

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIOGRANDE DO SUL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO META-HEURÍSTICO ESPIRAL PARA A OTIMIZAÇÃO DE  
MASSA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS

por

Rodrigo Argenta

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, Junho de 2012.



Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Departamento de Engenharia Mecânica

UTILIZAÇÃO DO ALGORITMO META-HEURÍSTICO ESPIRAL PARA A OTIMIZAÇÃO DE  
MASSA DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS

por

Rodrigo Argenta

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS  
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
**ENGENHEIRO MECÂNICO**  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. Arnaldo Rubem Gonzalez  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Dr. Herbert Martins Gomes

Comissão de Avaliação:

Prof. Dr. Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof. Edson Hikaro Aseka

Prof. Juan Pablo Raggio Quintas

Porto Alegre, 11, junho de 2012.

ARGENTA, R., **Utilização do Algoritmo Meta-Heurístico Espiral para Otimização de Massa de Estruturas Treliçadas**. 2012. 15p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

## RESUMO

Este trabalho consiste na utilização do Algoritmo Meta-Heurístico Espiral para otimização de massa de estruturas treliçadas. Esse algoritmo baseia-se no movimento espiral proveniente da natureza, como em furacões, conchas Nautilus, galáxia, para determinar um mecanismo de otimização espiral aplicado na engenharia. Já existem muitos métodos Meta-Heurísticos na literatura e o objetivo deste trabalho é apresentar um comparativo entre estes métodos, assim como fazer a verificação da qualidade dos resultados obtidos com o método Espiral. Os resultados serão comparados a partir do estudo de estruturas “*benchmarks*”, que já foram analisadas por outros autores utilizando diferentes algoritmos. A função custo se refere à massa da estrutura em questão. Com o auxílio do Software MATLAB, serão otimizadas três estruturas distintas: uma treliça plana de 10 barras, um domo treliçado de 52 barras e uma treliça espacial de 72 barras. As três estruturas têm em comum a restrição de frequências naturais definidas pelos problemas. Os resultados de otimização foram bastante satisfatórios, pois apresentaram uma das menores massas, comparadas a outros métodos. O custo computacional em relação aos métodos de melhor otimização foram satisfatórios. Para estes resultados ótimos, sua robustez ainda não foi tão boa quanto à dos outros métodos. Mesmo com essa robustez menor, conclui-se que o algoritmo Espiral pode ser utilizado para cálculos estruturais e seus resultados podem ser melhores que o de outros métodos.

**PALAVRAS-CHAVE:** otimização espiral, treliças, frequências naturais,.

ARGENTA, R., **Spiral Metaheuristic Algorithm Application to Optimize Mass on Truss Structures**. 2012. 15p. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

#### ABSTRACT

The work consists on the Spiral Metaheuristics Algorithm application to optimize mass on truss structures. This algorithm is based at the spiral movement from the nature, like hurricanes, Nautilus shell and the galaxy, to determine a Spiral optimization mechanism applied on the engineering. There are already many Metaheuristics methods on the literature and the purpose of this work is present a comparative between the methods and verify the quality of the results regarding to Spiral Optimization. The results will be compared to the benchmarks structures, that have been analyzed for other authors using different algorithms. The cost function refers to the truss mass. With the software MATLAB support, three different structures will be optimized: two dimension truss with 10 bars, three dimension truss with 52 bars and three dimension truss with 72 bars. All the structures has in common the natural frequency restriction defined on the problem. The optimization results were satisfactory, because they presented one of the lower masses in comparison to the other methods. The computational costs in comparison with the other algorithms were satisfactory. For these results, the method strength was not good as the other methods. Even with this lower robustness, the work conclude that the Spiral algorithm can be used for structure calculus and your results can be better than the other methods.

**KEYWORDS:** Spiral Optimization, truss, natural frequency.

# ÍNDICE

	Pág.
RESUMO .....	III
ABSTRACT .....	IV
ÍNDICE .....	V
LISTA DE TABELAS .....	VI
LISTA DE FIGURAS .....	VII
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	1
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	2
3.1 MODELO E ESTRATÉGIA DA ESPIRAL LOGARÍTMICA .....	2
3.2 MODELO ESPIRAL DE DUAS DIMENSÕES .....	3
3.3 ESTRATÉGIAS DE BUSCA .....	4
3.4 MODELO ESPIRAL DE N-DIMENSÕES .....	4
3.5 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO DA ESPIRAL PARA UM PROBLEMA N-DIMENSIONAL .....	5
4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS .....	5
4.1 OTIMIZAÇÃO DE UMA TRELIÇA PLANA DE 10 BARRAS .....	6
4.2 OTIMIZAÇÃO DE UM DOMO TRELIÇADO DE 52 BARRAS .....	8
4.3 OTIMIZAÇÃO DE UMA TRELIÇA DE 72 BARRAS .....	10
5. CONCLUSÕES .....	13
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	14

## LISTA DE TABELAS

Pág.

TABELA 4.1 - PROPRIEDADES E DIMENSÕES DA TRELIÇA DE 10 BARRAS.....	6
TABELA 4.2 – RESTRIÇÕES DE PROJETO DA TRELIÇA DE 10 BARRAS .....	6
TABELA 4.3 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA TRELIÇA DE 10 BARRAS .....	7
TABELA 4.4 –AVALIAÇÃO DE EXECUÇÕES COM DIFERENTES PARÂMETROS .....	8
TABELA 4.5 - PROPRIEDADES DO DOMO DE 52 BARRAS.....	9
TABELA 4.6 - RESTRIÇÕES DO DOMO DE 52 BARRAS .....	9
TABELA 4.7 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO DOMO DE 52 BARRAS.....	9
TABELA 4.8 - AVALIAÇÃO DE EXECUÇÕES COM DIFERENTES PARÂMETROS .....	10
TABELA 4.9 - PROPRIEDADES DA TRELIÇA DE 72 BARRAS .....	11
TABELA 4.10 - RESTRIÇÕES DA TRELIÇA DE 72 BARRAS .....	11
TABELA 4.11 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA TRELIÇA 72 BARRAS .....	12
TABELA 4.12 - AVALIAÇÃO DE EXECUÇÕES COM DIFERENTES PARÂMETROS .....	13

## LISTA DE FIGURAS

Pág.

