UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Natássia Knecht Gauto

GRAFEQ NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFINS

Porto Alegre
2012

Natássia Knecht Gauto

GRAFEQ NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFINS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requesito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora : Leandra Anversa Fioreze

Porto Alegre
2012

Natássia Knecht Gauto

GRAFEQ NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES AFINS

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requesito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.
Orientadora : Leandra Anversa Fioreze

Aprovado em 20 de dezembro de 2012 com conceito____.

BANCA EXAMINADORA

____

Profª Dra. Leandra Anversa Fioreze

Universidade Federal de Santa Maria / Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Profª Dra. Elizabete Zardo Búrigo

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Profª Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

“*Nos tornamos algo mais porque estamos aprendendo, estamos conhecendo, porque mais do que observar, estamos mudando”*

Paulo Freire, 1986

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo refletir como o conteúdo de funções afins é ensinado atualmente e investigar como uma proposta de ensino sobre este conteúdo, com o auxílio do software matemático GrafEq, pode contribuir para o aprendizado de alunos do Ensino Básico, na relação existente entre a lei de formação da função com o seu respectivo gráfico. A pesquisa foi realizada com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Porto Alegre. Utilizamos como método de pesquisa a Engenharia Didática que é uma metodologia que relaciona a prática docente com pesquisa, além de proporcionar uma boa organização na estrutura do trabalho. A prática foi realizada no laboratório de matemática da escola e a sequência de atividades da proposta de ensino foi elaborada segundo a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau. Sobre as conclusões da experimentação da proposta podemos dizer que, mesmo havendo algumas hipóteses que não foram confirmadas durante a experimentação, os resultados foram positivos, mostrando que o uso do software foi válido para amenizar algumas dificuldades que os alunos encontram ao estudarem a representação gráfica de funções afins.

Palavras-Chave: Ensino e Aprendizagem de Matemática. Engenharia Didática. Teoria das Situações Didáticas. Funções Afins no Ensino Médio. GrafEq.

ABSTRACT

This work aims to reflect how the affine functions is taught nowadays investigating how a teaching proposal on this content with the aid of mathematical software GrafEq, can contribute to the learning of students of Basic Education, on the relationship between the formation function law with its corresponding graph. The research was conducted with students of the first year of a public high school in Porto Alegre. As a research method, it was used the Didactic Engineering, which is a methodology that relates the practice of teaching with a research, and provides a good organization structure of the work. The practice was conducted in the school math laboratory and the sequence of activities of the teaching proposal was elaborated according to the Theory of Didactic Situations of Guy Brousseau. On the outcome of the proposed experiment we can say that, even with some hypotheses that have not been confirmed, were positive, showing that the use of the software was valid to alleviate some difficulties that students encounter when studying the graphical representation of affine functions.

Keywords: Education and Learning. Didactic Engineering. Theory of Didactic Situations. Affine functions in High School. GrafEq.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Neste trabalho descrevemos uma pesquisa na área da Educação Matemática sobre o ensino de funções afins com o uso do software matemático GrafEq e verificamos quais as vantagens do uso de tecnologias durante as aulas de matemática.

Como resultado de nossas experiências em sala de aula consideramos importante que o professor, além de ensinar seus alunos, assuma também um papel de pesquisador, visando melhorar seus métodos de ensino.

> A pesquisa científica tem a preocupação com a originalidade, a validade e o reconhecimento por uma comunidade científica, enquanto a pesquisa do professor busca o conhecimento da realidade, para transformá-la, visando a melhoria das práticas pedagógicas (CARNEIRO, 2008, p. 203).

Em busca de uma contribuição qualitativa para o ensino de funções afins, neste trabalho apresentamos análises de como este conteúdo vem sendo trabalhado no Ensino Básico e, através dessas análises, elaboramos uma proposta de ensino que consiste no ensino de funções afins com o auxílio do software Grafeq. Tal proposta tem como objetivo principal fazer com que os alunos identifiquem e relacionem a representação algébrica de uma função com a sua representação gráfica e vice-versa. Sabemos que “no estudo de funções, é importante representá-las de diferentes modos – tabelas, gráficos, representações analíticas (algébricas) – estabelecendo relações entre eles” (BRASIL, 2012, p.30), e para auxiliar a compreensão dessas representações o uso do computador pode servir como um facilitador.

A relevância de ler e interpretar gráficos de funções não pode ser ignorada, pois no dia a dia aparecem diversas situações-problema que, mesmo subentendidas, apresentam a ideia de função. Além da necessidade de aprender para o cotidiano, o conteúdo de funções transforma a linguagem algébrica em uma nova linguagem que é necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema. Com essa linguagem podemos descrever fenômenos permitindo “conexões dentro e fora da própria matemática” (BRASIL, 2006, p.121).

Para poder entender essas situações reais o aluno necessita saber: interpretar um gráfico, analisar como se comportam determinadas funções e identificar os elementos necessários para a construção de um gráfico. Para o aluno ter mais facilidade em interpretar gráficos sem precisar sempre usar o método de substituição de pontos, é que estamos propondo o uso de software no ensino de funções afins, particularmente, neste trabalho.

Além de fazer com que o aluno melhore seu entendimento no conteúdo de funções afins, o tema desta pesquisa objetiva valorizar a utilização de recursos tecnológicos, visando ensinar de um jeito diferente do usual, que valoriza mais as contas (calcular os interceptos da reta e traçar seu gráfico). A proposta é tentar responder se o uso de tecnologias pode ajudar os alunos a compreenderem melhor as funções afins representadas tanto na forma algébrica quanto graficamente.

Para a construção deste trabalho e a realização da pesquisa, utilizaremos os princípios da Engenharia Didática que é uma metodologia baseada na experimentação em sala de aula. Escolhemos essa metodologia por acharmos importante a realização didática na sala de aula como prática de investigação e também por considerarmos que a Engenharia Didática proporciona uma boa organização na estrutura do trabalho.

Aplicamos a proposta de ensino com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Porto Alegre e para nos orientar na elaboração da sequência de atividades da proposta, utilizamos a Teoria das Situações Didáticas.

Organizamos este trabalho em dez capítulos, de maneira que no capítulo dois explicaremos algumas ideias da Teoria das Situações Didáticas que utilizamos para a elaboração da proposta de ensino.

No capítulo três apresentamos a Engenharia Didática, explicitando qual a principal característica de cada uma das etapas dessa metodologia.

No quarto capítulo destacamos as principais inquietações que nos levaram a escolha do tema, juntamente com a questão norteadora da pesquisa.

Após as justificativas que nos levaram a escolher o tema, iniciamos as etapas da engenharia didática. No capítulo cinco realizamos o estudo das análises prévias, que é a etapa onde verificamos como vem sendo ensinado o conteúdo escolhido. Neste capítulo, também resumimos os obstáculos que podem dificultar a implementação da proposta.

No sexto capítulo encontra-se a etapa da análise *a priori*, onde descrevemos as escolhas que fizemos ao elaborar uma Proposta de Ensino para o estudo de funções afins com o uso do software Grafeq. Neste capítulo levantamos hipóteses a respeito da implementação da proposta.

A fase da experimentação é relatada no capítulo sete, onde detalhamos situações que nos chamaram a atenção e as relacionamos com a Teoria das Situações Didáticas.

No oitavo capítulo, o da análise *a posteriori,* avaliamos a atividade como um todo e verificamos quais hipóteses formuladas foram válidas durante a aplicação da proposta.

A validação da Engenharia é descrita no capítulo nove onde comparamos a análise *a priori* com a análise *a posteriori.*

No décimo e último capítulo apresentamos as considerações finais deste trabalho.

2. UM RECORTE DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Neste capítulo trataremos resumidamente da teoria das situações didáticas, que utilizamos como um referencial para a elaboração da proposta didática que aplicamos com os alunos em nossa pesquisa.

A teoria das situações didáticas foi proposta pelo francês Guy Brousseau na década de 1970 com o intuito de estudar as relações existentes entre os alunos, o professor, as condições e a forma como o saber é desenvolvido.

A teoria de Brousseau diverge da maneira tradicional do ensino, onde a relação professor-aluno se dá através da transmissão do conteúdo, feita pelo professor, e da captação das informações por parte do aluno. Da forma tradicional o professor apenas apresenta os conteúdos, instrui o aluno, que recebe os conceitos para depois reproduzi-los tais como foram ensinados. Para Brousseau, dessa forma, não há uma aprendizagem significativa.

De acordo com essa teoria, o professor, ao elaborar uma proposta de ensino, organiza o conteúdo a ser transmitido em uma sequência de atividades aonde o aluno vai adquirindo o conhecimento aos poucos. Brousseau (2008), em sua teoria, destaca como papel do professor, providenciar situações em que o aluno construa o conhecimento como se fosse um pesquisador. Nas situações de ensino criadas pelo professor, o aluno deve testar conjecturas, formular hipóteses, defender suas ideias, construir modelos, estabelecer teorias e fazer comparações, participando ativamente no processo de aprendizagem.

Na Teoria das Situações Didáticas, o ensino acontece com a interação entre três elementos fundamentais: o professor, os alunos e o meio didático. O professor usa os “meios” (textos, exercícios, problemas, jogos, fichas, etc.) como ferramentas para facilitar a construção do conhecimento pelo estudante. A seguir, na figura 1, mostramos o esquema atribuído por Brousseau (2008, p.54) para representar a situação didática como ferramenta.

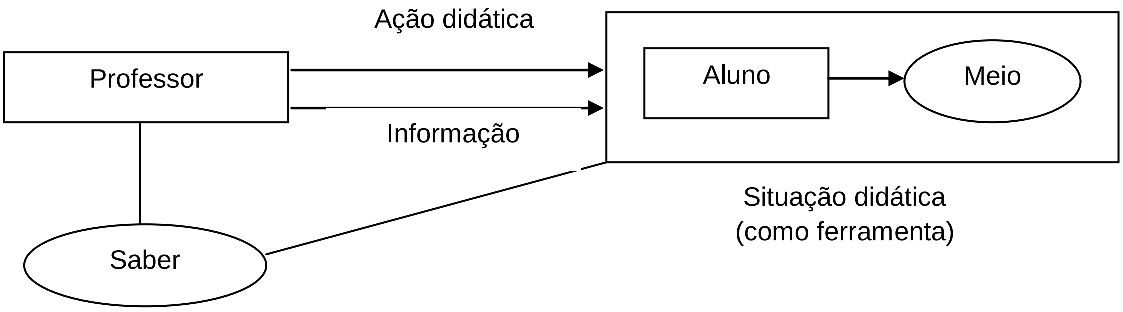


Figura 1 - Esquema de situação didática

Brousseau (2008, p.19) denomina situação como “o modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento.” Algumas situações requerem um conhecimento anterior e outras possibilitam que o sujeito construa por si mesmo um conhecimento novo. Uma situação didática “é todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional” (BROUSSEAU, 2008, p.21).

Segundo Pais (2002), na teoria de Brousseau existem diferentes tipos de situações didáticas. São elas: ação, formulação, validação e institucionalização. Normalmente essas situações iniciam com um problema escolhido pelo professor que seja compatível com o conhecimento do aluno. Quando o aluno tenta resolver este problema ele está construindo um novo conhecimento ou reformulando um conhecimento antigo. Brousseau desenvolveu uma tipologia de situações didáticas que resumiremos a seguir.

Uma situação de ação é quando o aluno, com o objetivo de resolver um problema proposto, coloca seus saberes em prática. Ele produz o conhecimento de forma mais experimental e intuitiva do que teórica. Neste tipo de situação o aluno sabe a resposta de certo problema, mas não sabe relatar quais foram os métodos utilizados para encontrar a solução do problema. Na situação de ação predomina o aspecto experimental, para isso, o professor deve criar atividades em que o aluno possa agir diretamente sobre o problema, sem precisar expor seus argumentos.

Na situação de formulação o aluno já utiliza algum esquema de natureza teórica e desenvolve o raciocínio de maneira mais elaborada do que quando está na fase de experimentação. Segundo Brousseau (2008, p. 29) “a formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo”. O aluno deve transformar o conhecimento implícito em explicito e ser capaz de expressar as estratégias usadas para os outros. Para desenvolver essa situação o professor deve criar meios que envolvam outro sujeito (real ou fictício) para que o aluno possa comunicar uma informação.

Na situação de validação “o aluno não só deve comunicar uma informação, como também precisa afirmar que o que diz é verdadeiro”, diz Brousseau (2008, p. 27). Nesse tipo de situação os alunos constroem suas próprias teorias, aprendem a convencer os colegas de que estão certos e também aprendem a mudar de opinião quando outro colega apresenta um argumento melhor. O professor nessa situação é um coadjuvante e somente auxilia em alguns desvios de percurso.

Existe também a situação de institucionalização na qual o professor tem um papel ativo, auxiliando os alunos no momento de registrar o que foi construído durante as situações anteriores. É nesta fase que o conhecimento é unificado e aceito pelo meio passando a ter um significado socialmente estabelecido na sala de aula. É feita uma síntese do que foi construído durante todo o processo. Para Pais (2002, p. 74) “a institucionalização só faz sentido quando o aluno compreende o significado do conteúdo e percebe a necessidade de integrar seu conhecimento a uma teoria mais ampla.”

É importante ressaltar que nessa teoria os quatro tipos de situações estão interligados e não existe uma separação nítida entre eles. As situações são essenciais para a elaboração de um plano específico de uma aula de matemática (PAIS, 2002).

Na teoria das situações didáticas o professor programa uma proposta de ensino a fim de que o aluno adquira o conhecimento de um conteúdo específico. Após propor as atividades o professor permite que o estudante interaja com elas sozinho fazendo apenas pequenas intervenções quando necessário. Conforme Brousseau (2008) é importante que o professor ao planejar as atividades faça uma análise prévia da situação didática elaborada, levantando suposições que devem ser comparadas com o resultado final das observações. A comparação das suposições feitas e o resultado obtido se caracterizam como uma pesquisa que serve para o professor aperfeiçoar a proposta didática criada. Essa ideia se enquadra com a metodologia denominada Engenharia Didática que se caracteriza como uma forma particular de conduzir uma pesquisa didática. Estudaremos a Engenharia Didática e suas principais etapas no próximo capítulo.

3. ENGENHARIA DIDÁTICA

A Engenharia Didática surgiu na França na área da Didática da Matemática e tinha como objetivo organizar o trabalho didático inspirando-se no trabalho do engenheiro que utiliza um sólido conhecimento científico para enfrentar problemas práticos que ainda não tem uma teoria pronta (ARTIGUE, 1996).

A Engenharia Didática é uma técnica de pesquisa baseada na experimentação em sala de aula que deve estar sempre em conjunto com uma fundamentação teórica. Essa metodologia defende a ideia de que um modelo teórico não é suficiente para a validação de uma pesquisa. Juntando a teoria com a prática o professor escolhe um conteúdo para realizar a pesquisa, elabora uma proposta de ensino para que possa construir novos métodos didáticos, articulando a prática docente com a pesquisa. (CARNEIRO, 2005)

Segundo Artigue (1996), a Engenharia Didática se faz pela execução de quatro fases consecutivas:

a) análises prévias;

b) concepção e análise *a priori* das experiências que serão desenvolvidas na sala de aula de Matemática;

c) aplicação da proposta de ensino / experimentação; e

d) análise *a posteriori* e validação da experiência.

Na etapa das análises prévias, analisa-se como o conteúdo escolhido é ensinado habitualmente para mais tarde se propor um método para modificar o ensino usual, sempre buscando aperfeiçoá-lo. Nessa etapa o professor é convidado a refletir sobre como é ensinado o conteúdo e quais as dificuldades que os alunos enfrentam ao estudá-lo. Ao identificar as falhas fica mais fácil para o professor reorganizar o planejamento do ensino desse conteúdo para torná-lo mais satisfatório.

Tais análises subdividem-se em três dimensões: epistemológica, didática e cognitiva. Na dimensão epistemológica faz-se um breve histórico da construção e evolução do tema a ser pesquisado. Na análise didática é feita uma revisão bibliográfica do que já foi publicado sobre o conteúdo que será pesquisado. Nessa dimensão analisa-se como vem funcionando o sistema de ensino. Também se faz a análise cognitiva, onde se estudam as dificuldades e obstáculos que surgem durante a construção do conhecimento tanto do aluno quanto do professor.

Na etapa das análises prévias são considerados os pontos do sistema didático que devem ser mantidos e os que devem ser modificados para tornar o estudo desse conhecimento mais satisfatório epistemologicamente e/ou cognitivamente. Também nessa etapa listamos quais os constrangimentos encontrados que impedem tais mudanças.

Concluídas as análises prévias inicia-se a fase de concepção e análise a *priori*. Nesta etapa explicitamos duas concepções: a global que é onde descrevemos nossa proposta e destacamos os nossos objetivos, e na local, a proposta é detalhada citando os recursos que serão utilizados, o público alvo e o tempo de duração da proposta.

Ao elaborar a proposta com base nas concepções, se formulam hipóteses sobre como os alunos se comportarão diante da aplicação da proposta, para mais tarde comparar essas hipóteses com os resultados finais. Com essa comparação é que se valida a Engenharia Didática.

Na próxima fase, a experimentação, a proposta de ensino é executada. Durante essa etapa é feita a coleta de dados através de observações realizadas pelo professor e por produções dos alunos para que posteriormente esse material coletado possa ser analisado.

Após a prática, usando os registros feitos, procedem-se a análise *posteriori* e validação da experiência. Nessa etapa, de acordo com Artigue (1996), é que se faz o confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* destacando os aspectos positivos e as falhas ocorridas durante a experimentação. Com essa comparação é que se conclui o que foi validado ou não durante na proposta aplicada.

É relevante ressaltar que a ideia da Engenharia Didática não é solucionar todos os problemas de um determinado método de ensino, isto é, não busca uma proposta didática infalível para todas as situações nem para todas as pessoas. A Engenharia Didática procura validar uma situação que, talvez, seja útil para um determinado grupo de pessoas.

No capítulo seguinte apresentamos o tema escolhido e as justificativas que nos levaram até esse tema.

4. TEMA E CAMPO DE AÇÃO

Neste capítulo detalharemos a escolha do tema de pesquisa e os motivos que nos levaram a essa escolha. Como dito no capítulo anterior, a metodologia de Engenharia Didática parte da análise do ensino de um determinado conteúdo para sugerir melhorias nos métodos didáticos habituais.

> [...] entende-se “professor pesquisador” como aquele que explicita as inquietudes que emergem da sua prática, e toma-as como problema de pesquisa, procurando propostas de solução, bem fundamentadas, com objetivo de propor e implementar mudanças concretas na sala de aula e/ou na instituição (CARNEIRO, 2008. p. 202).

A partir de experiências vivenciadas no ambiente escolar, seja como aluno ou como professor, surgiram inquietações que nos despertaram para a escolha do tema de pesquisa. Observamos que os alunos do Ensino Médio têm grande dificuldade de relacionar a representação algébrica de uma função com seus respectivos gráficos.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio ressaltam que:

> Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções. (BRASIL, 2006, p.72).

Percebemos que na maioria das vezes o método utilizado para o esboço dos gráficos é através de tabelinhas ou via cálculos, apenas localizando alguns pontos que são considerados importantes, como os de intersecção com os eixos coordenados. O aluno calcula o valor da função para alguns números usando uma fórmula dada, mas ele não é capaz de realizar muito mais do que encontrar pontos específicos do gráfico. Acreditamos que esse método de resolução voltado para a substituição de pontos não contribui para o aluno compreender o comportamento da função em todos os pontos de seu domínio. Essa forma de transpor pontos calculados para o plano cartesiano e depois ligá-los para construir o gráfico, além de ser uma maneira memorizada e que não facilita a visualização do comportamento da função, nos parece um pouco superficial para o aluno compreender a relação da representação algébrica com a representação gráfica. Assim, os alunos adquirem o conhecimento matemático de uma forma estática dificultando a construção do significado do conceito de função e “o significante passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho a ser memorizado”. (GRAVINA, SANTAROSA, 2008, p.79). O ideal seria que o aluno analisasse a função e percebesse a relação entre a expressão algébrica e os valores da imagem, sem a necessidade de realizar cálculos para visualizar o comportamento da função.

