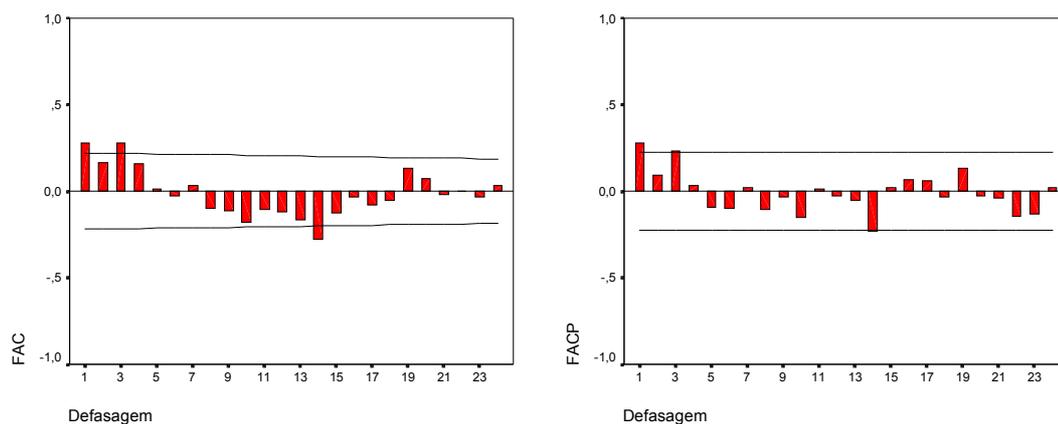


Figura 29. Correlogramas da FAC e da FACP respectivamente.

Lag	Corr.	Err.	-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1	Box-Ljung	Prob.
1	,275	,110					. I***. **					6,222	,013
2	,163	,110					. I***.					8,436	,015
3	,277	,109					. I***. **					14,917	,002
4	,162	,108					. I***.					17,162	,002
5	,012	,108					. *					17,175	,004
6	-,026	,107					. *I .					17,236	,008
7	,032	,106					. I* .					17,329	,015
8	-,102	,105					. **I .					18,269	,019
9	-,112	,105					. **I .					19,409	,022
10	-,176	,104					. ****I .					22,284	,014
11	-,107	,103					. **I .					23,371	,016
12	-,120	,102					. **I .					24,741	,016
13	-,165	,102					. ****I .					27,370	,011
14	-,276	,101					. ** . ****I .					34,863	,002
15	-,125	,100					. ****I .					36,432	,002
16	-,032	,099					. *I .					36,533	,002
17	-,078	,098					. **I .					37,156	,003
18	-,051	,098					. *I .					37,430	,005
19	,133	,097					. I***.					39,308	,004
20	,075	,096					. I** .					39,919	,005
21	-,017	,095					. * .					39,951	,008
22	,000	,094					. * .					39,951	,011
23	-,034	,094					. *I .					40,081	,015
24	,030	,093					. I* .					40,185	,020

Figura 30. Estatísticas de Box-Ljung

Os gráficos de correlogramas da Figura 29 sugerem que existe uma variedade de modelos ARIMA candidatos possíveis para ajuste dos dados do processo. Esses modelos foram testados e avaliados segundo a variância residual, as estatísticas AIC e BIC e a quantidade de parâmetros significativos. O resultado é apresentado na Tabela 4.

Tabela 4. Resultado comparativo dos modelos testados

Modelo	Qtd. de Parâmetros	Qtd. Par. Significativos.	Variância Residual	AIC	BIC
AR(1)	1	1	159,33	626,88	631,61
AR(2)	2	1	159,80	628,13	635,24
AR(3)	3	2	152,03	625,37	634,85
MA(1)	1	1	161,06	627,72	632,45
MA(2)	2	1	162,76	629,54	636,65
MA(3)	3	1	153,34	626,07	635,55
ARMA(1,1)	2	2	156,48	626,54	633,65
ARMA(2,2)	4	1	153,10	627,64	639,49
ARMA(3,3)	6	0	156,16	630,56	647,14

Os modelos AR(2), MA(2), ARMA(2,2) e ARMA(3,3) não são adequados por não apresentarem coeficientes de maior ordem significativos. Os modelos AR(1) e MA(1) não apresentaram gráfico de correlograma dos erros satisfatório devido a correlação significativa no 3º lag. Os modelos AR(3), MA(3), ARMA(1,1) e ARMA(2,2) tiveram um desempenho semelhante, obtendo gráficos de correlograma FAC e FACP bem parecidos. Em todos eles aparece um coeficiente significativo no lag 14. Entretanto, o modelo AR(3), ainda que possua um parâmetro não significativo correspondente à segunda defasagem, apresenta um melhor desempenho pois, entre os modelos analisados, minimiza dois dos critérios utilizados para a escolha do modelo. A Figura 31 apresenta o gráfico do modelo AR(3) ajustado, o qual é mostrado na equação 127. Esse modelo foi ajustado através de regressão múltipla pelo método dos mínimos quadrados.

$$\hat{x}_i = 0,24717x_{i-1} + 0,0351x_{i-2} + 0,2177x_{i-3} + 184,78 \quad \text{Equação 127}$$

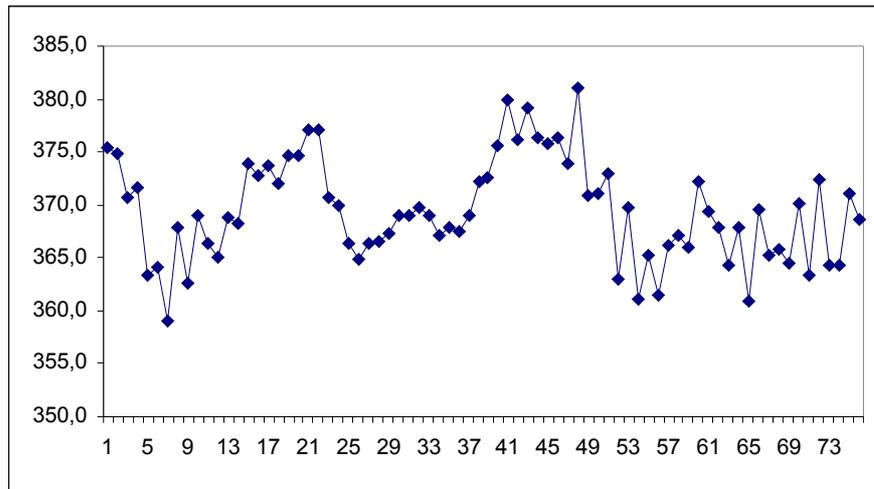


Figura 31. Modelo AR(3) ajustado

Para verificar se os resíduos são “ruído aleatório”, obteve-se os gráficos de correlogramas da FAC e da FACP dos resíduos que são apresentados respectivamente na Figura 32 e verificou-se as estatísticas Box-Ljung na Figura 33, as quais revelaram que os erros são independentes.

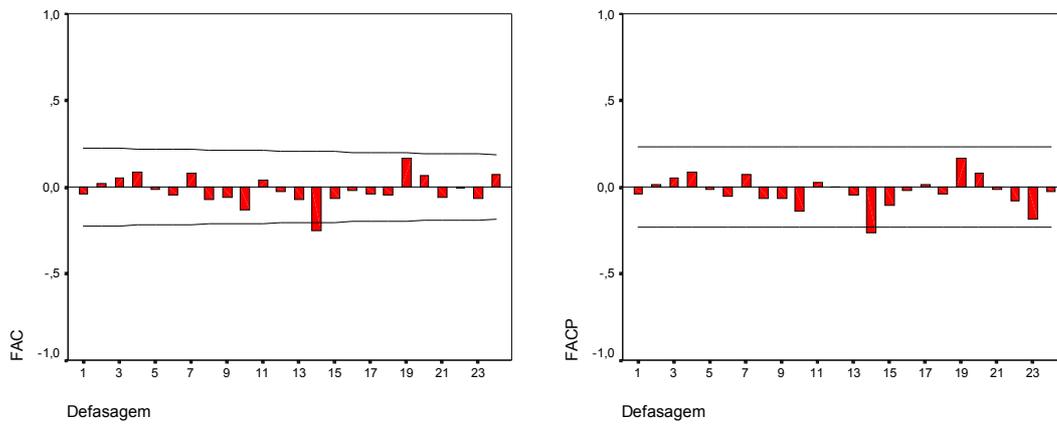


Figura 32. Correlogramas da FAC e da FACP dos resíduos respectivamente

Lag	Corr.	Err.	-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1	Box-Ljung	Prob.	
			+-----+-----+-----+-----+-----+-----+											
1	-,039	,112					. *I	.				,118	,731	
2	,018	,112					. *	.				,143	,931	
3	,053	,111					. I*	.				,372	,946	
4	,084	,110					. I**	.				,956	,916	
5	-,016	,109					. *	.				,976	,964	
6	-,045	,109					. *I	.				1,144	,980	
7	,083	,108					. I**	.				1,730	,973	
8	-,070	,107					. *I	.				2,158	,976	
9	-,063	,106					. *I	.				2,508	,981	
10	-,131	,106					. ***I	.				4,038	,946	
11	,038	,105					. I*	.				4,172	,965	
12	-,029	,104					. *I	.				4,251	,978	
13	-,070	,103					. *I	.				4,715	,981	
14	-,251	,102					*. ***I	.				10,736	,707	
15	-,069	,101					. *I	.				11,204	,738	
16	-,019	,101					. *	.				11,241	,794	
17	-,038	,100					. *I	.				11,389	,836	
18	-,045	,099					. *I	.				11,595	,867	
19	,163	,098					. I***	.				14,363	,762	
20	,068	,097					. I*	.				14,848	,785	
21	-,059	,096					. *I	.				15,223	,812	
22	-,008	,095					. *	.				15,229	,852	
23	-,067	,095					. *I	.				15,724	,867	
24	,070	,094					. I*	.				16,288	,877	

Figura 33. Estatísticas de Box-Ljung da FAC dos resíduos

O teste de normalidade *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* mostrado na Tabela 5 revelou que os resíduos possuem distribuição normal, pois o valor de *p* (maior que 0,200) é maior que o valor crítico de 0,05 (nível de significância de 5%). O histograma da Figura 34 apresenta a adequabilidade da curva normal aos dados.

Tabela 5. Teste de Normalidade

Teste de Normalidade			
Kolmogorov-Smirnov ^a			
	Estatística	gl	Sig.
Erro	,051	76	,200*

*. Esse é o limite inferior da verdadeira significância

a. Lilliefors Significance Correction

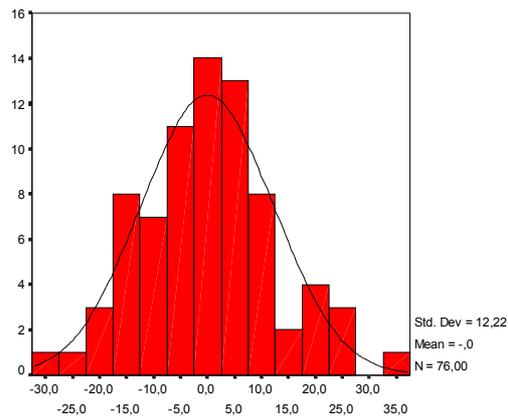


Figura 34. Histograma dos resíduos

Como os resíduos ajustados são independentes e normalmente distribuídos, as técnicas tradicionais de CEP podem ser utilizadas. O gráfico da Figura 35 apresenta o monitoramento dos resíduos através de CEP tradicional. Apesar das observações originais serem constituídas de médias, os resíduos são formados de valores individuais. Nota-se que as três primeiras observações são desconsideradas por não ser possível estimar os primeiros erros já que as observações foram ajustadas por um modelo AR(3). Os limites de controle são dados por

$$LCS = \bar{e} + E_2 \bar{R} = 0,0 + 2,66 * 12,31 = 32,7 \quad \text{Equação 128}$$

$$LC = \bar{e} = 0,0 \quad \text{Equação 129}$$

$$LCI = \bar{e} - E_2 \bar{R} = 0,0 - 2,66 * 12,31 = -32,7 \quad \text{Equação 130}$$

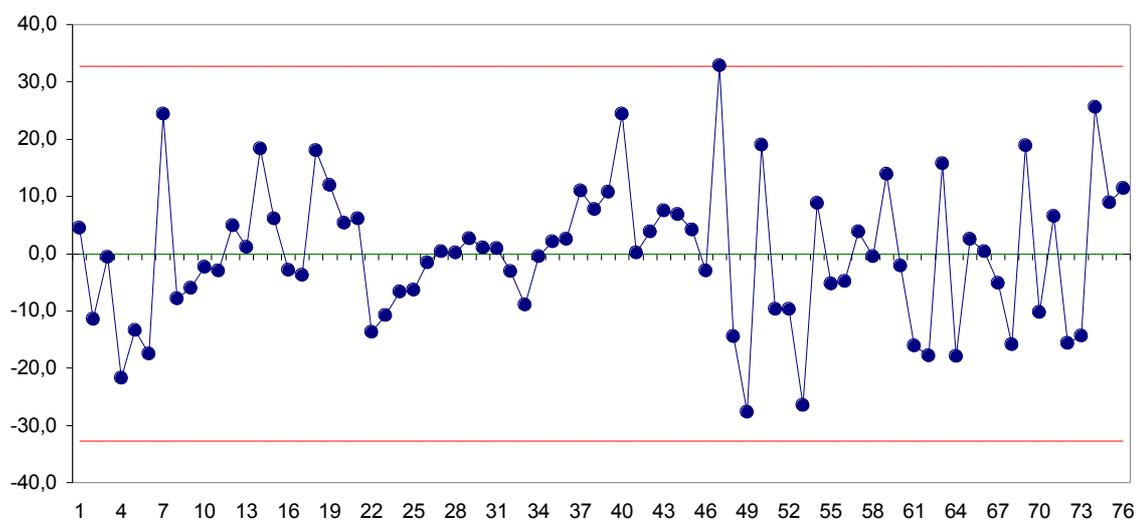


Figura 35. Gráfico de Controle para os resíduos

Pode-se perceber que existe apenas uma causa especial (amostra 47) no gráfico da Figura 35. Conclui-se, portanto que todas aquelas causas especiais apontadas anteriormente na análise preliminar eram falsos alarmes.