FIGURA 3.1 – GRÁFICO REPRESENTATIVO DE UMA ESPIRAL LOGARÍTMICA.....	2
FIGURA 3.2 – EXEMPLO DE UMA ESPIRAL UTILIZANDO A MATRIZ ROTACIONAL PARA DUAS DIMENSÕES.....	3
FIGURA 3.3 – PASSOS PARA OTIMIZAÇÃO SEGUINDO-SE O ALGORITMO ESPIRAL. ....	5
FIGURA 4.1 - TRELIÇA PLANA DE 10 BARRAS.....	6
FIGURA 4.2 – TRELIÇA ESPACIAL DE 52 BARRAS. ....	8
FIGURA 4.3 – TRELIÇA ESPACIAL DE 72 BARRAS. ....	11

## 1. INTRODUÇÃO

Otimizar, conceitualmente, significa: “melhorar algo até chegar próximo da perfeição”, “aperfeiçoar algo buscando um melhor rendimento”, seja isso considerando uma estrutura, sistema, processo.

Ao se tratar de estruturas, na engenharia, otimização é o atendimento das restrições existentes no cenário proposto buscando o menor custo e menor complexidade. Devido à situação econômica atual, esse tipo de trabalho passou a ser um diferencial quando se tratando do desenvolvimento de novas soluções e tornou-se necessário para a obtenção de um produto competitivo no mercado.

Uma das maneiras de gerar novas soluções e conseqüentemente minimizar custos é utilizando um algoritmo de otimização de massa para uma determinada estrutura. As pesquisas ligadas a este tipo de algoritmo são muito recentes e existem, em paralelo, diversos tipos de algoritmos em desenvolvimento.

Segundo Tamura e Yasuda, 2010, estes algoritmos meta-heurísticos são geralmente inspirados em fenômenos da natureza e na evolução uma vez que a natureza vem resolvendo milhares de problemas desde os primórdios. O algoritmo em estudo será o algoritmo do espiral que é baseado nos espirais encontrados na natureza (redemoinhos, conchas marinhas, furacões, etc.). Esse espiral logarítmico cria uma estratégia de busca bastante efetiva que pode ser utilizada para a otimização desejada.

O trabalho tem como finalidade utilizar o método meta-heurístico do espiral para otimização de massa de estruturas treliçadas. Para isto, se utilizará estruturas já conhecidas, chamadas de *benchmarks*, que já foram estudadas com outros métodos de otimização. Através dos resultados obtidos utilizando o *software* MATLAB, serão desenvolvidos comparativos de desempenho entre o método em estudo e os métodos já desenvolvidos anteriormente para verificar a sua eficácia para diferentes tipos de estruturas com diferentes tipos de restrições.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo Yang, 2010, os algoritmos heurísticos utilizam o sistema de tentativa e erro, utilizando o aprendizado e a adaptação para resolver problemas. Não se deve esperar que esse tipo de algoritmo apresente sempre a melhor solução do problema. Muitas vezes, ele irá apresentar apenas uma solução suficiente para atender às restrições determinadas pelo problema proposto, sendo que um método pode ser o melhor para determinada situação e pior para outra.

Os algoritmos de otimização podem ser divididos em duas categorias: determinísticos e estocásticos. Os algoritmos determinísticos seguem sempre o mesmo procedimento, considerando sempre um ponto inicial e independentemente de quantas vezes você utilizá-lo, ele sempre apresentará o mesmo resultado. Eles geram uma sequência de possíveis soluções sendo necessária a utilização de derivadas da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Exemplos desses algoritmos são o método do gradiente descendente, SLP (*Sequential Linear Programming*), SQP (*Sequential Quadratic programming*).

Já os algoritmos estocásticos, mostram sempre alguma aleatoriedade. Cada vez que for utilizado o algoritmo, será obtido um resultado diferente, pois ele iniciará em um ponto aleatório, fará um “caminho” diferente do anterior, mas o resultado provavelmente será similar se o algoritmo for robusto. Eles apenas avaliam a função objetivo e são chamados de ordem zero por não utilizarem as derivadas da função.

Os algoritmos estocásticos são divididos em dois grupos: os heurísticos e os meta-heurísticos. O primeiro, se baseia na tentativa e erro. Normalmente esses algoritmos são suficientes para atender os requisitos da maioria dos problemas de otimização, porém sem a garantia que foi atingido o ponto ótimo do mesmo. Entretanto, os algoritmos meta-heurísticos



tem uma performance melhor do que o outro grupo, utilizando a aleatoriedade e a procura local.

Normalmente os algoritmos estocásticos são inspirados na natureza. Os mais conhecidos são: *genetic algorithms*(GA), *particle swarm optimization*(PSO), *ant colony algorithm* (ACA), *bee algorithm*(BA), *firefly algorithm* (FA) e *spiral optimization*(SO). O objetivo desses modelos são similares, obter a convergência do método até a solução ótima utilizando como ferramenta de auxílio à aleatoriedade do método, que garante que o mesmo não irá convergir para um valor ótimo local.

Um dos primeiros algoritmos desenvolvidos foi o PSO, *particle swarm optimization*, por Eberhart e Kennedy, 1995. Esse método surgiu na análise da movimentação de bandos de pássaros e cardumes de peixes, leva em consideração uma espécie de inteligência coletiva de um grupo de animais em um determinado meio. Esse método considera que cada indivíduo busque um lugar no espaço atraído por uma região de alto valor adaptativo, utilizando sua velocidade e sua posição como parâmetros de performance da partícula.

Outro método mais recente é o *firefly algorithm*(FA), que foi desenvolvido por Yang, 2009. Esse algoritmo leva em conta um padrão detectado no piscar dos vaga-lumes. As duas principais funções do piscar de um vaga-lume são atrair parceiros para a reprodução e atrair presas em potencial. Dessa maneira, é possível ligar a luz piscante a uma função objetivo que será otimizada.