Durante experiências vividas em sala de aula com alunos do primeiro ano do Ensino Médio podemos notar que é comum os alunos não saberem descrever como será o comportamento do gráfico de uma função somente sabendo a sua lei de formação e vice-versa, ou seja, não conseguem identificar a lei de formação tendo somente o gráfico da função. Os alunos, em sua maioria, sentem a necessidade de executar os cálculos para poderem esboçar o gráfico de uma função.

Acreditamos que um dos motivos dessa dificuldade dos alunos é que, normalmente, há uma ênfase na resolução de equações no ensino fundamental, tendo que fazer contas para descobrir o valor da incógnita. Em muitas situações que presenciei, durante meus estágios curriculares e extracurriculares, os alunos ao se depararem com a lei de uma função sempre queriam igualar a zero para “resolver o problema”. Eles estavam condicionados a igualar a função a zero mesmo sem saber o motivo de fazer isto. Ao descobrir os zeros da função, os alunos desenhavam o gráfico de acordo com o que eles haviam memorizado: função afim é representada por uma reta e função quadrática por uma parábola (PALIS, 2002, p.255).

Outro motivo que considero importante destacar é a utilização irrestrita dos exercícios apresentados nos livros didáticos. Não estamos criticando a utilização de livros didáticos ou que estes são inadequados. Contudo, acreditamos que o ensino apenas utilizando livros didáticos e somente analisando os gráficos dos livros fica muito limitado, já que para o aluno não fica bem claro o papel dos coeficientes da lei da função na sua representação gráfica. De acordo com as orientações curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p.72) “é importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes”. E, com o auxílio de recursos tecnológicos, a visualização do comportamento da função pode ficar mais clara.

Cada vez mais as tecnologias estão presentes no cotidiano e nem sempre são utilizadas no ambiente escolar. Neste trabalho defenderemos o uso de novas tecnologias no ensino de funções, em particular a função afim, para que o ensino seja mais dinâmico e, assim, facilite o processo de aprendizagem.

Funções sempre foi um conteúdo que nos interessou pelo fato de poder relacioná-lo com diversas situações do dia a dia. Principalmente as funções afins que representam modelos lineares que podem ser encontrados facilmente no cotidiano.

Todos os motivos descritos colaboraram com a escolha do tema. A partir disso procuramos desenvolver uma proposta de ensino que tente responder **se o uso do software GrafEq pode ajudar os alunos a compreenderem melhor a representação gráfica das funções afins?**

5. ANÁLISES PRÉVIAS

Depois de escolhido o tema partimos agora para a etapa das análises prévias. Nesta etapa analisamos como vem sendo ensinado um conteúdo - neste caso as funções - e propomos métodos de ensino que visem aperfeiçoar o ensino usual.

Dividimos esta etapa da Engenharia Didática em três partes:

a) análise epistemológica, onde estudamos o avanço histórico das funções;

b) análise didática, onde analisamos o ensino usual das funções;

c) análise cognitiva, onde destacamos os principais obstáculos encontrados na compreensão do conteúdo de funções.

Ao final do capítulo apresentaremos os constrangimentos encontrados que dificultam as mudanças do ensino das funções.

5.1 ANÁLISE EPISTEMOLÓGICA

Apresentamos aqui um breve estudo histórico, procurando pesquisar sobre a evolução do conceito de função.

Se pensarmos em função como uma relação entre duas grandezas podemos dizer que a noção de função tem sua origem na matemática antiga, já que os babilônios e os egípcios faziam uma correspondência entre um número e o resultado das operações que envolvem esse número. Apesar de já aparecer a noção de dependência entre duas grandezas, o pensamento matemático da antiguidade não usava a ideia de quantidade variável nem de função. Faltava um componente fundamental para o conceito de função que era a variação (ROQUE, 2012).

No século XII, a noção de função aparece de forma mais “genérica”, pois antes os problemas eram tratados de forma isolada, cada um tinha uma solução particular (OLIVEIRA, 1996, p.15). Nicole Oresme (1323 – 1382) , no século XIV, desenvolveu uma teoria que pode ser considerada precursora da representação gráfica das funções. Um dos objetivos de Oresme era facilitar a compreensão da natureza das mudanças através de uma representação gráfica. Essas representações marcaram um avanço no conceito de função. Entretanto não se podia dizer que ela estava usando o conceito de função propriamente, pois suas representações eram qualitativas. Quem introduziu a forma quantitativa e o estudo da variação por meio de leis matemáticas foi Galileu Galilei (1564 - 1642).

Galileu procurava entender o movimento físico. De acordo com Oliveira (1996, p. 17), “esta insistência em querer estudar os movimentos de forma quantitativa, por intermédio da experimentação, contribuiu grandemente para a evolução da noção de função”.

No final do século XVI, ocorreu a extensão do conceito de número, abrangendo os números reais, imaginários e complexos e se introduziu a ideia de função como uma relação entre dois conjuntos. Foi nesta época que Fermat (1601 – 1665) e Descartes (1596 -1650), independentemente um do outro, introduziram o método analítico das funções.

Foi Leibniz, em 1673, que apresentou pela primeira vez a palavra “função”, mas a primeira definição explícita de uma função como expressão analítica apareceu com Jean Bernoulli (1694 – 1698). Diversos matemáticos como Euler (1707 – 1783), Lagrange (1736 – 1813) e Cauchy (1789 – 1857), influenciaram na evolução das principais definições de função, do século XVII ao início do século XX. Essas definições foram sendo aprimoradas até chegar na versão rigorosa usada atualmente, baseada na linguagem dos conjuntos que é a que está presente na maioria dos livros didáticos nos dias de hoje (BOTELHO; REZENDE, 2005).

5.2 ANÁLISE DIDÁTICA

Nesta etapa analisamos como é trabalhado o conteúdo de função afim no primeiro ano do Ensino Médio. Consideramos o livro didático uma ferramenta importante para o desenvolvimento do conteúdo, por isso pesquisamos brevemente em três livros didáticos como o conteúdo de Função Afim é abordado.

O primeiro livro foi escolhido por ser utilizado pela escola da turma em que foi aplicada a proposta de pesquisa. O segundo livro foi o que a pesquisadora usou durante o 1º ano do Ensino Médio e o terceiro foi adquirido durante experiências como estagiária em escolas da rede particular de Porto Alegre.

São eles:

a) IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações,** 2010.
b) GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática: uma nova abordagem**, 2000.
c) MELLO, José Luiz Pastore. **Matemática: construção e significado**, 2005.

No início do primeiro livro o conteúdo de função afim é apresentado pelos autores através de duas situações-problema resolvidas. Em ambas as situações os autores desenvolvem a resolução do exercício até determinar a fórmula que expressa a função, sendo que em nenhuma delas os exemplos são representados graficamente. Logo após, os autores apresentam a definição de função afim e partem para a representação gráfica das funções, focando a construção dos gráficos por meio de tabelas, encontrando dois pontos do gráfico da função. Depois das definições de funções e exemplos de construção dos gráficos por meio de substituição de alguns valores na variável independente, com auxílio de tabelas, os autores relacionam a função linear com grandezas diretamente proporcionais. Percebemos que os problemas presentes neste livro, mesmo envolvendo questões do cotidiano, trabalham a representação gráfica separadamente. Ou seja, exceto em poucos exemplos, existem exercícios que enfocam a análise gráfica e exercícios que envolvem problemas contextualizados, quase sempre separadamente.

O livro 2, de maneira geral, mostra-se com um enfoque bastante algébrico e apresenta sempre, nesta ordem, definição, exemplos, exercícios resolvidos e exercícios. O conteúdo de função afim não é introduzido com exemplos de situações cotidianas, essas só aparecerão em alguns poucos exercícios. Os autores apresentam o conteúdo de forma segmentada não relacionando um conteúdo com outro. Em algumas partes do livro aparecem observações com algumas curiosidades da realidade, porém não faz relação nenhuma dessas informações com o conteúdo.

No livro 3 a função afim é apresentada através de um exemplo de uma situação do cotidiano relacionada com uma pergunta sobre a representação gráfica dessa situação. Semelhante ao livro 2 o livro apresenta nesta ordem as definições, exemplos e logo em seguida exercícios. Porém, neste livro, o autor em todas as definições apresenta um exemplo da realidade, buscando situações em que as funções afins são utilizadas, como na geometria e na física, e no final de cada capítulo traz problemas contextualizados apresentando um resumo do conteúdo visto no capítulo juntamente com uma auto avaliação para ser feita pelo aluno. Um diferencial deste último livro em relação aos anteriores é que este apresenta pequenos quadros com questões para o aluno refletir sobre o conteúdo. Além disso, a apresentação visual desse livro é melhor que a dos anteriores já que apresenta cores mais vivas, gravuras interessantes ilustrando os problemas apresentados e está bem organizado com os títulos em destaque e o conteúdo organizado em quadros. Ao final, o autor propõe exercícios de vestibular e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Através dessa breve análise, podemos concluir que os livros abordam o conteúdo de funções de maneiras semelhantes. A menos do livro 3, que apresenta quadros com pequenas questões para intrigar o aluno e relaciona função afim com outras matérias, os livros são conservadores e seguem sempre uma sequência, de modo que fica difícil para o aluno relacionar um conteúdo matemático com outro. O Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2012, p.22) comenta que em geral os conteúdos dos livros didáticos tem “uma abordagem fragmentada, com divisão dos conteúdos em muitos casos particulares, tratados isoladamente. Isso é desaconselhável do ponto de vista didático e contribui para o excesso de páginas”.

Gostaríamos de destacar que em nenhum dos livros analisados aparecem atividades que estimulem o uso do computador ou de outra tecnologia como um recurso para a compreensão do conteúdo. De acordo com o Plano Nacional do livro didático (BRASIL, 2012, p.31) “o uso de aplicativos computacionais permite visualizar o gráfico de funções e ajuda a perceber propriedades por meio de experimentos com maior riqueza de exemplos”. O livro didático não proporciona tão boa visualização quanto os recursos computacionais e, além disso, uma aula em um ambiente diferente, por exemplo, o laboratório de informática, pode favorecer o interesse e comprometimento dos alunos.

Acreditamos que o uso do livro didático é importante, mas não é o único recurso que deve ser utilizado pelo professor. “Valorizar o papel do livro didático não implica, contudo, que ele assuma um papel dominante no ensino em detrimento da atuação do professor” (BRASIL, 2012, p.13). O computador está presente no cotidiano dos alunos, por isso é importante que os professores também busquem ou criem atividades que utilizem as tecnologias computacionais.

5.3 ANÁLISE COGNITIVA

Na análise cognitiva procuramos identificar quais são as principais dificuldades de aprendizagem dos alunos ao estudarem o conteúdo de funções afins. Para realizarmos esta análise, que nos situou a respeito dos conhecimentos prévios dos alunos, elaboramos uma atividade inicial que denominamos “atividade prévia” (ver Apêndice A). Esta atividade foi aplicada antes da sequência didática e tinha como objetivo identificar os principais erros que os alunos cometem ao resolverem questões sobre a representação gráfica de funções afins. Assim, foram propostas duas questões que envolviam este conteúdo.

Com a primeira questão pretendíamos verificar se os alunos conseguiam relacionar a expressão algébrica de uma função afim com o seu respectivo gráfico. A segunda questão foi elaborada para verificar se os alunos compreendiam a noção de intervalos tanto no eixo das abscissas quanto no das ordenadas. Estas atividades serviram como parâmetro, para avaliarmos, ao final da realização da proposta de ensino, se houve uma melhora na compreensão gráfica da função afim por parte dos alunos.

Destacamos que a atividade referida que elaboramos é constituída de questões que os alunos não estão acostumados a realizar em sala de aula, por isso, desde o momento em que ela foi construída, acreditávamos que os alunos teriam dificuldade em resolver as atividades pedidas.

A atividade prévia foi realizada com um grupo de vinte alunos de uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Porto Alegre. Salientamos que, dentre esses alunos, todos participaram das atividades da proposta de ensino, porém somente nove participaram das três etapas propostas. Trataremos da proposta de ensino elaborada no capítulo seis deste trabalho.

5.3.1 Análise da Atividade Prévia

A atividade prévia continha duas questões que envolviam conceitos de gráficos de funções afins e os alunos deveriam tentar resolvê-las da maneira que eles sabiam durante um período de 50 minutos. Os alunos, ao receberem a folha com tais questões, se mostraram desconfortados com a ideia de estarem sendo avaliados. O primeiro questionamento que eles fizeram a respeito foi se valeria nota para a disciplina de matemática. Ao serem informados que a atividade não adicionaria e nem descontaria nota alguma os alunos ficaram um pouco mais à vontade, porém ainda receosos da impressão que causariam. Salientamos que nem todos os alunos responderam todas as questões por falta de tempo ou por não conseguirem resolvê-las.

Percebemos que os alunos que responderam a questão 1, em sua maioria, utilizaram o método da tabelinha para associar a representação algébrica com a representação gráfica das funções afins. Até mesmo com a função identidade alguns alunos fizeram cálculos para acharem os pontos do gráfico. Vejamos na figura 2 a resolução da questão 1 de uma aluna que apresentou todos os cálculos para justificar a associação da expressão algébrica com o gráfico correspondente.

1. Relacione cada função com o seu respectivo gráfico.

a) f(x) = x b) f(x) = 3x – 2 c) f(x) = x - 2

d) f(x) = -x +3 e) f(x) = -6x + 3 f) f(x) = 5x

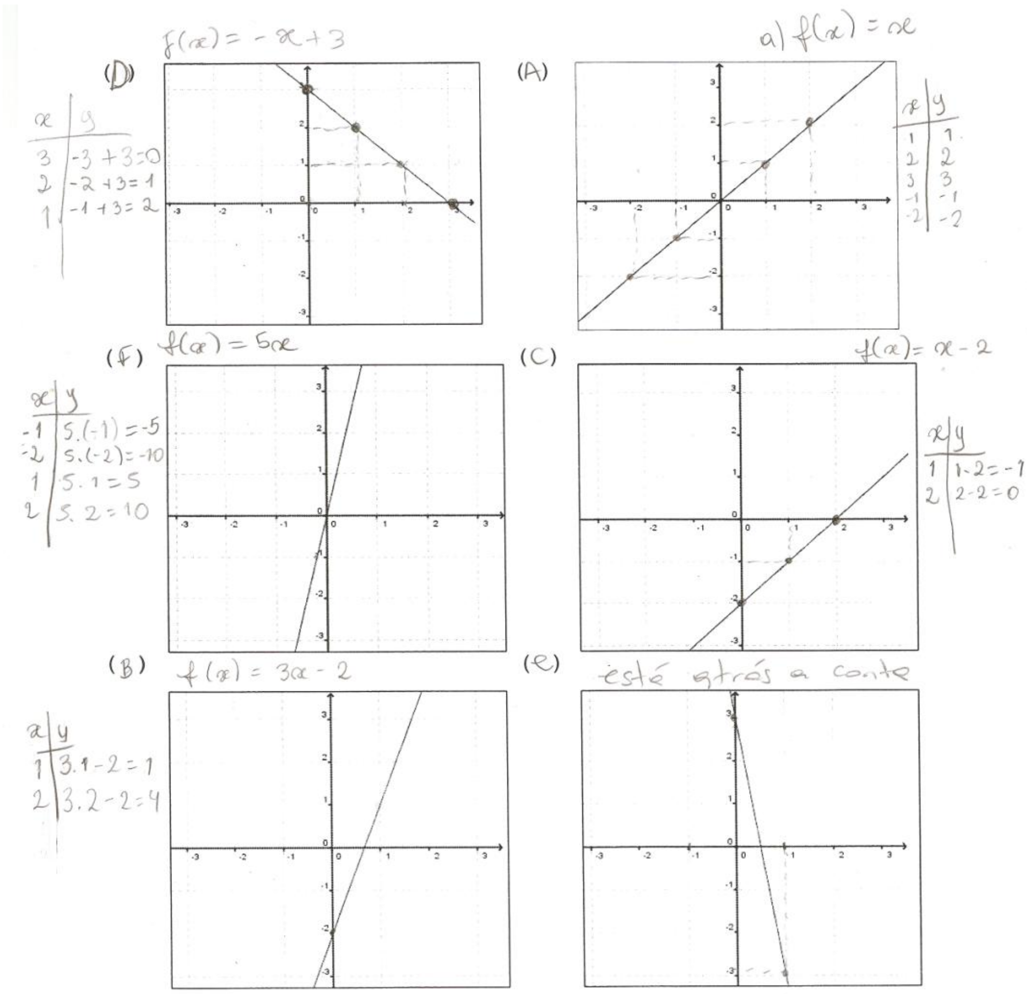


Figura 2 - Resolução da questão 1 pela aluna

Podemos perceber a importância que essa aluna dá aos cálculos observando o último gráfico onde ela escreve “está atrás a conta”. Notamos que essa necessidade de apresentar contas ao resolver exercícios não é característica apenas dessa aluna e sim da maioria dos alunos da turma. Nenhum dos alunos que realizou a atividade prévia resolveu a primeira questão sem utilizar cálculos. Alguns alunos reconheceram a função identidade, mas não os gráficos das outras funções. Isso provavelmente ocorre porque os alunos ainda não compreendem o significado da expressão algébrica e apenas estão habituados a manipulá-la, ou seja, os alunos apenas consideram alguns pares (x,y), atribuindo valores, normalmente inteiros, à variável x a fim de obterem a imagem correspondente.

O fato dos alunos utilizarem tabelinhas e cálculos para encontrar o gráfico de uma função não seria tão ruim, não fosse a limitação que os estudantes têm em executar esse tipo de ação. Podemos observar que muitos alunos que realizaram o exercício 1 tinham a ideia de que é suficiente saber alguns valores de uma função para construir o seu gráfico, pois já haviam memorizado que após descobrirem alguns pontos bastava ligá-los.

Verificamos também que poucos alunos analisaram primeiramente o gráfico da função para depois encontrar a sua lei. Ao observarmos a turma percebemos que apenas dois alunos perceberam que existiam funções crescentes e decrescentes e que as decrescentes deveriam ser relacionadas com as expressões algébricas cujo coeficiente angular fosse negativo. Mas ao se depararem com duas alternativas possíveis desistiram de analisar os gráficos e passaram a realizar contas.

A segunda etapa da atividade prévia serviu para verificarmos se os alunos sabiam, ou não, identificar e destacar, no plano cartesiano, intervalos no eixo das abscissas e no eixo das ordenadas. Criamos esta questão, pois na proposta de ensino a noção de restrição de intervalos seria utilizada.

Praticamente todos os alunos comentaram que a segunda etapa estava muito difícil. “Nós não aprendemos a fazer esse tipo de exercício”, disse um aluno. Supomos anteriormente que a atividade traria dificuldades para a turma pelo fato de normalmente não serem questões pedidas na sala de aula. Isso fez com que o aluno pensasse que o conteúdo abordado na questão 2 era novo, porém a turma já tinha trabalhado com inequações e análise de sinal das funções afins. Essa dificuldade provavelmente ocorre porque durante a apresentação de um determinado conteúdo os professores propõem para os estudantes sempre um mesmo grupo de exercícios, gerando certo conforto na resolução dos mesmos. Acreditamos que dessa maneira, praticando exercícios similares, os alunos não estão aprendendo, pois o aluno só adquire um conhecimento quando ele é capaz de aplicá-lo em diversas situações (BROUSSEAU, 2008).

Analisando o que os alunos responderam na questão 2, podemos perceber que eles compreendem a ideia de intervalo, contudo não conseguem transferi-la para o plano cartesiano. Vejamos a questão 2 resolvida por um aluno.