O gráfico da Figura 36 apresenta os dados de médias da densidade da ração A monitorados pelo método proposto nessa dissertação. Como se pode observar, o gráfico apresenta os mesmos resultados do gráfico de resíduos, ou seja, a mesma causa especial na amostra 47 apontada anteriormente. A diferença é que o gráfico da Figura 36 apresenta diretamente as observações originais e não os resíduos. O monitoramento dos valores originais facilita o entendimento por parte dos operadores pois eles estão mais familiarizados e entendem melhor a magnitude da observação.

Os limites de controle do gráfico de controle proposto pelo método são dados pelas equações 121, 122 e 123. Nota-se que, como os limites dependem de cada valor X_i , esses limites não são valores constantes ao longo do processo, mas mudam a cada observação.

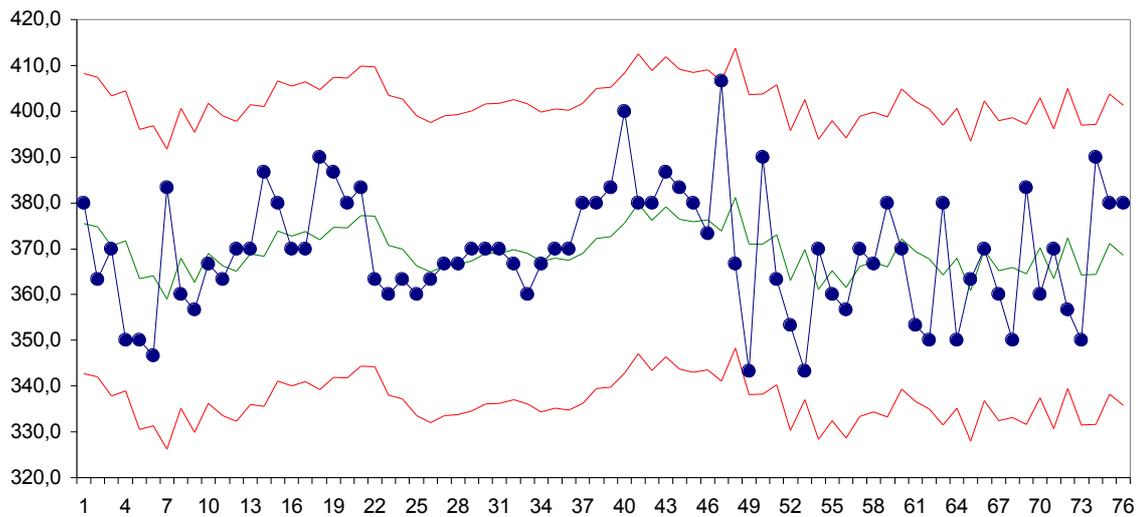


Figura 36. Gráfico de Controle proposto aplicado aos dados da ração A

Os índices de capacidade calculados considerando os dados independentes, ou seja, com as técnicas tradicionais de CEP, revelaram valores distorcidos. Calculando os índices, estimando o desvio padrão por \bar{R} , tem-se $C_p = 2,27$ e $C_{pk} = 1,83$ (processo potencialmente e efetivamente capaz), porém estimando o desvio padrão por $S_{\bar{X}}$, tem-se $C_p = 0,64$ e $C_{pk} = 0,51$ (processo potencialmente e efetivamente não capaz). Calculando-se o mesmo índice por duas formas diferentes, chega-se a conclusões diferentes. Apesar de não ter se encontrado métodos na literatura para calcular a capacidade de processos AR (3), algumas adaptações podem ser feitas nos métodos encontrados. O método de Zalewski (1995), utilizando-se o modelo AR(3) ajustado, ao invés da suposição de um ajuste por um modelo ARMA(1,1), produziu um $C_{est,i}$ médio igual a 0,55. O método de Ramos e Lee Ho (2003), considerando que os dados possam ser ajustados por um modelo AR(1) (para facilitar o cálculo do seu desvio padrão), produziu um $C_p = 0,66$ e um $C_{pk} = 0,53$. Observa-se que os dois métodos adaptados a esse caso produziram um mesmo resultado: o processo é potencialmente e efetivamente não capaz. Esse resultado é condizente com o resultado obtido quando se calcula a capacidade estimando o desvio padrão por $S_{\bar{X}}$.

4.2.1.1 Comparações com outros métodos

Alguns métodos apresentados no capítulo 2 podem ser utilizados para a análise dos dados dos estudos de caso que foram realizados nesse trabalho. A seguir, serão apresentados os resultados da aplicação de alguns desses métodos descritos na literatura para os dois estudos analisados. Nota-se que, o método que consiste em ajustar um modelo ARIMA e aplicar um gráfico de controle aos resíduos não será analisado, dado que foi visto anteriormente que os resultados são os mesmos obtidos pelo método proposto.

Serão analisados os métodos que propõem modificações nos limites de controle para tratar o problema da autocorrelação. Dentre as técnicas que sugerem limites de controle fixos, serão avaliadas a de (i) Vasilopoulos e Stamboulis (1978), utilizando os limites baseados no desvio padrão das amostras e na média do desvio padrão dos subgrupos, a de (ii) Gilbert *et al.* (1997) e a de (iii) Wheeler (1995), que os limites de controle são baseados na amplitude móvel. Para essas técnicas, os valores tabulados existentes servem para o ajuste de uma série AR(1). Essas análises poderão ficar um pouco comprometidas devido ao fato das séries de dados serem mais bem ajustadas por um modelo AR(3), entretanto foi visto anteriormente que os modelos AR(1) podem ser ajustados apesar de não possuírem um desempenho melhor que os modelos AR(3). Para tanto, foram ajustados modelos AR(1), e os valores constantes foram obtidos por interpolação dos dados das tabelas no anexo 1 e do apêndice 1. Dentre as técnicas que utilizam limites de controle variáveis, será avaliada a técnica do Gráfico de Controle EWMA com Linha Central Móvel, proposta por Montgomery e Mastrangelo (1991).

Para dar procedência as análises seguintes, foi ajustado um modelo AR(1) para os dados da densidade da Ração A, apresentado na equação 138.

$$\hat{x}_i = 0,27794x_{i-1} + 267 \quad \text{Equação 130}$$

O gráfico de controle da Figura 37 apresenta os limites de controle baseados no cálculo do desvio padrão de todas as amostras ($\hat{\sigma}$), proposto por Vasilopoulos e Stamboulis (1978). Nota-se que há poucas causas especiais na utilização dessa análise.

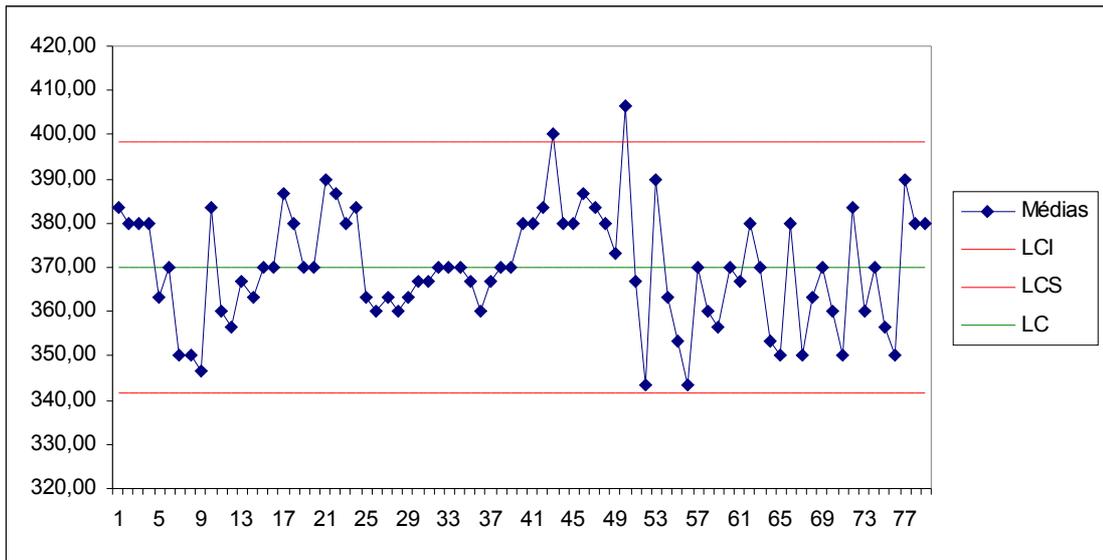


Figura 37. Gráfico de Controle para a densidade da Ração A utilizando modificações nos limites de controle baseados em $\hat{\sigma}$

O gráfico de controle da Figura 38 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da média dos desvios padrões de todos os subgrupos (\bar{s}), proposto por Vasilopoulos e Stamboulis (1978). Nessa análise, percebe-se a presença de diversas causas especiais.

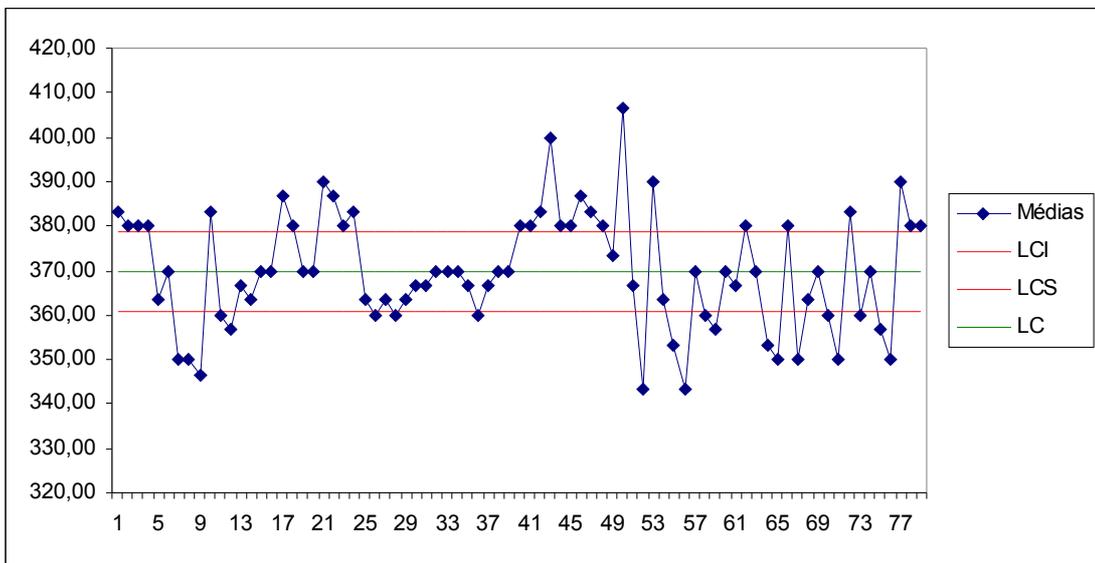


Figura 38. Gráfico de Controle para a densidade da Ração A utilizando modificações nos limites de controle baseados em \bar{s}

O gráfico de controle da Figura 39 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da amplitude móvel, utilizando um passo igual a dois. Esse método, proposto por Gilbert *et al.* (1997) apresenta apenas uma causa especial.

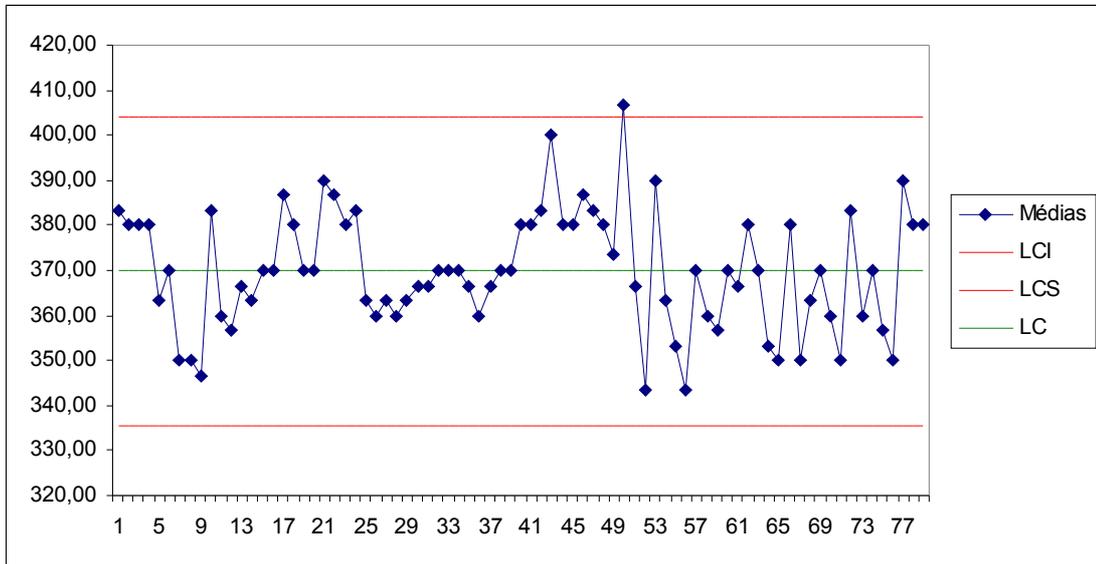


Figura 39. Gráfico de Controle para a densidade da Ração A utilizando modificações nos limites de controle baseados em \overline{MR}

O gráfico de controle da Figura 40 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da amplitude móvel, utilizando um passo igual a 2. Nesse método, proposto por Wheeler (1995), citado em Young e Winistorfer (2001), o qual altera o valor da constante E_2 do método anterior, apresenta algumas causas especiais a mais.