O método do espiral, assim como os outros algoritmos, é baseado em fenômenos da natureza, sendo um dos mais recentes criados. Segundo Tamura e Yasuda, 2011, que iniciaram os estudos do espiral em 2010, esse método apresentou resultados bastante satisfatórios em funções chamadas *benchmarks*. Ele consiste em otimizar uma estrutura utilizando uma função espiral logarítmica. Essa função tem como objetivo buscar soluções ótimas a partir de um ponto inicial.

Pode-se perceber que grande parte do desenvolvimento de algoritmos de otimização está diretamente ligada à evolução computacional. Como atualmente existem softwares e computadores com processadores muito velozes, possibilitando um rápido processamento de algoritmos, o desenvolvimento nessa área da engenharia está em expansão.

### 3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Modelo e Estratégia da Espiral Logarítmica

A espiral logarítmica consiste em uma espiral partindo de um ponto aleatório que converge para um centro definido a partir da contração de seu raio em relação ao ângulo de giro.

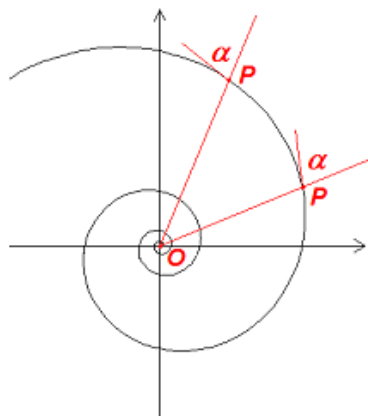


Figura 3.1 – Gráfico representativo de uma espiral logarítmica.

A equação para essa espiral é dada em coordenadas polares por  $r$  e  $\theta$  por,

$$r(\theta) = R \times e^{\theta \cot \alpha} \quad (3.1)$$

sendo  $R$  o raio quando  $\theta = 0$ ,  $r$  a distância de um ponto da curva até o centro em relação ao ângulo  $\theta$ , e  $\alpha$  o ângulo entre a tangente do ponto e da reta  $OP$ .

### 3.2 Modelo Espiral de Duas Dimensões

A principal característica da espiral logarítmica é a variação do ângulo em relação ao ponto de origem junto com a diminuição do seu raio em relação ao centro.

Rotacionando o ponto  $x$  em coordenadas ortogonais em torno da origem em relação a  $\theta$  temos,

$$x' = R^{(2)}_{1,2}(\theta) \times x \quad (3.2)$$

sendo a matriz rotacional,

$$R^{(2)}_{1,2}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta \\ \text{sen } \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

geradora da figura 3.2 para  $r = 0,95$  e  $\theta = \frac{\pi}{4}$ :

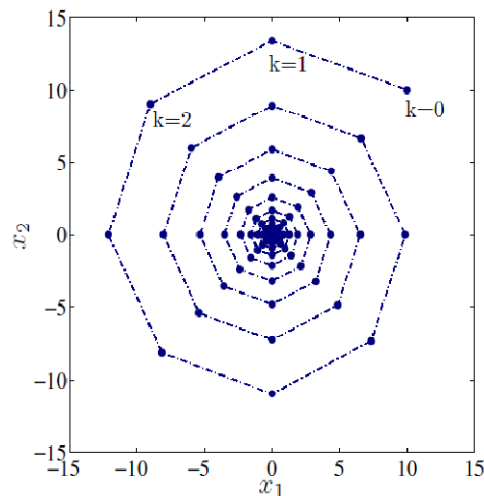


Figura 3.2 – Exemplo de uma espiral utilizando a matriz rotacional para duas dimensões.

Partindo da matriz rotacional proposta, consegue-se definir o modelo da espiral a partir da origem, iniciando em um ponto arbitrário  $x_0$  no plano  $x_1 - x_2$ , criando assim, um modelo discreto do logaritmo do espiral que converge para a origem:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = r R^{(2)}_{1,2}(\theta) \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} := S_2(r, \theta) x(k), \quad x(0) = x_0 \quad (3.4)$$



$$R^{(n)}(\theta_{1,2}, \theta_{1,3}, \dots, \theta_{n-1,n}) = R_{n-1,n}^{(n)}(\theta_{n-1,n}) \times R_{n-2,n}^{(n)}(\theta_{n-2,n}) R_{n-2,n-1}^{(n)}(\theta_{n-2,n-1}) \times \dots \times R_{2,n}^{(n)}(\theta_{2,n}) \times \dots \times R_{2,n}^{(n)}(\theta_{2,n}) \times \dots R_{2,3}^{(n)}(\theta_{2,3}) R_{1,n}^{(n)}(\theta_{1,n}) \times \dots \times R_{1,3}^{(n)}(\theta_{1,3}) R_{1,2}^{(n)}(\theta_{1,2}) \quad (3.8)$$

Agrupando em um produtório genérico tem-se,

$$\prod_{i=1}^{n-1} (\prod_{j=1}^i R_{n-i,n+1-j}^{(n)}(\theta_{n-i,n+1-j})) \quad (3.9)$$

sendo  $0 < \theta < 2\pi$ , o ângulo de rotação em torno da origem para cada  $k$ ,  $0 < r < 1$  que é a taxa de convergência do espiral e  $rR^{(n)}$  é a matriz estável.

### 3.5 Algoritmo de Otimização da Espiral para um Problema n-Dimensional

Para essa situação pode ser utilizado o mesmo método de busca do problema de duas dimensões:

$$x_i(k+1) = S_n(r, \theta)x_i(k) - (S_n(r, \theta) - I_n)x^*, \quad (3.10)$$

com  $i = 1, 2, \dots, m$  e com o centro  $x^*$  como sendo a melhor solução da procura.