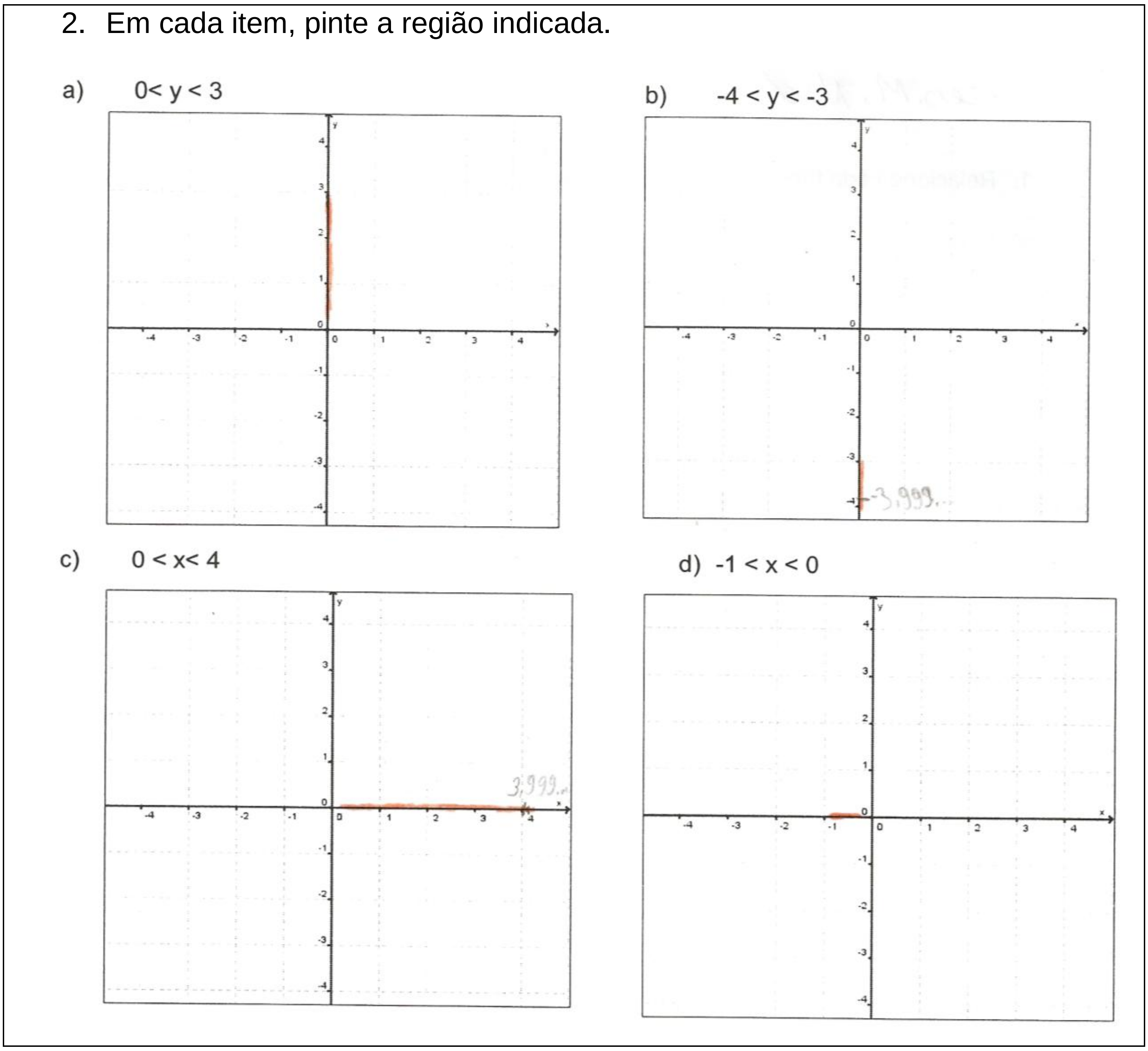


Figura 3 - Resolução da questão 2 pelo aluno A

Podemos ver que o aluno compreende a restrição de intervalo tanto no eixo das abscissas quanto no das ordenadas, porém marca somente os pontos que estão sobre os eixos, não percebendo que existem pontos que estão fora dos eixos que também satisfazem a desigualdade. Achamos interessante que o aluno se preocupou em destacar que os intervalos são estritamente maiores ou menores, como podemos observar nos itens b e c.

Alguns alunos perceberam que existiam outros pontos que satisfaziam o intervalo, porém em alguns itens não pintaram toda região que deveriam, destacando, em alguns casos, somente a parte positiva ou somente a negativa dos eixos. Para exemplificar, na figura 4 mostraremos a questão 2 resolvida por um aluno.

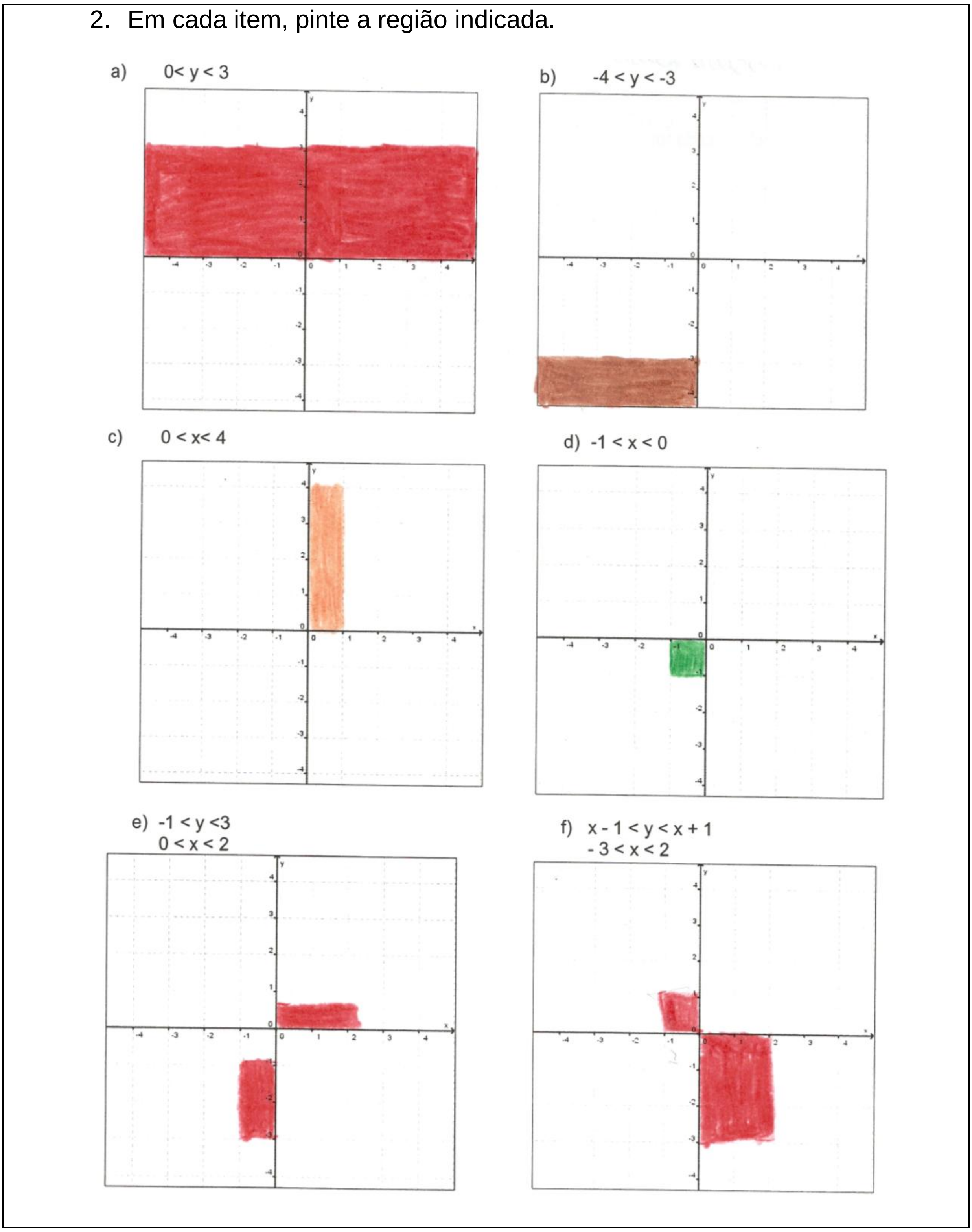


Figura 4 - Resolução da questão 2 pelo aluno B

Ainda analisando a segunda questão, notamos que nenhum aluno acertou os dois últimos itens. Muitos deixaram em branco e os que fizeram pintaram duas regiões, uma para a desigualdade em x e outra para a desigualdade em y, não destacando suas intersecções.

Podemos constatar que, em geral, os estudantes que realizaram a atividade prévia apresentam dificuldades na visualização gráfica de funções, pois conseguem somente determinar alguns pontos depois de realizar cálculos com valores atribuídos a variável x. Os alunos não conseguem descrever verbalmente e nem graficamente o comportamento de uma função. Da maneira inversa, os alunos também não têm facilidade de “ler” um gráfico de uma função e associar sua expressão algébrica. O que percebemos é que muitos alunos enfrentam dificuldades na hora da “transição do raciocínio aritmético para o raciocínio algébrico e geométrico, ou seja, sabem realizar o que foi previamente ‘treinado’ a fazer, entretanto não conseguem traduzir o que foi feito” (BALEJO, 2009, p. 23).

Os resultados que obtivemos nessa atividade prévia estão de acordo com resultados de pesquisas recentes sobre o assunto como em Balejo (2009) e Reis (2011), que mostram que os alunos têm bastante dificuldade na compreensão de funções principalmente na sua representação gráfica. Fora essa dificuldade específica do conteúdo de funções, observamos também que a falta de interesse por parte dos alunos se torna um obstáculo no momento do trabalho em sala de aula. Dessa forma o problema pode estar muitas vezes com o professor ao planejar a aula.

Por todas as observações feitas acima, acreditamos que o uso de tecnologias seja uma boa maneira de auxiliar o ensino de funções afins e que softwares matemáticos possam ser utilizados como recurso para os alunos compreenderem melhor a representação dos gráficos das funções afins já que percebemos a dificuldade da comparação entre a representação gráfica e a algébrica.

5.4 CONSTRANGIMENTOS

Como pudemos perceber durante experiências de docência e em vários trabalhos que pesquisamos, citados anteriormente, sobre o ensino de funções, como Balejo (2009) e Reis (2011), este conteúdo vem sendo ensinado geralmente da maneira tradicional que se baseia na realização de contas para a localização de pontos no plano cartesiano que em seguida são ligados em uma certa ordem. Ao estudarem as funções afins, os alunos são informados de que seus gráficos são representados por retas, frequentemente, sem nenhuma justificativa. Os exercícios propostos aos alunos são passados no quadro ou são encontrados nos livros didáticos, o que muitas vezes causa um desânimo nos alunos que são submetidos a aulas clássicas de exercícios. Por esses motivos é que estamos propondo nessa pesquisa o ensino de funções afins no primeiro ano do Ensino Médio com o uso do software GrafEq.

Acreditamos que surgem alguns obstáculos na implementação da nossa proposta de ensino, sendo chamados por Artigue (1996) de constrangimentos. Ao nosso ver, a principal dificuldade que surge é que a proposta exige uma mudança na tradição do ensino de matemática. O uso do computador ainda não é bem aceito entre alguns professores que se sentem constrangidos em utilizar recursos computacionais, e um dos possíveis motivos para isso é que a aula em ambientes informatizados pode ocasionar situações que não são previsíveis pelo professor. Segundo as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

> Nessa situação, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual (BRASIL, 2006 p.90).

Porém, nem todos os professores estão dispostos a enfrentar essas situações que podem fugir de seu controle. Isso pode ser considerado um obstáculo para a realização de nossa proposta.

O fato dos alunos estarem acostumados a trabalhar principalmente com a substituição de valores na expressão algébrica de funções, como pudemos ver na análise da atividade prévia, pode também ser um constrangimento para a prática da proposta de ensino. As atividades elaboradas na proposta visam a compreensão da lei de uma função afim sem a realização de cálculos, utilizando o software como instrumento para facilitar a visualização gráfica. Os alunos podem se sentir pouco à vontade com a mudança no estilo de aula que exige mais compreensão do conteúdo do que a realização de cálculos.

Outra dificuldade que pode surgir é que nem todas as escolas possuem Laboratório de Informática com acesso aos softwares necessários para desenvolver a proposta de ensino planejada.

6. CONCEPÇÃO E ANÁLISE A *PRIORI*

Depois de um estudo sobre as funções, no que diz respeito à sua evolução ao longo dos anos, como esse conteúdo vem sendo ensinado e qual as maiores dificuldades dos alunos, elaboramos uma sequência de atividades para a proposta de ensino. O principal objetivo da proposta foi abordar o estudo de funções afins diferentemente do habitual para que os alunos consigam compreender melhor alguns conceitos que podem não estar consolidados. Para a proposta fizemos algumas escolhas que acreditamos serem convenientes para que as atividades sejam atrativas para os alunos e que o ensino de funções afins seja um pouco mais satisfatório.

Percebemos que o ensino usual das funções afins é desenvolvido através de exercícios de livros didáticos ou exercícios propostos pelo professor e a análise gráfica das funções apresentada pelos alunos é trabalhada via desenhos manuais que não trazem precisão no traçado. Tais exercícios não possibilitam que o aluno visualize precisamente como é o comportamento do gráfico de uma determinada função. Por isso, elaboramos uma proposta de ensino para ser desenvolvida em um ambiente informatizado e utilizamos como recurso computacional o software Graphequation (GrafEq). A sequência de atividades foi planejada para que os alunos conseguissem relacionar a expressão analítica com o gráfico da função.

Ao planejar uma aula utilizando o uso de tecnologias, busca-se trabalhar conceitos matemáticos através de um instrumento de fácil manuseio e com recursos apropriados. O GrafEq é um programa que pode ser utilizado para o estudo de funções e permite que se desenhe o gráfico, pinte regiões e ainda construa várias imagens no mesmo plano. Foi produzido por Greg Kochaniack na Pedagoguerry Software Incompany, no Canadá[1]. É encontrado para download na internet de modo gratuito para testar, podendo ser comprada uma versão completa que contém mais ferramentas. Salientamos que a versão gratuita contém todos os recursos necessários para a atividade proposta nessa pesquisa.

O software é de fácil manuseio e tem a opção de ser utilizado em várias línguas, entre elas o português, e não requer linguagem de programação para a

---

[1] O download do software GrafEq pode ser feito em www.peda.com/grafeq/.

escrita das equações, ou seja, as equações podem ser escritas como estamos acostumados a escrever no papel que o programa entenderá o que se está pedindo.

A interface do software é de fácil entendimento. Possui um menu principal (1), as caixas de texto onde se digita a relação desejada (2), a área de trabalho onde se pode visualizar as relações (3) e a caixa de ferramentas onde se pode alterar as configurações das relações realizadas. A seguir, na figura 5, podemos observar a interface do GrafEq.

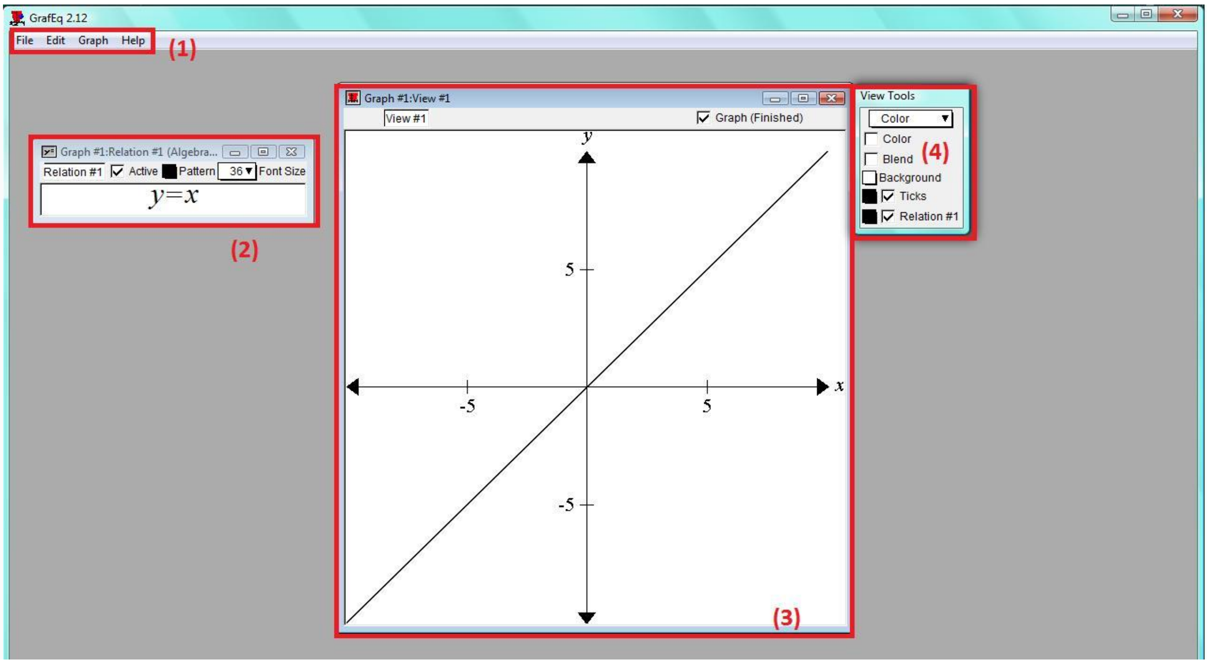


Figura 5- Interface do GrafEq

Acreditamos que o ensino de funções afins com o auxílio de software para a construção de gráficos é válido para facilitar o aprendizado. Para Gravina (2008, p. 78), "os ambientes informatizados apresentam-se como ferramentas de grande potencial frente aos obstáculos inerentes ao processo de aprendizagem". Na análise prévia, detectamos as dificuldades dos alunos em relacionar o gráfico de uma função com a sua lei de formação e em restringir um intervalo tanto no domínio quanto na imagem de uma função. Tendo em vista as dificuldades dos alunos em compreender este conteúdo e a precisão dos gráficos que o uso de softwares nos traz, defendemos o uso de software para a construção de gráficos, por tornar o trabalho mais rápido e facilitar a visualização do desenho.

O trabalho em duplas ou trios também é outra característica presente na proposta de ensino. Acreditamos que ao realizar atividades em grupo os alunos mostram-se mais interessados e isso faz com que a aula se torne mais participativa. O trabalho em equipe muda a característica de uma aula tradicional onde o professor transmite a informação e o aluno a recebe. Ao trabalhar com um ou mais colegas o aluno tem a possibilidade de discutir o conteúdo, dar a sua opinião e ouvir sugestões dos outros. Concordamos com Lopes e Salinas (2006, p.1) quando elas dizem que no grupo “a comunicação necessária ao entendimento é baseada numa linguagem comum, que embora pouco formal e imprecisa, desbloqueia os receios, inibições e desconfianças, mais frequentes nas interações professor-aluno”. O aluno se sente mais à vontade quando pode expor sua opinião sem medo de estar sendo avaliado pelo professor e essas discussões em grupo enriquecem o aprendizado.

Outra escolha que fizemos foi a utilização da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau na elaboração da sequência de atividades realizada nesta pesquisa. Como dito no capítulo dois deste trabalho, de acordo com a Teoria das Situações, o professor, com o objetivo de ensinar um determinado conteúdo, deve criar um plano de aula em que o aluno desenvolva o aprendizado aos poucos e tire as suas próprias conclusões. A sequência de atividades deve proporcionar ao aluno situações em que ele possa utilizar seus conhecimentos anteriores para solucionar um novo problema (BROUSSEAU, 2008).

Buscamos então construir uma sequência de atividades que provocasse os alunos a solucionar um problema e que durante a resolução eles fossem submetidos às diversas situações didáticas mencionadas por Brousseu (2008). Nosso plano de ensino consiste em uma sequência de atividades, desenvolvidas em três encontros, cada um com duração de uma hora e quarenta minutos (dois períodos). A atividade foi realizada no laboratório de informática de uma escola da rede pública de Porto Alegre, com uma turma do primeiro ano do Ensino Médio.

6.1 HIPÓTESES

Durante a construção de uma sequência didática, previsões a respeito do comportamento dos alunos devem ser feitas. Carneiro (2005, p. 103) ressalta que “tomar decisões e formular hipóteses são ações simultâneas”, por isso ao mesmo tempo em que explicamos a atividade elaborada, formulamos hipóteses de como seria o comportamento dos alunos diante das situações criadas.