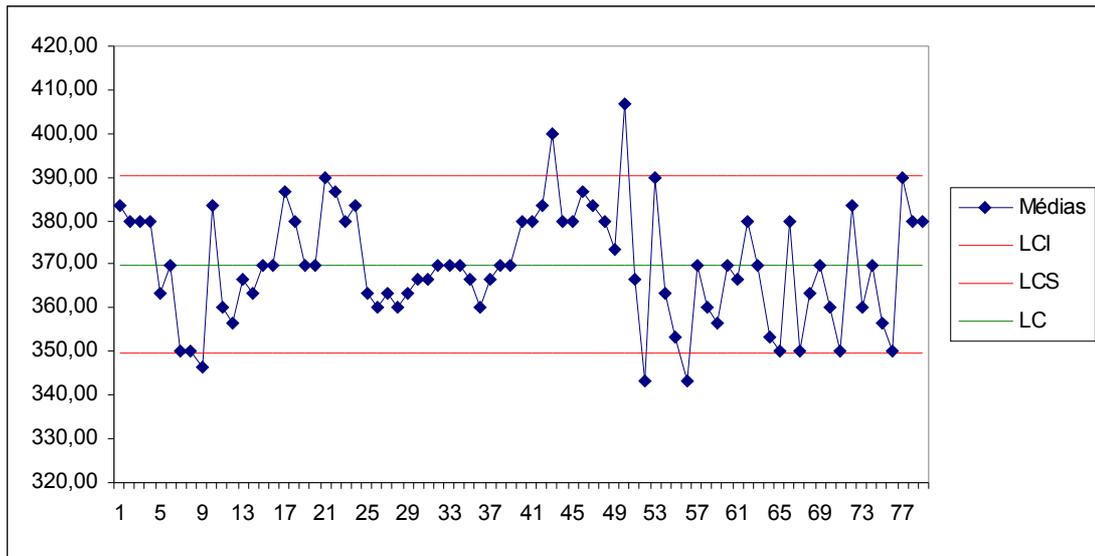


Figura 40. Gráfico de Controle para a densidade da Ração A utilizando modificações nos limites de controle baseados em \overline{MR}

O gráfico da Figura 41 apresenta os dados aplicados ao Gráfico de Controle EWMA com linha central móvel, proposto por Montgomery e Mastrangelo (1991). Algumas causas especiais são encontradas, porém uma análise visual do gráfico não permite discernir com clareza quais são exatamente esses pontos.

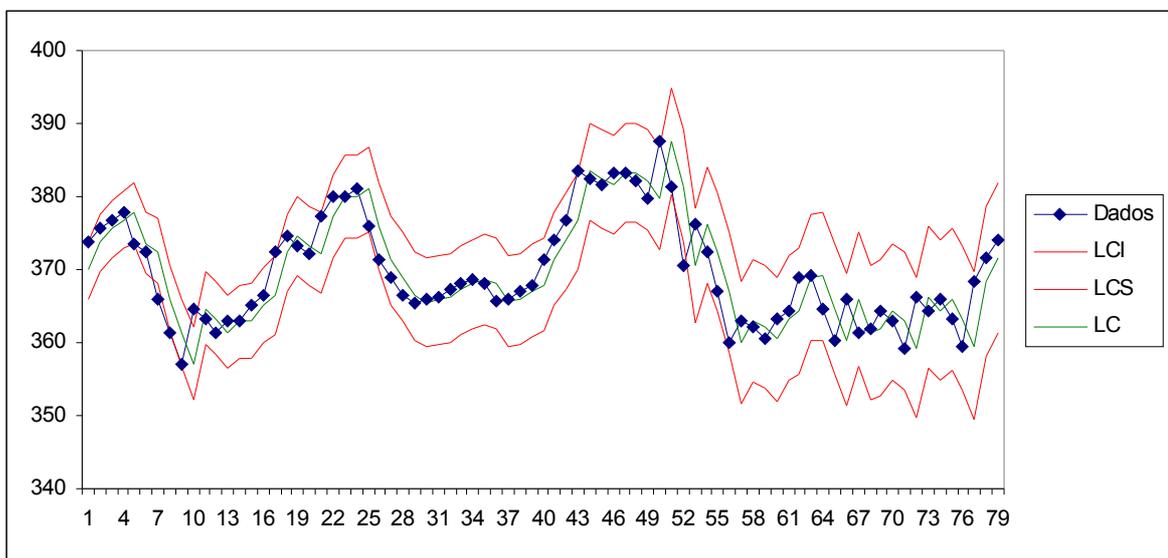


Figura 41. Gráfico de Controle EWMA com linha central móvel para a densidade da Ração A

A Tabela 6 apresenta um comparativo entre as técnicas utilizadas e o método

proposto.

Tabela 6. Análise comparativa dos métodos para a densidade da Ração A

Método / Técnica	Quantidade de causas especiais
Método proposto	1
Vasilopoulos e Stamboulis (1978) – utilizando $\hat{\sigma}$	2
Vasilopoulos e Stamboulis (1978) – utilizando \bar{s}	49
Gilbert <i>et al.</i> (1997)	1
Wheeler (1995), citado em Young e Winistorfer (2001)	5
G. C. EWMA com Linha Central Móvel	9

Nota-se que o método proposto por Gilbert *et al.* (1997), apesar de ter sido baseado em um Modelo AR(1), possui um desempenho semelhante ao método proposto em relação a quantidade de causas especiais assinaladas. Entretanto para uma comparação mais confiável, seria necessário estudar e tabular valores de constantes para o caso de modelagem AR(3) para serem utilizadas nos cálculos dos limites de controle fixos.

4.2.2 Estudo da Ração B

O produto B consiste em duas variações de outro tipo de ração. Entretanto, semelhantemente à análise do produto A, essas variações não serão consideradas. Foram coletadas 124 amostras de tamanho $n = 3$, num período de 3 dias.

Durante a análise preliminar dos dados, obteve-se o gráfico de controle para a média da densidade da ração B, apresentado na Figura 42. Esse gráfico foi construído pelas equações convencionais de gráfico de controle, ou seja,

$$LCS = \bar{X} + A_2\bar{R} = 367,66 + 1,023.6,37 = 374,18 \quad \text{Equação 132}$$

$$LC = \bar{X} = 367,66 \quad \text{Equação 133}$$

$$LCI = \bar{X} - A_2\bar{R} = 367,66 - 1,023.6,37 = 361,14$$

Equação 134

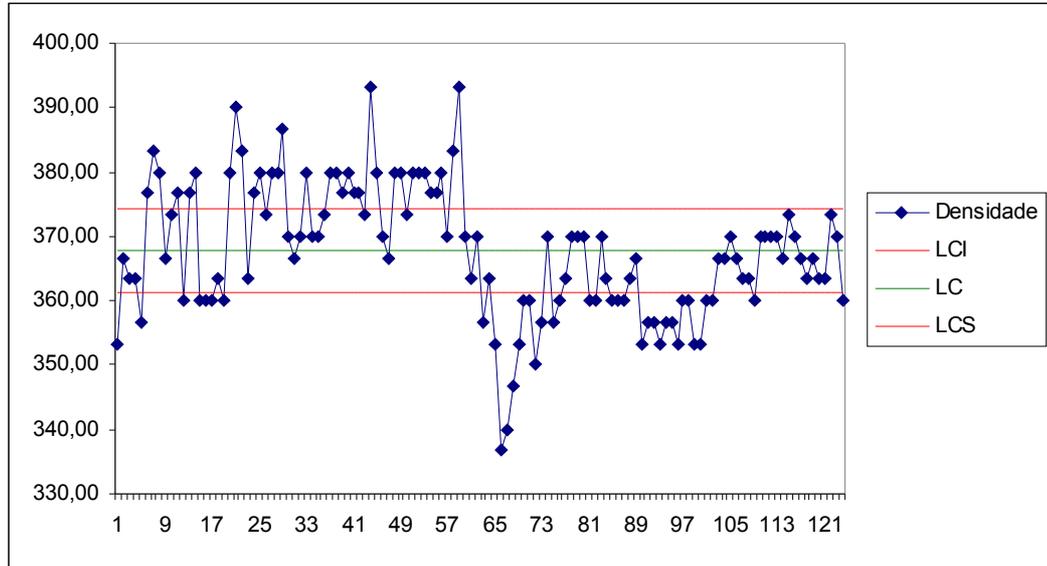


Figura 42. Gráfico de Controle para a média da densidade da Ração B

Assim como aconteceu no processo da ração A, o gráfico de controle apresentado na Figura 42 mostra diversos pontos fora de controle, sugerindo que o processo está fora de controle. Para verificar a presença de autocorrelação nos dados, foi calculado o coeficiente de correlação da primeira defasagem, o qual resultou em 0,675. O gráfico de dispersão que evidencia esta correlação é mostrado na Figura 43.

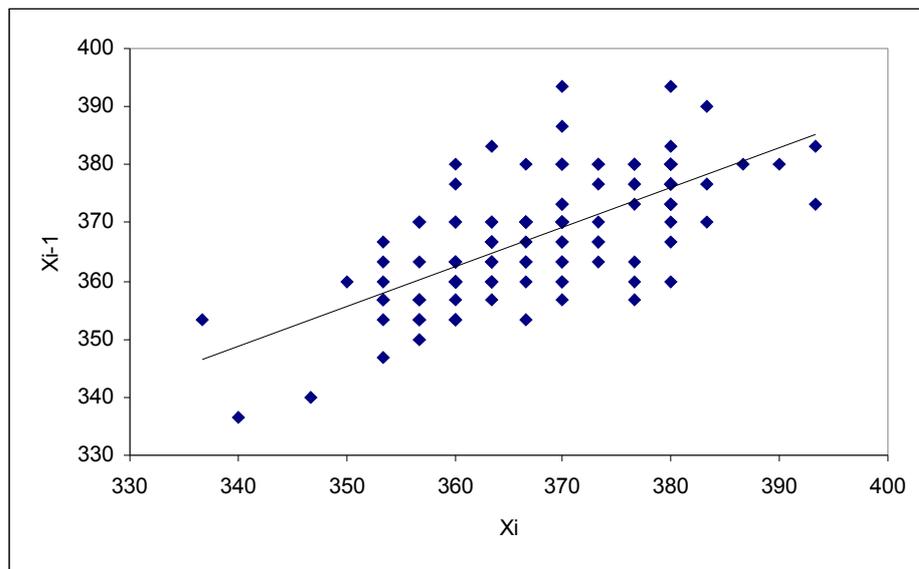


Figura 43. Gráfico de dispersão

A Tabela 7 apresenta o teste de normalidade *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* o qual indica que a média da densidade da ração B não possui distribuição normal, pois o valor de p (0,015) é menor que o valor crítico de 0,05 (nível de significância de 5%). O histograma da Figura 44 mostra visualmente esse fato, apresentando uma distribuição acidentada. A presença da autocorrelação faz com que o gráfico de médias não se beneficie do teorema do limite central.

Tabela 7. Teste de normalidade para a média da densidade da Ração B

Teste de Normalidade			
Kolmogorov-Smirnov ^a			
	Estatística	gl	Sig.
MEDIA	,090	124	,015

a. Lilliefors Significance Correction

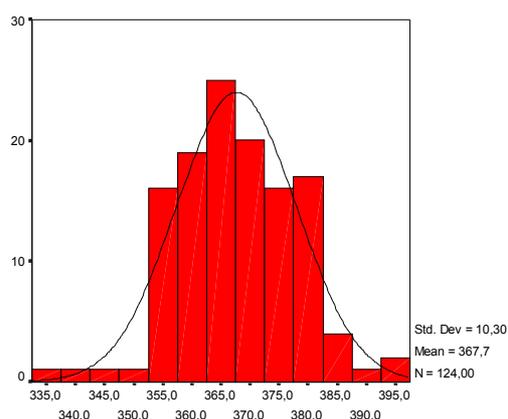


Figura 44. Histograma da média da densidade da Ração B

Após a constatação da autocorrelação nos dados, foram obtidos os gráficos de correlograma da FAC e da FACP, os quais são apresentados respectivamente na Figura 45. As estatísticas de Box-Ljung que evidenciam a presença de autocorrelação para os diversos *lags* (valores de p são menores que o nível de significância de 5%), são apresentadas na Figura 46.

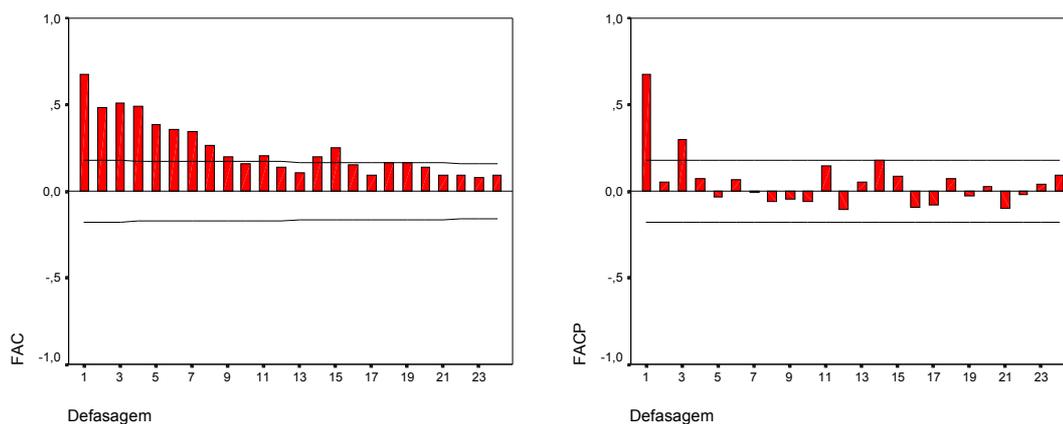


Figura 45. Correlogramas da FAC e da FACP respectivamente

Lag	Corr.	Err.	-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1	Box-Ljung	Prob.
1	,675	,089					I***.*****					57,825	,000
2	,485	,088					I***.*****					87,941	,000
3	,509	,088					I***.*****					121,390	,000
4	,489	,088					I***.*****					152,496	,000
5	,385	,087					I**.*****					171,918	,000
6	,357	,087					I**.*****					188,812	,000
7	,341	,087					I**.*****					204,350	,000
8	,265	,086					I**.***					213,775	,000
9	,197	,086					I**.***					219,024	,000
10	,156	,085					I***					222,349	,000
11	,203	,085					I**.***					228,064	,000
12	,142	,085					I***					230,862	,000
13	,106	,084					I**.***					232,442	,000
14	,197	,084					I**.***					237,932	,000
15	,252	,084					I**.***					247,007	,000
16	,153	,083					I***					250,375	,000
17	,092	,083					I**.***					251,614	,000
18	,166	,082					I***					255,699	,000
19	,162	,082					I***					259,628	,000
20	,136	,082					I***					262,424	,000
21	,096	,081					I**.***					263,809	,000
22	,092	,081					I**.***					265,119	,000
23	,081	,080					I**.***					266,123	,000
24	,094	,080					I**.***					267,490	,000

Figura 46. Estatísticas de Box-Ljung

Os gráficos de correlogramas da Figura 45 sugerem alguns modelos ARIMA como candidatos a se ajustar aos dados do processo, não descartando a possibilidade de falta de estacionariedade. Esses modelos foram testados e avaliados segundo a variância residual,

as estatísticas AIC e BIC e a quantidade de parâmetros significativos. O resultado é apresentado na Tabela 8.