A seguir, os passos para otimização seguindo o algoritmo do espiral para n-dimensões:

**Passo 0: [Preparação]**

Deve-se selecionar o número de pontos de busca com  $m \geq 2$  seguindo os parâmetros já definidos  $0 < \theta < 2\pi$ ,  $0 < r < 1$  e o número máximo de iterações desejada  $k_{max}$ . Ajustando  $k = 0$

**Passo 1: [Inicialização]**

Aleatoriamente definir os pontos iniciais  $x_i(0)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$  com o centro  $x^*$  sendo  $x^* = x_{ig}(0)$ ,  $ig = \arg \min_i f(x_i(0))$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$

**Passo 2: [Atualizando  $x_i$ ]**

$x_i(k+1) = S_n(r, \theta)x_i(k) - (S_n(r, \theta) - I_n)x^*$ , para  $i = 1, 2, \dots, m$

**Passo 3: [Atualizando  $x^*$ ]**

$x^* = x_{ig}(k+1)$ ,  $ig = \arg \min_i f(x_i(k+1))$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$

**Passo 4: [Checando Critérios de Finalização]**

Se  $k = k_{max}$  então deve-se parar a otimização. Se não, usa-se  $k = k + 1$  e se retorna ao passo 2.

Figura 3.3 – Passos para otimização seguindo-se o algoritmo espiral.

## 4. APRESENTAÇÃO DOS PROBLEMAS

No presente trabalho, serão otimizadas três estruturas distintas. Essas estruturas são chamadas de “benchmarks” pois já foram analisadas por diferentes métodos de otimização e agora servem para verificação da performance de novas ideias de otimização comparadas com métodos já desenvolvidos anteriormente. Essas estruturas são treliçadas, uma plana e duas tridimensionais.

O “software” utilizado nesse trabalho foi o MATLAB, onde a partir de dados de entrada que definem a geometria e as restrições da estrutura, gera-se uma função custo. Esta função custo foi utilizada no algoritmo do espiral e a partir das iterações geradas pelo algoritmo, obtiveram-se os dados de saída com a estrutura já otimizada.

#### 4.1 Otimização de uma treliça plana de 10 barras

Nesse problema deve-se otimizar a estrutura treliçada plana de 10 barras com a finalidade de reduzir sua massa, conforme Fig.4.1.

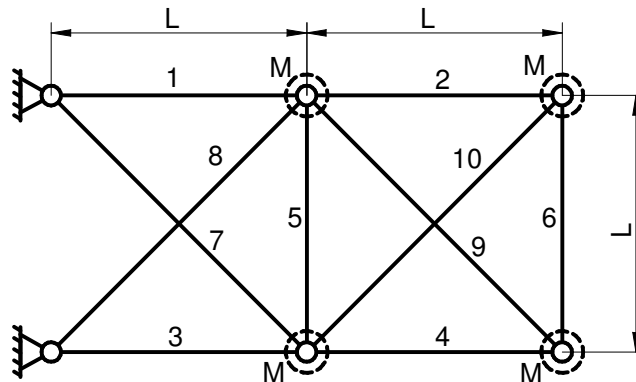


Figura 4.1 - Treliça Plana de 10 Barras

A treliça da Fig 4.1 possui 10 barras e 6 nós. O objetivo da otimização é a redução de sua massa através da redução da área das barras que compõem a treliça. As restrições de contorno da estrutura estão relacionadas à restrição das freqüências naturais da estrutura e os valores limites de área estabelecidos pelo problema e isto deve ser obedecido. As propriedades dos materiais da treliça e suas dimensões estão descritos conforme Tab. 4.1 e a tabela 4.2 define as restrições de projeto para a treliça de 10 barras.

Tabela 4.1 - Propriedades e Dimensões da Treliça de 10 barras

Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	$6,98 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
Densidade	$2770 \text{ kg/m}^3$
Comprimento L	9,144 m
Número de Barras	10
Massas Adicionais (em M)	454 kg

Tabela 4.2 – Restrições de Projeto da Treliça de 10 barras

Frequências	$\omega_1 = 7 \text{ Hz}$ $\omega_2 \geq 15 \text{ Hz}$ $\omega_3 \geq 20 \text{ Hz}$
Valores Limites de Área	$0,6451 \times 10^{-4} \leq A_i \leq 50 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Para a realização dos testes, inicialmente, adotou-se uma estratégia de buscar a variação dos parâmetros de entrada a fim de buscar a melhor otimização do problema proposto. Isso foi feito, adicionando no programa de otimização algumas linhas de programação para que o ponto inicial da busca que deveria ser aleatório fosse constante. Assim, mesmo o programa sendo executado n vezes, chegaria ao mesmo resultado.

Essa estratégia possibilitou que se pudesse alterar os parâmetros de entrada um a um, buscando seus pontos ótimos, até obter-se um valor de otimização satisfatório. Se não

se tivesse congelado a aleatoriedade inicial não se saberia se o motivo da melhora da otimização havia sido a alteração de um parâmetro de entrada ou apenas um melhor ponto inicial.

Outra estratégia adotada foi adicionar uma constante alfa no algoritmo. Essa constante tem como objetivo evitar que o valor ótimo encontrado seja apenas um valor ótimo local e não global. Isso é feito pois essa variável gera uma perturbação no valor ótimo encontrado em cada iteração do problema, possibilitando a fuga da solução de um ponto ótimo local para outras áreas próximas à solução global.