Nossa proposta foi planejada para que os alunos estudassem o comportamento de gráficos de funções afins com o uso do software GrafEq. Organizamos as atividades de modo que os alunos, ao construírem figuras no software, relacionassem a representação algébrica de uma função com o seu respectivo gráfico e com isso pretendíamos que a aula se tornasse mais dinâmica principalmente por acontecer em um ambiente diferente do habitual. Outro objetivo era fugir da estrutura de uma aula tradicional onde o professor transmite as informações prontas e, para isso, o aluno deveria ser o protagonista das situações, resolvendo as atividades e construindo gradativamente o conhecimento.

Em todas as etapas, iniciamos a atividade provocando o aluno com um problema que deveria ser solucionado. Com base na Teoria das Situações Didáticas, não intervirmos em nenhum momento desde que o problema foi proposto, permitindo que o aluno tentasse resolvê-lo sozinho, com o auxílio do software e de seus conhecimentos anteriores. O momento em que o aluno aceita o problema como seu e tenta solucioná-lo, tomando decisões, é o que Brousseau (2008), em sua teoria, chama de situação de ação. Acreditamos que no momento em que o aluno faz experiências e manuseia o software ele está em uma situação de ação, colocando suas ideias da solução do problema em prática.

Como em todas as etapas as atividades foram propostas para serem realizadas em duplas, os alunos, em busca da solução, comunicam-se com os colegas caracterizando uma situação de formulação. Para solucionar o problema os alunos criam suas próprias teorias, debatendo sobre qual a melhor maneira de encontrar as respostas.

Formulamos perguntas, que deveriam ser respondidas durante ou após a resolução do problema, para estimular a situação de validação. Nessa situação o aluno deve defender sua teoria tentando convencer o outro de que sua opinião é verdadeira.

Por último, para coletarmos informações de como os alunos consolidaram o conhecimento, tentamos criar uma situação de institucionalização. Fizemos isto por meio de perguntas direcionadas à estratégia que os alunos utilizaram para resolver o problema e nelas os alunos deveriam descrever todos os passos da resolução do problema.

A seguir, listaremos as hipóteses levantadas separadamente para cada etapa da proposta de ensino, para depois compará-las com os resultados obtidos, podendo assim, validar, ou não, a Engenharia Didática.

6.1.1 Etapa 1

Na primeira etapa elaboramos duas atividades a serem desenvolvidas com os alunos. Em ambas, queríamos que eles percebessem o que acontece quando são alterados os valores dos coeficientes a e b da lei da função afim $f(x) = ax + b$. Nossa hipótese é que neste primeiro momento os alunos teriam dificuldades em reconhecer o papel dos coeficientes a e b, principalmente pelo fato de estarem habituados a fazer exercícios com um foco nos cálculos, isto é, estão acostumados a encontrar pontos do gráfico substituindo valores na expressão algébrica. Acreditamos que a maior dificuldade estaria relacionada ao coeficiente angular da função afim e que os alunos realizariam vários testes até acertarem a função desejada.

Nossa hipótese com relação à atividade dois, que é mais voltada à restrição de intervalos no domínio e na imagem das funções, é que os alunos tentariam acertar o intervalo por tentativa e erro. Isso pelo fato dos alunos não realizarem normalmente esse tipo de exercício na sala de aula.

O que poderia também atrapalhar o decorrer da aula é alguma dificuldade que os alunos teriam ao utilizar o software, já que é um recurso novo para eles.

6.1.2 Etapa 2

Nesta etapa foram elaboradas as atividades três e quatro que tinham como objetivo principal fazer com que os alunos reconhecessem regiões limitadas por equações de reta. Na atividade três os alunos são convidados a desenhar quadrados em diferentes regiões do plano cartesiano pintando o seu interior. Acreditamos que com essa atividade os alunos perceberiam que o coeficiente linear é responsável pela translação do gráfico da função. Gostaríamos que não, porém uma hipótese é que os alunos escolheriam quadrados em que os lados são paralelos aos eixos coordenados.

A atividade quatro foi elaborada para que os alunos conseguissem reproduzir gráfico de funções quaisquer apenas analisando sua inclinação e posição no plano cartesiano. O esperado era que esta atividade estimulasse os alunos, já que é um momento de realizar desenhos no computador.

6.1.3 Etapa 3

A última etapa foi planejada com a intenção de que os alunos colocassem em prática todos os conhecimentos adquiridos sobre gráficos de funções afins até então. Nesta atividade o aluno teria a opção de reproduzir uma obra de arte ou criar o seu próprio desenho, usando apenas retas. Pensamos que esta atividade incentivaria os alunos a realizarem a tarefa com mais empenho, estimulando a criatividade de cada um. Outra hipótese que levantamos é que nesta etapa os alunos já teriam percebido a importância dos coeficientes angular e linear e também visualizariam no gráfico a posição da raiz da função, sentindo mais facilidade ao desenhar as retas desejadas, além de já estarem mais familiarizados com o software, o que torna o trabalho mais ágil.

Neste capítulo formulamos nossas hipóteses e no próximo relatamos a experimentação retomando-as, a fim de verificar quais são válidas e quais merecem modificações.

7. EXPERIMENTAÇÃO

Realizamos a fase da experimentação com uma turma de primeiro ano do Ensino Médio que tinha quatro períodos de matemática semanais que aconteciam em dois dias da semana. Essa turma foi escolhida para a aplicação da proposta por eu já estar trabalhando com a mesma na disciplina de Estagio em Educação Matemática 3. Trabalhamos com os alunos o final do conteúdo de funções afins, que a turma já havia desenvolvido anteriormente com o professor regente. A proposta de ensino foi dividida em três etapas e aconteceu no laboratório de informática da escola em três encontros de dois períodos cada. A turma continha vinte e seis alunos que participaram da atividade sendo que vinte responderam a atividade prévia e nove participaram de todas as etapas da proposta. O motivo de apenas nove terem participado de todas as atividades é pela turma ter um histórico de faltas muito grande. Falando com o professor de matemática descobrimos que grande parte dos alunos da turma faltam com muita frequência, não só as aulas de matemática, mas todas as outras disciplinas.

Durante esta etapa da pesquisa já fomos tirando algumas conclusões sobre o aprendizado dos alunos. Concordamos com Carneiro (2005, p. 105) onde ela diz que “o professor em ação não espera para analisar o trabalho após concluí-lo”. Por isso, durante a experimentação, fizemos observações que foram importantes para a análise *posteriori.*

Durante o desenvolvimento das atividades fizemos vários registros das ações dos alunos, das perguntas mais frequentes e dos erros constatados durante a realização das tarefas. Além disso, coletamos as produções dos alunos e as respostas dos questionários que foram entregues para cada dupla no início de cada encontro. Todos esses materiais coletados foram essenciais para a etapa da validação da Engenharia Didática.

7.1 RELATO DA ETAPA 1

A seguir, as atividades da primeira etapa.

Atividade 1

Escreva uma letra do seu nome no GrafEq usando apenas retas.

Questionário 1

- Responda as questões que seguem:

1. Qual letra você desenhou? Desenhe da mesma forma que você desenhou no computador.
2. Como você fez para desenhar essa letra?
3. Você desenhou retas com inclinações diferentes? O que você fez para mudar a inclinação das retas?
4. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição?

Atividade 2

Vamos construir algumas figuras planas? Tente construir alguns polígonos (retângulo, triângulo, quadrado, trapézio, paralelogramo, etc.) usando apenas segmentos de reta. Para isso você precisará restringir os valores de x e de y.

Questionário 2

- Escolha um dos polígonos que você desenhou e responda as questões que seguem:

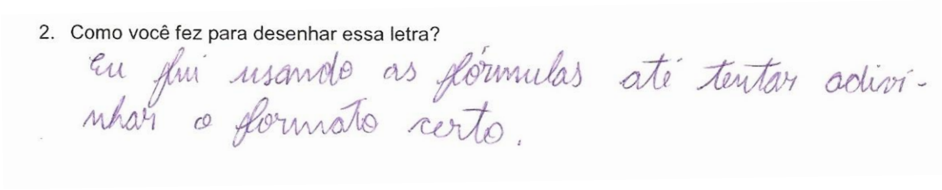
1. Qual figura você escolheu? Você conseguiu desenhá-la?
2. Você acertou na primeira tentativa o desenho do polígono escolhido? Se não, por quê?
3. Escreva passo a passo como você construiu a figura.

Todas as etapas foram realizadas no laboratório de informática e na primeira foi solicitado que os alunos se dividissem em duplas. Dois trios foram formados, porém não intervimos a respeito por sabermos que existem afinidades entre os colegas e acreditamos que o aluno ao se sentir mais à vontade na hora de realizar as atividades tem um aprendizado melhor.

Cada dupla recebeu um pequeno polígrafo que continha uma breve explicação sobre o uso das ferramentas do software GrafEq e as duas atividades propostas para esta etapa (ver apêndice B). Antes de começarmos qualquer atividade, lemos com os alunos a explicação sobre o uso do software e, ao mesmo tempo, permitimos que eles experimentassem as ferramentas do software. Neste momento não surgiu nenhuma dificuldade, pois os alunos se mostraram bem familiarizados com o uso do computador. Mesmo sem terem usado o GrafEq anteriormente os alunos já estavam usando os recursos do software muito bem. Isso nos surpreendeu, já que uma de nossas hipóteses era que os alunos teriam dificuldade em trabalhar em software que eles não conheciam.

Na atividade 1, o problema que foi oferecido para os alunos responderem era o de desenhar no software uma letra qualquer do nome de um dos integrantes da dupla, ou de ambos, apenas usando retas. Os alunos ficaram confusos e pediram que déssemos algum exemplo. Então pusemos no quadro a letra N e dissemos que para desenhá-la no software eram necessárias três retas diferentes e que cada uma dessas retas tinha uma representação na forma algébrica. Após isto os alunos iniciaram a atividade.

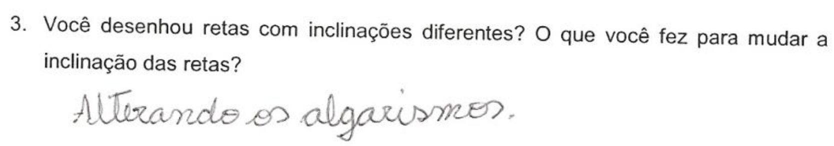
Os alunos não conseguiram pensar diretamente na lei da função que eles queriam desenhar e utilizaram o método de tentativa e erro. Digitavam uma lei e viam que o desenho do gráfico não servia. Logo após, tentavam novamente outra lei, e mais outra, até chegar ao desenho que desejavam. Podemos identificar essa situação, onde os alunos estão tentando resolver o problema de maneira mais intuitiva do que teórica, como uma situação de ação. Os alunos estavam desenvolvendo estratégias para resolver o problema proposto e a cada tentativa de solucionar o problema estavam executando uma situação de ação. Para Brousseau (2008, p. 25) “a sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de um problema”. Vejamos a seguir, na figura 6, a resposta da pergunta dois do primeiro questionário, dada por um aluno que utilizou o método de tentativa e erro para solucionar o problema.


2. Como você fez para desenhar essa letra?

Eu fui usando as fórmulas até tentar adivi-
nhar o formato certo.

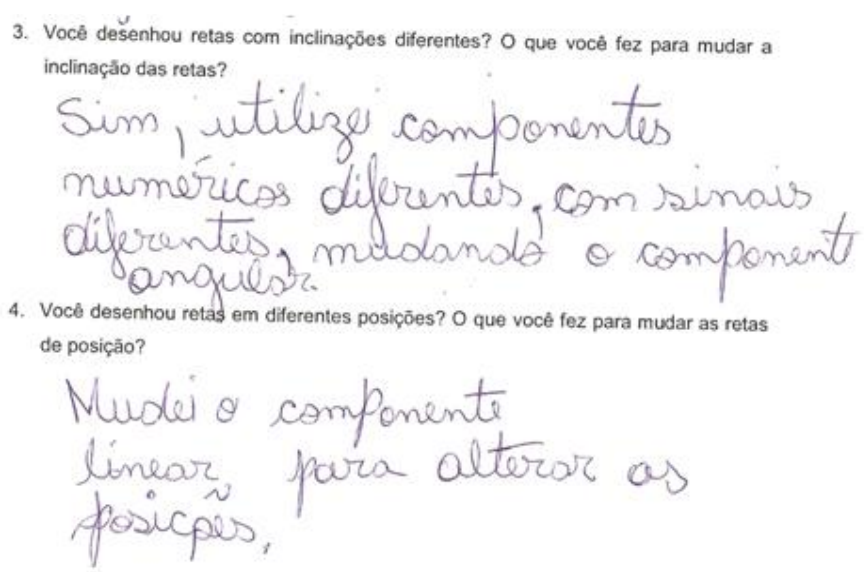
Figura 6 - Atividade 1

Pudemos observar que muitos alunos perceberam que os coeficientes a e b da lei da função afim y = ax + b causam alguma influência no gráfico. Os alunos, durante as tentativas, sabiam descrever verbalmente o que estava acontecendo com os gráficos das funções, porém não conseguiram escrever o que estavam pensando. Notamos também que nenhum aluno utilizou os termos coeficiente angular e coeficiente linear. Vejamos algumas respostas da atividade 1 nas figuras 7, 8, 9, 10 e 11.


3. Você desenhou retas com inclinações diferentes? O que você fez para mudar a inclinação das retas?

Alterando os algarismos.

Figura 7 - Atividade 1

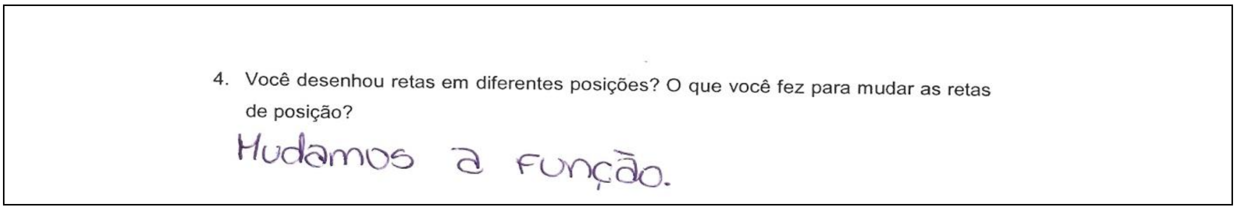

3. Você desenhou retas com inclinações diferentes? O que você fez para mudar a inclinação das retas?

Sim, utilizei componentes
numéricos diferentes, com sinais
diferentes, mudando o component
angular.

4. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição?

Mudei o componente
linear, para alterar as
posições.

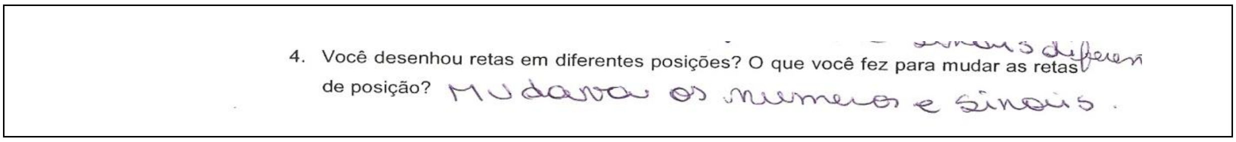
Figura 8 - Atividade 1



4. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição?

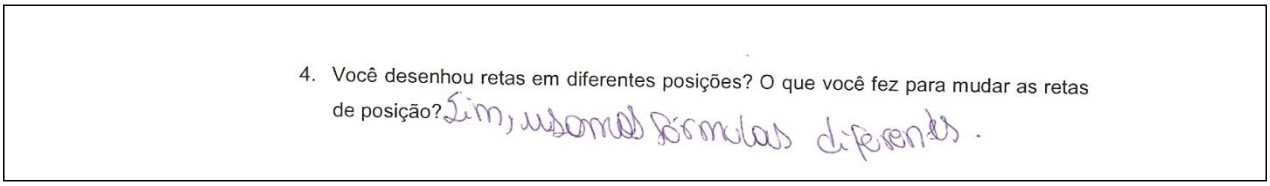
Mudamos a função.

Figura 9 - Atividade 1



4. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição? Mudava os numeros e sinais.

Figura 10 - Atividade 1



4. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição? Sim, usamos formulas diferentes.

Figura 11 - Atividade 1

Somente um aluno escreveu uma expressão semelhante utilizando a palavra componente ao invés da palavra coeficiente como podemos observar na figura 8.

Alguns alunos questionaram que a letra não ficava “bem certinha” como ela deveria ser. Isto aconteceu porque os alunos desenharam no software a reta toda, isto é, sem restringir o intervalo que ela deveria aparecer. Para exemplificar, vejamos nas figuras 12 e 13 os desenhos que alguns alunos fizeram.

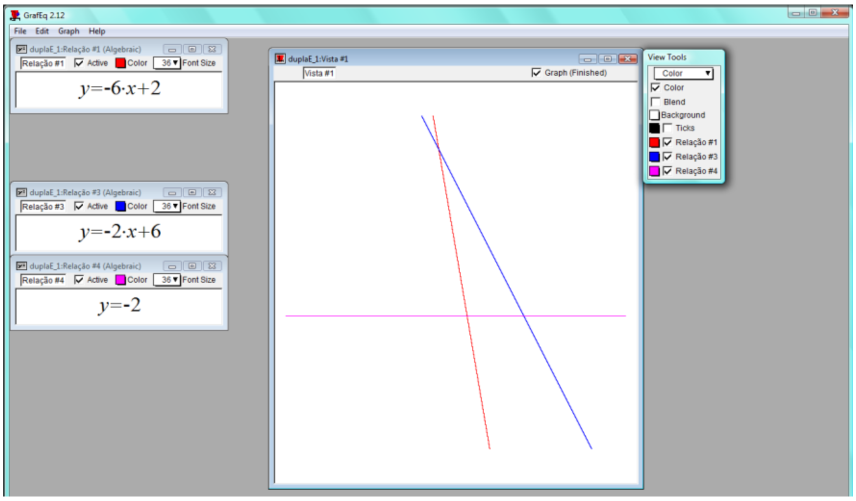


Figura 12 - Desenho da Letra A

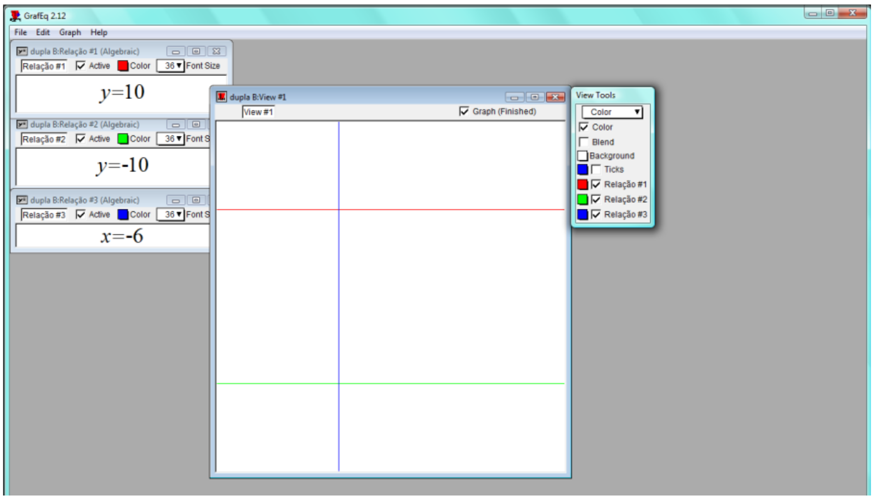


Figura 13 - Desenho da letra I

Uma aluna comentou: “Mas não pode ser a reta toda! Tem que ser só uma parte dela!”. Ela percebeu que o desenho ficaria melhor se desenhasse apenas o segmento de reta desejado. Claro que a aluna, neste momento não estava pensando em restringir os intervalos do domínio ou da imagem. Porém ela já estava se dando conta que alguma coisa deveria ser feita.

Na segunda atividade, os alunos deveriam escolher um polígono para desenhar e percebemos que a maioria das duplas desenharam quadrados e retângulos, apenas uma dupla quis desenhar um losango. Uma observação que fazemos é que muitos alunos optaram por desenhar um quadrado, mas acabaram desenhando um retângulo por não lembrarem que o quadrado possui os quatro lados iguais e muitos nem se deram conta da diferença entre essas figuras. Essa observação não é a respeito do objetivo de estudo da pesquisa que são as funções, porém foi um tópico que chamou a atenção.