Tabela 8. Resultado comparativo dos modelos testados

Modelo	Qtd. de Parâmetros	Qtd. Par. Significativos.	Variância Residual	AIC	BIC
AR(1)	1	1	57,23	856,35	861,99
AR(2)	2	1	57,62	858,19	866,65
AR(3)	3	2	52,47	847,87	859,15
ARMA(1,1)	2	2	57,06	857,02	865,48
ARIMA(2,1,2)	4	0	55,11	846,65	857,90
ARIMA(1,1,0)	1	1	65,07	863,68	866,50
ARIMA(2,1,0)	2	2	55,27	844,95	850,57
ARIMA(0,1,1)	1	1	59,76	853,48	856,29
ARIMA(0,1,2)	2	2	54,98	844,36	849,98

Os modelos AR(2) e ARIMA(2,1,2) não são adequados por não apresentarem coeficientes de maior ordem significativos. Foram testados alguns modelos supondo que a série fosse não estacionária. Os modelos AR(3), ARIMA(2,1,0) e ARIMA(0,1,2) apresentaram bons resultados quanto aos critérios avaliados, possuindo um desempenho adequado quanto aos resíduos obtidos. Analisando os resultados obtidos e visando obter um modelo mais simples, escolheu-se o modelo AR(3), ainda que o mesmo tenha apresentado o coeficiente ϕ_2 não significativo. A Figura 47 apresenta o gráfico do modelo AR(3) ajustado mostrado na equação 135. Esse modelo foi ajustado através de regressão múltipla pelo método dos mínimos quadrados.

$$\hat{x}_i = 0,64469x_{i-1} - 0,16862x_{i-2} + 0,31051x_{i-3} + 78,34 \quad \text{Equação 135}$$

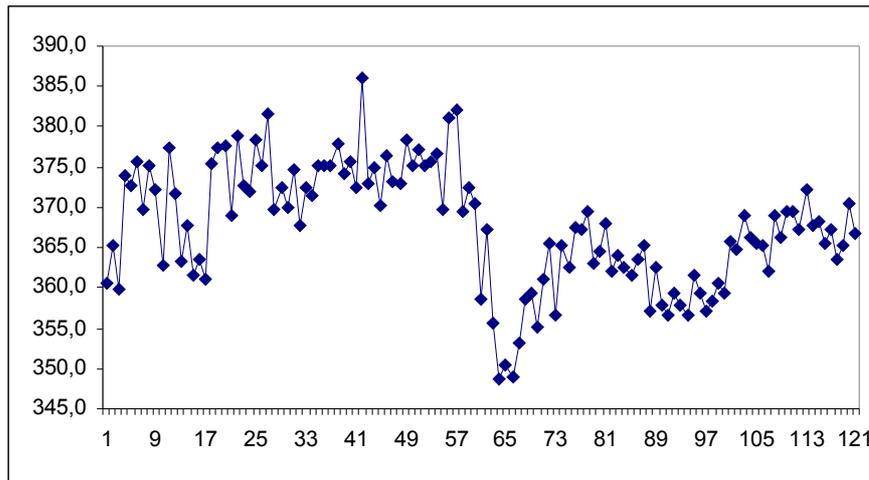


Figura 47. Modelo AR(3) ajustado

Para verificar se os resíduos são “ruído aleatório”, obteve-se os gráficos de correlogramas da FAC e da FACP dos resíduos, os quais são apresentados respectivamente na Figura 48, bem como as estatísticas de Box-Ljung mostradas na Figura 49. Apesar de o *lag* 15 aparecer significativo em ambos correlogramas, as estatísticas de Box-Ljung revelam que os dados são independentes.

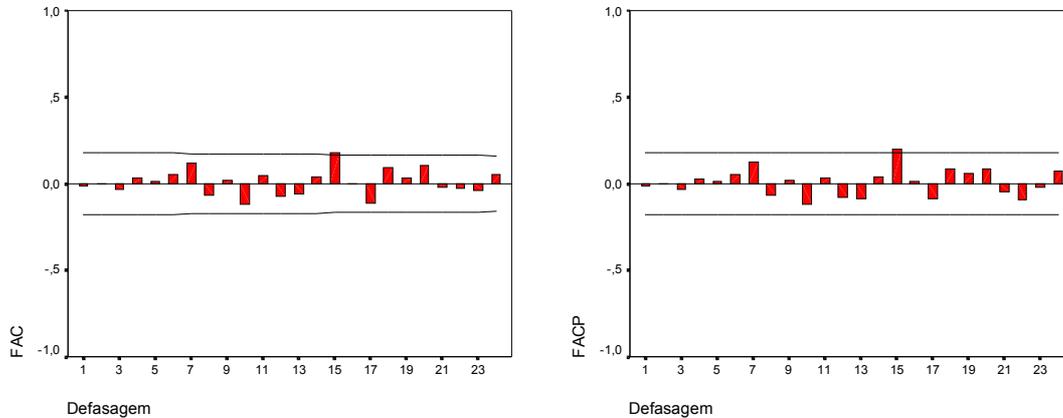


Figura 48. Correlogramas da FAC e da FACP dos resíduos respectivamente

Lag	Corr.	Err.	-1	-.75	-.5	-.25	0	.25	.5	.75	1	Box-Ljung	Prob.
			+-----+-----+-----+-----+-----+-----+										
1	-,013	,090					.	*	.			,020	,887
2	-,001	,089					.	*	.			,020	,990
3	-,034	,089					.	*I	.			,168	,983
4	,030	,089					.	I*	.			,281	,991
5	,015	,088					.	*	.			,310	,997
6	,053	,088					.	I*	.			,678	,995
7	,120	,088					.	I**	.			2,554	,923
8	-,067	,087					.	*I	.			3,139	,925
9	,018	,087					.	*	.			3,184	,957
10	-,122	,086					.	**I	.			5,188	,878
11	,049	,086					.	I*	.			5,518	,903
12	-,072	,086					.	*I	.			6,229	,904
13	-,062	,085					.	*I	.			6,762	,914
14	,037	,085					.	I*	.			6,952	,937
15	,177	,084					.	I**.*	.			11,342	,728
16	-,001	,084					.	*	.			11,342	,788
17	-,116	,084					.	**I	.			13,258	,719
18	,090	,083					.	I**	.			14,429	,701
19	,031	,083					.	I*	.			14,567	,750
20	,103	,082					.	I**	.			16,136	,708
21	-,017	,082					.	*	.			16,181	,759
22	-,027	,082					.	*I	.			16,288	,801
23	-,041	,081					.	*I	.			16,540	,831
24	,050	,081					.	I*	.			16,925	,852

Figura 49. Estatísticas de Box-Ljung da FAC dos resíduos

O teste de normalidade *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* mostrado na Tabela 9 revelou que os resíduos possuem distribuição normal, pois o valor de p (maior que 0,200) é maior que o valor crítico de 0,05 (nível de significância de 5%). O histograma da Figura 50 evidencia a adequabilidade da curva normal aos dados.

Tabela 9. Teste de Normalidade

Teste de Normalidade			
Kolmogorov-Smirnov ^a			
	Estatística	gl	Sig.
Resíduos	,046	121	,200*

*. Esse é o limite inferior da verdadeira significância

a. Lilliefors Significance Correction

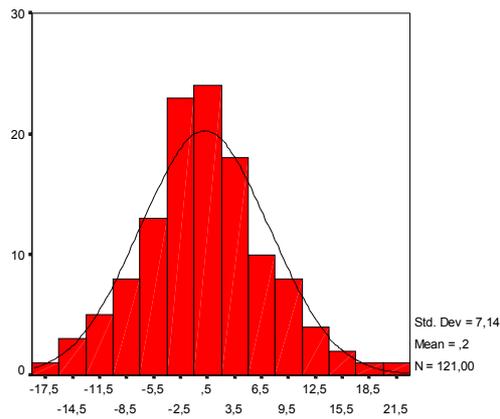


Figura 50. Histograma dos resíduos

O gráfico da Figura 51 apresenta o monitoramento dos resíduos (valores individuais) através do CEP tradicional. Devido ao fato dos dados serem ajustados por um modelo AR(3), não é possível estimar os primeiros três erros. Os limites de controle são dados por

$$LCS = \bar{e} + E_2 \bar{R} = 0,2 + 2,66 * 7,98 = 21,4 \quad \text{Equação 136}$$

$$LC = \bar{e} = 0,0 \quad \text{Equação 137}$$

$$LCI = \bar{e} - E_2 \bar{R} = 0,2 - 2,66 * 7,98 = -21,0 \quad \text{Equação 138}$$

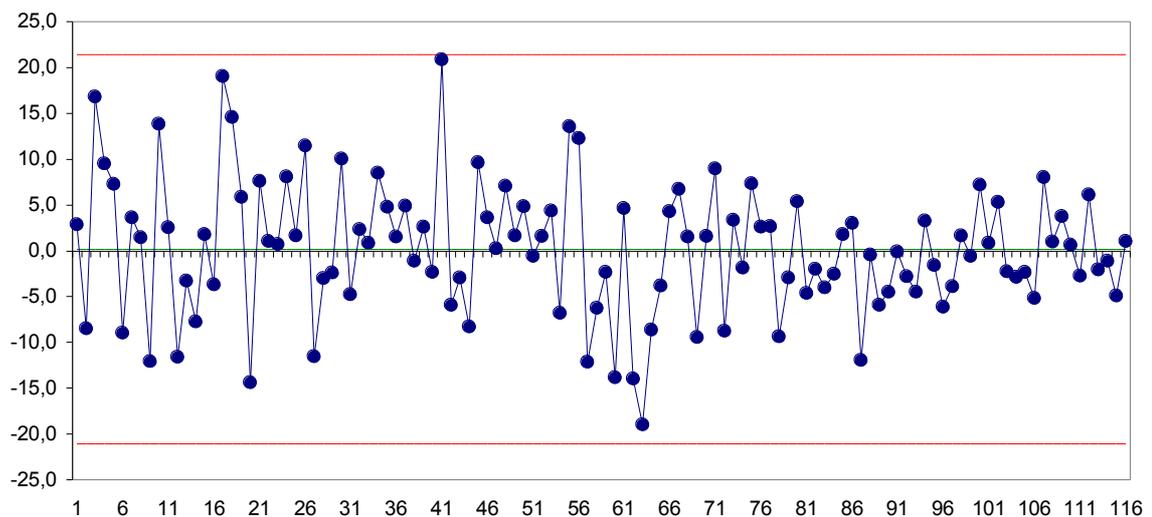


Figura 51. Gráfico de Controle para os resíduos

O gráfico da Figura 51 não apresenta causa especial. Dessa forma, conclui-se que as causas especiais apontadas anteriormente na análise preliminar eram falsos alarmes.

O gráfico da Figura 52 apresenta os dados de médias da densidade da ração B monitorados pelo método proposto nessa dissertação. Os resultados observados correspondem aos resultados obtidos pelo gráfico de resíduos. A diferença é que o gráfico da Figura 52 apresenta diretamente as observações originais e não os resíduos. O monitoramento dos valores originais facilita o entendimento por parte dos operadores pois eles estão mais familiarizados e entendem melhor a magnitude da observação.

Os limites de controle do gráfico de controle proposto pelo método são dados pelas equações 121, 122 e 123. Nota-se que, como os limites dependem de cada valor X_i , esses limites não são valores constantes ao longo do processo, mas mudam a cada observação.

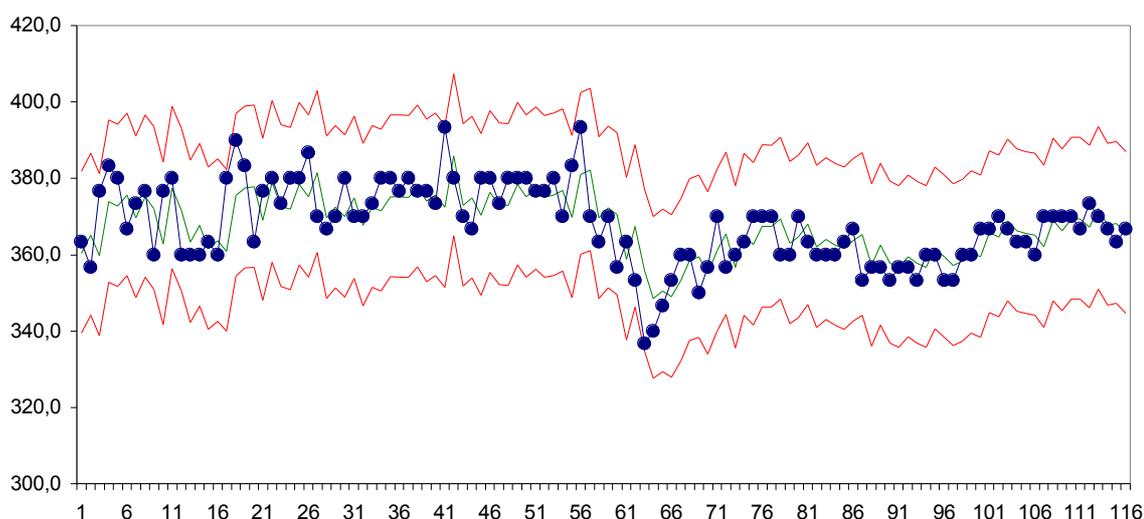


Figura 52. Gráfico de Controle proposto aplicado aos dados da ração B

Os índices de capacidade calculados considerando os dados independentes, ou seja, com as técnicas tradicionais de CEP, como no caso da ração A, revelaram valores distorcidos. Calculando os índices, estimando o desvio padrão por \bar{R} , tem-se $C_p = 2,21$ e $C_{pk} = 1,98$ (processo potencialmente e efetivamente capaz), porém estimando o desvio padrão por $S_{\bar{X}}$, tem-se $C_p = 0,81$ e $C_{pk} = 0,72$ (processo potencialmente e efetivamente não

capaz). Calculando-se o mesmo índice por duas formas diferentes, chega-se a conclusões diferentes. Visto que, no caso da ração B também foi ajustado um modelo AR(3), semelhantemente ao caso da ração A, foram feitas as mesmas adaptações nos índices sugeridos para o caso de autocorrelação. O método de Zalewski (1995), utilizando-se o modelo AR(3) ajustado, ao invés da suposição de um ajuste por um modelo ARMA(1,1), produziu um $C_{est,i}$ médio igual a 0,83. O método de Ramos e Lee Ho (2003), considerando que os dados possam ser ajustados por um modelo AR(1) (para facilitar o cálculo do seu desvio padrão), produziu um $C_p = 0,85$ e um $C_{pk} = 0,76$. Observa-se que os dois métodos adaptados a esse caso produziram um mesmo resultado: o processo é potencialmente e efetivamente não capaz. Esse resultado é condizente com o resultado obtido quando se calcula a capacidade estimando o desvio padrão por $S_{\bar{x}}$. Essa conclusão foi a mesma obtida para o caso da ração A.