Após vários testes e ajustes de parâmetros, rodou-se o algoritmo 5 vezes a fim de obter uma média e desvio padrão das massas otimizadas para testar a robustez do método empregado conforme Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Comparação dos Resultados da Treliza de 10 barras

<i>Autor</i>	<i>Wang et al. (2004)</i>	<i>Grandhi (1993)</i>	<i>Sedaghati et al. (2002)</i>	<i>Lingyun et al. (2005)</i>	<i>Gomes (2011)</i>	<i>Gerhardt (2011)</i>	<i>Argenta (2012)</i>
	ENSM	AO	SQP	NHGA	PSO	ABC	SO
<b>Área 1(cm<sup>2</sup>)</b>	32,456	36,584	38,245	42,234	37,712	35,113	35,746
<b>Área 2(cm<sup>2</sup>)</b>	16,577	24,658	9,916	18,555	9,959	14,904	14,62
<b>Área 3(cm<sup>2</sup>)</b>	32,456	36,584	38,619	38,851	40,265	35,158	35,372
<b>Área 4(cm<sup>2</sup>)</b>	16,577	24,658	18,232	11,222	16,788	14,735	14,783
<b>Área 5(cm<sup>2</sup>)</b>	2,115	4,167	4,419	4,783	11,576	0,657	0,645
<b>Área 6(cm<sup>2</sup>)</b>	4,467	2,07	4,419	4,451	3,955	4,579	4,665
<b>Área 7(cm<sup>2</sup>)</b>	22,81	27,032	20,097	21,049	25,308	24,522	24,963
<b>Área 8(cm<sup>2</sup>)</b>	22,81	27,032	24,097	20,949	21,613	23,912	25,072
<b>Área 9(cm<sup>2</sup>)</b>	17,49	10,346	13,89	10,257	11,576	12,022	12,465
<b>Área 10(cm<sup>2</sup>)</b>	17,49	10,346	11,452	14,342	11,186	12,618	12,229
<b><math>\omega_1</math> (Hz)</b>	7,011	7,059	6,992	7,008	7	7	6,992
<b><math>\omega_2</math> (Hz)</b>	17,302	15,895	17,599	18,148	17,786	16,173	16,129
<b><math>\omega_3</math> (Hz)</b>	20,001	20,425	19,973	20	20	20,001	20
<b>Massa (kg)</b>	553,8	594	537,01	542,75	537,98	528,1	534,78
<b>Avaliações</b>	-	-	637	13777	2000	53426	20000
<b>Execuções</b>	-	-	-	10	5	10	5
<b>Melhor</b>	553,8	594	537,01	542,75	537,98	528,1	534,78
<b>Média</b>	-	-	-	552,44	540,89	528,51	535,43
<b>Desvio-padrão</b>	-	-	-	4,86	6,84	0,32	4,8684

A partir da Tabela 4.3 pode se perceber uma boa otimização de massa resultante do método do espiral. Comparando com os outros métodos, só não é melhor que o ABC, segundo Gerhardt 2011, porém com um número de avaliações menor que a metade do utilizado pelo método ABC. Podemos inferir que o método do espiral para esse problema apresentou uma boa otimização com um custo computacional razoável, ficando entre os dois melhores resultados que são o ABC devido a sua massa e ao PSO devido ao pequeno número de avaliações até sua convergência.

Um valor que deve ser considerado é o da primeira frequência natural que não atingiu o valor conforme a restrição do problema mas por ser um valor muito próximo do desejado, acabou-se por utilizá-lo, vide Sedaghati et. al. 2002.

Outro requisito a ser considerado são as variações dos parâmetros de entrada conforme já citado. Esses parâmetros, conforme Tabela 4.4, onde  $\theta$  é o ângulo de atração do espiral e  $\alpha$  é o critério de randomização adicionado com o objetivo de evitar os pontos ótimos locais visando sempre o ponto ótimo global.

Tabela 4.4 – Avaliação de execuções com diferentes parâmetros

Teste	Exec.	Média	Desvio-padrão	Número médio de avaliações	Números de pontos de procura $n$	Taxa de Convergência $r$	$\theta$	$\alpha$	Número máximo de iterações $n_{máx}$
1	10	535,315	16,03	2000	20	0,95	$\pi/2$	3	100
2	10	548,27	27,409	2000	20	0,99	$\pi/2$	3	100
3	10	535,43	11,868	20000	20	0,99999	$\pi/2$	3	1000
4	5	534,90	8,552	2000	20	0,99	$\pi/2$	1.8	100
5	5	538,73	4,32	5000	50	0,99	$\pi/2$	1.8	100

A partir da tabela 4.4 pode-se notar que a partir da redução do fator de randomização se obteve uma maior eficácia nos resultados, independentemente da variação da taxa de convergência e do número de iterações, o que mostra que com 100 iterações o método já havia convergido para um valor ótimo.

Aumentando o número de pontos de procura, que são a quantidade de pontos iniciais utilizados para uma mesma iteração, tem-se uma melhora na eficácia dos resultados, independentemente dos outros fatores.

#### 4.2 Otimização de um domo treliçado de 52 barras

Observando a Figura 4.2, percebe-se que essa estrutura é bastante característica, visto que parte dela sofrerá alteração de comprimento alterando sua forma, enquanto outra parte sofrerá apenas a alteração de área da seção transversal. As barras simétricas possuem a mesma seção transversal e as barras são agrupadas conforme a sua simetria (Figura 4.2). As propriedades dessa treliça estão descritas conforme a Tabela 4.5 e as restrições do problema conforme Tabela 4.6.

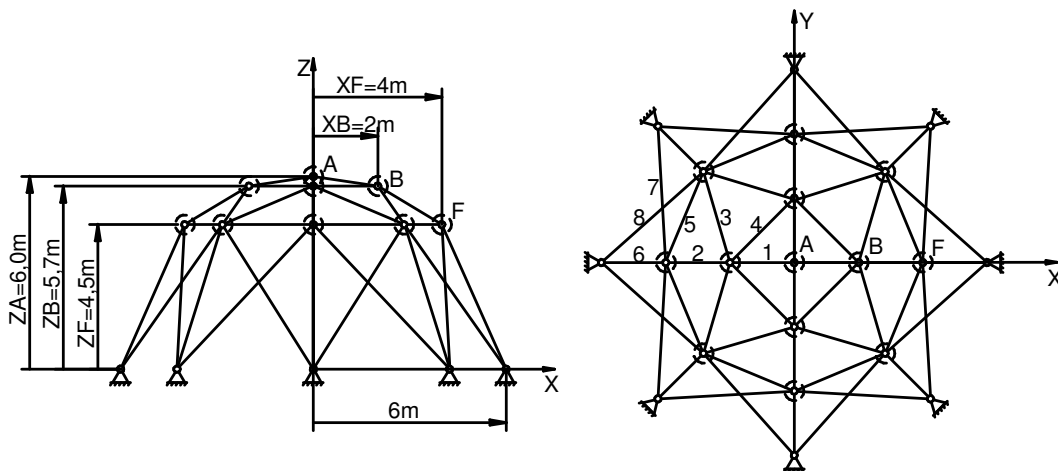


Figura 4.2 – Treliça espacial de 52 barras.