Nesta atividade os alunos deveriam desenhar uma figura geométrica plana restringindo os intervalos do domínio ou da imagem, para que o desenho ficasse “bem certinho” como a aluna já havia percebido anteriormente. Nesta etapa os alunos mostraram muita dificuldade, pois grande parte das duplas não sabia se deveriam restringir o intervalo no domínio ou na imagem. Por exemplo, quando os alunos utilizavam no desenho uma função constante do tipo $y = b$, ao desenhar apenas o intervalo desejado, eles queriam restringir um intervalo para y, ao invés de restringir os valores de x. Vimos que mesmo com essa dificuldade, após algumas tentativas, os alunos perceberam o erro que estavam cometendo. Nas figuras 14 e 15, seguem alguns polígonos desenhados pelos alunos.

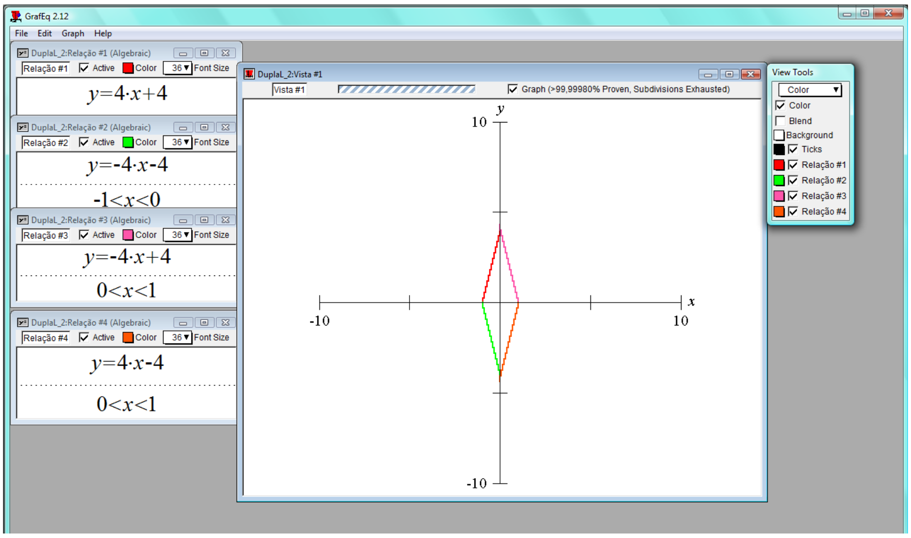


Figura 14 - Atividade 2

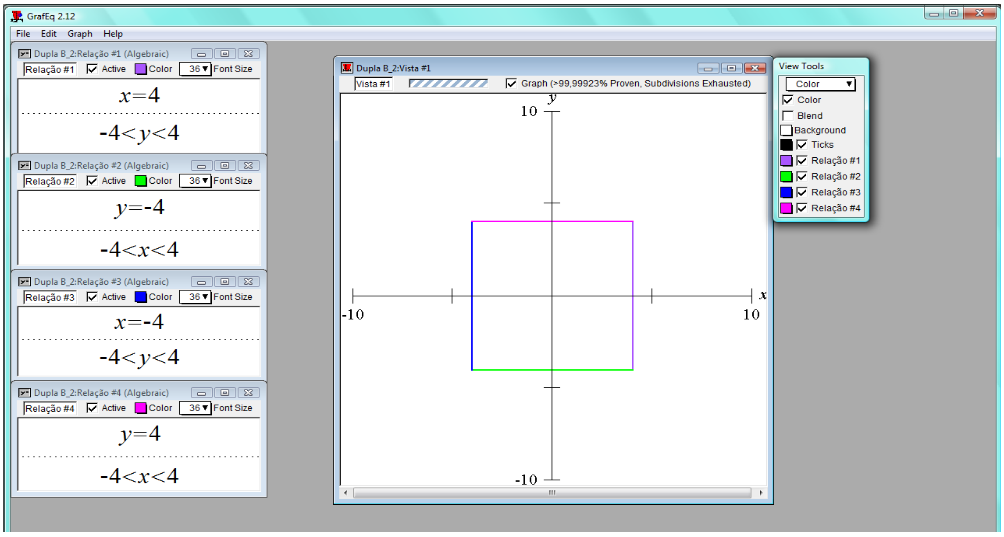


Figura 15 - Atividade 2

Ao escolher um polígono para desenhar, somente uma dupla não optou por quadrados ou retângulos, pois queriam “fazer diferente”, disseram eles. Percebemos que tanto na atividade 1 quanto na atividade 2 a maioria dos alunos decidiu realizar desenhos mais fáceis, na visão deles. Acreditamos que isto ocorre porque muitos alunos têm “medo” do difícil por não acharem que são capazes ou por não estarem acostumados a fazer algo além do básico.

Com relação a última questão da atividade 2, a maioria dos alunos perguntou o que deveriam fazer. Neste item os alunos deveriam escrever como construíram a figura escolhida, porém muitos deixaram em branco ou colocaram apenas as relações utilizadas. Percebemos, com as observações que fizemos durante as atividades, que os alunos estavam desenvolvendo corretamente o raciocínio, porém nas respostas dos questionários eles não conseguiram escrever passo a passo quais as decisões que tomaram para desenhar o polígono.

Como dito anteriormente, a resolução por tentativa e erro foi predominante entre os alunos. Porém, conforme os alunos desenhavam as funções, eles iam analisando o que fazia o gráfico ficar da maneira desejada. Começaram a perceber que conforme alteravam os coeficientes angular e linear as retas mudavam de inclinação ou de posição.

7.2 RELATO DA ETAPA 2

A seguir, as atividades da segunda etapa.

Atividade 3

Sabendo restringir os intervalos podemos pintar regiões que queremos destacar.

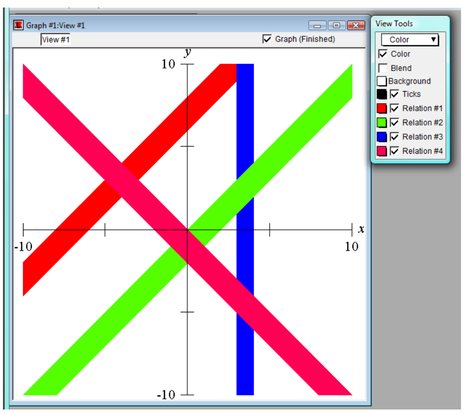
⇨ Construa um quadrado e pinte seu interior usando restrições nos valores de x e y.

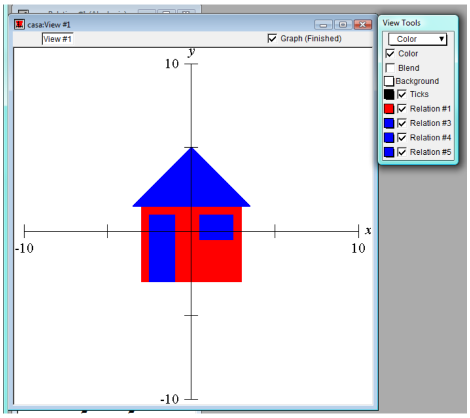
Questionário 3

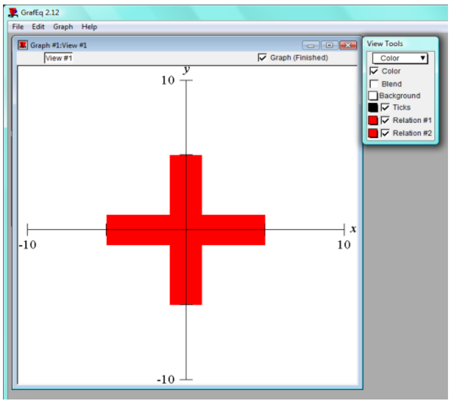
1. Qual o tamanho do lado do quadrado que você desenhou?
2. Em que quadrante do plano cartesiano ele está?
3. Como você fez para escolher os intervalos de x e de y?
4. Tente desenhar um quadrado de mesmo tamanho em outra posição do plano cartesiano. Escreva como você fez para mudar o quadrado de posição.
5. Em que posição você desenhou o segundo quadrado?

Atividade 4

Escolha uma figura abaixo e tente reproduzi-la.







<u>Questionário 4</u>

1. Você conseguiu desenhar a figura que escolheu? Se não, o que você teve dificuldade para desenhar e por quê?
2. Escreva passo a passo como você a desenhou

Nesta etapa foram realizadas as atividades 3 e 4 da proposta didática (ver apêndice C). O objetivo destas atividades era que os alunos aprendessem a destacar regiões limitadas por equações. Antes de entregarmos o polígrafo com as atividades desta etapa fizemos alguns exemplos de regiões no computador do professor para que todos os alunos pudessem ver. Demos os seguintes exemplos, pedindo que eles os repetissem nos seus computadores.

a) $y = 2x + 3$
b) $y < 2x + 3$
c) $y > 2x + 3$
d) $2x - 3 < y < 2x + 3$

Depois dos exemplos os alunos compreenderam como pintar regiões com o uso do software, porém o conteúdo não estava bem fixado, pois eles disseram que este conteúdo havia sido pouco abordado pelo professor deles. Então iniciamos a atividade 3 com um problema que eles deveriam solucionar: construir um quadrado pintando o seu interior. Como havíamos suposto, todos os alunos desenharam quadrados com os lados paralelos aos eixos coordenados e a maioria desenhou o primeiro quadrado com o centro na origem. Vejamos, na figura 16, o desenho de um quadrado feito por um aluno e que também foi semelhante ao de muitos outros alunos da turma. Nas figuras 17, 18 e 19 algumas respostas que os alunos deram para a atividade 3.

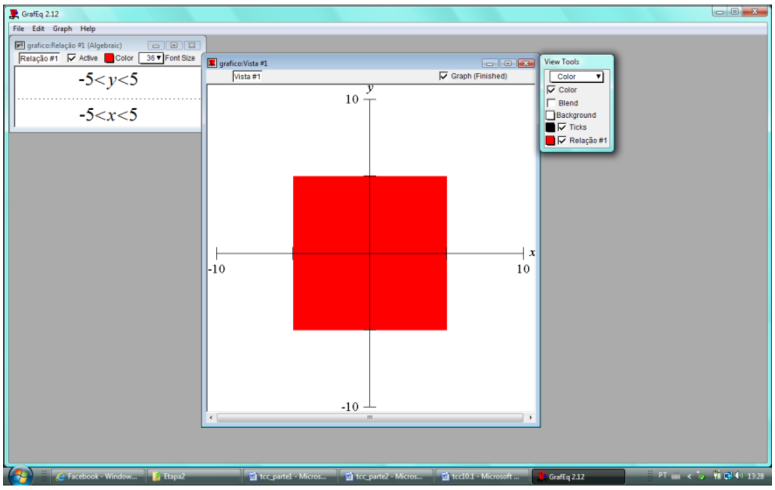


Figura 16 - Atividade 3

2. Em que quadrante do plano cartesiano ele está? esta nos 4 quadrantes.

Figura 17 - Atividade 3

2. Em que quadrante do plano cartesiano ele está?
centrado na origem, abrangendo todos os quadrantes

Figura 18 - Atividade 3

2. Em que quadrante do plano cartesiano ele está?
BEM CENTRALIZADO NO ZERO, COM O CENTRO NA ORIGEM.

Figura 19 - Atividade 3

Quando os alunos acertavam uma das retas que pretendiam desenhar, eles discutiam porque o gráfico havia dado certo e comparavam as expressões analíticas das funções que tinham dado errado com a que deu certo. Os alunos discutiam entre si qual a melhor maneira de acertar a lei da função que eles queriam representar graficamente. Podemos dizer que quando os alunos se encontram nesse debate, existe uma situação de formulação que é quando os alunos estão relatando suas estratégias aos colegas. Quando havia uma discordância nas ideias dos dois integrantes da dupla, cada um tentava convencer o outro de que a sua teoria estava certa e isso se caracteriza como uma situação de validação.

O que consideramos mais interessante durante esses debates dos alunos é a maneira de se expressar de cada um. Mesmo sem usarem definições ou os termos corretos, os alunos estavam conseguindo se expressar, cada um de sua maneira, através de desenhos ou até mesmo gestos.

Nesta atividade, como pudemos observar nas figuras 20 e 21, alguns alunos já se lembraram de que para desenhar um quadrado, os seus lados deveriam ser iguais, o que não havia ocorrido na primeira etapa.

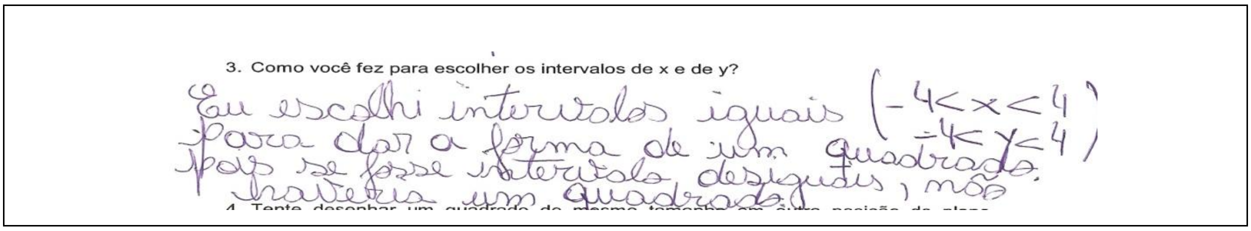


Figura 20 - Atividade 3

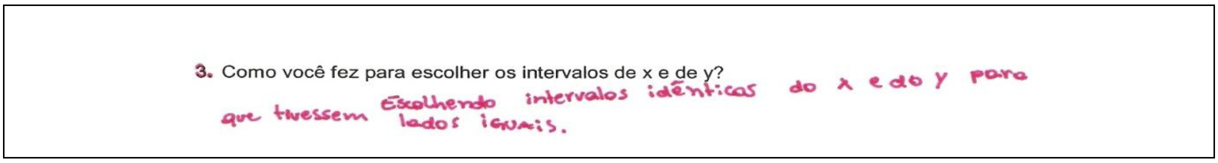


Figura 21 - Atividade 3

Após desenharem um quadrado, os alunos deveriam desenhar outro com as mesmas medidas em outra posição do plano. Percebemos que o nosso objetivo foi atingido, pois a maioria dos alunos realizou facilmente essa atividade notando que o coeficiente linear era responsável por mudar a reta de posição no plano. Vejamos na figura 22 o desenho que uma dupla de alunos fez na atividade 3 e nas figuras 23 e 24 respostas corretas da questão 4 do questionário.

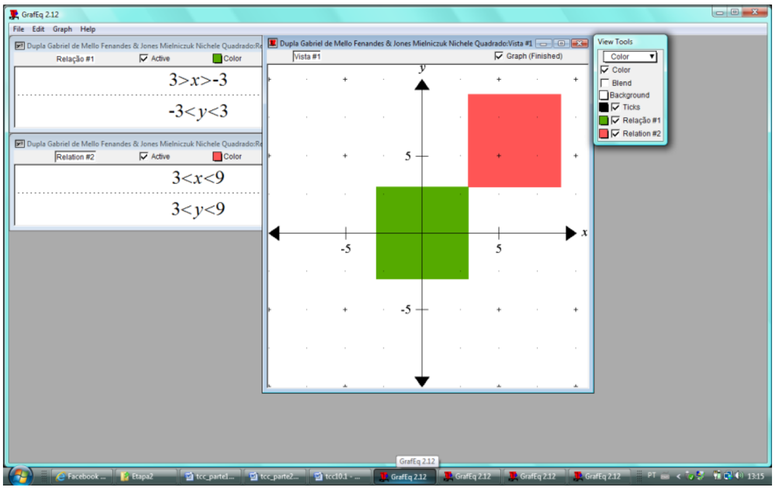
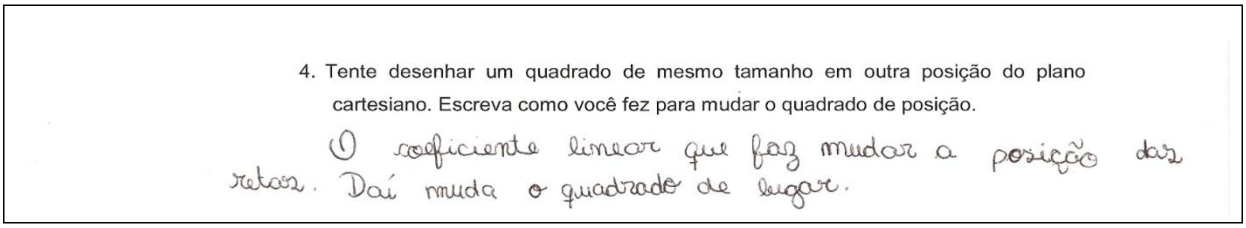


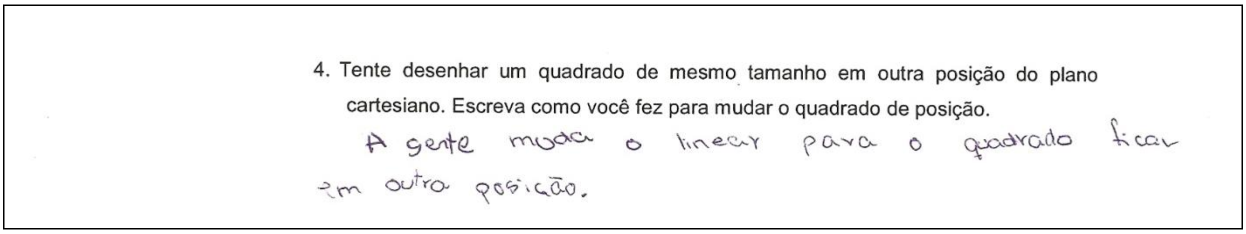
Figura 22 - Atividade 3



4. Tente desenhar um quadrado de mesmo tamanho em outra posição do plano cartesiano. Escreva como você fez para mudar o quadrado de posição.

O coeficiente linear que faz mudar a posição das retas. Daí muda o quadrado de lugar.

Figura 23 - Atividade 3



4. Tente desenhar um quadrado de mesmo tamanho em outra posição do plano cartesiano. Escreva como você fez para mudar o quadrado de posição.

A gente muda o linear para o quadrado ficar em outra posição.

Figura 24 - Atividade 3

Na atividade 4 o problema sugerido aos alunos era que eles deveriam reproduzir um dos desenhos propostos no polígrafo. Quase todos os alunos desenharam a figura da cruz, exceto uma dupla, que desenhou a figura da casa. A dupla que desenhou a casa foi a mesma dupla que quis "fazer diferente" desenhando o losango na atividade 2. A seguir, nas figuras 25 e 26, dois trabalhos de alunos que reproduziram o desenho da cruz.