4.2.2.1 Comparações com Outros Métodos

Para dar procedência as análises seguintes, foi ajustado um modelo AR(1) para os dados da densidade da Ração B, apresentado na equação 139.

$$\hat{x}_i = 0,68319x_{i-1} + 117 \quad \text{Equação 139}$$

O gráfico de controle da Figura 53 apresenta os limites de controle baseados no cálculo do desvio padrão de todas as amostras $\hat{\sigma}$, proposto por Vasilopoulos e Stamboulis (1978). Nota-se que há apenas uma causa especial na utilização dessa análise.

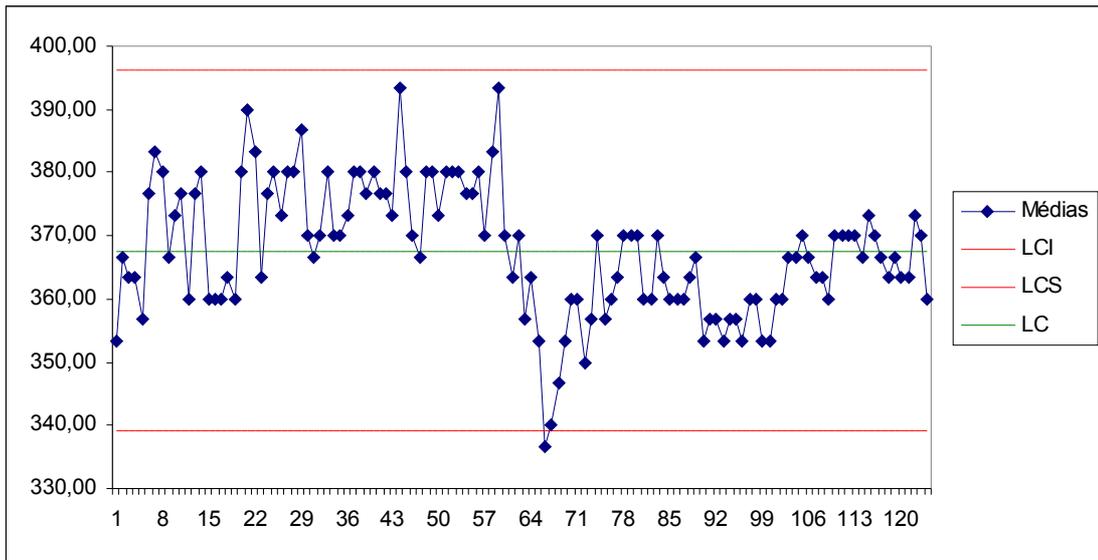


Figura 53. Gráfico de Controle para a densidade da Ração B utilizando modificações nos limites de controle baseados em $\hat{\sigma}$

O gráfico de controle da Figura 54 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da média dos desvios padrões de todos os subgrupos \bar{s} , proposto por Vasilopoulos e Stamboulis (1978). Nessa análise, percebe-se a presença de algumas causas especiais.

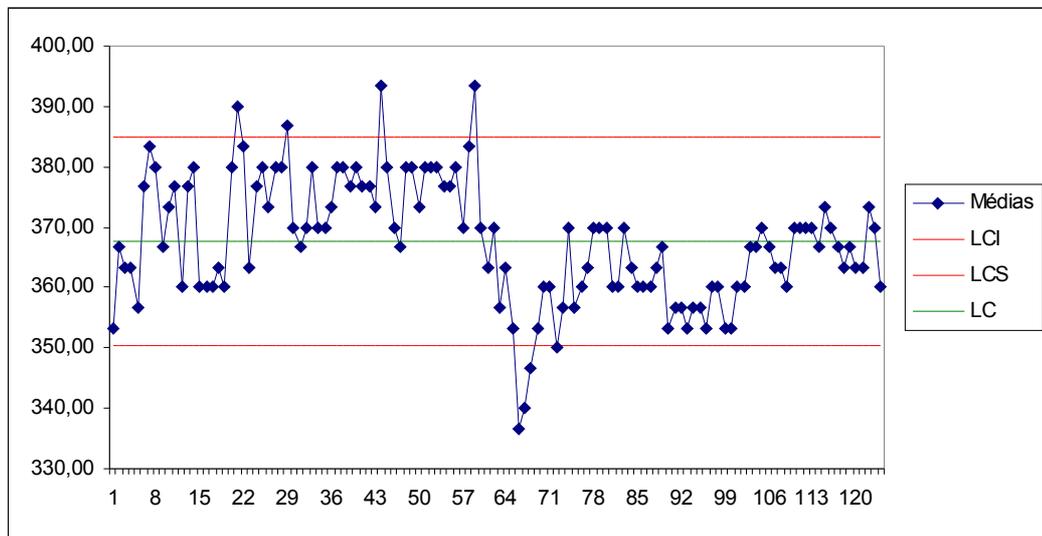


Figura 54. Gráfico de Controle para a densidade da Ração B utilizando modificações nos limites de controle baseados em \bar{s}

O gráfico de controle da Figura 55 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da amplitude móvel, utilizando um passo igual a 2. Esse método, proposto por Gilbert *et al.* (1997) apresenta apenas uma causa especial.

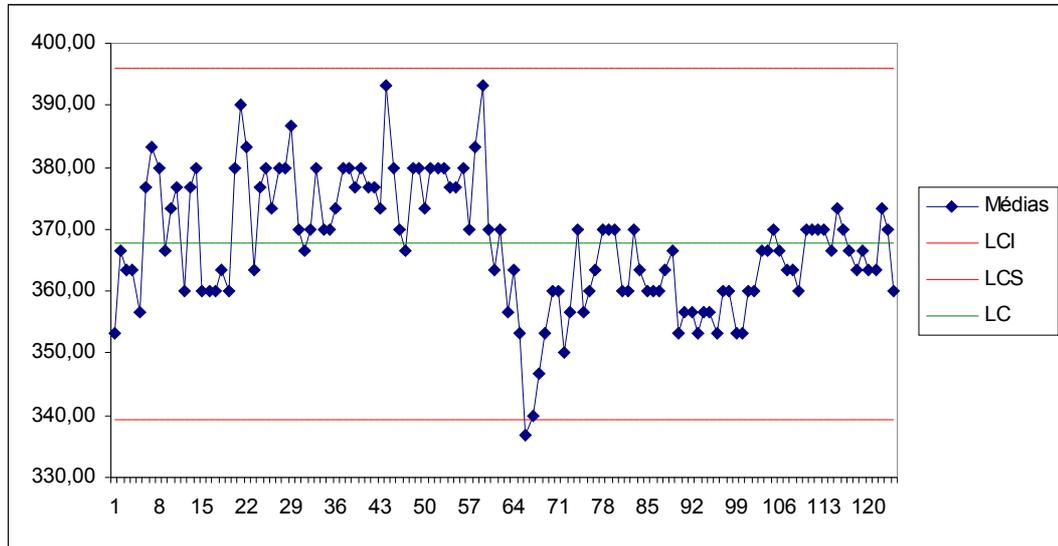


Figura 55. Gráfico de Controle para a densidade da Ração B utilizando modificações nos limites de controle baseados em \overline{MR}

O gráfico de controle da Figura 56 apresenta os limites de controle baseados no cálculo da amplitude móvel, utilizando um passo igual a 2. Nesse método, proposto por Wheeler (1995), citado em Young e Winistorfer (2001), o qual altera o valor da constante E_2 do método anterior, apresenta mais causas especiais.

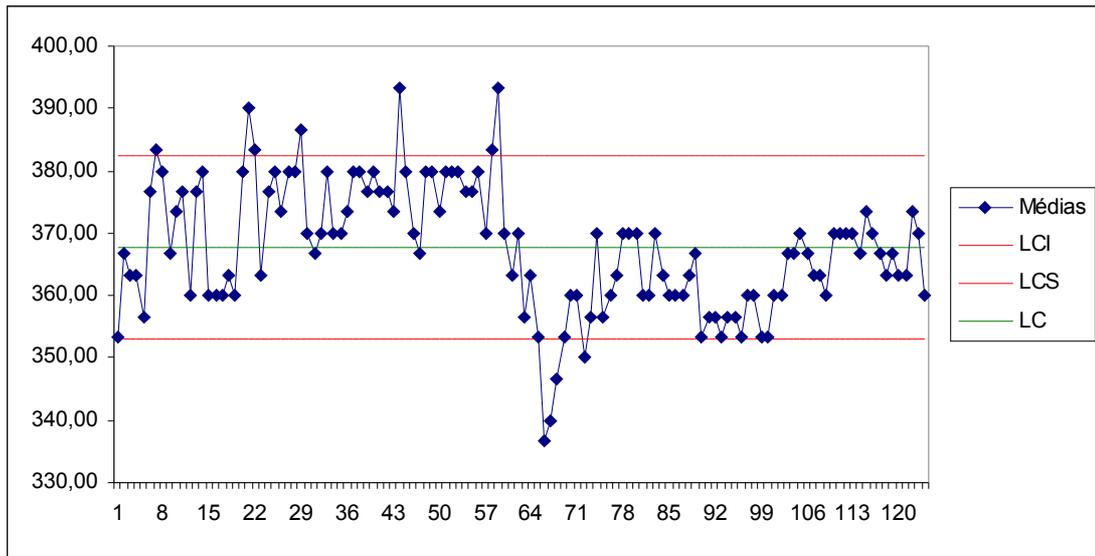


Figura 56. Gráfico de Controle para a densidade da Ração B utilizando modificações nos limites de controle baseados em \overline{MR}

O gráfico da Figura 57 apresenta os dados aplicados ao Gráfico de Controle EWMA com linha central móvel, proposto por Montgomery e Mastrangelo, 1991. Algumas causas especiais são encontradas principalmente até a metade das observações. A medida que os limites de controle se alargam, o gráfico tende a apontar menos causas especiais. A análise visual do gráfico não permite identificar facilmente quais são esses pontos fora de controle, principalmente entre as primeiras observações.

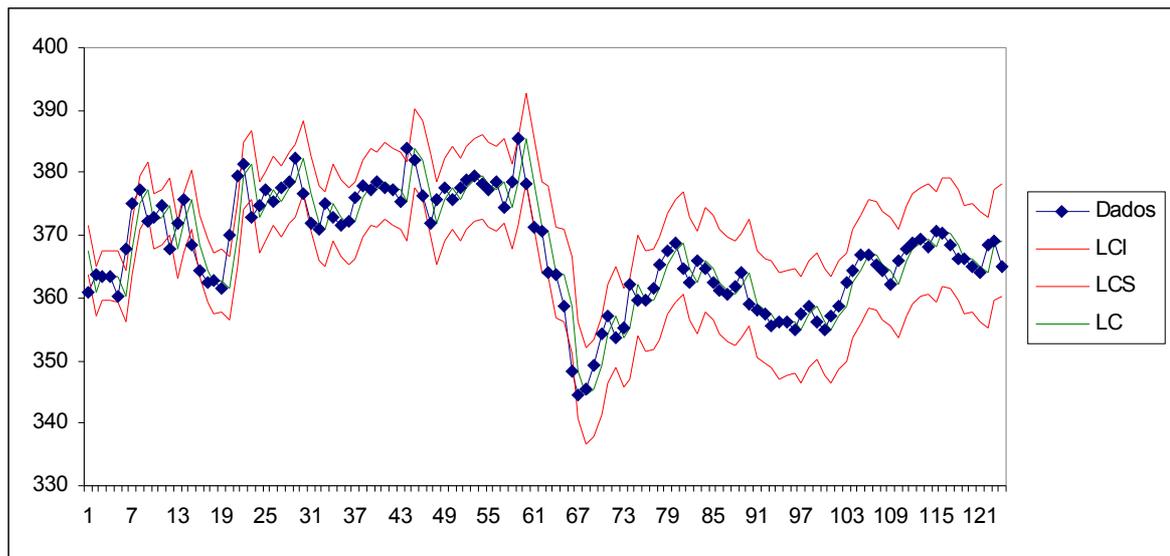


Figura 57. Gráfico de Controle EWMA com linha central móvel para a densidade da Ração B

A Tabela 10 apresenta um comparativo entre as técnicas utilizadas e o método proposto.

Tabela 10. Análise comparativa dos métodos para a densidade da Ração B

Método / Técnica	Quantidade de causas especiais
Método proposto	0
Vasilopoulos e Stamboulis (1978) – utilizando $\hat{\sigma}$	1
Vasilopoulos e Stamboulis (1978) – utilizando \bar{s}	8
Gilbert <i>et al.</i> (1997)	1
Wheeler (1995), citado em Young e Winistorfer (2001)	11
G. C. EWMA com Linha Central Móvel	13

Os métodos propostos por Vasilopoulos e Stamboulis (1978) utilizando $\hat{\sigma}$, e por Gilbert *et al.* (1997), possuem desempenho quase idêntico, assinalando apenas uma causa especial. Entretanto, nesse caso, nenhum dos métodos apresentou desempenho superior ao método proposto. Porém, como no caso anterior, para uma comparação mais confiável, seria necessário estudar e tabular valores de constantes para o caso de modelagem AR(3).