Tabela 4.5 - Propriedades do Domo de 52 barras

Material	Aço
Módulo de Elasticidade	$2,1 \times 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>
Densidade	7800 kg/m <sup>3</sup>
Massas Adicionais (nós livres)	50 kg

Tabela 4.6 - Restrições do Domo de 52 barras

Frequências	$\omega_1 \leq 15,916$ Hz $\omega_2 \geq 28,649$ Hz
Valores Limites de Área	$0,0001 \text{m}^2 \leq A_i \leq 0,0010 \text{m}^2$
Variação dos nós Livres	$\pm 2$ m
Massas Adicionais (nós livres)	50 kg

Os resultados obtidos na simulação (Tabela 4.7), faz uma comparação entre diferentes métodos já estudados na literatura. Por ser uma treliça mais complexa que a primeira, a mesma, exige um maior custo computacional mas mesmo assim se chegou a resultados satisfatórios.

Neste caso, obteve-se resultados muito bons comparado com os outros métodos. As restrições de frequência foram atendidas por completo e o método do espiral alcançou a segunda melhor redução de massa de todos os métodos, perdendo apenas para o método ABC estudado por Gerhardt, 2011. O ponto negativo é a utilização do dobro do recurso computacional citado pelo método em comparação.

Comparando o método do espiral com o ABC utilizado por Gerhardt 2011, se nota o melhor resultado obtido pelo método do espiral, sendo o custo computacional mais de 4 vezes menor para um melhor resultado. A consequência disso é uma excelente eficácia quando se trata do método ABC em comparação ao método em estudo.

Tabela 4.7 - Comparação dos Resultados do Domo de 52 barras

Autor	Projeto Inicial	Lin et al. (1982)	Lingyun et al. (2005)	Gomes (2011)	Gerhardt (2011)	Argenta (2012)
		OC	NHGA	PSO	ABC	SO
<b>ZA(m)</b>	6	4,3201	5,8851	5,5344	5,9596	6,8715
<b>XB(m)</b>	2	1,3153	1,7623	2,0885	2,5378	2,3098
<b>ZB(m)</b>	5,7	4,174	4,4091	3,9283	3,7081	4,0771
<b>XF(m)</b>	2	2,9169	3,4406	4,0255	4,1583	2,205
<b>ZF(m)</b>	4,5	3,2676	3,1874	2,4575	2,5021	2,5275
<b>Área 1(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1	1	0,3696	1,0009	1
<b>Área 2(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1,33	2,1417	4,1912	1,4862	2,716
<b>Área 3(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1,58	1,4858	1,5123	1,1131	1
<b>Área 4(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1	1,4018	1,562	1,2548	1,161
<b>Área 5(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1,71	1,911	1,9154	1,3323	1,217
<b>Área 6(cm<sup>2</sup>)</b>	2	1,54	1,0109	1,1315	1,0025	1,223



<b>Área 7(cm<sup>2</sup>)</b>	2	2,65	1,4693	1,8233	1,386	1,251
<b>Área 8(cm<sup>2</sup>)</b>	2	2,87	2,1411	1,0904	1,5357	1,865
<b><math>\omega 1</math> (Hz)</b>	22,69	15,22	12,81	12,751	14,481	13,53
<b><math>\omega 2</math> (Hz)</b>	25,17	29,28	28,65	28,649	28,653	28,649
<b>Massa (kg)</b>	338,69	298	236,05	228,38	191,04	208,4
<b>Avaliações</b>	-	-	13519	11270	30853	70000
<b>Execuções</b>	-	-	10	5	10	5
<b>Melhor</b>	-	-	236,05	228,38	191,04	208,4
<b>Média</b>	-	-	274,16	234,3	192,26	296,75
<b>Desvio-padrão</b>	-	-	37,46	5,22	0,89	67,62

Conforme comentado, um ponto negativo da solução encontrada surge quando utiliza-se pontos iniciais aleatórios para os diferentes tipos de avaliações, pois há uma grande diferença de valores entre as avaliações e isso pode ser claramente identificado na elevada média e desvio padrão encontrado com 5 execuções com os mesmos parâmetros, apenas variando o ponto inicial, o que mostra uma baixa robustez do método para esse tipo de problema, além de um alto custo computacional.

Tabela 4.8 - Avaliação de execuções com diferentes parâmetros

<b>Teste</b>	<b>Exec.</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio - padrão</b>	<b>Número médio de avaliações</b>	<b>Números de pontos de procura <math>n</math></b>	<b>Taxa de Convergência <math>r</math></b>	<b><math>\theta</math></b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b>Número máximo de iterações <math>n_{máx}</math></b>
1	5	296,75	67,62	70000	70	0,9999	$\pi/2$	3	1000
2	10	369,510	125,61	7000	70	0,9999999999999999	$\pi/2$	4	100
4	10	370,40	103,9	7000	70	0,95	$\pi/2$	4	100

A partir da Tabela 4.8, nota-se uma melhora na média e desvio padrão a partir do aumento do número médio de avaliações. Uma das causas disso pode ser a demora na convergência do sistema, precisando de mais iterações para chegar ao ponto ótimo. Outra causa pode ser o fator de randomização que pode gerar uma diminuição na convergência do método, necessitando assim, de um maior recurso computacional para a obtenção do valor de massa ótimo.