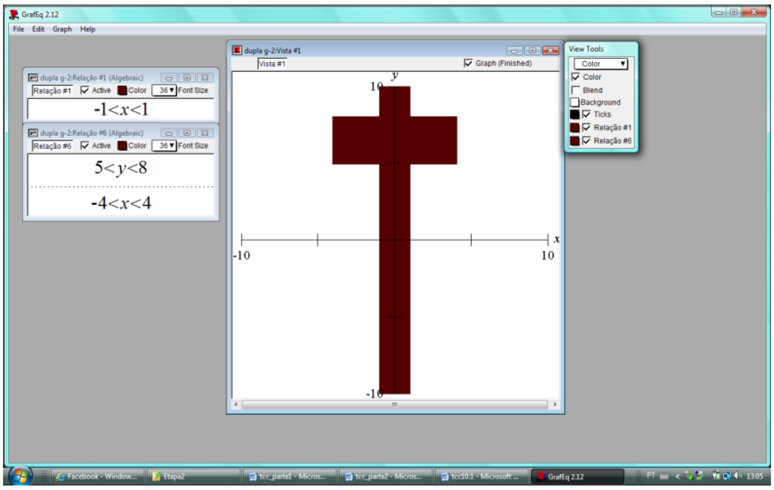


Figura 25 - Desenho da Cruz

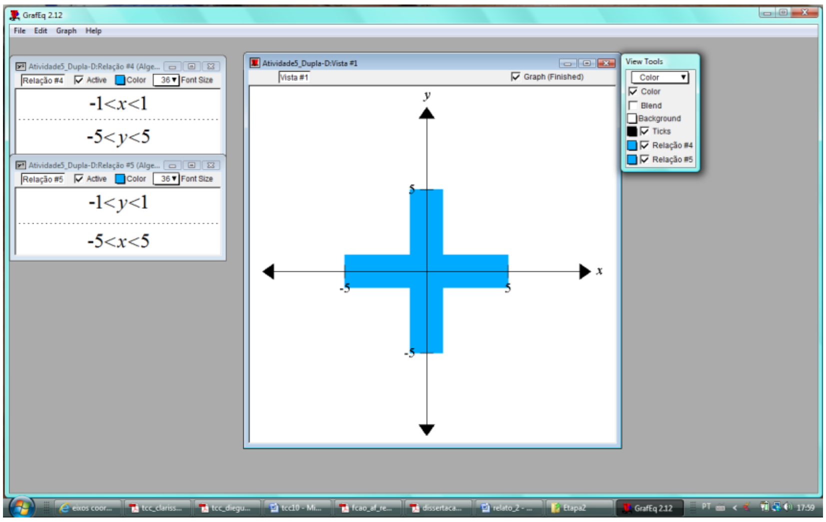


Figura 26 - Desenho da Cruz

4. Você conseguiu desenhar a figura que escolheu? Se não, o que você teve dificuldade para desenhar e por quê?

Sim, escolhi o mais fácil por não ter prática e nem facilidade ainda, mas com algumas tentativas eu consegui. Por que as vezes ficava muito com-prido e tive que diminuir, e outras mui-to largo e tive que estreitar.

Figura 27 - Atividade 4

Na figura 27 a resposta de um aluno que consideramos interessante, pois nela ele conta que realmente escolheu o desenho da cruz que, para ele, era o mais fácil. Também podemos ver através da resposta deste aluno que ele resolveu o problema por tentativa e erro.

Na figura 28 encontra-se o trabalho da única dupla que não desenhou a figura da cruz e, em seguida, na figura 29, a resposta do questionário que essa dupla respondeu nessa atividade.

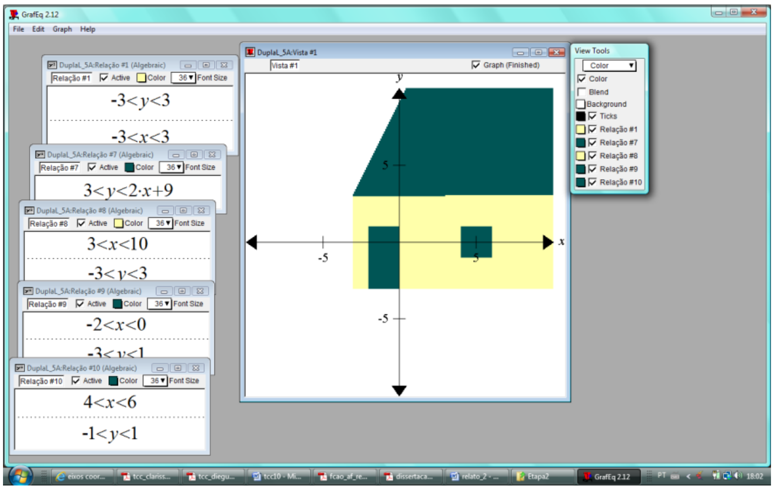
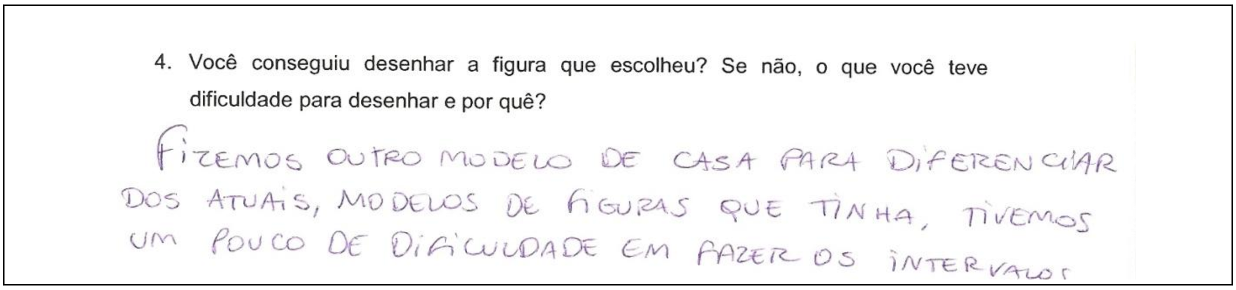


Figura 28 - Desenho da casa


4. Você conseguiu desenhar a figura que escolheu? Se não, o que você teve dificuldade para desenhar e por quê?

FIZEMOS OUTRO MODELO DE CASA PARA DIFERENCIAR DOS ATUAIS, MODELOS DE FIGURAS QUE TINHA, TIVEMOS UM POUCO DE DIFICULDADE EM FAZER OS INTERVALO

Figura 29 - Atividade 4

Gostaríamos de relatar um diálogo interessante que aconteceu durante a realização do desenho da casa representado na figura 25.

Aluna 1: O telhado da casa é muito difícil! Ele fica muito deitado.

Professora: Como que vocês querem desenhar o telhado?

Aluna 1: Assim! (Faz um gesto inclinado com a mão).

Professora: E como deve ficar?

Aluna 1: Assim! (Outro gesto, menos inclinado).

Professora: E qual a diferença entre as duas retas?

Aluna 1: Uma é mais inclinada do que a outra.

Aluna 2: Uma cresce mais rápido!

Professora: Isso! E o que faz ela crescer mais rápido?

Aluna 2: O número que está no x?

Professora: Como assim, o número que está no x?

Aluna 1: O coeficiente do x! O angular!

Professora: Isso mesmo!

Aluna 2: Então é só diminuir o coeficiente angular e ela cresce menos rápido?

Professora: Muito bem!

Como podemos ver no diálogo e durante outros momentos da aula, os alunos estavam compreendendo os conceitos envolvidos sobre os coeficientes da função afim. Mas notamos que no momento que os alunos deveriam escrever no questionário todos os passos que os levaram a construir os desenhos, eles não conseguiam expressar na forma escrita. Podemos aqui perceber uma dificuldade dos alunos nas situações de institucionalização do conteúdo.

No geral, os alunos comentaram que acharam a atividade muito legal, contudo sentiram dificuldades nos momentos de restringir os intervalos de domínio e de imagem das funções. Acreditamos que esta etapa tenha sido válida, pois houve notoriamente uma evolução desde a primeira etapa. Os alunos já estavam compreendendo o que acontecia com o gráfico de uma função quando os seus coeficientes fossem alterados.

7.3 RELATO DA ETAPA 3

A seguir, as atividades da terceira etapa.

<u>Atividade 5</u>

Agora é sua vez. Escolha uma obra de arte que seja feita apenas com retas e tente reproduzi-la ou crie uma obra de arte sua. Abaixo segue algumas sugestões, mas você está livre para escolher qualquer obra de sua preferência.

<u>Questionário 5</u>

1. Você copiou uma obra ou criou a sua própria? Se você copiou, qual foi e por que você a escolheu?
2. Escreva detalhadamente como você se organizou para desenhar a obra de arte. Você teve muita dificuldade? Quais foram os principais obstáculos que

você encontrou? Que funções você utilizou para fazer o desenho? Como você as escolheu?

Na última etapa foi realizada a atividade 5 (ver apêndice D), que foi planejada para ser uma atividade mais livre onde os alunos pudessem mostrar a sua criatividade juntamente com o que aprenderam até então sobre funções afins. Pelo que pudemos notar, esta foi a atividade que os alunos mais gostaram de realizar, porém eles reclamaram de terem que responder as questões da folha. Eram apenas duas questões sendo que em uma delas eles deveriam escrever detalhadamente como se organizaram para desenhar a obra de arte e quais foram as dificuldades. Percebemos que os alunos não estão acostumados a expressar o raciocínio durante a realização de exercícios e isto dificultou quando eles deveriam escrever a respeito de seus desenhos.

Alguns alunos concluíram que o coeficiente linear era o ponto em que a reta cruzava o eixo das ordenadas e erroneamente que o coeficiente angular era o ponto em que a reta cruzava o eixo das abscissas. Tivemos que interferir neste momento para que esses alunos não tirassem conclusões erradas e, para isso, pedimos que estes alunos desenhassem algumas funções específicas no software. Após alguns exemplos e alguns gráficos desenhados, os alunos puderam concluir que estavam errados e que o coeficiente angular não destacava nenhum ponto específico do gráfico e sim a inclinação da reta. Aproveitamos estes momentos para questionar os alunos a respeito da raiz da função afim e notamos que muitos não lembravam o que era. Ouvimos respostas do tipo “mas raiz não é a resposta do problema” ou “raiz é quando a gente faz igual a zero!”. Notamos que a representação gráfica da raiz da função não estava clara para muitos alunos.

Exceto no caso que relatamos acima, a maioria dos estudantes compreendeu qual a interferência dos coeficientes angular e linear no desenho do gráfico da função. Duas duplas reproduziram obras conhecidas como mostraremos nas figuras 30 e 31. O restante da turma optou por desenhar a sua própria obra de arte, traremos dois exemplos nas figuras 32 e 33.

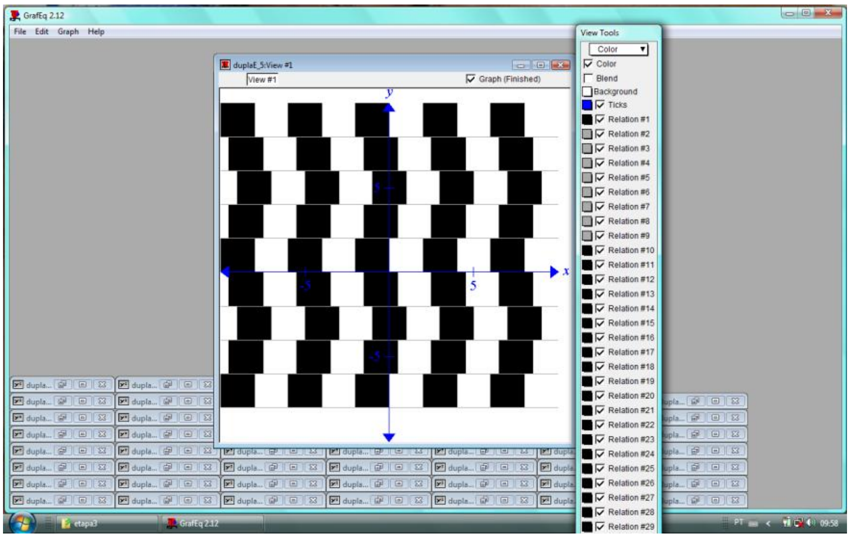


Figura 30 - Reprodução da obra Retas Tortas

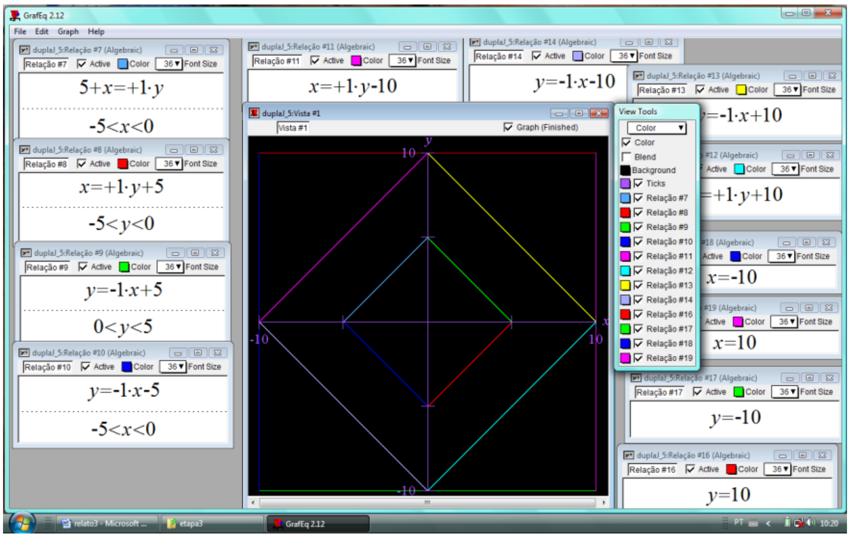


Figura 31 - Reprodução da obra de Luis Sacilotto

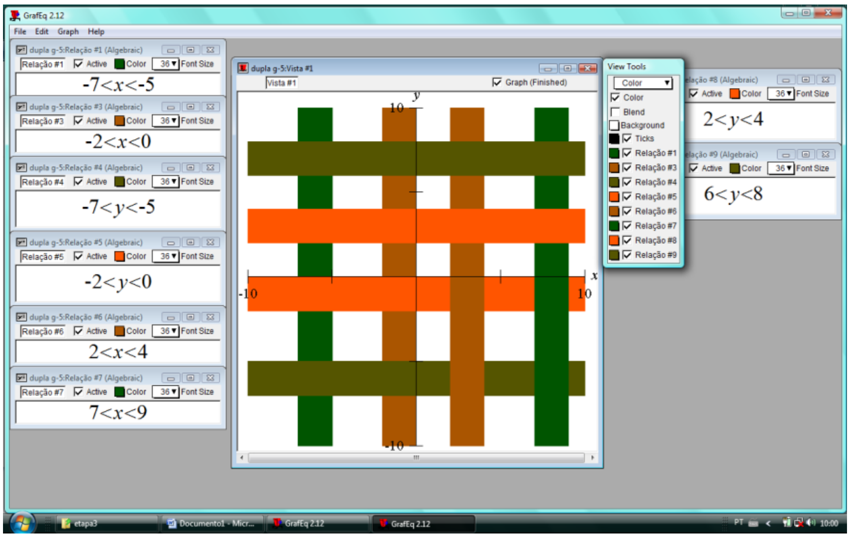


Figura 32 - Obra criada por alunos

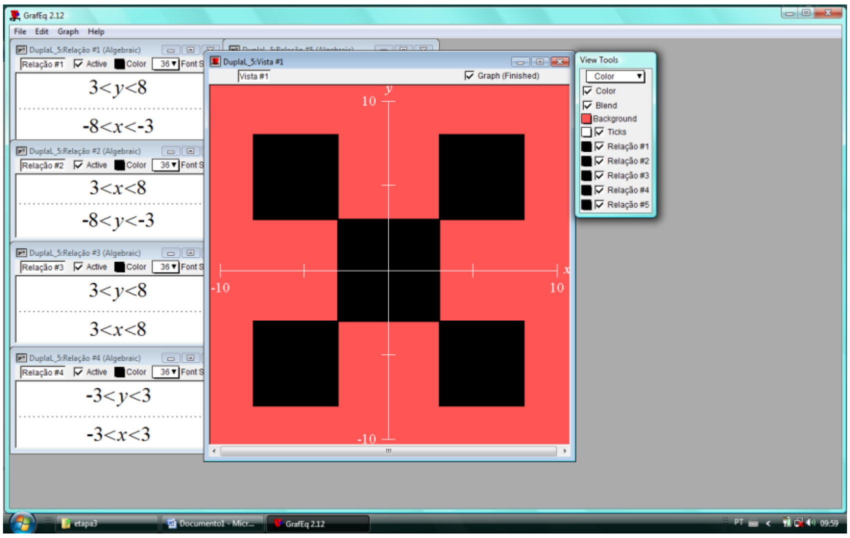


Figura 33 - Obra criada por alunos

8. ANÁLISE A *POSTERIORI*

Nesta fase da Engenharia Didática é feita uma avaliação de como ocorreu a experimentação em sala de aula para posteriormente, na fase de validação, decidirmos o que deu certo durante a prática e o que deve ser modificado. Analisamos todos os materiais que coletamos durante a fase anterior para verificarmos se as nossas hipóteses se afirmaram durante a prática ou não.

De maneira geral, acreditamos que na realização da proposta de ensino muitos objetivos que tínhamos para cada atividade foram alcançados. Percebemos que os alunos se mostraram interessados em participar das atividades e aceitaram tentar resolver todos os problemas propostos. Durante a realização das atividades questionamos os alunos para vermos se eles estavam gostando da proposta e obtivemos respostas positivas como “Até que enfim uma aula diferente!” ou “Assim dá vontade de fazer a aula!”. Por essas respostas e pelo comprometimento que os alunos mostraram durante a experimentação, podemos concluir que a atividade elaborada foi atrativa para os alunos, fazendo com que eles se interessassem em aprender.

Acreditamos que o uso do GrafEq foi bem aceito pelos alunos, pois nenhum aluno se mostrou insatisfeito ao realizar as atividades no software, pelo contrário, escutamos muitos elogios durante a realização das atividades. Gostaríamos de citar comentários a respeito do software que alguns alunos fizeram:

“É bem mais rápido usando o computador!”

“Por que a gente tem que fazer na aula os gráficos à mão se é só digitar no programa?”

“É bem bom porque se a gente errar é fácil de consertar!”

Com relação à nossa escolha de realizar as atividades em duplas ou trios podemos constatar que a experiência foi válida. As situações de formulação e de validação estiveram bem presentes durante as atividades pelo fato dos alunos terem o colega para discutir o problema que lhes foi proposto. As conversas e os debates de sobre como seria melhor resolver uma determinada atividade fez com que os alunos tivessem um aprendizado consistente, isto é, faziam a atividade aplicando uma estratégia criada por eles e não estavam somente reproduzindo informações recebidas.

Nas atividades da nossa proposta de ensino havia perguntas que os alunos após tentarem resolver o problema, discutirem com os colegas e tirarem suas conclusões, deveriam responder descrevendo todos os passos da resolução do problema. Desejávamos que ao responder essas perguntas os alunos estivessem em uma situação de institucionalização do conhecimento. Porém o que pudemos perceber é que os alunos não conseguiram responder as perguntas adequadamente, o que nos faz pensar que algo diferente deveria ter sido criado para a situação de institucionalização ter acontecido. Os alunos compreenderam os conceitos necessários para responder os problemas, porém não souberam se expressar através da escrita.

A seguir faremos a análise *posteriori* de cada etapa da proposta de ensino.

8.1 ANÁLISE DA ETAPA 1

Nesta etapa duas atividades foram desenvolvidas para os alunos trabalharem o conteúdo de funções afins. A primeira tinha como objetivo fazer com que os alunos percebessem a relação do coeficiente angular de uma função afim com a inclinação da reta no seu respectivo gráfico e relacionassem o coeficiente linear com o ponto que a reta intercepta o eixo das ordenadas. Nossa hipótese era que os alunos teriam bastante dificuldade de descobrir que os coeficientes da função interferem no desenho do gráfico, principalmente em relação ao coeficiente angular e que fariam testes para descobrir a lei da função que queriam desenhar. Outra hipótese feita foi a de que os alunos poderiam encontrar dificuldades no início da exploração das ferramentas do software.

Como quase todos os alunos desenharam quadrados ou retângulos com os lados paralelos aos eixos coordenados, percebemos que a atividade não possibilitou que os alunos desenvolvessem tanto o conceito de coeficiente angular quanto desejávamos. Os alunos, durante a realização de suas tentativas de desenhos, notaram que o coeficiente angular era responsável pelo crescimento/decrescimento da função, porém ao perceberem que para desenhar figuras com lados paralelos aos eixos era necessário utilizar equações do tipo x = c e funções constantes, não se preocuparam mais em analisar o coeficiente angular. Isto nos mostra que a nossa hipótese de que os alunos teriam mais dificuldade com o coeficiente angular se confirmou, já que os desenhos que eles procuraram desenhar não envolviam a manipulação desse coeficiente.

Os alunos, no geral, notaram que o coeficiente linear interfere na posição do gráfico no plano, porém tiveram dificuldade de se expressar, isto é, não conseguiram mostrar seu conhecimento na forma escrita. Acertamos quando supomos que os alunos iriam desenvolver a atividade testando funções diferentes no software, mas estávamos errados quanto a ideia de que, no início, as ferramentas do software poderiam causar dificuldades. Isto não ocorreu, já que os alunos se mostraram familiarizados com a tecnologia presente no software.