4.3 Discussão do capítulo

O método proposto nessa dissertação foi utilizado em dois estudos na seção anterior. Nessa seção serão apresentadas as conclusões obtidas através da sua aplicação, bem como a sua comparação com outros métodos apresentados no capítulo 2.

4.3.1 Conclusões

O método proposto apresentou resultados dentro do que se esperava. Observa-se que, para ambos os estudos analisados, os resultados foram semelhantes. Os dois processos, onde se analisava a densidade das rações em uma etapa da produção, foram ajustados por um modelo AR(3), o que evidencia que as rações se assemelham quanto a essa característica analisada. Apesar de se assemelhar, pelo fato do mesmo tipo de modelo auto-regressivo se adequar aos processos, o comportamento dos processos não é idêntico, já que os coeficientes não são os mesmos.

Os modelos foram ajustados e obtiveram resíduos independentes, entretanto com uma alta variabilidade. O método foi aplicado, mesclando os gráficos de resíduos, de observações e do modelo ajustado, resultando num gráfico onde se pode acompanhar o andamento do processo monitorando as observações diretamente, simultaneamente com o comportamento autocorrelacionado inerente ao processo.

Quanto às causas especiais, os resultados do método proposto, os quais são os mesmos do monitoramento dos resíduos após um ajuste por um modelo ARIMA, apresentaram uma causa especial no primeiro estudo, e nenhuma no segundo.

Devido as dificuldades práticas encontradas nas coletas dos dados, por ainda não haver um monitoramento automatizado de CEP nesses processos da empresa, a frequência de amostragem utilizada não foi constante, ou seja, o tempo entre as coletas das amostras não foi sempre o mesmo. Como visto no capítulo 2, isso influencia na identificação do modelo ARIMA. Uma análise mais eficiente poderá ser obtida quando se utilizar a mesma frequência de amostragem.

5 COMENTÁRIOS FINAIS

5.1 Conclusões

Muitos processos de monitoração têm utilizado as cartas de controle de Shewhart. Entre tanto, nem sempre as suposições de independência e normalidade são satisfeitas. Quando as observações não são independentes, o processo apresenta autocorrelação. Nessas condições, muitas conclusões errôneas podem ser obtidas utilizando as técnicas convencionais de Controle Estatístico de Processo (CEP), como, por exemplo, a indicação de que o processo não está sob controle quando na verdade ele está, a presença de “falsos alarmes”, ou seja, observações que aparentemente seriam causas especiais mas não são, etc. Nesses casos, as técnicas convencionais de CEP não podem ser utilizadas diretamente nas observações, ou seja, é necessário um tratamento para remover a autocorrelação antes de monitorar estatisticamente.

Essa dissertação abordou a utilização do CEP para observações autocorrelacionadas em processos de manufatura, com os objetivos de consolidar um método de CEP para esse tipo de situação, desenvolvendo uma carta de controle para monitoramento direto das observações autocorrelacionadas, e realizar um levantamento de métodos utilizados para o tratamento de observações autocorrelacionadas.

O capítulo do levantamento bibliográfico para o tratamento da autocorrelação foi dividido em três ramos principais: ajuste por Modelos ARIMA e monitoramento dos resíduos, modificações nos limites de controle (fixos ou variáveis) e, outras técnicas. Essa dissertação se limitou em apresentar as diversas técnicas para o tratamento de observações autocorrelacionadas em CEP, ressaltando seus principais resultados, porém sem discutir a validação dessas técnicas.

O método proposto nessa dissertação trata de um procedimento relativamente simples para o monitoramento de observações autocorrelacionadas, que consiste em combinar o gráfico ARIMA ajustado com o gráfico de resíduos, resultando em uma carta de controle com limites de controle variáveis que monitora diretamente as observações autocorrelacionadas. Visto que essa técnica é uma combinação de técnicas já existentes, a sua principal vantagem está em facilitar a monitoração realizada pelo operador que coleta os dados e os coloca no gráfico. Ao contrário do monitoramento usual do gráfico de resíduos, o operador visualiza um gráfico de controle que monitora diretamente as observações, facilitando o entendimento do processo e permitindo o acompanhamento real do mesmo. O método proposto deve atender as suposições: (i) os dados devem apresentar autocorrelação, (ii) os dados devem ser “ajustáveis” por um modelo ARIMA qualquer, e (iii) os resíduos obtidos devem constituir um ruído aleatório. A implantação do método consiste em quatro passos: (i) coleta dos dados, (ii) ajuste por um modelo ARIMA, (iii) elaboração do gráfico de resíduos, (iv) aplicação do gráfico de controle proposto. O desempenho do método quanto à presença de causas especiais é idêntico ao do gráfico de resíduos. A desvantagem do método está na conferência visual da aleatoriedade do processo, já que os resíduos gerados são adicionados ao modelo ARIMA.

Para ilustrar o método proposto, a dissertação apresentou um estudo de caso sobre uma etapa de um processo de fabricação de dois tipos de rações para animais domésticos. Os resultados obtidos foram comparados com outros e métodos descritos no capítulo 2. Entretanto as análises comparativas podem ter ficado um pouco comprometidas devido ao fato das séries de dados do estudo de caso terem sido mais bem ajustada por um modelo AR(3), e os métodos comparados não possuem estudos com modelos AR(3). Entretanto, os resultados das comparações foram considerados satisfatórios.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

O Controle Estatístico de Processo para observações autocorrelacionadas é um assunto relativamente novo, porém já existem vários estudos sobre isso e a maioria deles voltados para o meio acadêmico, como foi visto no capítulo 2. Entretanto, muitos estudos que não foram abordados nesse trabalho, podem ser realizados. Como sugestões para trabalhos futuros, destacam-se:

- uma discussão a validação das técnicas existentes;
- comparações de distribuições RL dos métodos existentes;
- desenvolvimento de novas técnicas gerais ou para casos específicos;
- estender técnicas já existentes para outros tipos de casos;
- desenvolver ou estender técnicas para outros Modelos ARIMA mais específicos, por exemplo AR(2), AR(3), MA(2), MA(3), etc.

6 ANEXOS

6.1 Anexo 1: Valores das Constantes A_3 , C_4 , B_3 e B_4 para Processos AR(1)

Tabela 11. Valores aproximados de A_3 para um Processo AR(1). Fonte: Gilbert et al., (1997)

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	2,66	2,94	3,26	3,62	4,06	4,60	5,32	6,33	7,98	11,59
3	1,95	2,16	2,41	2,70	3,05	3,50	4,08	4,91	6,26	9,20
4	1,96	1,80	2,01	2,26	2,56	2,95	3,46	4,19	5,38	7,97
5	1,43	1,58	1,76	1,98	2,25	2,59	3,05	3,71	4,80	7,15
6	1,29	1,43	1,59	1,78	2,03	2,34	2,76	3,36	4,36	6,54
7	1,18	1,31	1,46	1,64	1,86	2,14	2,53	3,09	4,02	6,06
8	1,10	1,22	1,35	1,52	1,72	1,99	2,35	2,87	3,74	5,66
9	1,03	1,14	1,27	1,43	1,62	1,86	2,20	2,69	3,51	6,33
10	0,98	1,08	1,20	1,32	1,53	1,76	2,07	2,54	3,32	5,06

Tabela 12. Valores aproximados de c_4 para um Processo AR(1). Fonte: Gilbert et al., (1997)

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,80	0,76	0,71	0,67	0,62	0,56	0,50	0,44	0,36	0,25
3	0,89	0,85	0,82	0,77	0,73	0,67	0,61	0,53	0,44	0,31
4	0,92	0,90	0,86	0,83	0,78	0,73	0,67	0,59	0,49	0,35
5	0,94	0,92	0,89	0,86	0,82	0,77	0,71	0,63	0,53	0,39
6	0,95	0,93	0,91	0,88	0,85	0,80	0,74	0,67	0,57	0,42
7	0,96	0,94	0,92	0,90	0,87	0,83	0,77	0,70	0,60	0,44
8	0,97	0,95	0,93	0,91	0,88	0,84	0,79	0,72	0,62	0,47
9	0,97	0,96	0,94	0,92	0,89	0,86	0,81	0,74	0,65	0,49
10	0,97	0,96	0,95	0,93	0,90	0,87	0,83	0,76	0,67	0,51

Tabela 13. Valores aproximados de B_3 para um Processo $AR(1)$. Fonte: Gilbert et al., (1997)

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,12	0,11	0,09	0,06	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,19	0,18	0,16	0,13	0,09	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,24	0,23	0,22	0,19	0,14	0,09	0,02	0,00	0,00	0,00
10	0,28	0,28	0,26	0,23	0,19	0,13	0,06	0,00	0,00	0,00

Tabela 14. Valores aproximados de B_4 para um Processo $AR(1)$. Fonte: Gilbert et al., (1997)

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27	3,27
3	2,57	2,57	2,58	2,60	2,62	2,64	2,66	2,69	2,72	2,74
4	2,27	2,27	2,29	2,31	2,34	2,37	2,41	2,46	2,51	2,56
5	2,09	2,10	2,11	2,14	2,18	2,22	2,27	2,33	2,39	2,46
6	1,97	1,98	1,99	2,02	2,06	2,11	2,17	2,24	2,32	2,40
7	1,88	1,89	1,91	1,94	1,98	2,03	2,09	2,17	2,26	2,36
8	1,81	1,82	1,84	1,87	1,91	1,96	2,03	2,11	2,21	2,32
9	1,76	1,77	1,78	1,81	1,86	1,91	1,98	2,07	2,17	2,30
10	1,72	1,72	1,74	1,77	1,81	1,87	1,94	2,03	2,14	2,28

6.2 Anexo 2: Limites de Controle para o Gráfico CUSUM em Processos AR(1)

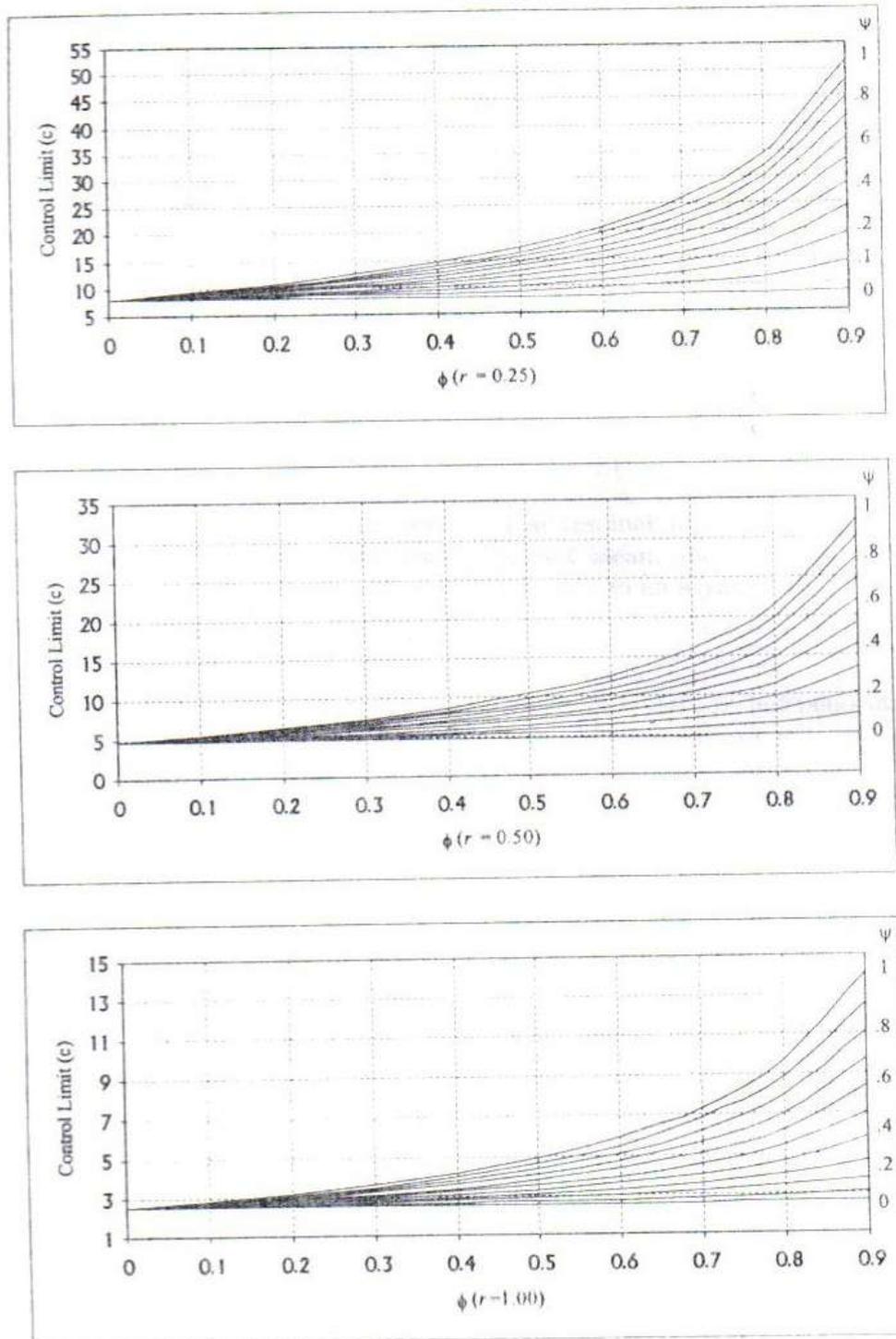


Figura 58. Limites de controle para o Gráfico CUSUM para processos AR(1), para diversos valores de r , ϕ e ψ . Fonte: Lu e Reynolds, 2001.