#### 4.3 Otimização de uma treliça de 72 barras

A terceira estrutura a ser otimizada é a que possui o maior número de barras, 72 barras e 20 nós, sendo 16 variáveis de projeto no problema. A otimização será apenas aplicada na redução da área da seção transversal e conseqüentemente à sua massa. A função custo será a massa da estrutura. Novamente, as barras foram agrupadas conforme a sua área da seção transversal. As restrições primárias estão relacionadas aos nós engastados com rótula e a área mínima admissível nas barras conforme definição de projeto. As restrições secundárias são as freqüências naturais estabelecidas pelo problema. Há 4 massas adicionadas nos 4 nós superiores.

A Figura 4.3 apresenta a estrutura com suas dimensões e a Tabela 4.8 e 4.9 apresentam as propriedades do material e as restrições do problema respectivamente.

Tabela 4.9 - Propriedades da Treliça de 72 barras

Material	Alumínio
Módulo de Elasticidade	$6,98 \times 10^{10}$ N/m <sup>2</sup>
Densidade	2770 kg/m <sup>3</sup>
Comprimento a	1,524 m
Número de Barras	72

Tabela 4.10 - Restrições da Treliça de 72 barras

Freqüências Naturais	$\omega_1 = 4\text{Hz}$ $\omega_3 \geq 6$ Hz
Área Mínima Permitida	$6,452 \times 10^{-5} \text{m}^2$
Massas Adicionais (em M)	2270 kg

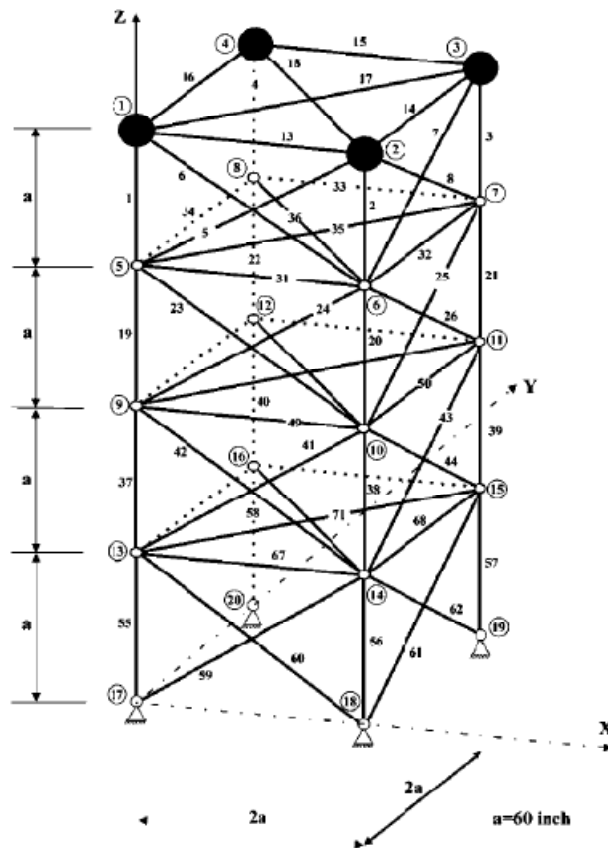


Figura 4.3 – Treliça espacial de 72 barras.

A tabela 4.11 apresenta os resultados obtidos a partir do método Espiral em comparação a métodos já estudados na literatura anteriormente. Esse problema já foi analisado por Konzelman (1986) utilizando o chamado *Dual Method (DM)* e por Sedaghati (2005) utilizando o chamado *Force Method (FM)*.

Pode-se perceber que o método proposto apresentou resultados similares aos de Konzelman (1986) e Sedaghati e melhores que Souza, 2010. Um dos motivos dessa de não se obter melhores resultados com esse método são as restrições de freqüência e as restrições de área impostas pelo problema que devem ser obedecidas.

Observando as áreas das barras pode-se perceber que existem 8 conjuntos de barras com a menor área admissível pelo problema, assim como as duas freqüências naturais

que foram definidas no problema,  $\omega_1 = 4\text{Hz}$   $\omega_3 \geq 6\text{ Hz}$ , estão atendendo o requisito, sendo que  $\omega_3$  também se encontra no mínimo admissível.

Utilizando um programa de análise estrutural com os valores da área da seção transversal das barras calculadas por Konzelman (1986) ou Sedaghati (2005), a primeira frequência natural irá violar a restrição  $\omega_1 = 12.174\text{ Hz}$

Tabela 4.11 - Comparação dos Resultados da Trelça 72 barras

<b>Autor</b>	<b>Konzelman (1986)</b>	<b>Sedaghati et. al. (2005)</b>	<b>Souza (2010)</b>	<b>Argenta (2012)</b>
	<b>DM</b>	<b>FM</b>	<b>PSO</b>	<b>SO</b>
<b>Área 1(cm<sup>2</sup>)</b>	3,499	3,499	2,987	3,702
<b>Área 2(cm<sup>2</sup>)</b>	7,932	7,932	7,849	7,635
<b>Área 3(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 4(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 5(cm<sup>2</sup>)</b>	8,056	8,056	8,765	8,005
<b>Área 6(cm<sup>2</sup>)</b>	8,011	8,011	8,153	8,328
<b>Área 7(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 8(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 9(cm<sup>2</sup>)</b>	12,812	12,812	13,450	13,128
<b>Área 10(cm<sup>2</sup>)</b>	8,061	8,061	8,073	7,994
<b>Área 11(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 12(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 13(cm<sup>2</sup>)</b>	17,279	17,279	16,684	16,914
<b>Área 14(cm<sup>2</sup>)</b>	8,088	8,088	8,159	8,262
<b>Área 15(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b>Área 16(cm<sup>2</sup>)</b>	0,645	0,645	0,645	0,6452
<b><math>\omega_1</math> (Hz)</b>	4	4	4	4
<b><math>\omega_3</math> (Hz)</b>	6	6	6	6
<b>Massa (kg)</b>	327,605	327,605	328,823	328,7
<b>Avaliações</b>	379	379	-	5000
<b>Execuções</b>	10	10	5	10
<b>Melhor</b>	327,605	327,605	328,823	328,7
<b>Média</b>	-	-	332,24	328,9
<b>Desvio-padrão</b>	-	-	4,23	1,517

Pode-se observar na Tab 4.11, os outros métodos estudados por Konzelman, 1986. Sedaghati et. al., 2005, não apresentam dados a respeito da média e desvio-padrão dos seus cálculos. Logo, não temos como saber qual é a robustez do método aplicado para aquele problema com os respectivos algoritmos.

Comparando os valores obtidos com Souza (2010), conclui-se que mesmo com um maior número de execuções o algoritmo Espiral obteve melhores médias e desvio padrão, além de ter uma massa menor.

Na Tabela 4.12, são feitas algumas avaliações variando os parâmetros do problema com o intuito de definir a consequência da variação de determinados parâmetros.

Tabela 4.12 - Avaliação de execuções com diferentes parâmetros

<i>Teste</i>	<i>Exec.</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio - padrão</i>	<i>Número médio de avaliações</i>	<i>Números de pontos de procura n</i>	<i>Taxa de Convergência r</i>	$\theta$	$\alpha$	<i>Número máximo de iterações n<sub>máx</sub></i>
1	10	332,16	6,23	7000	70	0,9999	$\pi/2$	1,3	100
2	5	328,9	1,517	5000	50	0,9999	$\pi/2$	3,1	100
3	5	332,972	5,292	5000	50	0,9999	$\pi/2$	1,3	100

A partir da Tabela 4.12, pode-se perceber que o aumento do número de pontos de procura não resulta em uma melhora de resultados, pelo contrário, há um aumento na média das massas assim como um aumento no desvio padrão das mesmas. Isto pode demonstrar que se aumentar-se muito o número de pontos de procura no sistema tem-se um aumento na variabilidade de resultados.

Nesse problema específico, percebe-se que o aumento do fator de randomização, há uma melhora nos resultados obtidos tanto no que diz respeito a média quanto ao desvio padrão. Isso não garante a linearidade do fator. Se aumentarmos no problema o fator ainda mais, corre-se risco de obter-se resultados piores novamente.

## 5. CONCLUSÕES

O algoritmo Espiral, estudo do trabalho, apresentou resultados satisfatórios para os casos em estudo. Nos três casos estudados ele obteve resultados similares aos melhores encontrados na literatura, sendo que em 1 dos 3 exemplos, treliça plana de 10 barras - seu custo computacional superou os melhores resultados de otimização, apesar da violação da primeira frequência natural.

Um ponto importante nesse estudo, foi a utilização do parâmetro  $\theta$  no que diz respeito ao seu valor. Conforme já atestado por Tamura, 2011, este valor apresenta melhores resultados quando é considerado  $\pi/2$  como sendo o ângulo de rotação em relação à origem do que  $\pi/4$ . Num futuro trabalho deve-se tentar a utilização de outros valores de  $\theta$  a fim de obter mais dados a respeito da variação e influência dessa variável.

Alguns tipos de restrições podem dificultar o processo de otimização. frequências naturais, por exemplo, são descritas como funções altamente não lineares, ou seja, a medida que se otimizar a massa da estrutura, há uma alteração nos valores da rigidez e da própria massa, modificando assim os modos de vibração e as frequências naturais da estrutura e isto pode dificultar a convergência do método.

Funções que possuem muitos mínimos locais são a classe de problemas com a maior dificuldade de otimização no que diz respeito a algoritmos de otimização. Deve-se evitar com o algoritmo a convergência prematura para um desses pontos, por isso foi adicionado o fator de randomização.

O fator de randomização adicionado ao programa deve ser estudado mais profundamente, porque não conseguiu-se definir um valor ótimo para esse parâmetro. Pois, da mesma forma que ele ajuda o algoritmo a não convergir para um ponto ótimo local, ele pode diminuir a convergência do método, aumentando o tempo até sua convergência.

Como é um método recente, a literatura ainda não possui uma quantidade substancial de estudos em relação ao algoritmo Espiral. Este trabalho serve como um bom

comparativo no que diz respeito a futuros estudos, pois servirá como base para a obtenção de melhores resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GERHARDT, E. **Otimização de problemas de engenharia pelo algoritmo colônia artificial de abelhas (ABC)**. 2011. 22f. Monografia – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

GOMES, H. M.; “**Truss Optimization with Dynamic Constraints Using a Particle Swarm Algorithm**”, Expert Systems with Applications, vol. 38, pp 957-968, 2011.

GRANDHI, R. V.; “**Structural Optimization with Frequency Constraints – A Review**”, AIAA Journal, Vol. 31, No. 12, pp 2296-2303, 1993.

JIN, G. TRAN, T., “**A Nature-Inspired Evolutionary Algorithm Based on Spiral Movements**”, SICE Annual Conference, pp 1643-1647, 2010.

KENNEDY, J. EBERHART, R. C., **Particle Swarm Optimization**. In: Proceedings of the IEEE Int. Conference on Neural Networks, pp 1942-1948, 1995.

KONZELMAN, C. J., “**Dual Methods and Approximation Concepts for Structural Optimization**”, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Toronto, 1986.

SOUZA, F. H. **Otimização de forma e peso de treliças planas e espaciais com restrições de tensões e frequências naturais baseada no algoritmo heurístico de Particle Swarm**. 2010. 20f. Monografia – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

TAMURA, K., YASUDA, K., “**Primary Study of Spiral Dynamics Inspired Optimization**”, Institute of Electrical Engineers of Japan, John Wiley & Sons, pp. S98-S100, 2010.

TAMURA, K., YASUDA, K., “**Spiral Dynamics Inspired Optimization**”, Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics, Vol.15, No.8, pp 1116-1117, 2011.

TAMURA, K., YASUDA, K., “**A New Multipoint Search Method**”, In: Proceedings of the IEEE, pp 1759-1764, 2011.

YANG, X.-S.; “**Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications**”, John Wiley & Sons, 2010.

WANG, D., ZHANG, W. H., JIANG, J. S.; “**Truss Optimization on Shape and Sizing with Frequency Constraints**”, AIAA Journal, vol. 42, pp 622-630, 2004.