Nesta etapa começaram a surgir algumas conclusões equivocadas. O problema ocorrido foi que os alunos começaram a chamar todas as relações de funções, inclusive as do tipo x = c. Para corrigir esta ideia errada tivemos que relembrar os alunos a definição de função e explicar que esse tipo de expressão algébrica não pode ser chamado de função e sim de equação de uma reta. Explicamos que os alunos poderiam usar essas expressões sem problema algum para realizarem seus desenhos contanto que tenha ficado claro que aquela reta não representa uma função.

Na segunda atividade os alunos deveriam construir polígonos utilizando segmentos de reta, para isso os alunos deveriam restringir os intervalos de x ou de y. Os alunos tiveram bastante dificuldade para restringir os intervalos e nossa hipótese de que eles resolveriam o problema através de tentativa e erro se concretizou durante a atividade.

8.2 ANÁLISE DA ETAPA 2

Na atividade 3 os alunos deveriam desenhar quadrados em diferentes regiões do plano. Nossa hipótese era de que a maioria dos alunos desenhariam quadrados com os lados paralelos aos eixos e que perceberiam, após a atividade, qual a relação do coeficiente linear e o gráfico da função.

A suposição de que os quadrados desenhados seriam com os lados paralelos aos eixos estava certa; todos os alunos fizeram os quadrados dessa maneira. O desenho deste tipo de quadrado trouxe novamente o problema de que as retas paralelas ao eixo y não são funções e novamente tivemos que retomar a definição de função. Mesmo com esse problema os alunos perceberam ao desenhar os outros dois lados do quadrado que o coeficiente linear fazia o gráfico da função mudar de posição, o que está de acordo com a hipótese formulada anteriormente. Outro benefício que essa atividade trouxe foi que os alunos entenderam a representação gráfica das funções constantes o que, segundo eles, não havia sido enfatizado nas aulas de matemática.

Na atividade 4 os alunos deveriam reproduzir uma das figuras presentes no polígrafo, por isso, supomos que seria atrativa e que a turma se interessaria em realizá-la. Nossa hipótese era que os alunos conseguiriam reproduzir as figuras analisando os coeficientes angular e linear das retas que utilizariam no desenho.

Havia no polígrafo três opções de figuras para os alunos escolherem sendo que duas delas continham retas que possuíam coeficiente angular não nulo. A figura da cruz possuía apenas funções constantes e retas que não representavam funções. Essa última figura foi a escolhida pela maioria da turma, o que fez os alunos não trabalharem com o coeficiente angular das funções. Com relação ao interesse dos alunos não temos dúvidas que nosso objetivo foi atingido, pois, no geral, a turma mostrou-se motivada e desafiada a solucionar o problema que lhes foi proposto.

8.2 ANÁLISE DA ETAPA 3

Nossas hipóteses com relação à última etapa eram que os alunos se empenhariam na resolução da atividade, ampliariam sua criatividade, perceberiam a importância dos coeficientes da função e conseguiriam visualizar no gráfico a raiz da função afim.

Percebemos através de atitudes e comentários dos alunos que a atividade foi agradável para a maioria da turma e que houve uma notável evolução na aprendizagem dos alunos que participaram de todas as etapas da proposta de ensino. Grande parte dos alunos percebeu as relações existentes entre as representações gráfica e algébrica das funções afins. Porém com relação à identificação da raiz no gráfico da função podemos dizer que poucos alunos compreenderam. Nos desenhos criados pelos alunos não era necessário o conhecimento da localização do zero da função, bastava apenas saber a influência dos seus coeficientes. Contudo, muitos alunos, ao criarem suas obras de arte, utilizaram apenas retas em que o coeficiente angular era nulo, dificultando o aprendizado da influência desse coeficiente no gráfico da função. Percebemos que os alunos aprenderam mais sobre o coeficiente linear do que sobre o angular.

9. VALIDAÇÃO DA ENGENHARIA

Nesta etapa, que é a última da Engenharia Didática, foi analisado o que deu certo e o que pode ser melhorado na proposta de ensino criada, e a "validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori"*(ARTIGUE, 1996, p.197). O que determinará a validação da Engenharia será a verificação das etapas anteriores, começando nas análises *a priori,* onde fizemos as escolhas para a implementação da proposta, e indo até as análises *a posteriori*, que é a etapa onde analisamos se as hipóteses iniciais foram confirmadas. Iniciaremos verificando se as escolhas feitas para a proposta de ensino contribuíram de alguma forma para o aprendizado dos alunos.

Com relação ao uso do software GrafEq tivemos sucesso, já que os alunos não tiveram dificuldades com as ferramentas existentes no software e as poucas dúvidas que surgiram conseguimos solucionar. Essa facilidade que os alunos tiveram é devido ao contato que eles têm com o computador quase diariamente. Entre as ferramentas do software, a possibilidade de restringir intervalos no domínio e imagem de funções foi muito útil para que os alunos construíssem seus desenhos. Fora a facilidade em utilizar o software, este foi uma ferramenta motivadora essencial, como pudemos destacar anteriormente em vários comentários dos alunos. O ambiente fora da sala de aula tradicional foi uma escolha que consideramos válida por fazer com que os alunos se interessassem em realizar as atividades propostas.

Algumas escolhas referentes à Teoria das Situações Didáticas nos trouxeram um bom retorno durante a realização da sequência de atividades, porém nem todas as situações que pretendíamos provocar deram certo. Ao planejarmos as etapas pensando nas situações de ação, formulação e validação, tivemos sucesso em relação ao que havíamos planejado, mas nas situações de institucionalização que gostaríamos que tivessem acontecido não obtemos o resultado que esperávamos.

Em cada atividade iniciamos o estudo das funções com um problema que deveria instigar o aluno a encontrar uma solução, caracterizando assim uma situação de ação. Nesses problemas os alunos deveriam realizar desenhos somente utilizando retas e para isso ao aluno deveria saber relacionar a expressão algébrica com o gráfico da função. Os alunos aceitaram os problemas e passaram a tentar solucioná-los utilizando o método de tentativa e erro para encontrar a lei da função ou a equação da reta desejada. Esse momento, onde os alunos estão experimentando suas teorias e utilizando a intuição para encontrar os coeficientes apropriados, ocorreu como havíamos previsto e nossa tentativa de criar uma situação de ação realmente aconteceu.

Quando os alunos estavam concentrados em achar uma maneira de realizar o que foi pedido, as situações de formulação e validação, presentes na teoria de Brousseau, puderam ser vistas claramente. A escolha de realizar a atividade em duplas foi benéfica e teve grande influência nessas situações, já que os alunos discutiram qual a melhor maneira de resolver os problemas e defenderam suas ideias, dando argumentos que foram úteis no desenvolvimento dos conceitos necessários para a representação gráfica das funções. Podemos dizer que conseguimos criar as situações de formulação e validação, onde os alunos debatiam o problema, que foram fundamentais para a aprendizagem do conteúdo.

No entanto, as atividades que elaboramos para criar situações de institucionalização não ocorreram conforme o esperado. Notamos nas observações durante as atividades que os alunos conseguiram compreender a relação que a lei da função exerce no seu gráfico, porém não conseguiram justificar de maneira escrita.

Podemos concluir que as atividades elaboradas segundo a Teoria das Situações Didáticas, tiveram bons resultados nas situações de ação, formulação e validação que influenciaram na aprendizagem dos alunos. Porém os questionários elaborados para cada atividade não foram suficientes para criar uma situação de institucionalização. Acreditamos que perguntas mais específicas a respeito da raiz da função e dos coeficientes angular e linear poderiam ter sido mais úteis para a institucionalização dos conhecimentos dos alunos.

No Guia de Livros didáticos (BRASIL, p.16) estão presentes recomendações para a capacitação dos estudantes no ensino de matemática sendo uma delas “planejar ações e projetar soluções para problemas novos, que exijam iniciativa e criatividade”. Acreditamos que em nossa proposta esse objetivo foi atingido, porém a recomendação que diz que o aluno deve “compreender e transmitir ideias matemáticas por escrito ou oralmente desenvolvendo a capacidade de argumentação” foi atingida parcialmente já que os alunos tiveram dificuldade em transmitir as ideias por escrito.

De maneira geral as atividades elaboradas na proposta de ensino foram válidas, pois melhoraram o entendimento dos alunos quanto à representação gráfica das funções, contudo algumas falhas puderam ser observadas.

Durante a experimentação percebemos uma falha na sequência de atividades e após a análise *a posteriori* concluímos que ela realmente existiu. Criamos hipóteses a respeito do aprendizado dos alunos sobre os coeficientes angular e linear e também sobre a raiz da função afim. Acreditávamos que os alunos desenvolveriam esses conceitos ao realizar as atividades propostas, mas o que aconteceu foi que a maioria dos alunos, em todas as atividades, acabou "fugindo" do estudo do coeficiente angular. O que queremos dizer é que as atividades davam a opção dos alunos trabalharem somente com retas cujo coeficiente angular era nulo, por isso algumas atividades da proposta de ensino devem ser reformuladas e outras novas, voltadas especificamente para o estudo do coeficiente angular, podem ser criadas.

A atividade 3 poderia conter um item a mais, pedindo que fosse desenhado um quadrado em que os lados não estivessem paralelos aos eixos coordenados, assim os alunos seriam "forçados" a utilizar um coeficiente angular não nulo para desenharem as retas. Notamos também, que as figuras da atividade quatro deveriam ter sido escolhidas de modo que em todas elas, os alunos desenvolvessem o estudo do coeficiente angular, pois uma das figuras só utilizava retas paralelas aos eixos coordenados, e exatamente essa foi escolhida para ser reproduzida pela maioria da turma.

As hipóteses que fizemos foram parcialmente confirmadas e acreditamos que as falhas que ocorreram durante a experimentação não significaram a invalidação da Engenharia. Consideramos que a proposta de ensino foi válida, pois notamos uma melhora considerável dos conhecimentos a respeito da representação gráfica dos alunos que participaram de todas as etapas da proposta. Além de melhorar o entendimento sobre funções, os alunos desenvolveram a habilidade de argumentar com os colegas o que consideramos muito válido para futuros aprendizados.

O ensino em um ambiente informatizado, a atividade em duplas e o uso do software GrafEq foram fortes instrumentos para a motivação dos alunos, que é fundamental no processo de aprendizagem ativa.

> Se há uma unanimidade, pelo menos no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo. Os alunos alcançam o aprendizado em um processo complexo, de elaboração pessoal, para o qual o professor e a escola contribuem permitindo ao aluno se comunicar, situar-se em seu grupo, debater sua compreensão, aprender a respeitar e a fazer-se respeitar; dando ao aluno oportunidade de construir modelos explicativos, linhas de argumentação e instrumentos de verificação de contradições; criando situações em que o aluno é instigado ou desafiado a participar e questionar; valorizando as atividades coletivas que propiciem a discussão e a elaboração conjunta de idéias e de práticas.(BRASIL, 2000, p.52)

Dessa forma, afirmamos que a proposta de ensino de funções com o software GrafEq foi válida, pois contribuiu para uma melhora do aprendizado dos alunos e nos mostrou que a tecnologia pode ser uma grande aliada para as aulas de Matemática.

10. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com esta pesquisa, por meio da metodologia da Engenharia Didática, refletimos sobre como organizar o conteúdo de funções afins, visando uma melhora no ensino tradicional, implementando mudanças que tentem diminuir as dificuldades que os alunos têm em aprender este conteúdo. Constatamos, através do confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori,* que a proposta de ensino deste trabalho, em geral, foi válida, mesmo apresentando alguns pontos que devem ser melhorados.

Sabemos que os alunos não conseguiram desenvolver todos os conhecimentos necessários a respeito da representação gráfica das funções afins, como, por exemplo, a raiz da função, e que a proposta desta pesquisa não pode ser considerada uma solução para as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Mas tendo em vista toda a experiência que tivemos aplicando a proposta, vendo o interesse demonstrado pelos alunos e os resultados dos trabalhos realizados, concluímos que o uso do software GrafEq foi fundamental para que os alunos associassem as representações algébrica e gráfica das funções afins sem a necessidade de efetuar cálculos. Percebemos que os alunos que participaram da análise prévia e de todas as etapas da proposta de ensino obtiveram uma melhora significativa na compreensão da representação gráfica de uma função e, mesmo os que não participaram de alguma das etapas, aprimoraram seus conhecimentos anteriores.

Acreditamos que conseguimos atingir o objetivo de criar uma aula diferente da tradicional, tornando-a mais atrativa para os alunos, fazendo com que a turma se interessasse pelo conteúdo e participasse ativamente da aula, traçando estratégias, debatendo as possíveis soluções e valorizando o que estavam aprendendo.

Respondendo a pergunta formulada no capítulo quatro deste trabalho, p. 19, podemos dizer que o uso de tecnologias pode ajudar na compreensão da representação gráfica das funções afins. O software GrafEq foi um grande aliado neste trabalho, pois proporcionou rapidez na visualização dos gráficos das funções, além de apresentar precisão no desenho. Obtivemos aprovações dos alunos quanto ao ensino de Matemática em um ambiente diferente como laboratório de informática e, além dos comentários, pudemos ver que o interesse que a turma, em geral, mostrou no decorrer das atividades.

As tecnologias estão presentes no dia a dia da maioria das pessoas inclusive professores e alunos, então por que não utilizá-las como recursos didáticos? Pelas vantagens que encontramos em utilizar o computador como um aliado no ensino de funções, acreditamos que os professores das escolas devam repensar sobre o uso das tecnologias em sala de aula. Sabemos que as tecnologias não são solução de todos os problemas de ensino, mas com certeza podem contribuir para um aprendizado mais interessante e motivador para o aluno.

É importante que os professores estejam sempre buscando novos métodos e recursos para melhorar a qualidade do ensino, ainda mais quando nos referimos ao ensino de matemática que, na maioria das vezes, é uma das matérias mais temidas pelos alunos. A Matemática não pode ser encarada como “um monstro” pelos alunos, e outras formas de ensino, que não sejam as tradicionais, podem ajudar a minimizar este temor por esta matéria.

Ao finalizar este trabalho, refletimos sobre como todas as etapas desta pesquisa foram úteis para a nossa formação como professores, contribuindo para ampliar nosso conhecimento tanto como pesquisadores quanto como professores de Matemática. A Teoria das Situações Didáticas se mostrou muito útil na elaboração da proposta de ensino e juntamente com a metodologia da Engenharia Didática fez com que nos tornássemos “professores reflexivos”, isto é, “professores que investigam e refletem sobre sua própria prática” (CARNEIRO, 2005, p.114).

Estamos contentes com o resultado encontrado nesta pesquisa, pois mostrou que muitas das dificuldades dos alunos podem ser superadas se a aula for planejada de uma forma diferente e convidativa, onde os alunos possam participar ativamente do aprendizado. Esperamos com esta pesquisa motivar outros professores de matemática a utilizarem métodos diferentes durante a abordagem de um conteúdo e que o uso de tecnologias esteja cada vez mais presente como instrumento de ensino.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, Michele. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes pedagógicos, 1996, p. 193-217.

BALEJO, Clarissa Coragem. **Uso de software no ensino de funções polinomiais no Ensino Médio.** Trabalho de Conclusão de Curso. UFRGS, 2009 - 60 p.

BOTELHO, Leila e REZENDE Wanderley. Um breve histórico do conceito de função. **Caderno dá licença**. Instituto de Matemática. Universidade Federal Fluminense v.6. Niterói, 2005. Disponível em: <http://www.uff.br/dalicenca/images/stories/caderno/volume6/UM_BREVE_HISTRICO_DO_CONCEITO_DE_FUNO.pdf> Acesso em: 19/10/2012.

BRASIL, Ministério da Educação(MEC), Secretaria da Educação Básica (SEB). **Guia de Livros Didáticos PNLD 2012 – Matemática.** Brasília, 2012. Disponível em: < http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-guia-do-livro-didatico/2986-guia-pnld-ensino-medio-2012> Acesso em: 22 out. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação e cultura (MEC), Secretaria da Educação Básica (SEB). **Orientações Curriculares de Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 2006. Brasília: MEC/SEB.

BRASIL. Ministério da Educação e cultura (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio, 2000.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Engenharia Didática**:** um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática**. Zetetike**, Campinas-UNICAMP, v. 12, n. 23, 2005, p. 85-118.

CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Contribuições para a Formação do professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino. **Bolema**, Rio Claro – SP, Ano 21, nº 29, 2008, p. 199 a 222.

CHAVARRÍA, Jesennia. Teoria de lãs Situaciones Didácticas. **Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática**. Ano 1, Nº 2. 2006. Disponível em <http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/viewArticle/10> Acesso em: 07 nov. 2012

COSTA, Suzana dos Santos da. **Função Afim: resolução de problemas – mídias.** Trabalho de Conclusão de Curso. UFRGS, 2012 – 94 p.

GUERREIRO, Maria Helena Lopes; PORTUGAL, Maria Jesús Salinas. **O trabalho cooperativo nas aulas de Matemática: numa turma do 5º ano:** uma experiência curricular*.* 2006. Disponível em <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas10SEIEM/Com11GuerreiroSalinas.pdf> Acesso em: 20 nov. 2012

GRAVINA, Maria Alice; SANTAROSA, Lucila Maria. Aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, IV, 1998, Brasília. **Anais. Brasília**: Editora da UFRGS, 2008, p.7. Disponível em: <http://seer.ufrgs.br/index.php/InfEducTeoriaPratica/article/view/6275 > Acesso em 01 out. 2012.

OLIVEIRA, Nanci de. **Conceito de função: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem.** Dissertação de Mestrado em Ensino da Matemática, PUC- São Paulo, 1997 – 174 p.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PALIS, Gilda de La Rocque. Uma Análise das Construções Mentais Subjacentes à Produção e Interpretação de Gráficos de Funções. In: CARVALHO, Luiz M.; GUIMARÃES, Luiz C. (orgs). **História e Tecnologia no Ensino de Matemática**, v. 1. Rio de Janeiro: IME-UERJ, 2002.

REIS, Adilson Marques. **Uma proposta dinâmica para o ensino de função afim a partir de erro dos alunos no primeiro ano do ensino médio.** Dissertação de Mestrado em Ensino da Matemática, PUC – São Paulo, 2011 – 171 p.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lenda.** Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

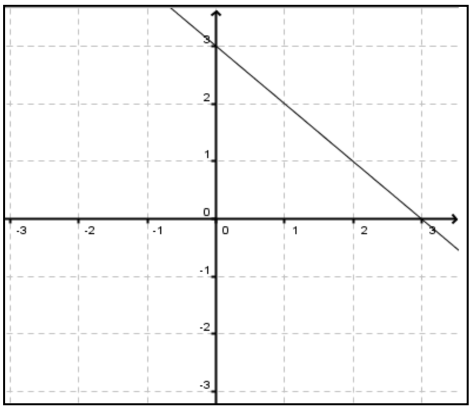
APÊNDICE A – ATIVIDADE PRÉVIA

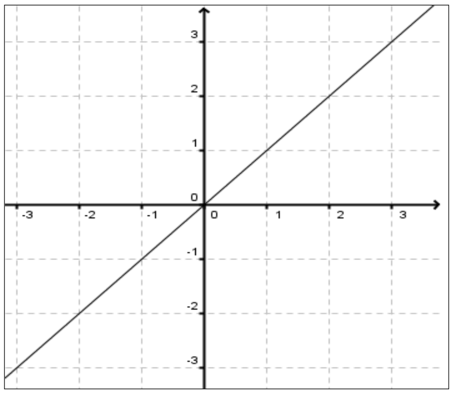
ATIVIDADE PRÉVIA

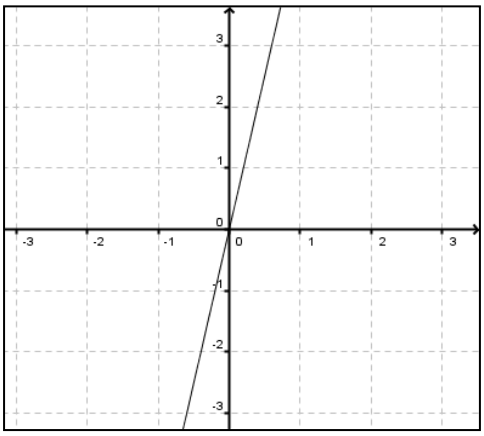
1. Relacione cada função com o seu respectivo gráfico.