6.3 Anexo 3: Limites de Controle para o Gráfico EWMA em Processos AR(1)

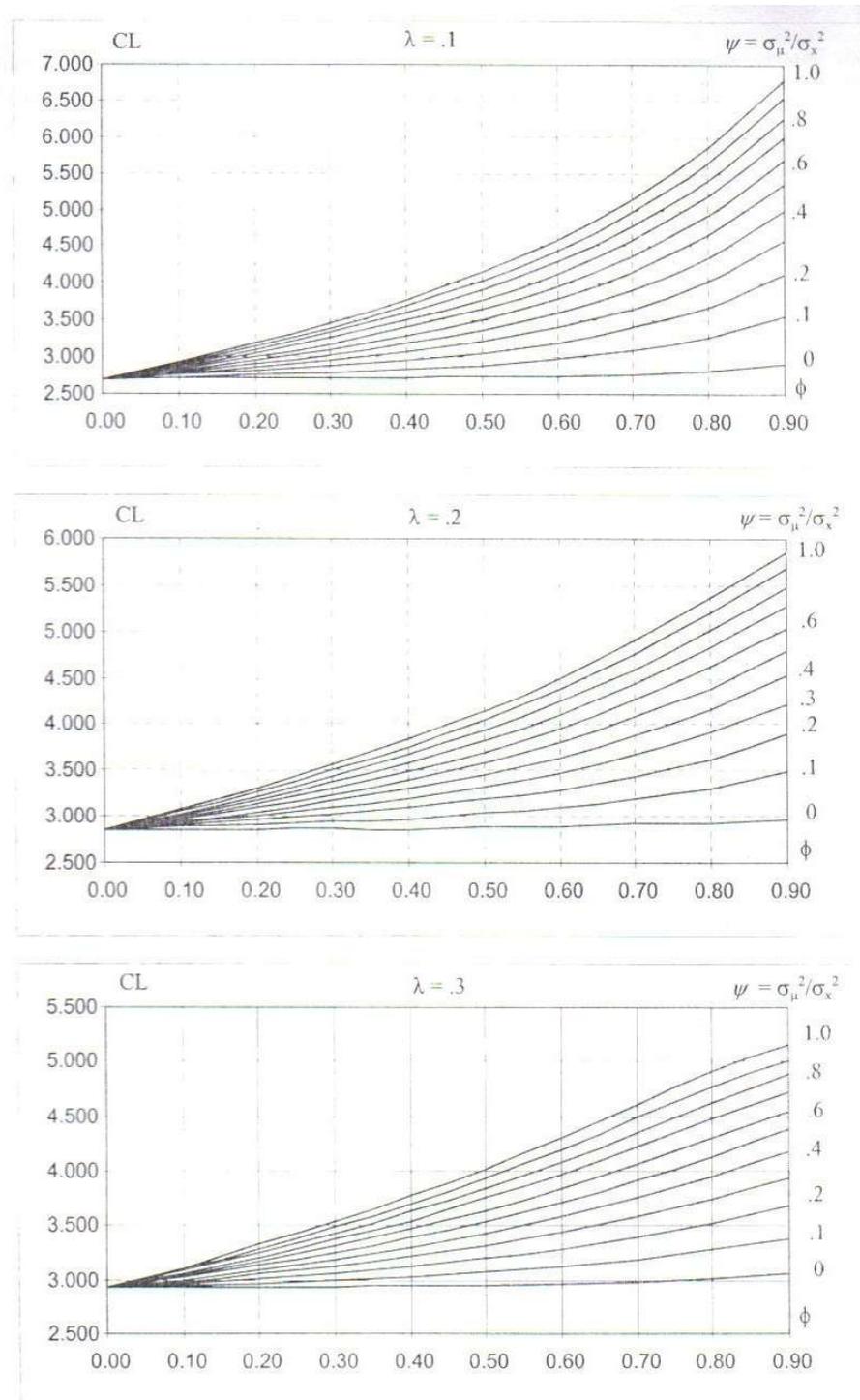


Figura 59. Limites de controle para o Gráfico EWMA para processos AR(1), para diversos valores de λ , ϕ e ψ . Fonte: Lu e Reynolds, 1999.

6.4 Anexo 4: Guia de Seleção do Gráfico de Controle para Processos ARMA(1,1)

$\phi_1 \backslash \theta_1$	0,95	0,85	0,75	0,65	0,55	0,45	0,35	0,25	0,15	0,05	0,00	-0,05	-0,15	-0,25	-0,35	-0,45	-0,55	-0,65	-0,75	-0,85
0,95	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B
0,85	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	R	
0,75	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	R	R		
0,65	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	R	R			
0,55	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	R	R	R				
0,45	C	C	C	C	C	C	C	C	B	B	B	R	R	R	R					
0,35	C	C	C	C	C	C	C	B	B	R	R	R	R	R						
0,25	C	C	C	C	C	B	B	R	R	R	R	R	R							
0,15	C	C	C	B	B	B	R	R	R	R	R	R								
0,05	B	B	B	B	R	R	R	R	R	R	R									
0,00	B	B	B	B	R	R	R	R	R	R										
-0,05	B	B	R	R	R	R	R	R	R											
-0,15	R	R	R	R	R	R	R	R												
-0,25	R	R	R	R	R	R	R													
-0,35	R	R	R	R	R	R														
-0,45	R	R	R	R	R															
-0,55	R	R	R	R																
-0,65	R	R	R																	
-0,75	R	R																		
-0,85	R																			

Tabela 15. Guia de seleção do gráfico de controle para modelos ARMA(1,1), AR(1), MA(1). Para C, o Gráfico CES é recomendado; para R, o Gráfico RMA é recomendado; para B, qualquer um dos gráficos CES e RMA é recomendado. Fonte: Dyer et al., (2003)

6.5 Anexo 5: Guia de Seleção do Gráfico de Controle para Processos ARMA(1,1)

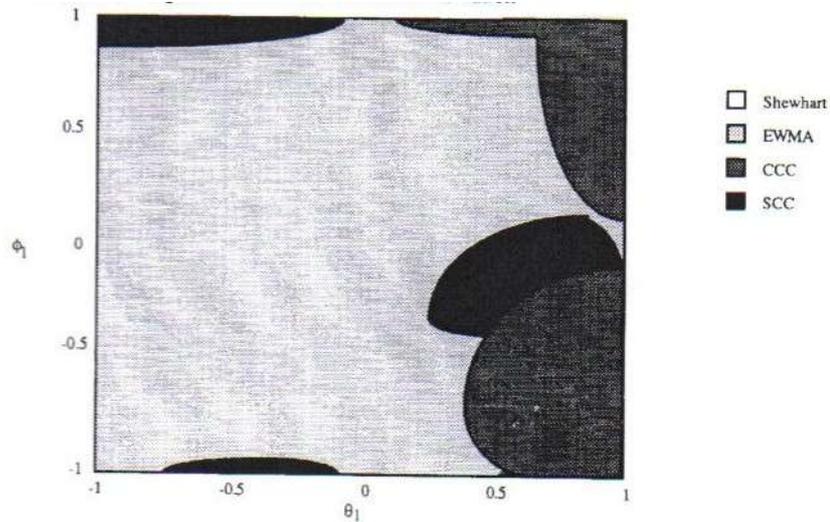


Figura 60. Gráfico de Regiões para a escolha do Gráfico de Controle para detectar mudanças de 1 desvio padrão na média de processos ARMA (1,1), quando $\alpha = 0,1$ no Gráfico EWMA. Fonte: Wardell et al., 1992.

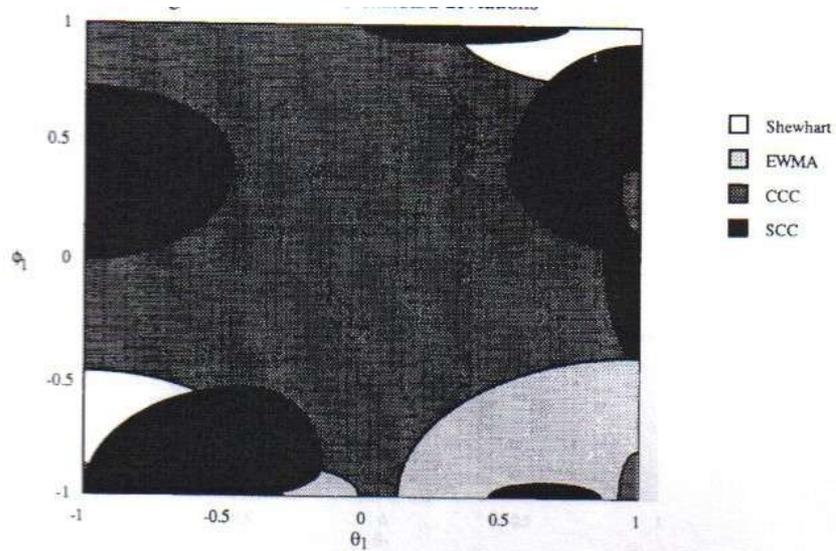


Figura 61. Gráfico de Regiões para a escolha do Gráfico de Controle para detectar mudanças de 3 desvios padrão na média de processos ARMA (1,1), quando $\alpha = 0,1$ no Gráfico EWMA. Fonte: Wardell et al., 1992.

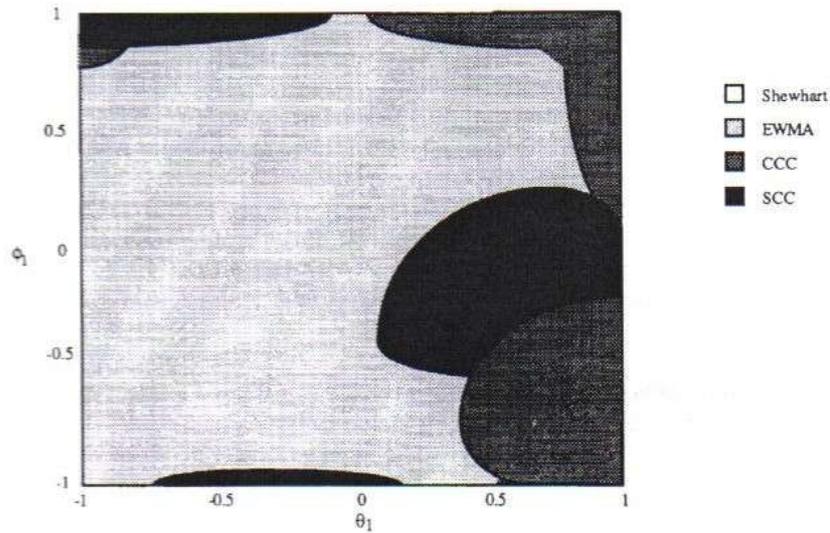


Figura 62. Gráfico de Regiões para a escolha do Gráfico de Controle para detectar mudanças de 1 desvio padrão na média de processos ARMA (1,1), quando $\alpha = 0,3$ no Gráfico EWMA. Fonte: Wardell et al., 1992.

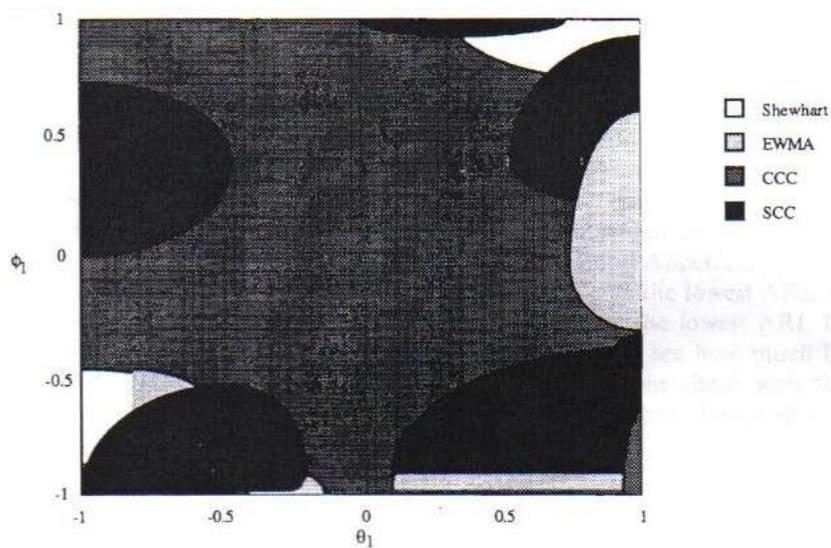


Figura 63. Gráfico de Regiões para a escolha do Gráfico de Controle para detectar mudanças de 3 desvio padrão na média de processos ARMA (1,1), quando $\alpha = 0,3$ no Gráfico EWMA. Fonte: Wardell et al., 1992.

7 APÊNDICES

7.1 Apêndice 1: Valores das Constantes A , C_3 , B_1 e B_2 para Processo $AR(1)$

Tabela 16. Valores aproximados de A para um Processo $AR(1)$.

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	2,13	2,23	2,31	2,43	2,52	2,58	2,66	2,79	2,87	2,90
3	1,74	1,84	1,98	2,08	2,23	2,35	2,49	2,60	2,75	2,85
4	1,80	1,62	1,73	1,88	2,00	2,15	2,32	2,47	2,64	2,79
5	1,34	1,45	1,57	1,70	1,85	1,99	2,17	2,34	2,54	2,79
6	1,23	1,33	1,45	1,57	1,73	1,87	2,04	2,25	2,49	2,75
7	1,13	1,23	1,34	1,48	1,62	1,78	1,95	2,16	2,41	2,67
8	1,07	1,16	1,26	1,38	1,51	1,67	1,86	2,07	2,32	2,66
9	1,00	1,09	1,19	1,32	1,44	1,60	1,78	1,99	2,28	3,10
10	0,95	1,04	1,14	1,23	1,38	1,53	1,72	1,93	2,22	2,58

Tabela 17. Valores aproximados de C_3 para um Processo $AR(1)$.

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,61	0,58	0,54	0,51	0,47	0,42	0,38	0,33	0,27	0,19
3	0,47	0,44	0,43	0,41	0,39	0,37	0,34	0,30	0,25	0,18
4	0,39	0,38	0,37	0,36	0,35	0,33	0,31	0,29	0,25	0,18
5	0,34	0,34	0,33	0,33	0,32	0,31	0,30	0,28	0,25	0,19
6	0,31	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,29	0,28	0,25	0,20
7	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,28	0,27	0,25	0,20
8	0,26	0,26	0,26	0,26	0,27	0,27	0,27	0,27	0,25	0,21
9	0,25	0,25	0,24	0,25	0,26	0,26	0,26	0,26	0,25	0,21
10	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24	0,25	0,26	0,26	0,25	0,22

Tabela 18. Valores aproximados de B_1 para um Processo $AR(1)$.

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
6	0,03	0,02	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7	0,12	0,10	0,08	0,05	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,18	0,17	0,15	0,12	0,08	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
9	0,23	0,22	0,21	0,17	0,12	0,08	0,02	0,00	0,00	0,00
10	0,27	0,27	0,25	0,21	0,17	0,11	0,05	0,00	0,00	0,00

Tabela 19. Valores aproximados de B_2 para um Processo $AR(1)$.

$n \setminus \phi_1$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	2,62	2,49	2,32	2,19	2,03	1,83	1,64	1,44	1,18	0,82
3	2,29	2,18	2,12	2,00	1,91	1,77	1,62	1,43	1,20	0,85
4	2,09	2,04	1,97	1,92	1,83	1,73	1,61	1,45	1,23	0,90
5	1,96	1,93	1,88	1,84	1,79	1,71	1,61	1,47	1,27	0,96
6	1,87	1,84	1,81	1,78	1,75	1,69	1,61	1,50	1,32	1,01
7	1,80	1,78	1,76	1,75	1,72	1,68	1,61	1,52	1,36	1,04
8	1,76	1,73	1,71	1,70	1,68	1,65	1,60	1,52	1,37	1,09
9	1,71	1,70	1,67	1,67	1,66	1,64	1,60	1,53	1,41	1,13
10	1,67	1,65	1,65	1,65	1,63	1,63	1,61	1,54	1,43	1,16

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALTIOK, T.; MELAMED, B. The Case for Modeling Correlation in Manufacturing Systems. **IIE Transactions**, v. 33, p. 779-791, 2001.

ALWAN, L. C.; ROBERTS, H. V. Time-Series Modeling for Statistical Process Control. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 6, n. 1, p. 87-95, 1988.

APLEY, D. W.; LEE, H. C. Design of Exponentially Weighted Moving Average Control Charts for Autocorrelated Processes With Model Uncertainty. **Technometrics**, v. 45, n. 3, p. 187-198, 2003.

APLEY, D. W.; SHI, J. The GLRT for Statistical Process Control of Autocorrelated Processes. **IIE Transactions**, v. 31, p. 1123-1134, 1999.

APLEY, D. W.; TSUNG, F. The Autoregressive T^2 Chart for Monitoring Univariate Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 1, p. 80-96, 2002.

ARÉAS, J. A. G. Interações Moleculares de Amido durante o Processo de Extrusão. Simpósio Carboidratos em Alimentos: recentes avanços. FCF-USB. **Boletim da Sociedade Brasileira de Ciência e Tecnologia de Alimentos**, v. 30(1), p. 28-30, 1996.

ATIENZA, O. O.; TANG, L. C.; ANG, B. W., A SPC Procedure for Detecting Level Shifts of Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 30, n. 4, p. 340-351, 1998.

ATIENZA, O. O.; TANG, L. C.; ANG, B. W., A CUSUM Scheme for Autocorrelated Observations. **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 2, p. 187-199, 2002.

BALESTRASSI, Pedro. P. **Identificação de Padrões em Gráficos de Controle Estatístico de Processos, em tempo real, utilizando Séries Temporais e Redes Neurais Artificiais**. Florianópolis, 2000. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.

BOX, G. E. P.; COLEMAN, D. E.; BAXLEY, R. V. A Comparison of Statistical Process Control and Engineering Process Control. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 2, p. 128-130, 1997.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Times Series Analysis: Forecasting and Control**. 1ª Edição. San Francisco: Holden-Day, 1970.

BOYLES, R. A. Phase I Analysis for Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 32, n. 4, p. 395-409, 2000.

COOK, D. F.; CHIU, C. C. Using Radial Basis Function Neural Networks to Recognize Shifts in Correlated Manufacturing Processes Parameters. **IIE Transactions**, v. 30, n. 3, p. 227-234, 1998.

DODSON, B. Control Charting Dependent Data: A Case Study. **Quality Engineering**, 7 (4), p. 757-768, 1995.

DYER, J. N.; ADAMS, B. M.; CONERLY, M. D. The Reverse Moving Average Control Chart for Monitoring Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 35, n. 2, p. 139-152, 2003.

ENGLISH, J. R.; LEE, S. C.; MARTIN, T. W.; TILMON, C. Detecting Changes in Autorregressive Process with \bar{X} and EWMA Charts. **IIE Transactions**, v. 32, n. 12, p. 1103-1113, 2000.

FALTIN, F. W.; MASTRANGELO, C. M.; RUNGER, G. C.; RYAN, T. P. Considerations in the Monitoring of Autocorrelated and Independent Data. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 2, p. 131-133, 1997.

FISCHER, S. **Séries Univariantes de Tempo – metodologia de Box & Jenkins**. Porto Alegre, FEE, 1982.

- GARDINER, S. C.; MITRA, A. Estimation of Process Standard Desviation under Autocorrelated Observations with Variable Subgroup Sizes. **Quality Engineering**, 8(2), p. 215-224, 1995.
- GILBERT, K. C.; KIRBY, K.; HILD, C. R. Charting Autocorrelated Data: Guidelines for Practitioners. **Quality Engineering**, 9(3), p. 367-382, 1997.
- GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. 3ª Edição. São Paulo – SP: Makron Books, 2000.
- HARRIS, T. J.; ROSS, W. H. Statistical Process Control Procedures for Correlated Observations. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v. 69, p. 48-57, 1991.
- HOLMES, D.; GORDON, B. Automation Can Make Your Charts Send Wrong Messages. **Quality**, 31, 6, p.20-21, 1992.
- HWARNG, H. B. Detecting Mean Shift in AR(1) Processes. **Decision Sciences Institute 2002 Annual Meeting Proceedings**, p. 2395-2400, 2002.
- JIANG, W.; TSUI, K-L.; WHOODAL, W. H. A New SPC Monitoring Method: The ARMA Chart. **Technometrics**, v. 42, n. 4, p. 399-410, 2000.
- JOHNSON, R. A.; BAGSHAW, M. The Effect of Serial Correlation on the Performance of CUSUM Tests. **Technometrics**, v. 16, n. 1, p. 103-112, 1974.
- KUME, H. **Métodos Estatísticos para Melhoria da Qualidade**. São Paulo: Editora Gente, 1993.
- LIVNY, M.; MELAMED, B.; TSIOLIS, A. K. The Impact of Autocorrelation on Queuing Systems. **Management Science**, v. 39, n. 3, p. 322-339, 1993.
- LU, C-W.; REYNOLDS, M. R. JR., EWMA Control Charts for Monitoring the Mean of Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 1, p. 166-188, 1999a.
- LU, C-W.; REYNOLDS, M. R. JR., Control Charts for Monitoring the Mean and Variance of Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 31, n. 3, p. 259-274, 1999b.
- LU, C-W.; REYNOLDS, M. R. JR., Cusum Charts for Monitoring an Autocorrelated Process. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 3, p. 316-334, 2001.

MACCARTHY, B. L.; WASUSRI, T., Statistical Process Control for Monitoring Scheduling Performance – Addressing the Problem of Correlated Data. **Journal of the Operational Research Society**, v. 52, p. 810-820, 2001.

MAKRIDASKIS, S. *et al.* **Forecasting – Method and Applications**. 3ª Edição. New York: John Wiley & Sons, 1998.

MASTRANGELO, C. M.; FORREST, D. R. Multivariate Autocorrelated Processes: Data and Shift Generation. **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 2, p. 216-220, 2002.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**. 3ª Edição. New York: John Wiley & Sons, 1997.

MONTGOMERY, D. C.; MASTRANGELO, C. M. Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. **Journal of Quality Technology**, v. 23, n. 3, p. 179-193, 1991.

MOREIRA, F. J. J. **Controle Estatístico de Processo para Dados Autocorrelacionados**. Porto Alegre, 2003. Monografia de Graduação em Estatística, Departamento de Estatística, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

MOREIRA, F. J. J.; CATEN, C. S. T. **Proposta de uma carta de controle estatístico de dados autocorrelacionados**. Porto Alegre: PPGEP – UFRGS, 2003a.

MOREIRA, F. J. J.; CATEN, C. S. T. **Estudo sobre o efeito da Autocorrelação de Modelos AR(1) no Controle Estatístico de Processo**. Porto Alegre: PPGEP – UFRGS, 2003b.

MORETTIN, P. A. **Séries Temporais em Finanças**. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística – USP, 2002.

MOURA, V. **Interação entre as variáveis de um processo de extrusão e sua influência na Densidade Aparente e Umidade de um alimento seco para animais de estimação**. Porto Alegre: PPGEP – UFRGS, 2002.

NEMBHARD, D. A.; NEMBHARD, H. B. A Demerits Control Chart for Autocorrelated Data. **Quality Engineering**, 13(2), p. 179-190, 2000.

- NEMBARD, H. B.; MASTRAGELO, C. M. Integrated Process Control for Startup Operations. **Journal of Quality Technology**, v. 30, n. 3, p. 201-211, 1998.
- NOFFSINGER, J. R.; ANDERSON, R. B. Effect of Autocorrelated Data on Composite Panel Production Monitoring and Control: A Comparison of SPC Techniques. **Forest Products Journal**, v. 52, n. 3, p. 60-67, 2002.
- PAGE, E. S. Cumulative Sum Charts. **Technometrics**, v. 3, n. 1, p. 1-9, 1961.
- PALM, A. C.; RODRIGUEZ, R. N.; SPIRING, F. A.; WHEELER, D. J. Some Perspectives and Challenges for Control Chart Methods. **Journal of Quality Technology**, v. 29, n. 2, p. 122-127, 1997.
- RAMOS, A. W.; LEE HO, L. Procedimentos Inferenciais em Índices de Capacidade para Dados Autocorrelacionados via Bootstrap. **Revista Produção**, v. 13, n. 3, p. 50-62, 2003.
- REYNOLDS, M. R.; ARNOLD, J. C.; BAIK, J. W. Variable Sampling Interval \bar{X} Charts in the Presence of Correlation. **Journal of Quality Technology**, v. 28, n. 1, p. 12-30, 1996.
- RIAZ, M. N. Extrusions Basics. **Petfood Industry**, p. 26-34, 2000.
- RIBEIRO, J. L. D.; CATEN, C. S. T. **Controle Estatístico do Processo**. Porto Alegre: FEENG/UFRGS, 2001.
- RUNGER, G. C., Assignable Causes and Autocorrelation: Control Charts for Observations or Residuals? **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 2, p. 165-170, 2002.
- RUNGER, G. C. Multivariate Statistical Process Control for Autocorrelated Processes. **International Journal of Production Research**, v. 34, n. 6, p. 1715-1724, 1996.
- RUNGER, G. C; WILLEMAIN, T. R. Batch-Means Control Charts for Autocorrelated Data. **IIE Transactions**, v. 28, p. 483-487, 1996.
- RUNGER, G. C; WILLEMAIN, T. R. Model-Based and Model-Free Control of Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 27, n. 4, p. 283-292, 1995.
- SCHISSATTI, M. L. **Uma Metodologia de Implantação de Cartas de Shewhart para o Controle de Processos**. Florianópolis, 1998. Dissertação de Mestrado em Engenharia de Produção – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade

Federal de Santa Catarina.

SHORE, H. Process Capability Analysis When Data are Autocorrelated. **Quality Engineering**, 9(4), p. 615-626, 1997.

TOLOI, C. M.; C.; MORETTIN, P. A. **Previsão de Séries Temporais**. São Paulo: Atual Editora, 1985.

VANBRACKLE, L. N.; REYNOLDS, M. R. EWMA and CUSUM Charts in the Presence of Correlation. **Communications in Statistics, Simulation and Computation**, v. 26, p. 979-1008, 1997.

VASILOPOULOS, A. V.; STAMBOULIS, A. P. Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation. **Journal of Quality Technology**, v. 10, n. 1, p. 20-30, 1978.

WARDELL, D. G.; MOSKOWITZ, H.; PLANTE, R. D. Run-Length Distributions of Special-Cause Control Charts for Correlated Processes. **Technometrics**, v. 36, n. 1, p. 3-17, 1994.

WARDELL, D. G.; MOSKOWITZ, H.; PLANTE, R. D. Control Charts in the Presence of Data Correlation. **Management Science**, v. 38, n. 8, p. 1084-1100, 1992.

WARDELL, D. G.; MOSKOWITZ, H.; PLANTE, R. D. Run Length Distributions of Residual Control Charts for Autocorrelated Processes. **Journal of Quality Technology**, v. 26, n. 4, p. 308-317, 1994.

WASUSRI, T.; MACCARTHY, B. Improving Production Planning and Scheduling Processes Stability with SPS Charts. **Proceedings of 7th Annual International Conference**, Busan, p. 479-482, 2002.

WIERINGA, J. E. **Statistical Process Control for Serially Correlated Data**. Zoutkamp, 1998. Tese de Doutorado em Economia, Rijksuniversiteit Groningen.

WRIGHT, C. M.; BOOTH, D. E.; HU, M. Y., Effectiveness of Joint Estimation when the Outlier is the Last Observation in an Autocorrelated Short Time Series. **Decision Sciences**, v. 30, n. 3, p. 825-840, 1999.

WRIGHT, C. M.; BOOTH, D. E.; HU, M. Y., Joint Estimation: SPC Method for Short-Run Autocorrelated Data. **Journal of Quality Technology**, v. 33, n. 3, p. 365-378, 2001.

YASHCHIN, E. Performance of CUSUM Control Schemes for Serially Correlated Observations. **Technometrics**, v. 35, n. 1, p. 37-52, 1993.

YE, N.; BORROR, C; ZHANG, Y. EWMA Techniques for Computer Intrusion Detection Through Anomalous Changes in Event Intensity. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 18, p. 443-451, 2002.

YOUNG, T. M.; WINISTORFER, P. M. The Effects of Autocorrelation on Real-Time Statistical Process Control with Solutions for Forest Products Manufacturers. **Forest Products Journal**, v. 51, n. 11/12, p. 70-77, 2001.

ZALEWSKI, D. J.; MYKYTKA, E. F. A Management Framework for Process Control and Capability in the Presence of Autocorrelation. **International Association for Management of Technology**, 2001.