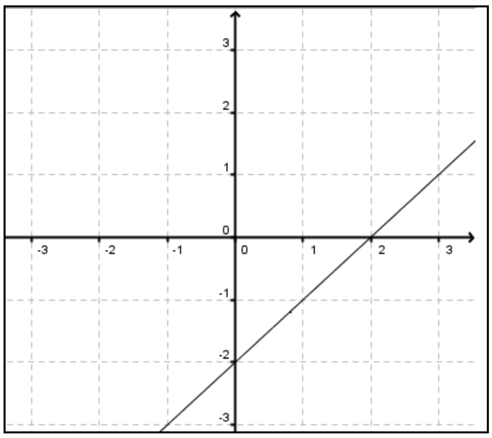
g) $f(x) = x$ h) $f(x) = 3x - 2$ i) $f(x) = x - 2$

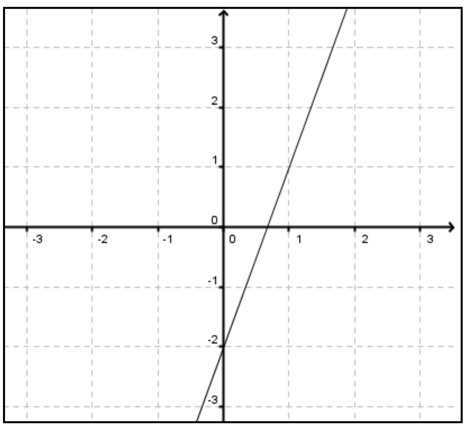
j) $f(x) = -x + 3$ k) $f(x) = -6x + 3$ l) $f(x) = 5x$

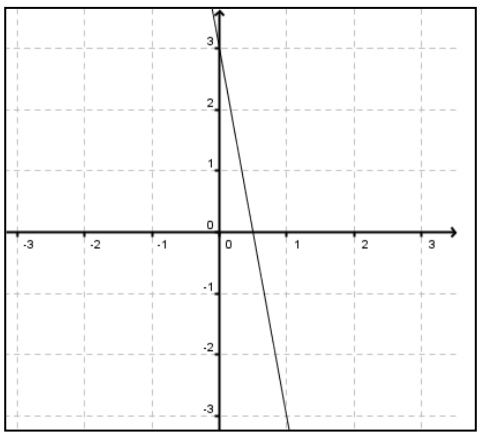
( ) 

( ) 

( ) 

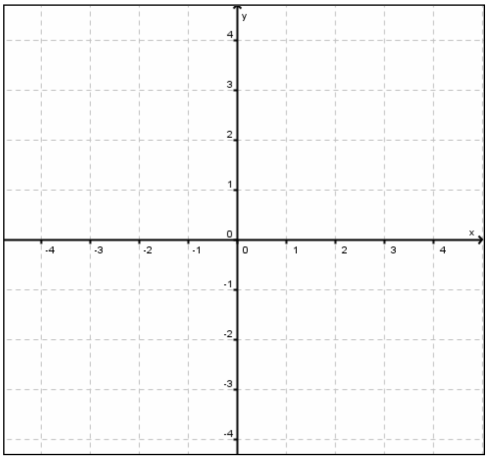
( ) 

( ) 

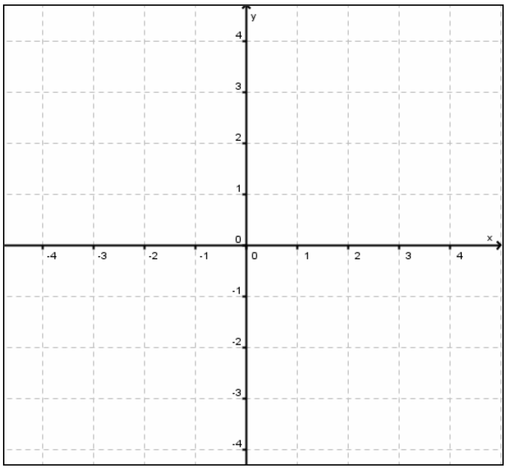
( ) 

2. Em cada item, pinte a região indicada.

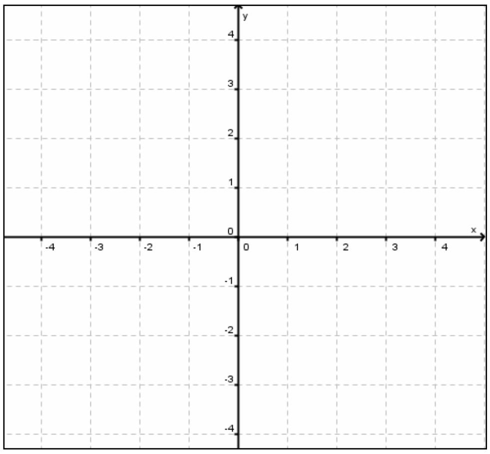
a) $0 < y < 3$



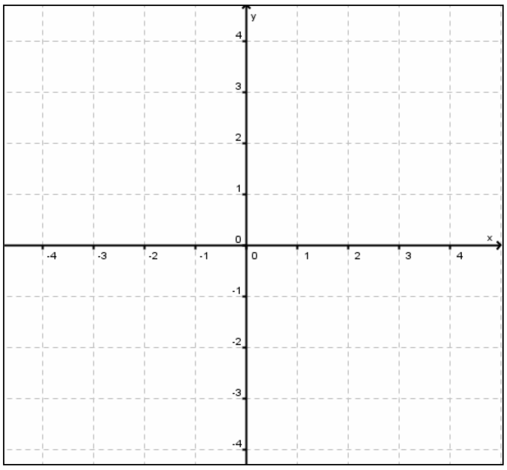
b) $-4 < y < -3$



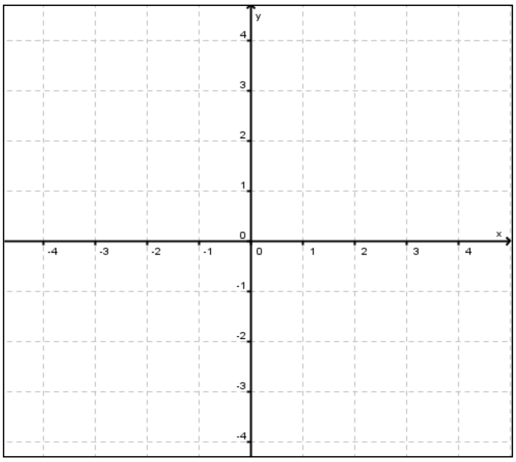
c) $0 < x < 4$



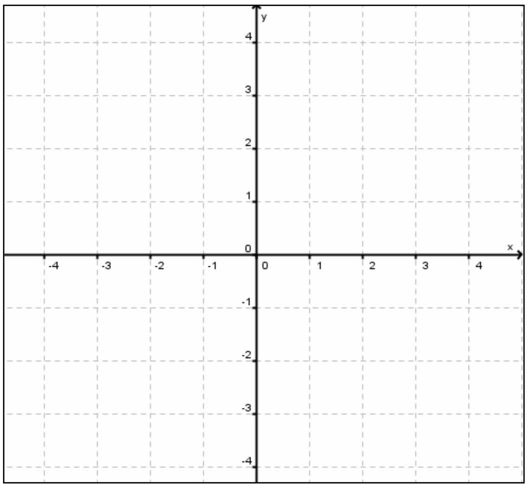
d) $-1 < x < 0$



e) $-1 < y < 3$
$0 < x < 2$



f) $x - 1 < y < x + 1$
$-3 < x < 2$



APÊNDICE B – ETAPA 1 DA PROPOSTA DIDÁTICA

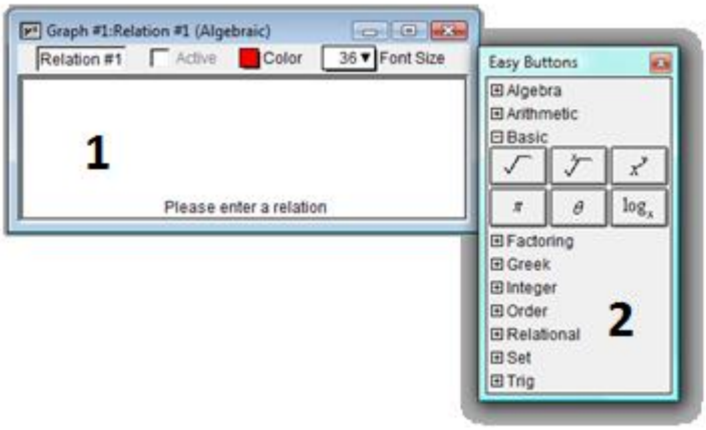
Nomes:_________________________________ Dupla:__________________
Data:________________ Turma:_____________________

Software na Aprendizagem de Funções Afins.

Etapa 1 – 2 períodos.

Conhecendo o software e construindo as primeiras figuras.

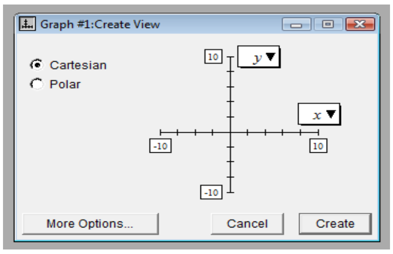
- Vamos aprender a mexer no GrafEq? O **GrafEq** apresenta duas janelas principais - **Relation** e **Easy Buttons.**



1 . Relation: Janela na qual será inserida uma relação entre variavéis x e y. Para inserir outro gráfico na mesma janela basta seguir o caminho: **Graph – New relation.**

2. Easy Buttons: janela que apresenta símbolos matemáticos necessários para a construção de algumas relações, como por exemplo ≠, ≥, ≤, π, ... Se a janela 2 nγo estiver visvvel, basta seguir o caminho: **Relation - Easy buttons**.

Depois de inserir uma relação aperte *enter.* Abrirá uma nova janela que serve para alterar as dimensões do gráfico (tamanho), modificando as extremidades dos eixos x e y. Ela também serve para alterar as dimensões da janela de visualização do gráfico.



Para criar o gráfico basta clicar em **Create.**

Atividade 1

⇨ **Escreva uma letra do seu nome no GrafEq usando apenas retas.**

Questionário 1

- Responda as questões que seguem:

5. Qual letra você desenhou? Desenhe da mesma forma que você desenhou no computador.

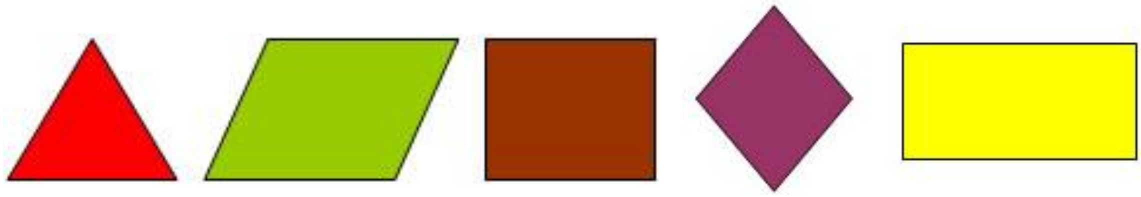
6. Como você fez para desenhar essa letra?

7. Você desenhou retas com inclinações diferentes? O que você fez para mudar a inclinação das retas?

8. Você desenhou retas em diferentes posições? O que você fez para mudar as retas de posição?

Atividade 2

Vamos construir algumas figuras planas? Tente construir alguns polígonos (retângulo, triângulo, quadrado, trapézio, paralelogramo, etc.) usando apenas segmentos de reta. Para isso você precisará restringir os valores de x e de y.



<u>Questionário 2</u>

- Escolha um dos polígonos que você desenhou e responda as questões que seguem:

4. Qual figura você escolheu? Você conseguiu desenhá-la?

5. Você acertou na primeira tentativa o desenho do polígono escolhido? Se não, por quê?

6. Escreva passo a passo como você construiu a figura.

Salve o arquivo do GrafEq na área de trabalho com a identificação da dupla e da etapa.

Exemplo: duplaA_1

APÊNDICE C – ETAPA 2 DA PROPOSTA DIDÁTICA

Nomes:____________________________________	Dupla:___________________
Data:_________________	Turma:______________________

Software na Aprendizagem de Funções Afins.

Etapa 2 – 2 períodos

Aprendendo a pintar figuras no GrafEq

Atividade 3

Sabendo restringir os intervalos podemos pintar regiões que queremos destacar.

⇨ **Construa um quadrado e pinte seu interior usando restrições nos valores de x e y.**

Questionário 3

6. Qual o tamanho do lado do quadrado que você desenhou?

7. Em que quadrante do plano cartesiano ele está?

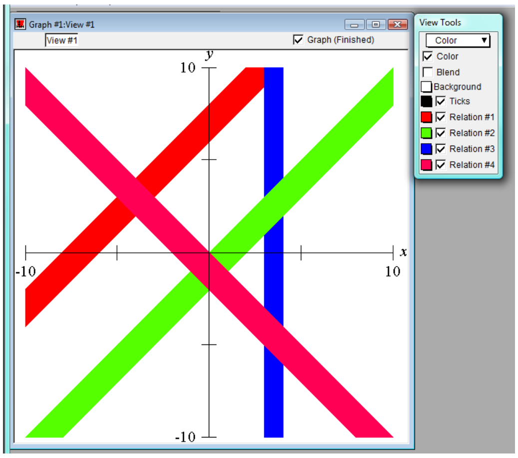
8. Como você fez para escolher os intervalos de x e de y?

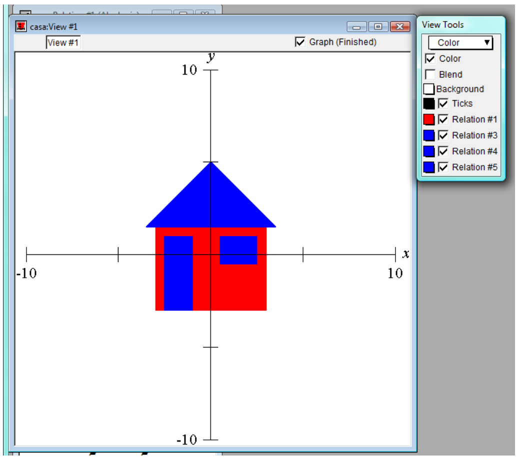
9. Tente desenhar um quadrado de mesmo tamanho em outra posição do plano cartesiano. Escreva como você fez para mudar o quadrado de posição.

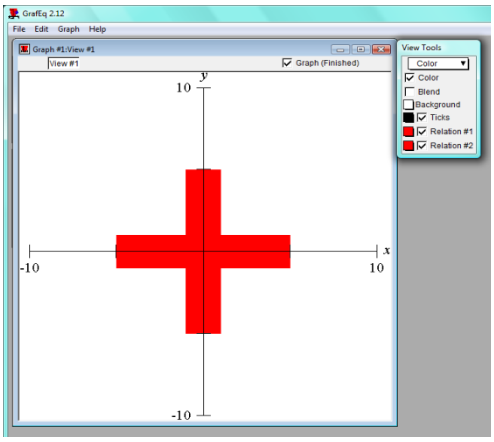
10. Em que posição você desenhou o segundo quadrado?

Atividade 4

Escolha uma figura abaixo e tente reproduzi-la.







<u>Questionário 4</u>

3. Você conseguiu desenhar a figura que escolheu? Se não, o que você teve dificuldade para desenhar e por quê?

4. Escreva passo a passo como você a desenhou.

Salve o arquivo do GrafEq na área de trabalho com a identificação da dupla e da etapa.

Exemplo: duplaA_2

APÊNDICE D – ETAPA 3 DA PROPOSTA DIDÁTICA

Nomes:___________________________________	Dupla:___________________
Data:_________________ Turma:______________________	

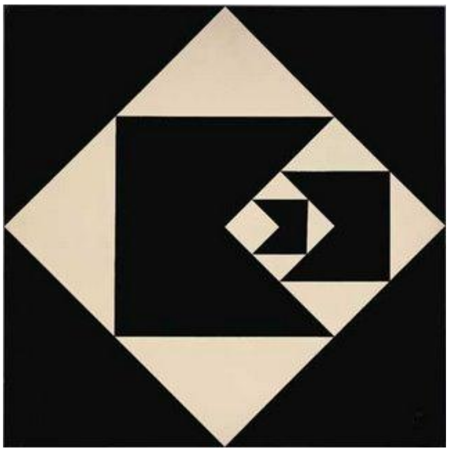
Software na Aprendizagem de Funções Afins.

Etapa 3 – 2 períodos

Reproduzindo obras de arte

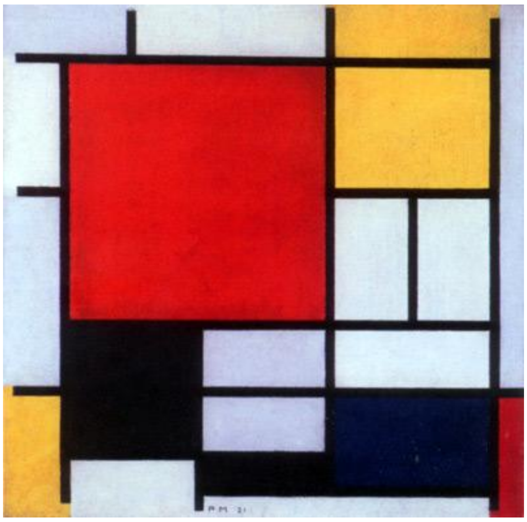
Atividade 5

Agora é sua vez. Escolha uma obra de arte que seja feita apenas com retas e tente reproduzi-la ou crie uma obra de arte sua. Abaixo segue algumas sugestões, mas você está livre para escolher qualquer obra de sua preferência.

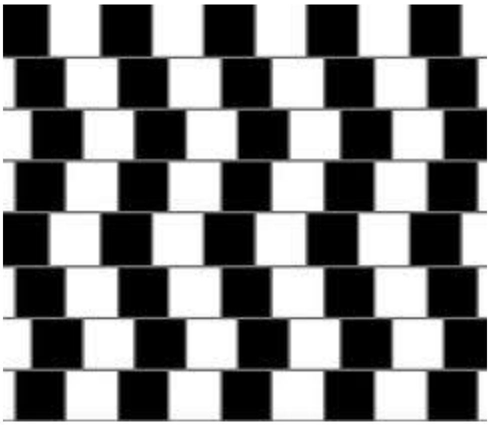


Geraldo de Barros,1952

Luis Sacilotto – 1987



Piet Mondrian – 1921



www.HypeSience.com

Questionário 5

1. Você copiou uma obra ou criou a sua própria? Se você copiou, qual foi e por que você a escolheu?

2. Escreva detalhadamente como você se organizou para desenhar a obra de arte. Você teve muita dificuldade? Quais foram os principais obstáculos que você encontrou? Que funções você utilizou para fazer o desenho? Como você as escolheu?

Salve o arquivo do GrafEq na área de trabalho com a identificação da dupla e da etapa.
Exemplo: duplaA_3

ANEXO A - FOTOS DA EXPERIMENTAÇÃO

Figura 34 - Foto da experimentação

Figura 35 - Foto da experimentação

Figura 36 - Foto da experimentação

ANEXO B – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. _________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma ____________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Grafeq e Arte no Processo de Ensino e Aprendizagem de Funções Afins**, desenvolvida pela pesquisadora Natássia Knecht Gauto. Fui informado (a), ainda, de que a pesquisa é orientada por Leandra Anversa Fioreze, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail Leandra.fioreze@gmail.com.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado (a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Favorecer a autonomia intelectual dos alunos, solidificando e aprofundando conhecimentos já adquiridos.
- Desenvolver o conteúdo de funções afins em ambientes informatizados com auxílio do software matemático Grafequation (GrafEq).
- Identificar se o estudo de gráfico de funções afins com o uso de software torna o aprendizado mais significativo e atrativo para os alunos.
- Estimular o interesse dos alunos através do uso do computador como um instrumento de ensino.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de questionário escrito e trabalhos realizados no laboratório de informática, bem como da participação em aula, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei a pesquisadora responsável no telefone (51) 91549802 ou pelo e-mail natassiagauto@hotmail.com.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:

Assinatura da pesquisadora:

Assinatura da Orientadora da pesquisa: