

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

FERNANDO IOANNIDES LOPES DA CRUZ

**CICLOS DE CRÉDITO NA AMÉRICA LATINA:
UMA ABORDAGEM USANDO MODELOS COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO**

Porto Alegre

2013

FERNANDO IOANNIDES LOPES DA CRUZ

**CICLOS DE CRÉDITO NA AMÉRICA LATINA:
UMA ABORDAGEM USANDO MODELOS COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Augusto Ziegelmann

Coorientador: Prof. Dr. Nelson Seixas dos Santos

Porto Alegre

2013

CIP - Catalogação na Publicação

Cruz, Fernando Ioannides Lopes da
Ciclos de Crédito na América Latina : uma
abordagem usando modelos com mudança de regime
markoviano / Fernando Ioannides Lopes da Cruz. --
2013.
105 f.

Orientador: Flávio Augusto Ziegelmann.
Coorientador: Nelson Seixas dos Santos.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Faculdade de Ciências Econômicas, Programa
de Pós-Graduação em Economia, Porto Alegre, BR-RS, 2013.

1. Ciclos de Crédito. 2. Modelos com Mudança de
Regime Markoviano. 3. América Latina. I. Augusto
Ziegelmann, Flávio, orient. II. Seixas dos Santos,
Nelson, coorient. III. Título.

FERNANDO IOANNIDES LOPES DA CRUZ

**CICLOS DE CRÉDITO NA AMÉRICA LATINA: UMA ABORDAGEM USANDO
MODELOS COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, 24 de julho de 2013.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Edilean Kleber da Silva Bejarano Aragón
UFPB

Prof. Dr. Hudson da Silva Torrent
UFRGS

Prof. Dr. Igor Alexandre Clemente de Morais
UNISINOS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente ao Flávio e ao Nelson, que aceitaram a empreitada e assumiram os papéis de orientador e coorientador, respectivamente. O tempo destes dois, recurso escasso e precioso, destinado a esclarecer as dúvidas que surgiram foi decisivo para a conclusão do presente trabalho.

À minha família, meu maior bem, que nesta nova fase me apoiou desde os árduos tempos de preparação pra prova da ANPEC e durante toda minha estadia em Porto Alegre, até a conclusão deste trabalho final. Mais uma vez sem seu apoio incondicional esta nova trajetória de minha vida estaria comprometida.

Aos amigos que fiz no Curso de Atualização em Teoria Econômica (CATE) durante a trajetória rumo ao mestrado, em especial Rafael Castilho, Rafael Cunha e Jivago Gonçalves.

À minha família da UFRGS, em especial, Leandro, Bernardo Keiserman (Berni), Tiago e Diego Tristão, Ianes, Dudu, Rodrigo, Gabrielito, Paulo, Gabriel, Ildo, Éverton, Breno e Bruno. Obrigado pelo companheirismo, momentos de risadas e perrengues coletivos, churrascos, chimas e bergamotas durante estes dois anos. Sem vocês estes dois anos não seriam nem metade do que foram.

Da mesma forma, à minha família da Housing-RS, Laís, Elaine, Neiva, Plínio, Dairan, Fábio, Eduardo (Pira), Jair, Daniel, Jaque, Sérgio, Iran, Lucas, André, Angela, Emerson e claro aos meus queridos espanhóis Pablo, Jimena, Mateo, Ainhara, Carla, Ainhoa e Fernando.

A Gema por seu apoio, carinho, compreensão e principalmente por me fazer sorrir todos os dias.

À atenção, sugestões e/ou ajuda computacional de Leandro Padulla, Paulo Dias, Rodrigo Nobre, Igor Morais, Gabrielito Menezes, Marcelo Portugal, Márcio Laurini, Fabio Maschi, Rebeca Anguren, Sabino Porto Junior, Helder de Mendonça, Fabio Caetano.

*When the music stops, in terms of liquidity,
things will be complicated.
But as long as the music is playing, you've got
to get up and dance.
We're still dancing.*

“Chuck” Prince, ex-CEO do
Citigroup em entrevista ao Financial Times,
9/07/2007.

RESUMO

Este trabalho tem objetivo de estudar os ciclos de crédito em cinco países da América Latina – Brasil, Chile, Colômbia, México e Peru - usando modelos com mudança de regime markoviano univariados e multivariados. Alguns dos modelos são capazes de captar períodos de crises bancárias nos países individualmente datados em Laeven e Valencia (2008, 2012) e Reinhart e Rogoff (2008), enquanto o modelo multivariado capta uma dinâmica comum nos países estudados. O ciclo que o modelo multivariado revela está de acordo com conhecidos períodos de expansão e contração da taxa de crescimento do crédito real ao setor privado conhecidos na literatura, em especial o *boom* da primeira metade da década de 1990 e sua desaceleração subsequente.

Palavras-chave: Ciclos de Crédito. Mudança de Regime Markoviano. América Latina

ABSTRACT

This paper aims to study credit cycles in five Latin American countries in a Markov Switching Approach with univariate and multivariate models. The univariate models, for some countries, identified periods of banking crises dated in Laeven and Valencia (2008; 2012) and Reinhart and Rogoff (2008) while the multivariate model captured a common dynamic in those countries studied. The cycle revealed with this model is in accordance with known periods of expansion and contraction of the growth rate credit in Latin America, in special the early 1990's boom and it's subsequent slowdown.

Keywords: Credit Cycles. Markov Switching. Latin America

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	- Crédito real ao setor privado (índice).....	69
Figura 2	- Taxa de crescimento do crédito real ao setor privado.....	69
Figura 3	- Probabilidades Filtrada, Predita e Suavizada	85
Figura 4	- Probabilidades filtrada e suavizada - Brasil	100
Figura 5	- Análise dos resíduos - Brasil	100
Figura 6	- Probabilidades filtrada e suavizada - Chile	101
Figura 7	- Análise dos resíduos - Chile	101
Figura 8	- Probabilidades filtrada e suavizada - Colômbia	102
Figura 9	- Análise dos resíduos - Colômbia	102
Figura 10	- Probabilidades filtrada e suavizada - México.....	103
Figura 11	- Análise dos resíduos - México.....	103
Figura 12	- Probabilidades filtrada e suavizada - Peru.....	104
Figura 13	- Análise dos Resíduos - Peru	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	- Modelos de mudança de regime markoviano	75
Tabela 2	- Datação	77
Tabela 3	- Picos e vales.....	81
Tabela 4	- Correlações em um mesmo regime	86
Tabela 5	- Testes de raiz unitária.....	98
Tabela 6	- Teste de raiz unitária sob quebra estrutural	98
Tabela 7	- Testes para modelos univariados	99
Tabela 8	- Modelo Multivariado.....	105
Tabela 9	- Probabilidades de transição (modelo multivariado).....	105
Tabela 10	- Testes - modelo multivariado	105

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	CICLOS DE CRÉDITO: UMA VISÃO GERAL	14
2.1	Criação e destruição de crédito bancário	14
2.2	Assimetria de informação nos mercados de crédito	16
2.2.1	Seleção Adversa	17
2.2.2	Risco Moral	19
2.3	Ciclos de crédito	20
2.4	Teorias neoclássicas de ciclos de crédito.....	23
2.4	Evidências empíricas	27
3	MODELOS COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO	32
3.1	Introdução: séries de tempo, modelos lineares e não lineares.....	32
3.2	Modelos com mudança de regime	34
3.2.1	Mudanças de Regime Markoviano	36
3.2.2	Cadeias de Markov	38
3.2.3	Hipóteses sobre os parâmetros e a variável de estado em um modelo de mudança de regime markoviano	42
3.3	Autocorrelação serial nas observações: o caso dos modelos autoregressivos univariados com mudança de regime markoviano	45
3.4	Estimação	47
3.5	Discussão adicional e problemas relacionados	52
3.6	Modelos Multivariados: MS-VAR	55
3.7	Breves considerações acerca do algoritmo Bry-Boschan:	60
4	MODELOS DE MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO: APLICAÇÃO AOS CICLOS DE CRÉDITO NA AMÉRICA LATINA	63
4.1	Introdução.....	63
4.2	Descrição dos dados.....	67
4.4	Raiz unitária e quebras estruturais.....	70
4.5	Análise Univariada	73
4.6	Análise multivariada: a hipótese do ciclo de crédito latino americano	82
5	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS	90
	APÊNDICE A – TESTES DE RAIZ UNITÁRIA	98
	APÊNDICE B – ANÁLISE UNIVARIADA.....	99
	APÊNDICE C – ANÁLISE MULTIVARIADA.....	105

1 INTRODUÇÃO

Períodos de euforia e contenção são comumente observados na atividade econômica. Estudos clássicos e recentes dos ciclos de negócio (LUCAS, 1977; KYDLNAD; PRESCOTT, 1982; LONG; PLOSSER, 1983; CHRISTIANO, EICHENBAUM, EVANS, 2005; dentre muitos outros) deram origem a diversas teorias que buscam explicar suas causas, além de uma gama de trabalhos empíricos (por exemplo, BURNS; MITCHELL, 1946; HAMILTON, 1989) que identificam sua existência e testam suas propriedades¹. A importância de tal fenômeno pode ser percebida na medida em que diversas instituições, como *National Bureau of Economic Research* (NBER), *Organization for Economic Co-operation and Development* (OECD) e, no Brasil, a Fundação Getulio Vargas (FGV), se preocupam em registrar períodos de auge e recessão econômicos. Com menor ênfase, contudo, aparecem na literatura documentos análogos, que se proponham a explorar outro fato comum da história econômica: os ciclos de crédito. Teorias de ciclo de crédito foram fundamentadas por autores clássicos da literatura econômica e recentemente, alguns autores (GORTON; HE, 2008, BERNANKE; GERTLER, 1989; KIYOTAKI; MOORE, 1997; RAJAN, 1994, dentre outros) propuseram modelos teóricos formalizados na tentativa de explicar as flutuações do crédito, estabelecendo *links* entre suas variações e aquelas observadas no produto ou, inclusive, ligando-as ao surgimento de crises bancárias.

A relação entre crédito e crises bancárias é conhecida na literatura. Ao mesmo tempo em que é comum haver um rápido crescimento do crédito bancário ao setor privado precedendo episódios de crises bancárias, observam-se períodos de baixo crescimento tanto do produto como do crédito após tais eventos (KAMINSKY; REINHART, 1999; DEL'ARICCIA et al., 2008). Diante desta relação, é possível que crises bancárias manifestem-se durante certas fases do ciclo de crédito, com a ressalva de que nem toda fase de baixa do ciclo necessariamente está associada a uma crise bancária.

Ademais, a história das crises bancárias não é nova, como mostram Reinhart e Rogoff (2008), tendo se manifestado recorrentemente por séculos. Na América Latina, crises bancárias foram fato recorrente, sobretudo nas décadas de 1980 e 1990, onde a combinação de maus fundamentos macroeconômicos e choques externos ressaltaram a fragilidade dos sistemas bancários naqueles países com colapsos de distintas proporções. O fenômeno tem

¹ A literatura de ciclos de negócio é vasta, tanto do ponto de vista teórico quanto empírico. O leitor interessado pode consultar Arnold (2002) para uma boa exposição das diferentes escolas teóricas que abarcam o tema.

consequências adversas grandes sobre a economia, reduzindo o fluxo de crédito para empresas e famílias, o investimento, o consumo e o produto.

Uma característica marcante das crises bancárias, que as diferencia de outros tipos de crise é a dificuldade de superação tanto por países ricos quanto por países de renda média ou baixa. Dessa forma, diante dos custos associados a estes eventos e aos atrasos de intervenção por parte de *policy makers* e reguladores torna-se útil a confecção de um modelo estocástico que possa identificar as datas das crises e produzir previsões capazes de antevê-las. Alguns autores preocuparam-se em datar tais eventos, baseando-se em estudos de caso (REINHART; ROGOFF, 2008; LAEVEN; VALENCIA (2008;2010;2012). Analogamente às datações de recessões feitas pelo NBER, tais estudos não são capazes de identificar tais eventos *ex-ante*, limitando sua utilização em políticas macroprudenciais.

A proposta desta dissertação é, seguindo a linha de estudos de ciclos de negócio iniciada em Hamilton (1989; 1990), utilizar uma classe de modelos estocásticos não-lineares para analisar os ciclos de crédito na América Latina, qual seja, a de modelos de mudança de regime markoviano. Estes modelos foram introduzidos em estudos econométricos por Goldfeld e Quandt (1973) e na análise de séries de tempo por Hamilton (1989), obtendo grande êxito em investigações acerca dos ciclos de negócio. A idéia básica é utilizar um modelo não-linear univariado ou multivariado cujos parâmetros se alteram no tempo de acordo com mudanças ocorridas em uma variável não observada, chamada variável de estado e o processo estocástico que governa esta variável é definido por uma cadeia de Markov de primeiro grau. Apesar da não-linearidade, a esperança condicional da variável observada dada a variável de estado produz equações lineares. Dessa forma, o modelo permite que quebras estruturais nos parâmetros possam ocorrer repetidas vezes ao longo da série e que o momento em que elas ocorrem seja determinado endogenamente pelo modelo.

Ao aplicar tal metodologia espera-se, em um primeiro instante captar fatos estilizados dos ciclos de crédito em países selecionados da América Latina: Brasil, Chile, Colômbia, México e Peru². Com isso, buscamos não apenas encontrar os momentos de euforia e contenção do crédito real ao setor privado latino-americano, relacionando-os a crises bancárias pelas quais estes países passaram, mas também identificar a existência ou não de um padrão comum na dinâmica do crédito na região. É preciso ressaltar, contudo, que deparar-se com a evidência de mudanças comuns do crédito bancário entre países pode

² Tais países, além de possuírem em comum o regime monetário adotado – regime de metas de inflação – constituem-se nas maiores economias da América Latina juntamente com Argentina, Uruguai e Venezuela (de La Torre et al., 2011). No entanto, por problemas relacionados tanto à qualidade quanto à quantidade dos dados destes últimos, optou-se por retirá-los da amostra.

sugerir uma estreita ligação entre as políticas dos bancos que neles atuam e das políticas econômicas adotadas pelas autoridades governamentais. Além disso, o fato de os ciclos de crédito exibirem uma dinâmica comum entre os países distinta ao longo do tempo - por exemplo, períodos de expansão e contração do crédito - motiva a modelagem do crescimento do crédito como um processo estocástico conjunto, incentivando o uso de modelos multivariados com mudança de regime. Com isso, seria possível argumentar por um “ciclo de crédito latino-americano”, identificado como uma mudança de regime na taxa de crescimento do crédito, que ocorre simultaneamente entre todos os países considerados. Com a aplicação destes modelos, espera-se responder a perguntas como: existem ciclos de crédito nos países latino-americanos? Como se comportam? Há distinção em seu comportamento ao longo do tempo? Uma vez que captamos um período de *boom* (ou de *bust*) de crédito, quanto tempo em média podemos esperar que a economia permaneça nessa situação? É possível que haja um ciclo de crédito comum na região? Espera-se que a resposta a tais perguntas contribua com a literatura empírica de ciclos de crédito, sobretudo na América Latina, onde investigações sobre o tema ainda são relativamente escassas. Ademais, as respostas às interrogações aqui levantadas provêm uma visão geral da situação do crédito nos países estudados, além de enriquecer os debates em torno de temas de política econômica e macroprudencial.

De maneira a prover uma exposição inteligível e conexa dos temas propostos esta dissertação foi dividida em quatro capítulos, sendo o primeiro referente a esta introdução. O segundo capítulo faz uma revisão geral sobre os ciclos de crédito, iniciando com o processo de criação e destruição de crédito bancário, passando pelos problemas informacionais inerentes a estes mercados, os quais embasam boa parte dos modelos teóricos formais discutidos e finalmente o capítulo encerra com uma exposição dos trabalhos empíricos sobre o tema. O terceiro capítulo discute, no contexto de outros modelos lineares e não-lineares, os modelos de mudança de regime markoviano. Uma das vantagens destes modelos é permitir a datação dos ciclos ou flutuações entendidas como mudanças de regime. Um método alternativo comumente usado com estes fins também é analisado. Trata-se do algoritmo Bry-Boschan (1971), um método não-paramétrico de determinação de picos e vales de séries econômicas que tenta formalizar o processo de datação dos ciclos econômicos feito pelo *National Bureau of Economic Research*. Por fim, o quarto capítulo integra os dois capítulos anteriores em uma análise empírica dos ciclos de crédito latino-americanos através de

modelos univariados e multivariados de mudança de regime markoviano³. No caso univariado, as datações encontradas através de diferentes métodos são comparadas com aquelas de crises bancárias publicadas nos trabalhos de Laeven e Valencia (2008; 2012) e Reinhart e Rogoff (2008) as quais são baseadas em estudos de caso. Adicionalmente também são comparadas as datas de picos e vales encontradas a partir dos modelos markovianos com aquelas geradas pelo algoritmo Bry-Boschan trimestral adaptado por Harding e Pagan (2002). Por fim, o capítulo explora a hipótese de existência de um “ciclo de crédito latino-americano” utilizando um modelo multivariado. O modelo aponta períodos conhecidos na literatura de crédito da região destacados, por exemplo em Barajas e Steiner (2002).

³ É importante salientar que o capítulo 4 repete algumas das exposições dos capítulos anteriores uma vez que seu objetivo é compor um artigo sobre os temas aqui abordados.

2 CICLOS DE CRÉDITO: UMA VISÃO GERAL

2.1 Criação e destruição de crédito bancário

A possibilidade de expansão de créditos e a criação de depósitos e, portanto, de moeda por parte de um banco isolado pode ser explicada formalmente da seguinte forma⁴. Sejam d o dinheiro originalmente depositado na caixa do banco, z o dinheiro ou reservas que saem do banco como consequência dos empréstimos que este concede, x a expansão de crédito máxima que o banco pode efetuar a partir do dinheiro originalmente depositado (d), c o encaixe ou coeficiente de caixa que, de acordo com a experiência, o banco mantém e que a prudência lhe diz que deve guardar para poder cumprir os compromissos. Chamemos k a proporção dos empréstimos concedidos que, em cada momento e em média, não é usada pelos tomadores. No entanto, este coeficiente também pode assumir uma interpretação mais interessante, representando a concentração bancária ou grau de concorrência entre bancos, uma vez que em mercado onde o número de bancos é pequeno, a probabilidade de o tomador efetuar pagamentos a clientes do mesmo banco é alta. Assim, sob essas circunstâncias, o dinheiro é meramente transferido de um cliente a outro, não saindo do próprio banco; o efeito, portanto é o mesmo do não-uso de uma fração do empréstimo por parte do cliente. Diante disso, temos que

$$z = (1 - k)x \quad ,$$

isto é, as reservas que saem do banco são iguais ao produto dos créditos ou empréstimos concedidos, pelo percentual usado pelos tomadores. Por outro lado, o dinheiro que sai do banco, z , também pode ser definido como o total de depósitos originalmente recebidos menos o montante mínimo que o banco pretenderá manter como reserva por precaução em relação ao depósito original, $c.d$, somado ao montante mínimo sob reserva em relação à proporção média não usada dos empréstimos, ckx . Assim, temos

$$z = d - (cd + ckx) \quad .$$

Igualando as duas equações e resolvendo para x obtemos:

⁴ A derivação que se segue foi extraída de de Soto (2012, p. 198)

$$x = \frac{d(1 - c)}{1 - k(1 - c)} .$$

A fórmula acima nos permite atentar para alguns aspectos interessantes do processo de expansão de crédito⁵. Primeiramente, vemos que são três os fatores que podem levar à criação de empréstimos. O primeiro, d é bastante intuitivo, uma vez que com uma maior quantidade de depósitos originalmente realizados maior capacidade para emprestar possui o banco, isto é, mais crédito o banco pode conceder. De fato, este é um dos motivos pelo qual os bancos competem intensamente por clientes, uma vez que, um maior número de clientes significa maior número de depósitos e, portanto, maior capacidade de empréstimo e obtenção de lucros derivados de tais empréstimos. O segundo fator, c , também possui uma interpretação bastante simples uma vez que quanto menor a fração dos depósitos for retida em caixa maior a capacidade de criação de empréstimos o banco poderá realizar. Por fim, o coeficiente k ao ser interpretado também como grau de concentração bancária mostra a importância da estrutura de mercado em que os bancos estão inseridos sobre o processo de criação de crédito, uma vez que quanto maior k , ou seja, quanto mais concentrado o mercado, maior capacidade de expansão de crédito de um banco.

Para perceber a importância da mensagem expressa na fórmula, nos basta atentar ao fato de que um banco sozinho é capaz de *dobrar* a quantidade de depósitos e, portanto a oferta monetária e de créditos - isto é, fazer $x = d = 1$, por exemplo - a partir de diferentes combinações de c e k . O fato é mais impactante no caso do monopólio bancário ($k = 1$); se o coeficiente de reserva de segurança for baixo - $c = 0,1$ por exemplo - um depósito $d=100$ u.m. levaria a uma criação de créditos e depósitos no valor de 900 u.m., de modo que a oferta monetária seria 10 vezes maior (100 u.m. iniciais + 900 u.m. na forma de depósitos criados a partir do nada para servirem de lastro para os créditos concedidos pelo banco) (de Soto, 2012)

No entanto, da mesma forma que os bancos são capazes de multiplicar a oferta monetária e creditícia, também são capazes de contraí-la. A contração pode ser acarretada por conta de alguns fatores como redução dos depósitos originais, aumento do desejo de manutenção de moeda fora do sistema bancário por parte do público, aumento da prudência dos bancos, aumento súbito da devolução de empréstimos não compensado por aumento na

⁵ Esta fórmula de expansão de crédito líquido criada por um banco também pode ser obtida através do cômputo do multiplicador bancário - entendido como a razão entre o valor dos depósitos originais e o coeficiente de caixa - no caso de um banco monopolista ou de um sistema bancário composto por diversos bancos; em ambos os casos o resultado é o mesmo. A prova pode ser obtida em de Soto (2012, p.205 a p.216).

concessão de novos empréstimos e elevação de “calotes”, isto é empréstimos não devolvidos aos bancos, tendo estes de suportar um volume maior de devedores em mora, como aponta de Soto (2012).

A compreensão da dinâmica subjacente ao mercado de crédito e, sobretudo, ao de crédito bancário, obteve grandes avanços com o desenvolvimento da Economia da Informação, uma vez que são intrínsecos a estes mercados os principais problemas informacionais, quais sejam, risco moral e seleção adversa.

2.2 Assimetria de informação nos mercados de crédito

Quando existe uma distância informacional entre tomador, representado comumente pela figura do investidor, e conessor de recursos, o qual em geral é um banco, de modo que os conjuntos de informação que cada um possui são distintos, beneficiando uma das partes mais do que a outra, nos deparamos com uma importante falha de mercado - a assimetria de informação – da qual surgem dois problemas possíveis: seleção adversa e risco moral. No mercado de crédito em particular, ambos são gerados pelas informações privadas ou ações ocultas que permeiam as transações entre tomadores e fornecedores de crédito. Tais problemas fazem com que o mecanismo tradicional de aumento da taxa de juros quando o banco se depara com uma situação de elevado risco intensifique os problemas de incentivos para empréstimos.

Vale enfatizar que muitos dos modelos neoclássicos modernos de flutuação do crédito incorporam elementos das teorias de informação assimétrica, seja fazendo uso da flutuação do preço de ativos usados como colateral para explicar restrições de balanço sobre os empréstimos (KIYOTAKI; MOORE, 1997), seja utilizando-os em modelos de competição bancária cujas externalidades são a produção de informação para o sistema bancário (GORTON; HE, 2008). Pode-se dizer, portanto, que estas teorias surgem com base em desenvolvimentos da teoria da informação, fornecendo fundamentos microeconômicos para a explicação de tal fenômeno.

Ademais, alguns autores vêem nos problemas de assimetria de informação o motivo para o surgimento e propagação de crises econômico-financeiras⁶. Mishkin (1992; 1996)

⁶ Há duas visões polares sobre o surgimento e propagação de crises financeiras: a monetarista, iniciada por Friedman e Schwartz (1963) e a pós-keynesiana defendida por autores como Minsky (1972) e Kindleberger

define as crises como interrupções no mercado financeiro em que os problemas de seleção adversa e risco moral se tornam mais graves, tornando os mercados financeiros incapazes de canalizar eficientemente os recursos dos poupadores para os que possuem oportunidades de investimento.

2.2.1 Seleção Adversa

O problema de seleção adversa em mercados financeiros ocorre em situações pré-contratuais onde os bancos não conseguem diferenciar facilmente os clientes de alto risco daqueles de baixo risco. Se isto fosse possível, os bancos gostariam de cobrar taxas de juros mais altas dos clientes de alto risco do que dos clientes de baixo risco, de forma a compensar o incremento na probabilidade de *default*. Na impossibilidade de diferenciar os tipos de clientes, os bancos impõem uma taxa de juros que reflita a qualidade média dos potenciais tomadores, o que pode levar os clientes de baixo risco a sair do mercado, permanecendo apenas aqueles com projetos mais arriscados. Os clientes são, portanto, “adversamente selecionados”, uma vez que a qualidade dos clientes é viesada para baixo, ou seja, a amostra contém na sua maioria tomadores de alto risco. Tal situação já caracterizaria ineficiência no mercado de crédito, uma vez que há demanda que não consegue encontrar sua oferta devido a problemas informacionais. Caso os bancos saibam que apenas os clientes de alto risco permaneceram no mercado, estes podem decidir aumentar ainda mais a taxa de juros, chegando a níveis tão altos que nem mesmo os clientes de alto risco suportam o peso das obrigações financeiras e saem do mercado também. A situação, portanto, no limite, poderia desintegrar a própria existência do mercado de crédito. Neste contexto, a introdução de um agente de crédito pode prover a informação necessária. No entanto, freqüentemente a pesquisa necessária é demasiado custosa. Assim, obtenção de mais informação pode prevenir o empréstador de estender um empréstimo a um mau tomador sem computar adequadamente o risco envolvido.

O problema da seleção adversa foi exposto no artigo seminal de Akerlof (1970) com o título “*The Market for Lemmons*”, onde o autor analisava preços de automóveis no mercado de carros usados. A idéia original, contudo, foi desenvolvida posteriormente por diversos autores, encontrando aplicações em estudos sobre mercado de trabalho, educação, saúde, mercado de crédito, dentre outros. No mercado de crédito, contudo, a aplicação mais

(1978). A literatura que abarca as crises financeiras sob o enfoque da assimetria de informação é complementar à visão monetarista. Para uma discussão mais abrangente sobre o tema ver Mishkin (1990).

conhecida é o modelo de racionamento de crédito de Stiglitz e Weiss (1981). Os autores definem como racionamento de crédito de equilíbrio situações em que: (i) entre tomadores de empréstimo que parecem ser idênticos, alguns recebem um empréstimo e outros não e (ii) há um grupo identificável de indivíduos na população que, com uma dada oferta de crédito, não são capazes de obter empréstimos a qualquer taxa de juros, embora o desejem fazê-lo. O aspecto central da definição de racionamento de crédito destes autores, portanto, é que no equilíbrio de mercado referente a determinada taxa de juros há uma demanda insatisfeita por empréstimos que não pode ser eliminada por um aumento da taxa de juros.

Keeton (1979, *apud* Degryse et.al. (2009)), ressalta dois tipos de racionamento de crédito que podem ocorrer. No racionamento tipo I, o banco se recusa a conceder um empréstimo qualquer que seja a quantia solicitada, mesmo que o tomador esteja disposto a pagar uma taxa de juros mais alta. Em consequência, a seleção adversa impede a solução do racionamento via aumento da taxa de juros, uma vez que os tomadores com projetos mais arriscados são justamente os que estão mais dispostos a pagar taxas de juros mais altas. Assim, elevação da taxa de juros piora o problema de seleção adversa, pois aumenta a probabilidade de que o prestador esteja emprestando a um risco de crédito ruim. O prestador, desta forma, prefere não conceder nenhum empréstimo a taxas de juros mais altas, negando-se a emprestar completamente. O racionamento tipo II, por outro lado, ocorre quando um prestador está disposto a conceder o empréstimo, mas o restringe a uma quantia menor do que a esperada pelo tomador.

É preciso salientar que o racionamento surge porque, com informação incompleta, os termos do contrato de crédito, colaterais e taxas de juros, assim como o montante do empréstimo, podem afetar a qualidade do grupo de tomadores de empréstimos, principalmente pelos efeitos de seleção adversa. Conseqüentemente, sempre haverá mais pessoas procurando crédito do que o mercado de capitais pode oferecer. À medida que a taxa de juros aumenta, o *mix* de candidatos aos empréstimos muda de modo adverso, no sentido de que os tomadores de empréstimos com menor risco saem do mercado devido à seleção adversa.

Por fim, é necessário diferenciar situações de racionamento de crédito, que ocorrem em equilíbrio, de situações de desequilíbrio no mercado de crédito. Na segunda categoria, podemos incluir rejeição por causa da falta de colateral, casos em que o prestador está disposto a emprestar mais a uma taxa de juros mais alta, *redlining* (racionamento tipo I), regulação institucional, tal como um teto para a taxa de juros ou de limites de crescimento do crédito.

2.2.2 Risco Moral

Outro conjunto de problemas que pode surgir decorrente da assimetria de informação entre os bancos e seus clientes é o de risco moral. Característico de situações pós-contratuais, ocorre porque os bancos não podem participar, em geral, da gestão dos projetos que financiam, de maneira que não é fácil impor um particular uso para ao crédito concedido à firma, nem é possível garantir sua capacidade de pagamento. Destarte, como a ação do agente não é verificável, ou seja, como não pode ser incluída nos termos do contrato porque os bancos são incapazes de garantir que seus clientes estão empregando o máximo esforço para que seu projeto de investimento obtenha sucesso, os bancos enfrentam o ‘risco’ de que seus clientes tenham um comportamento ‘ímoral’. Pode surgir também quando os clientes tentam “fugir” com o dinheiro do banco. Ambos os problemas podem tornar-se mais severos pela dificuldade de se fazer cumprir os contratos em regiões com sistemas judiciais fracos.

Temos, portanto duas categorias de risco moral, como mostrado em Armendáriz e Morduch (2010). A primeira refere-se ao risco moral *ex ante*, onde, apesar de o empréstimo já ter sido feito – caracterizando-se portanto como situação pós-contratual – os retornos do projeto ainda não foram realizados. Neste caso, o emprestador não sabe completamente como o tomador usará os recursos obtidos no empréstimo, uma vez que não conhece o nível de esforço que o agente empregará em seu projeto para que este seja bem-sucedido. Em outras palavras, a questão que se coloca é se o tomador trabalhará tão duro no projeto financiado pelo banco quanto trabalharia se o projeto fosse totalmente financiado com recursos próprios.

A segunda categoria representa o risco moral *ex-post*, onde os retornos do investimento já foram realizados, mas o tomador não pode verificar sua magnitude. Neste caso, o tomador pode incorrer na tentação de esconder o verdadeiro valor do retorno do investimento e reportar um valor aquém propositalmente ao emprestador, alegando má sorte. Com isto, poderia pedir o adiamento do pagamento do empréstimo. Isto pode ocorrer, sobretudo, na presença de *limited liability*.

Cabe ressaltar que os problemas poderiam ser solucionados caso o banco pudesse coletar e avaliar a informação sobre seus clientes e fazer valerem os contratos diante de um tribunal. No entanto, devido aos altos custos de transação enfrentados, principalmente quando as operações ocorrem em países em desenvolvimento ou subdesenvolvidos com comunidades pobres, onde há maior incidência de instituições fracas – uma vez que arcar com muitas operações pequenas é mais custoso do que fornecer o serviço de uma única e grande operação para clientes mais ricos – às vezes eles optam por operar somente com clientes grandes,

gerando gargalos entre a demanda e a oferta de crédito. Outra solução em potencial, contudo poderia ocorrer caso seus clientes pudessem oferecer ativos com valor de mercado como colateral. Caso isto fosse possível, os riscos seriam reduzidos a zero, uma vez que em caso de falha do projeto o colateral serviria como garantia do empréstimo.

O colateral, portanto, reduz as conseqüências da inadimplência devido à seleção adversa e ao risco moral porque reduz os prejuízos do prestador em caso de *default*, o que pode levar até mesmo a taxas de juros menores. Isto porque o colateral pode funcionar como mecanismo de filtragem dos projetos de alto e baixo risco e dos tomadores honestos e desonestos. Na medida em que os credores tiverem um direito sobre o valor da firma (seu patrimônio líquido) no caso de ela não pagar seus empréstimos, isto torna a firma mais cautelosa sobre a possibilidade de realizar investimentos arriscados.

2.3 Ciclos de crédito⁷

Ao longo da história do pensamento econômico diversos autores propuseram teorias com o intuito de explicar as flutuações no crédito e sua relação com a atividade econômica, o que é conhecido na literatura como teorias de ciclos de crédito. Autores célebres como Alfred Marshall, Knut Wicksell, Ludwig von Mises, Friedrich Hayek, Joseph Schumpeter, John Maynard Keynes, dentre outros, investigaram as causas e conseqüências das variações no crédito. Recentemente vêm surgindo modelos formais microfundamentados que se debruçam sobre questões semelhantes, o que é compreensível uma vez que o desenvolvimento financeiro em diversos países tem acelerado nos últimos trinta anos, levando diversos pesquisadores a estudarem os efeitos de tais transformações. Ademais, a compreensão dos efeitos do crédito sobre a economia tem também resultados para execução de política econômica.

A literatura corrente sobre política monetária vem enfatizando o canal do crédito (BERNANKE; GERTLER, 1995) como um dos principais mecanismos de transmissão pelos

⁷ Na literatura de ciclos de negócio, ou *business cycles*, o uso do termo “ciclo” para designar o fenômeno das oscilações do produto tem sido questionado, uma vez que não se tratam de ciclos propriamente, com períodos definidos, mas sim de flutuações. Como relata Milton Friedman, “*I believe it was the beginning of my skepticism about whether there is indeed an economic phenomenon justifying the designation cycle, or whether the economic fluctuations glorified by that title are not merely reactions to a series of random shocks, along the lines of a famous 1927 article by Eugen Slutsky*” (FRIEDMAN, M., FRIEDMAN, R., 1998, p. 50). Para nossos fins empregaremos o termo corrente na literatura – ciclo – para designar as flutuações tanto do produto quanto do crédito.

quais choques em variáveis nominais influenciam a economia real⁸. O canal do crédito surge como uma explicação complementar ao tradicional canal da taxa de juros para explicar o impacto da política monetária nos gastos com ativos de longo prazo. Esta visão tem por base os problemas de agência que surgem devido à assimetria de informação entre diferentes participantes do mercado de crédito e ao custo de cumprimento dos contratos. O canal do crédito pode ainda ser dividido em dois outros canais, quais sejam, o canal de empréstimos bancários e o canal de balanços. O primeiro enfatiza o lado da oferta de empréstimos bancários afetados por um choque monetário: uma contração monetária feita pelo Banco Central leva ao corte de empréstimos dos bancos comerciais uma vez que o volume de depósitos também se reduz e conseqüentemente afeta a produção e o consumo, reduzindo o nível de atividade. Já o canal de balanços reforça a deterioração do balanço das firmas e famílias que se segue a um choque monetário como empecilho ao financiamento de investimentos e gastos de consumo. A deterioração ocorre por duas vias. Primeiro, aumento dos juros implica maior gasto com serviço da dívida, reduzindo fluxo de caixa líquido e enfraquecendo a posição financeira do tomador. Além disso, esse movimento da taxa de juros também está associado à redução dos preços de ativos que, dentre outras coisas, míngua o valor do colateral do tomador.

Por outro lado, políticas macroprudenciais têm sido fortemente motivadas pela constatação da existência de ciclos socialmente ineficientes que se iniciam ou se amplificam na esfera financeira. Seu objetivo, portanto, é alcançar uma dinâmica eficiente do sistema financeiro (DE LA TORRE et al., 2011) de forma a minimizar os efeitos indesejados das interações entre as esferas real e financeira, de forma complementar à política monetária. Contudo, isto não implica um papel secundário às políticas macroprudenciais. Os objetivos destas duas políticas nem sempre são perfeitamente correlacionados uma vez que a dinâmica da inflação de curto ou longo prazo nem sempre está associada àquelas interações e seus efeitos, de forma que as imperfeições macro-financeiras não podem ser resolvidas por um único instrumento.

É importante destacar que o combate às ineficiências supracitadas não pode ser realizado baseando-se somente nos chamados ciclos de crédito; um conceito mais amplo, conhecido como ciclo financeiro, deve ser considerado. Os ciclos de crédito portanto apresentam-se como subcategoria dos ciclos financeiros os quais são compostos por três

⁸Mishkin (1995) e Bernanke e Gertler (1995) ressaltam até quatro canais pelos quais choques de política monetária afetam demanda agregada, nível de produto e inflação. São eles: i) taxa de juros, ii) taxa de câmbio, iii) preço dos ativos e iv) crédito. No entanto, a literatura pós-keynesiana resalta também o chamado canal das expectativas como importante mecanismo de transmissão, como pode ser visto em de Mendonça (2001).

subgrupos principais: crédito, preços de habitações (moradias) e *equity*. Uma interpretação recente dos ciclos financeiros é encontrada em Borio (2012):

“There is no consensus on the definition of the financial cycle. In what follows, the term will denote self-reinforcing interactions between perceptions of value and risk, attitudes towards risk and financing constraints, which translate into booms followed by busts. These interactions can amplify economic fluctuations and possibly lead to serious financial distress and economic dislocations. This analytical definition is closely tied to the increasingly popular concept of the “procyclicality” of the financial system. (...) It is designed to be the most relevant one for macroeconomics and policymaking: hence the focus on business fluctuations and financial crises”. (BORIO, 2012, p.2)

No que concerne às ineficiências cíclicas que envolvem a esfera financeira e, sobremaneira os ciclos de crédito, há duas formas polares para se abarcar o tema. A primeira é baseada no conceito de incerteza knightiana e racionalidade limitada explorados pela tradição pós-keynesiana. Nesta visão, dinâmicas endógenas ao processo de desenvolvimento financeiro se amplificam através do ajuste heurístico de expectativas e psicologia de massas, normalmente geradas e impulsionadas por inovações financeiras. Ao se depararem com um mundo em mudança o fator incerteza é ativado entre os participantes do mercado uma vez que estes já não possuem uma estrutura de referência estável. Na fase de subida do ciclo, inovações financeiras e aquecimento da economia alimentam uma onda de otimismo entre os agentes; no entanto, em algum ponto, uma dissonância significativa é suficiente para iniciar um processo de reversão de expectativas e mudança de humor nos mercados. A aversão aguda ao risco gerada nos mercados leva a buscas por liquidez individualmente benéficas mas coletivamente nocivas e a falhas financeiras que exacerbam a crise, por contágio, perda de capacidade e interconectividade (DE LA TORRE et al, 2011). A segunda visão é composta dentro de um arcabouço neoclássico por inúmeros modelos formais microfundamentados que incluem aspectos de economia da informação na análise dos ciclos. Estes abrangem estruturas de mercado financeiro em concorrência imperfeita, custos de obtenção de informação, flutuação de preço de ativos usados como colateral dentre outras características e serão explicados com mais detalhes na próxima seção.

2.4 Teorias neoclássicas de ciclos de crédito

Os modelos recentes que buscaram compreender a relação entre a intermediação financeira e o ciclo de negócio seguindo a tradição em economia monetária, como lembram Azariadis e Smith (1998), apontaram que operações irrestritas dos mercados financeiros poderiam levar a flutuações excessivas da atividade econômica. Para atingir tais resultados, os modelos prescindiram de hipóteses como existência de ativos usados como colateral, tal como nos modelos de acelerador financeiro, atuação de um efeito-renda grande, não-convexidades, concorrência monopolística ou múltiplos setores na economia.

Azariadis e Smith (1998) formularam um modelo de crescimento neoclássico – uma versão do modelo de gerações sobrepostas originalmente introduzido na literatura por Peter Diamond (1965) - com um setor onde investimentos em capital precisam ser financiados por crédito e no qual os mercados de crédito sofrem com problemas de seleção adversa. Partindo desse ponto, os autores mostram que a economia pode transitar entre dois tipos de regime de equilíbrio: um regime de equilíbrio walrasiano e um regime de racionamento de crédito. Para alguma faixa de valores de estoque de capital com o qual a economia opere, ambos os regimes são factíveis em equilíbrio, de modo que a transição entre eles não só é possível, como também em alguns casos, obrigatória, isto é, ela necessariamente ocorrerá. Ademais, o modelo de equilíbrio dinâmico permite que as transições se dêem de maneira não somente determinística, mas também na linha de processos estocásticos governados por componentes não-observados, como em Hamilton (1989).

As transições ocorrem da seguinte maneira: digamos que em $t-1$ a economia está no regime 0, associado ao equilíbrio walrasiano. Em t , por algum motivo, os poupadores estão pessimistas: acreditam que a taxa de juros em $t+1$ será baixa. O retorno esperado à poupança baixo tem dois efeitos: i) o equilíbrio walrasiano torna-se infactível em t , uma vez que os bancos iniciem o racionamento de crédito; ii) ao mesmo tempo, ele induz os poupadores a transferirem parte de sua poupança do sistema bancário para outros ativos. Diante dessa “desintermediação”, a necessidade de racionamento de crédito, a qual rompe a ligação entre produto marginal do capital e taxa de juros de equilíbrio, se torna real. Isto faz com que a taxa de juros baixa que era esperada pelos poupadores seja observada em equilíbrio. Assim, a transição do regime 0 para o regime 1 está associada a uma profecia auto-realizável de taxa de juros baixa, desintermediação financeira e restrições de crédito. A transição do regime 1 para o regime 0 se dá de maneira análoga, com uma profecia auto-realizável de alta na taxa de juros e fundos disponíveis para limpar o mercado. Isto porque uma vez que os depositantes

esperem uma alta no retorno à poupança, toda a poupança será canalizada através do sistema bancário, eliminando o racionamento de crédito no equilíbrio walrasiano. Assim, os autores fornecem fundamento teórico para as diversas investigações empíricas com modelos não lineares dos ciclos de negócio e, por que não, de flutuações no crédito, uma vez que, como observam os autores, “*the economic interpretation of this state variable is to regard it as an index of savers’ expectations about credit market conditions*” (Azariadis e Smith, 1998, p.535).

Rajan (1994) desenvolveu um modelo de intermediação financeira cujo resultado são ciclos de crédito de baixa frequência. O modelo, que envolve problemas de agência, sugere que políticas de crédito executadas por gerentes de banco racionais, políticas de outros bancos e condições de demanda se influenciam mutuamente, fazendo com que a mudanças de política de crédito estejam correlacionadas com estes fatores. Com isso, o modelo provê uma *rationale* para a regulação mas ao mesmo tempo alerta para os danos causados pela regulação exercida com base em baixa qualidade de informação e para o fato de que os próprios reguladores podem sofrer de problemas de agência. Outro problema enfatizado é o de divulgação de informações ótimo, uma vez que não necessariamente ocorre uma melhora de bem-estar com o requerimento de maior informação divulgada por parte dos bancos porque estes podem obter incentivos para manipular seus balanços⁹.

Na busca por compreender a dinâmica envolvida nas flutuações do crédito alguns autores deram importante relevância às fricções microeconômicas, que podem advir de falhas de coordenação entre os credores (GORTON; HE, 2008) ou de efeitos da assimetria de informação entre tomadores e credores na imposição de limites ao crédito (HOLMSTROM; TIROLE, 1997; KIYOTAKI; MOORE, 1997). No primeiro caso, bancos heterogêneos com comportamento estratégico podem gerar a provisão sub-ótima de crédito em fases distintas do ciclo. É o que ocorre no modelo de Gorton e He (2008). Características da indústria bancária, como ausência de guerra de preços, entrada limitada, concentração e opacidade informacional fazem com que a tal indústria se distinga das outras. Cada banco possui informações distintas sobre potenciais clientes ao mesmo tempo em que diferem quanto ao montante disposto a emprestar a cada um. Competindo entre si por clientes os bancos produzem informação sobre os potenciais tomadores; concomitantemente não sabem quanta informação está sendo produzida pelos bancos rivais. Ao formarem um conluio para manter altas taxas de juros – sendo, portanto, um modelo com *sticky prices* - implicitamente formam um acordo para não

⁹ Apesar de contra-intuitivo, Rajan op.cit. o autor conclui através de estática comparativa que a melhora das decisões de empréstimo por parte dos bancos através da falsificação de informação é teoricamente possível.

(sobre)-investirem na produção de informação custosa sobre potenciais tomadores. No entanto, um banco pode furar o acordo produzindo mais informação que seus rivais e escolher os melhores clientes, deixando os outros bancos com clientes adversamente selecionados. Com ausência de guerra de preços, uma vez que as taxas de empréstimos são mantidas altas, os incentivos intertemporais para manter o conluio requerem outro tipo de retaliação: todos os bancos aumentam a intensidade de produção de informação custosa, ou seja, sobem seu padrão para empréstimos, deixando de concedê-los para alguns dos clientes que anteriormente os recebiam. Dessa forma a quantidade de crédito concedido muda ao longo do tempo devido à mudança na crença por parte dos bancos, baseada em informação pública, acerca da viabilidade do conluio. Com isso, os autores mostram que movimentos cíclicos no crédito podem ocorrer mesmo sob a manutenção de um mesmo ambiente macroeconômico.

No segundo caso citado, o desnível informacional entre os agentes pode ser recomposto através do uso de colateral como substituto de informação. No entanto, isto gera um segundo problema uma vez que o movimento dos preços dos ativos usados como colateral possui a capacidade de agravar os ciclos de crédito e de extravasar seus efeitos para o ciclo de produto através do efeito do acelerador financeiro. Kyiotaki e Moore (1997) propuseram um modelo teórico - hoje uma das principais referências no tema - que explica como as restrições de crédito interagem com a atividade econômica durante o ciclo econômico. Em seu modelo - que segue a linha dos modelos de multiplicador financeiro como em Bernanke e Gertler (1989) - os ativos duráveis assumem um duplo papel: não apenas são fatores de produção, mas devido ao fato de os emprestadores não poderem obrigar os tomadores a pagar suas dívidas sem que estas estejam asseguradas, servem também como colateral para empréstimos. Assim, os limites de crédito dos tomadores são afetados pelo preço destes ativos, os quais, por sua vez, são influenciados pelos próprios limites de crédito. Essa relação, no entanto, não é apenas estática, mas também dinâmica e é esse elemento dinâmico – o multiplicador intertemporal – que faz com que o efeito do choque se transmita através do crédito, para o investimento e, conseqüentemente para o produto. Trata-se, portanto, de uma explicação alternativa aos modelos de ciclos de negócios, que tipicamente necessitam de grandes choques exógenos para gerar perturbações. O que os autores propõem é um mecanismo – as fricções no mercado de crédito - de amplificação de pequenos choques.

O argumento no modelo é sumarizado pelos autores da seguinte forma: Seja a terra um fator de produção que também pode ser usado como colateral, cuja oferta total é fixa. Admitamos que na economia algumas firmas tenham restrição de crédito e estejam altamente alavancadas (tomaram muitos empréstimos em cima do valor de suas terras, que são seu ativo

majoritário), enquanto outras não sofrem restrição. Suponha que no período t ocorre um choque temporário que afeta a produtividade da firma, o que reduz seu patrimônio líquido. Com isso, as firmas que enfrentam restrição de crédito são impedidas de obter mais empréstimos, sendo forçadas a cortar gastos com investimentos, inclusive em terra. Assim, no período seguinte ($t+1$) a firma obtém menos receitas, o que faz seu patrimônio líquido cair novamente e, devido às restrições de crédito, mais uma vez reduz os investimentos. O efeito se perpetuaria nos períodos à frente, de forma que o choque temporário em t reduz a demanda por terra das firmas não somente em t , como também em $t+1$, $t+2$, etc. Para que os mercados se equilibrem em cada período, a retração na demanda por terra das firmas restritas deve ser compensada pelo aumento da demanda por terra das firmas que não sofrem restrição, o que exige uma queda no custo de oportunidade da aquisição de terra destas firmas. Uma vez que tais firmas não enfrentam restrição de crédito, o custo de oportunidade em cada período é a diferença entre o preço da terra naquele período e o valor descontado do preço da terra em ($t+1$). Tal declínio antecipado no custo de oportunidade se reflete em queda do preço da terra em t . Como consequência da queda do preço da terra, as firmas restritas sofrem perda de capital nas terras que possuem, o que devido a seu alto grau de alavancagem, reduz consideravelmente seu patrimônio líquido e, em consequência, o investimento em terra. Há, portanto, não apenas um processo multiplicador estático, intra-período, mas também um processo multiplicador dinâmico, ou intertemporal.

Vale notar, contudo, que o modelo acima descrito apresenta-se mais como um modelo de multiplicador financeiro do que de ciclo de crédito, sendo, portanto, mais útil para explicar o papel das imperfeições financeiras na amplificação e persistência de choques reais do que para explicar os ciclos de crédito propriamente. Ademais, algumas características do modelo merecem maior atenção.

Primeiramente, no modelo de Kyiotaki e Moore (1997) não é tão simples compreender o papel dos bancos dentro do ciclo, uma vez que não existem bancos no modelo. Seria interessante, portanto, que um modelo que se proponha a explicar as flutuações no crédito considere explicitamente o papel destas instituições. Ademais, como ressalta Krishnamurthy (2003), os resultados desaparecem se a dívida puder ser indexada. Por fim, características adicionais devem ser incluídas a fim de gerar *ciclos* de crédito, uma vez que, como ressaltado anteriormente, o modelo não elucidada de maneira totalmente satisfatória as oscilações no crescimento do crédito, dando maior ênfase aos mecanismos de amplificação dos choques reais.

Tendo em vista o exposto acima, Rochet aponta três mecanismos principais que podem levar a flutuações no crédito (informação verbal)¹⁰ : i) Restrições de Colateral, ii) Reversões no crédito e iii) Externalidades Pecuniárias. Abordagens alternativas à estrutura do modelo K-M, inserido no primeiro grupo, foram desenvolvidas, onde os ciclos de crédito propriamente aparecem de maneira natural, sem a necessidade de hipóteses adicionais.

Myerson (2010), Suarez e Sussman (1997) e Matsuyama (2004) fornecem exemplos destes modelos, onde as flutuações surgem como consequência das reversões no crédito (*credit reversals*). Myerson (2010) expõem a fonte das reversões da seguinte forma: investidores assinam contratos de dois períodos com banqueiros (*bankers*). A condição de equilíbrio implica que se eles obtêm baixo retorno em t , precisam obter alto retorno em $t+1$ e vice-versa, isto é, se esperam baixo retorno em $t+1$, devem obter alto retorno em t . No entanto, tais reversões desaparecem se os banqueiros possuem dotações positivas de capital, ou seja, se introduzirmos também financiamento interno (bancos + capital próprio dos investidores) ao invés de somente financiamento externo (capital dos bancos).

Por fim, flutuações no crédito podem ter suas causas em externalidades pecuniárias, como mostram Gersbach e Rochet (2011). Os autores desenvolvem um modelo com choques agregados totalmente antecipados (e asseguráveis), onde os bancos amplificam os choques reais, emprestando muito durante booms e pouco durante recessões. Em seu modelo, o equilíbrio competitivo é ineficiente porque os bancos não internalizam o impacto de suas decisões de investimento no preço dos ativos, gerando externalidades pecuniárias¹¹. No entanto, a eficiência pode ser restaurada se os bancos forem sujeitados a limites de empréstimos contra-cíclicos. Isto é, o modelo de Gersbach e Rochet (2011), sobretudo, lança luz sobre os efeitos benignos de políticas regulatórias sobre bancos, permitindo simular as consequências de ferramentas regulatórias, como requerimentos de capital contra-cíclicos.

2.4 Evidências empíricas

No plano empírico, muitos autores buscaram captar regularidades no movimento do crédito em diversos países, além de estabelecer alguns fatos estilizados. Na linha das fricções financeiras e seu papel no ciclo de negócios, Lown e Morgan (2006) apresentaram alguns resultados interessantes. Os autores encontraram evidência da relação entre ciclos de crédito e

¹⁰ Informação obtida na Conferência de 20º Aniversário do IGIER. Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=y4zwoRR8zcA>, último acesso: 05/06/2012.

¹¹ Trata-se de externalidades cujo efeito recai sobre o preço de mercado.

ciclo de negócios utilizando um modelo VAR. O estudo sugere que os bancos são propensos a alterar mais os padrões de empréstimo, entendidos como qualquer um dos termos de empréstimo que não o preço (*non-price*) em linhas de crédito típicas de bancos como colateral, *covenants*, limites de empréstimo, etc, do que as taxas cobradas. Além disso, as flutuações nos padrões parecem altamente significantes na previsão de empréstimos bancários comerciais, PIB real e inventário de investimento. Ao mesmo, o *feedback* dos empréstimos para os padrões encontrado sugere evidência de um ciclo de crédito uma vez que altos níveis de empréstimo causam aperto nos padrões quando os credores notam um afrouxamento em excesso, o que por sua vez leva a menores níveis de gasto e, portanto de empréstimos, fazendo com que os padrões sejam afrouxados novamente e reiniciando o ciclo.

Gourinchas et al. (2001), que denotaremos por GVL e Mendoza e Terrones (2008), que abreviaremos por MT, analisaram as expansões de empréstimos, ou *lending booms*, com modelos *threshold* em uma gama de países desenvolvidos e emergentes. Enquanto o primeiro utiliza uma amostra de 91 países no período 1960-1996, Mendoza e Terrones estudam 61 países com dados anuais de 1960 a 2006. Os autores propõem, cada um, a sua metodologia para atacar o problema, cujas principais diferenças podem ser sumarizadas da seguinte forma: i) enquanto GVL usam a razão crédito-PIB, MT usam crédito real per capita como medida de crédito, ii) GVL se valem do filtro Hodrick-Prescott (HP) expandido, diferentemente de MT que utilizam o filtro HP na forma padrão e iii) a determinação do *threshold* difere entre os dois trabalhos, uma vez que GVL usam um *threshold* comum para todos os países, enquanto MT permitem que o *threshold* dependa da variabilidade cíclica do crédito em cada país. Diante das diferenças metodológicas e quanto ao indicador de crédito, os resultados também se tornaram distintos, levando à ambigüidade da relação entre a fase ascendente do ciclo de empréstimos e a expansão do produto e a associação de booms de crédito a crises bancárias e cambiais. Enquanto MT encontram associação entre a fase ascendente do ciclo e expansões domésticas, além de que os booms encontram-se centrados em “grandes eventos” como a crise da dívida dos anos 1980, a crise do mecanismo de taxa de câmbio (*Exchange Rate Mechanism*) de 1992 na Europa e momentos de paradas súbitas ou *Sudden Stops* em países emergentes, o trabalho de GVL mostra que os booms de empréstimo não aumentam significativamente a vulnerabilidade bancária e de balanço de pagamentos de um país. Há, contudo, convergências quanto a alguns resultados. Ambos os trabalhos apontam para o aumento do déficit em conta corrente e a valorização cambial na fase alta do ciclo de crédito.

A literatura empírica também se beneficiou de bases de dados em trabalhos recentes que permitiram investigar de forma abrangente crises financeiras e bancárias, incluindo a mais

recente, iniciada no fim da década de 2000, estabelecendo possíveis *links* entre os ciclos de crédito e estes fenômenos. Nas últimas décadas surgiram muitos trabalhos (KINDLEBERGER, 1989; BORDO et al., 2001; CAPRIO; KLINGEBIEL, 2003; CAPRIO et al. 2005; LAEVEN; VALENCIA, 2008; 2010; 2012; REINHART; ROGOFF, 2008; 2011; 2012; dentre outros) que se preocuparam com a datação de crises bancárias, dentre outras, fornecendo uma base de dados muito útil para pesquisadores e formuladores de política. Os limites temporais que demarcam crises financeiras e bancárias, no entanto, não são totalmente inflexíveis, uma vez que dependem tanto da interpretação do fenômeno em si como das variáveis usadas para construir tais fronteiras.

Reinhart e Rogoff (2008; 2011) realizaram datações destes episódios baseados na cronologia dos eventos devido à escassez de dados para cumprir tal tarefa de forma quantitativa para a abrangente série de tempo considerada (1800-2010). Ainda, ressaltam que os problemas bancários relevantes nem sempre aparecem do lado do passivo – caso em que as crises poderiam ser identificadas por variações de depósitos bancários, por exemplo - mas comumente são geradas no lado dos ativos, advindos de quedas bruscas nos preços dos imóveis ou falências no setor não-financeiro. Diante disso, dois tipos de eventos são escolhidos pelos autores como limitadores: i) corridas bancárias, quando existem, que levam ao fechamento, fusão ou aquisição pelo setor público de uma ou mais instituições financeiras e ii) na ausência de corridas bancárias, o fechamento, fusão, aquisição ou assistência do governo em larga escala de uma importante instituição financeira que marca o início de uma série de resultados semelhantes para outras instituições financeiras.

Laeven e Valencia (2008) defendem que crises bancárias *sistêmicas* ocorrem quando setores financeiro e corporativo sofrem *defaults* em série e empresas destes setores enfrentam dificuldades para repagar contratos em tempo; em alguns casos, corridas de depositantes aos bancos podem iniciar o processo. Com isso, créditos vencidos¹² sofrem um aumento vertiginoso, enquanto o capital do sistema bancário seca, fatos que podem ser acompanhados por queda do preço dos ativos (*equities* e imóveis), subidas acentuadas das taxas de juros e frenagem ou reversões nos fluxos de capitais. Partindo dessa definição, os autores identificam 124 crises bancárias sistêmicas no período entre 1970 e 2007.

Impulsionados pelos acontecimentos que marcaram os países emergentes durante a década de 1990, Kaminsky e Reinhart (1999) analisaram a ligação entre crises cambiais e bancárias, as chamadas “crises gêmeas”, utilizando uma série de indicadores

¹² Tradução livre de *non performing loans*.

macroeconômicos. Nesse contexto os autores observaram que a taxa de crescimento do crédito bancário ao setor privado se acelera próximo a episódios de crises bancárias. Tal resultado, apesar de indicar a possibilidade de o crédito bancário servir como sinalizador de crises no setor, não implica necessariamente a causalidade entre os fatos, uma vez que nem todo período de aceleração creditícia necessariamente precede futuras crises bancárias. A exemplo, Cotarelli et al. (2005) ao analisar o *boom* de crédito bancário real ocorrido em países do leste e do centro da Europa durante o período 1998-2002 encontraram evidências de que aquela aceleração reflete as transformações institucionais pelas quais passaram aqueles países, como aprofundamento financeiro e processo de privatização.

No caso de economias emergentes, Kress (2004) utilizou um modelo de mudança regime markoviano para identificar períodos de crise na produção industrial como estágio preliminar para estudar a relação entre o ciclo de crédito e o ciclo de negócios. Após identificar tais períodos, o autor os incorporou como uma *dummy* em seu modelo ARDL (*Autoregressive Distributed Lag*) de forma a captar assimetrias entre os dois ciclos. No que tange a América Latina, Barajas e Steiner (2001) dividem a evolução do crédito e o comportamento dos bancos na região em três períodos: i) a década de 1980, caracterizada por repressão dos mercados financeiro e baixo crescimento do crédito, ii) a fase de expansão do crédito do início da década de 1990, apoiada em medidas de liberalização financeira ocorridas neste período e iii) a desaceleração ocorrida na segunda metade da década. Desde então o setor financeiro sofreu diversas transformações: surgiram novos atores, mercados e instrumentos, o setor cresceu, aprofundou-se, tornou-se mais integrado e competitivo, e observou-se uma ampliação da inclusão financeira. Tais transformações parecem ter colaborado para que os sistemas financeiros da região tenham saído praticamente ilesos da crise global de 2008-2009 (DE LA TORRE et al., 2011).

Na mesma linha deste trabalho, Martín (2011) utilizou um modelo não-linear com um painel de economias desenvolvidas onde os parâmetros do modelo estão sujeitos a mudanças de regime markovianas. O modelo do tipo efeito-fixos, inspirado em Ceron e Suarez (2006), permite focar o componente cíclico ao padronizar as variáveis em estudo para cada país e em seguida ajustar um modelo com mudança de regime markoviano para as séries padronizadas. Assim, os parâmetros do modelo markoviano são os mesmos para todas as séries padronizadas, mas a variável latente de cada país é tratada como uma realização independente do processo da variável latente. Uma das vantagens do modelo em painel utilizado foi permitir o estudo do ciclo de crédito tanto conjuntamente como a nível nacional. Com este modelo, a autora foi capaz de identificar endogenamente diferentes fases no crescimento do

crédito em doze economias desenvolvidas; mais ainda, as fases de baixa do ciclo de crédito, em diversos casos, coincidem com episódios de crises bancárias e/ou financeiras apontados em outros estudos. Por fim, foi observada uma certa sincronia entre os ciclos de crédito dos países avançados.

É possível também encontrar na literatura uma gama de trabalhos que estudam a transmissão internacional de choques bancários e seu impacto sobre a oferta de empréstimos de bancos no exterior durante crises bancárias. Peek e Rosegren (2000) estudam o fenômeno em subsidiárias americanas de bancos japoneses e mostram que elas contratavam empréstimos nos Estados Unidos durante a crise bancária japonesa. Choques, no entanto, também podem ser transmitidos internacionalmente sob condições financeiras menos extremas e o sentido da transmissão é dual, uma vez que ao se internacionalizar, os bancos não somente expõem a si próprios a choques externos mas também transmitem choques desenvolvidos internamente ao país anfitrião. Neste contexto de globalização, a internacionalização dos bancos pode amplificar os ciclos de crédito internacionais, mas também é capaz de reduzir a ciclicidade do crédito local ao aprimorar o compartilhamento do risco ((GIANNETTI; LAEVEN, 2012). Ademais, a existência de ciclos de crédito internacionais tem importantes implicações de política econômica e regulatória. É fato notável que a acelerada integração entre os mercados mundiais, especialmente da indústria financeira, assistida nas últimas décadas tornou similar o perfil dos bancos transnacionais, assim como o papel por eles desempenhado nas economias mundiais. Diante disso, Aikman et al. (2010) ressalta a crescente sincronia entre ambos os ciclos de crédito e de produção entre países, ao mesmo tempo em que a *European Banking Federation* (2010) chama a atenção para a necessidade de uma política macroprudencial também internacional.

3 MODELOS COM MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO

3.1 Introdução: séries de tempo, modelos lineares e não lineares

Séries de tempo são comumente entendidas como registros de dados ao longo do tempo. Para um econometrista tal conjunto de dados representa uma dentre muitas possíveis realizações de um processo estocástico. Assim, a tarefa fundamental destes profissionais ao estudar uma série de tempo está ligada à tentativa de desvendar a lei de probabilidade que governa aquela série e com isso entender sua dinâmica subjacente, prever eventos futuros e permitir o controle destes eventos via intervenção (FAN; YAO, 2003).

No entanto tal tarefa não se mostra simples. Embora existam infinitos processos estocásticos que possam gerar determinada série de dados observados, alguns destes processos são mais plausíveis que outros, o que implica restringir as possibilidades para tais processos quando da seleção de algum. Cabe ao econometrista eleger uma família de processos geradores, o que é conhecido na literatura econométrica como modelagem, e em seguida, o membro mais plausível daquela família em um processo de dois passos que envolve procedimentos de estimação e inferência estatística.

A seleção do melhor modelo que represente o processo gerador passa por critérios não somente estatísticos mas também outros como objetivo, simplicidade, factibilidade e interpretação econômica. Por exemplo, um modelo com bom ajuste aos dados e que permita uma interpretação interessante do ponto de vista econômico não necessariamente é bom para exercícios de previsão. Além disso, para resultados similares, modelos mais simples são preferíveis a modelos mais complicados. Também é preciso atentar para o custo computacional ao estimar diversas classes de modelos e sua capacidade de estimar parâmetros com a devida acurácia. Isto porque a convergência de qualquer estimador para o verdadeiro valor de uma função suave definida em um espaço de alta dimensão pode ser muito lento devido à chamada “maldição da dimensionalidade”. Por fim, é desejável que um modelo permita uma interpretação econômica acerca do fenômeno traduzido pelo processo gerador da série de tempo, sobretudo se estamos interessados em entender sua dinâmica e realizar intervenções na forma de política econômica.

A forma mais simples e conhecida de estudar séries de tempo é através de modelos lineares univariados do tipo ARMA e ARIMA ou suas extensões multivariadas, das quais a mais popular são os modelos VAR. A modelagem ARIMA (ou ARMA) é comumente

utilizada quando se deseja estudar estruturas dinâmicas lineares, descrever relações lineares entre variáveis defasadas ou, mais comumente, com objetivo de previsão. Estes modelos se iniciaram com o trabalho de Yule (1927) mas atingiram maturidade e popularidade com a obra de Box e Jenkins (1970). Por sua vez, os modelos multivariados, VAR, tornaram-se amplamente conhecidos após a crítica de Sims (1980) a modelos macroeconômicos em estudos empíricos, baseados em análise de intervenção ou funções de transferência, que até então não consideravam a possibilidade de *feedback* na relação de causalidade entre as variáveis do sistema. Assim, dentre as principais características desta classe de modelos destaca-se sua flexibilidade e capacidade de descrever de forma eficiente o comportamento de um conjunto de variáveis e sua inter-relação ao longo do tempo.

Por outro lado, Moran (1953, *apud* FAN; YAO, 2003) chamou a atenção para o fato de que os resíduos do modelo utilizado em seu trabalho para os pontos da amostra acima da média eram significativamente menores do que aqueles abaixo da média, fato hoje conhecido como efeito-regime. Modelos de séries de tempo gaussianos não são capazes de captar estas e outras características comuns em séries de tempo. Os modelos ARMA padrão (BOX; JENKINS, 1970), baseados em erros normais, produzem normalidade das previsões, assim como das densidades marginais, linearidade de $E(Y_t/Y_{t-1}, \dots, Y_{t-n})$ e homocedasticidade de $Var(Y_t/Y_{t-1}, \dots, Y_{t-n})$, características estas que são irrealistas para diversas séries de tempo (FRÜHWIRTH-SCHNATTER, 2006). Assim, características não-lineares como não-normalidade, ciclos assimétricos, bimodalidade, relações não lineares entre variáveis defasadas, heterocedasticidade, dentre muitas outras necessitam de outra classe de modelos para serem estudadas.

Fan e Yao (2003) separam os esforços para modelar características não-lineares em duas categorias: implícitos e explícitos. O primeiro refere-se à utilização da estrutura geral dos modelos ARMA acrescida da escolha do ruído branco apropriado para que o resultado exiba a característica não-linear desejada. Apesar da forma dos modelos ser ainda linear, a esperança condicional das variáveis aleatórias dado seus valores defasados pode ser não-linear¹³. Porém o teorema da decomposição de Wold garante que uma representação linear existe para qualquer série estacionária de média zero sem componentes determinísticos. O problema destes modelos, contudo, decorre da dificuldade de se identificar a função de distribuição “correta” do ruído branco a partir dos dados observados. Com isso, a modelagem explícita das características não-lineares através de modelos que expressam uma variável

¹³ Para uma ampla exposição destes modelos, ver Tong (1990).

aleatória como função não-linear de suas defasagens tem dominado as pesquisas nesta área em abordagens paramétricas¹⁴ (TIAO; TSAY, 1994; BOLLERSLEV, 1986) ou até mesmo, mais recentemente, semi e não-paramétricas (YAO; TONG, 1995; FIGUEIREDO; ZIEGELMANN, 2009).

O objetivo deste capítulo é introduzir o assunto de modelos de séries de tempo não-lineares, com destaque para os modelos de mudança de regime markoviano. Não obstante, diversas questões de cunho econométrico devem ser consideradas quando abordamos modelos lineares, univariados ou multivariados. Conceitos como estacionariedade, ergodicidade, quebra estrutural, cointegração, raiz unitária e eventualmente respectivos testes para tais características serão explicados brevemente conforme aparecerem no texto e devidamente referenciados à bibliografia apropriada para seu entendimento mais profundo. Isto nos permitirá focar no objeto sob exposição no capítulo ao mesmo tempo em que tornamos a dissertação mais parcimoniosa. De antemão, Hamilton (1994), Enders (2010) e Fan e Yao (2003) são boas referências para o estudo de séries de tempo lineares e uma introdução a séries não lineares, onde o último aborda também modelos semi-paramétricos e não-paramétricos.

3.2 Modelos com mudança de regime

No estudo das séries de tempo é comum admitirmos a hipótese de que os parâmetros de determinado modelo são constantes ao longo do tempo. Contudo, ao rompermos com essa suposição, a hipótese de estacionariedade é também violada, de forma que exercícios de previsão e inferência ficam comprometidos. Da mesma forma, quando uma série está sujeita a uma quebra estrutural, os parâmetros do modelo estocástico podem não mais ser fixos para qualquer período de tempo e diante disso torna-se importante identificar possíveis quebras estruturais nas séries que se deseja modelar, embora tal procedimento nem sempre seja trivial.

Chow (1960) propôs um procedimento que consiste em dividir a série em subperíodos e verificar se há diferenças significativas nas equações estimadas, o que pode ser checado com um teste F. No entanto, a escolha dos subperíodos é feita pelo pesquisador, de modo que um

¹⁴ Quando a forma da lei de probabilidade em uma família é especificada, exceto para alguns *finite-dimensional parameters*, dizemos que o modelo é paramétrico. Quando os *defining parameters* estão em subconjunto de um espaço infinito-dimensional ou a forma da lei de probabilidade não é totalmente especificada, o modelo é não-paramétrico. Para maiores discussões sobre o tema, ver Fan e Yao (2003).

conhecimento *a priori* dos momentos de quebra se faz necessário. Ocorre que nem sempre tal informação encontra-se disponível.

Um segunda forma de modelar séries nessa situação está ligada aos trabalhos de Quandt (1958,1960) - que trata o ponto de mudança da série de dados como desconhecido - e Goldfeld e Quandt (1973), que estendem a análise para a possibilidade de múltiplas quebras estruturais. A grande vantagem desta abordagem sobre a primeira é que não é exigido nenhum conhecimento prévio da série de dados; o momento de mudança dos parâmetros é determinado endogenamente.

O problema de mudanças de regime em séries de tempo é comumente atacado com dois tipos de modelos na literatura empírica: modelos *threshold* e modelos com mudança de regime markoviano. A principal diferença entre ambos é dada pela hipótese sobre a evolução da variável de estado ou regime. Em modelos *threshold*, introduzidos por Tong (1983) assume-se que a mudança de regime é acionada pelo nível das variáveis observadas em relação a um *threshold* não-observado. Em compensação, modelos de mudança de regime markoviano (GOLDFELD; QUANDT, 1973; HAMILTON, 1989; 1990) assumem que a variável de estado evolui segundo uma cadeia de Markov.

Mesmo dentre os modelos *threshold* há uma ampla variedade de abordagens para a mudança de regime, sendo os modelos *Threshold Autoregressive Models*, ou TAR, sua forma mais simples. Nestes modelos a mudança de regime é provocada por uma variável de transição representada por uma defasagem da variável observada que, ao ultrapassar determinado valor submete o modelo a um novo regime, como no sistema

$$y_t = \begin{cases} a_1 y_{t-1} + e_{1t}, & \text{se } y_{t-1} > c \\ a_2 y_{t-1} + e_{2t}, & \text{se } y_{t-1} \leq c \end{cases}$$

com $e_{1t} \sim iidN(0, \sigma_1^2)$ e $e_{2t} \sim iidN(0, \sigma_2^2)$ ¹⁵. Vale ressaltar que este modelo pode ser incrementado, abrangendo mais *lags* e até mesmo múltiplos regimes. Neste sistema simples, contudo, pode-se pensar no valor $y_{t-1} = c$ como um *threshold* que separa dois processos autoregressivos com persistências distintas, dadas pelos coeficientes a_1 e a_2 . Embora $\{y_t\}$ seja linear em cada regime, a possibilidade de mudança de regime implica que a seqüência completa de valores de y_t é não-linear. Cabe ressaltar que os choques e_{1t} e e_{2t} são os responsáveis pela troca de regime. Isto é, se y_{t-1} for inicialmente maior que c , o processo

¹⁵ Se $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ o modelo pode ser escrito como $y_t = a_1 I_t y_{t-1} + a_2 (1 - I_t) y_{t-1} + e_t$ onde $I_t = 1$ se $y_{t-1} > c$ e $I_t = 0$ se $y_{t-1} \leq c$.

será governado pela equação com coeficiente autoregressivo igual a a_1 ; no entanto, se um choque e_{1t} ocorrer com tal magnitude que faça y_{t-1} ficar abaixo de c , o processo será governado por uma nova equação autoregressiva, $y_t = a_2 y_{t-1} + e_{2t}$.

Se o *threshold* c for conhecido, a estimação do modelo é simples; basta criar as variáveis *dummy* indicando quando y_{t-1} está acima ou abaixo do valor de transição e utilizar, por exemplo, mínimos quadrados ordinários para obter os parâmetros em cada equação. No entanto, o caso em que c é desconhecido envolve maior complexidade, envolvendo técnicas computacionais sofisticadas, uma vez que o parâmetro de transição deve ser estimado juntamente com outros parâmetros. Chan (1993) mostra como obter estimativas superconsistentes do parâmetro c .

O modelo TAR ainda pode ser modificado para abordar diversas características de séries de tempo. Por exemplo, pode não ser razoável considerar uma mudança brusca e acentuada como o faz o modelo TAR; neste caso, um modelo que acomode uma velocidade mais lenta de ajuste pode ser necessário. Os modelos *Smooth-Transition Autoregressive* ou STAR permitem que tal mudança gradativa nos parâmetros aconteça. Por exemplo, se $f(\cdot)$ for uma função contínua suave na equação

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + b_1 y_{t-1} f(y_{t-1}) + e_t$$

o coeficiente autoregressivo ($a_1 + b_1$) mudará suavemente junto com y_{t-1} . Tais modelos podem variar conforme a função $f(\cdot)$ utilizada, sendo um LSTAR no caso em que a função é do tipo logística e ESTAR quando a função é exponencial. Para uma análise mais detalhada destes modelos e suas ramificações ver Dijk (1999) e Tsay (1998).

Por fim, uma outra classe de modelos referida anteriormente – modelos com mudança de regime markoviano – engloba modelos cuja mudança de regime é orientada por uma variável não-observada que segue uma cadeia de Markov e será melhor explicada na seção seguinte.

3.2.1 Mudanças de Regime Markoviano

Esta classe de modelos encontrou grande espaço em aplicações empíricas na ciência econômica, sobretudo a partir da década de 1990, em grande parte devido ao sucesso do trabalho seminal de Hamilton (1989). O autor desenvolveu um modelo que pode ser visto

como uma adaptação do modelo de Goldfeld e Quandt (1973). Consiste em utilizar um modelo autoregressivo com parâmetros submetidos a uma mudança de regime que, com uso de um algoritmo de otimização numérica identifica de maneira endógena os momentos de quebra dos parâmetros. Diante da natureza intuitiva e de seu bom desempenho (ajuste) com diversas séries que representam a atividade econômica, o modelo de Hamilton(1989) obteve grande aceitação e forneceu suprimento para a produção de uma gama de trabalhos empíricos, grande parte deles na literatura de ciclos de negócio (HAMILTON, 1989; CHAUVET,2002; MORAIS, 2003;dentre outros).

Além disso, motivações de cunho estatístico influenciaram o uso destes modelos em séries de tempo econômicas. Nelson e Plosser (1982) introduziram o problema de interpretação da tendência de séries macroeconômicas como determinística ou estocástica, uma vez que diferenciar uma série com tendência determinística adiciona ruído à série original, enquanto estimar uma série de tendência estocástica usando tendência determinística não elimina a tendência estocástica¹⁶. Com isso, testes de raiz unitária multiplicaram-se e seu uso tornou-se popular; no entanto, o baixo poder destes testes freqüentemente levava a resultados enganosos. Perron (1989) encontrou evidências de raízes unitárias espúrias em séries sob quebra estrutural no nível da tendência e na taxa de crescimento. Modelos de mudança de regime markoviano, em certo grau, são capazes de lidar com raízes unitárias causadas por quebras estruturais e, com isso, surge a questão da aplicação destes modelos ao nível ou à taxa de crescimento de séries não-estacionárias (ver FRÜHWIRTH, 2006, cap. 12). O popular modelo de Hamilton (1989) e diversos outros que o seguiram aplicaram a mudança de regime para estudar a taxa de crescimento da série não-estacionária do PIB, nos Estados Unidos e em outros países, assumindo a existência de uma tendência estocástica. No entanto, Lam (1990), seguindo os resultados de Perron (1989), sugere que tal raiz unitária desaparece uma vez que se permite ocasionais mudanças na tendência determinística. Com isso, modela o nível do produto assumindo que se trata de um processo estacionário na tendência em torno de uma tendência com mudança de regime markoviano.

¹⁶ Para visualizar o problema considere as equações (i) $y_t = \alpha + \delta t + \psi(L)e_t$ e (ii) $(1 - L)y_t = \delta + \psi(L)e_t$, onde todas as raízes de $\psi(L)$ estão fora do círculo unitário. A primeira representa um processo com tendência determinística e a segunda um processo de raiz unitária ou com tendência estocástica. Se o modelo correto é (i), o procedimento devido seria subtrair $\alpha + \delta t$ de y_t para torná-lo estacionário. Caso tirássemos a diferença o modelo se transformaria em $\Delta y_t = \delta + (1 - L)\psi(L)e_t$, o que introduz uma raiz unitária na representação de média-móvel, tornando-o um processo não-invertível. Por outro lado, se o modelo correto é dado por (ii), deveríamos tomar a primeira diferença, o que resultaria no processo estacionário $\Delta y_t = \psi(L)\Delta e_t$ com condição inicial igual a zero. No entanto, caso tentássemos remover a tendência subtraindo o termo δt , obteríamos êxito em expurgá-la da média do processo, mas não da variância. Para mais detalhes ver Hamilton (1994).

A grande flexibilidade das cadeias de Markov para descrever mudanças de regime na modelagem econômica, portanto, contribuiu enormemente para sua popularidade. Por exemplo, quebras estruturais permanentes que poderiam ser entendidas como determinísticas podem ser ajustadas por uma cadeia de Markov com estados absorventes, o que será explicado mais a frente. A vantagem é que isto permitiria gerar previsões antes da quebra que levam em consideração a possibilidade de haver uma mudança de regime e que tal mudança possa se repetir em períodos mais à frente. Como destacou James Hamilton, “*One might argue that this is a sensible property to build into a model. The essence of the scientific method is the presumption that the future will in some sense be like the past.*” (HAMILTON, 1994, p. 690).

3.2.2 Cadeias de Markov

Suponha uma variável que possa habitar um número finito de estados a cada instante do tempo e que o estado em que a variável se encontra possa mudar com o tempo. Se o estado da variável puder ser predito com certa probabilidade baseando-se unicamente no conhecimento do estado imediatamente anterior da mesma, então este processo de mudança de um estado para outro é dito uma Cadeia de Markov¹⁷. Temos que:

$$P(s_t = j/s_{t-1} = i, s_{t-2} = i, \dots, s_{t-3} = i) = P(s_t = j/s_{t-1} = i) = p_{ij}$$

Essa equação nos dá a probabilidade de habitarmos o estado j em t , sendo que estávamos no estado i em $t-1$. A variável de estado sumariza a informação sobre a posição corrente de um sistema que é relevante para determinar seu futuro.

Uma cadeia de Markov tempo-invariante é definida por uma trinca de objetos: i) um espaço-estado n dimensional consistindo dos vetores e_i , $i=1, \dots, n$, onde e_i é um vetor unitário cuja i -ésima entrada é 1 e todas as outras são zero, ii) uma matriz de transição P , $n \times n$, que armazena as probabilidades de mudança de um estado para outro em um passo e iii) um vetor π_0 , $n \times 1$, cujo i -ésimo elemento é a probabilidade de estar no estado i no período zero, isto é $\pi_0 = \Pr(x_{t+1} = e_j | x_t = e_i)$. Além disso, precisamos que a matriz P e o vetor π_0 satisfaçam as seguintes restrições:

¹⁷ Neste caso estamos diante de uma cadeia de Markov de ordem um, que é a mais comumente usada. No entanto, pode-se trabalhar com cadeias de ordem maior.

- i) $\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n$
 ii) $\sum_{i=1}^n \pi_{0i} = 1$

Se a matriz P satisfaz a propriedade i, ela é denominada matriz estocástica, a qual define as probabilidades de mover-se de um estado para qualquer outro em um período. Já a probabilidade de mover-se em 2 passos seria P^2 , em 3, P^3 , etc, o que pode ser demonstrado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Pr(x_{t+2} = e_j | x_t = e_i) &= \sum_{h=1}^n \Pr(x_{t+2} = e_j | x_{t+1} = e_h) \Pr(x_{t+1} = e_h | x_t = e_i) \\ &= \sum_{h=1}^n P_{ih} P_{hj} = P_{ij}^{(2)} \end{aligned}$$

onde $P_{ij}^{(2)}$ é o i - j -ésimo elemento de P^2 . Assim, a probabilidade de mover-se de um estado para outro em k passos seria $\Pr(x_{t+k} = e_j | x_t = e_i) = P_{ij}^{(k)}$. As distribuições de probabilidade incondicionais de x_t seriam $\pi_1 = \Pr(x_1) = \pi_0' P$, $\pi_2 = \Pr(x_2) = \pi_0' P P = \pi_0' P^2$, $\pi_3 = \Pr(x_3) = \pi_0' P P P = \pi_0' P^3$ e assim por diante, de forma que a lei de movimento seja

$$\pi_{t+1}' = \pi_t' P,$$

onde $\pi_t' = \Pr(x_t)$ é um vetor $n \times 1$ cujo i -ésimo elemento é $\Pr(x_t = e_i)$.

A distribuição de probabilidade incondicional será dita estacionária ou invariante, quando tonar-se inalterada com a passagem do tempo, de forma que $\pi_{t+1} = \pi_t$. A distribuição estacionária deve satisfazer, de acordo com a lei de movimento da distribuição de probabilidade incondicional, a seguinte condição:

$$\begin{aligned} \pi' &= \pi' P, \\ \pi'(I - P) &= 0. \end{aligned}$$

Transpondo, temos,

$$(I - P')\pi = 0,$$

o que faz com que π seja um autovetor - normalizado para que satisfaça $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$ - associado a um autovalor unitário de P' . À matriz P é garantida a existência de ao menos um autovalor unitário e ao menos um autovetor que satisfaça a condição acima.

Por exemplo, para o caso de 3 estados, para um estado i as probabilidades de transição são dadas por:

$$p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} = 1.$$

Intuitivamente, precisamos estar em algum dos 3 estados possíveis. Estas probabilidades podem ser agrupadas em uma matriz de transição P :

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{bmatrix}.$$

Um vetor X é dito vetor-estado quando descreve a probabilidade de estarmos em cada estado em um determinado momento. Dada esta definição, a partir de um estado inicial podemos descobrir a probabilidade da variável estar no estado x_i em n passos à frente. Para descobrirmos o vetor-estado para um passo a frente basta multiplicar a matriz de transição P pelo vetor de estado antecedente:

$$X^{(1)} = P \cdot X^{(0)}$$

Dado o vetor inicial $X^{(0)}$, podemos efetuar o cálculo para n passos a frente, pois:

$$\begin{aligned} X^{(2)} &= PX^{(1)} = P^2X^{(0)}, \\ X^{(3)} &= PX^{(2)} = P^3X^{(0)}, \\ X^{(n)} &= PX^{(n-1)} = P^nX^{(0)}. \end{aligned}$$

A questão que se coloca é saber se o vetor de estados irá convergir, o que nem sempre ocorre. Podemos ter, por exemplo, um padrão oscilatório, de modo que a variável não converge para um vetor de estado estacionário π . No entanto, se pudermos sustentar que algumas propriedades se aplicam para a matriz de probabilidade de transição, então podemos

garantir que ela convergirá. Dada a propriedade de que as colunas somam um, temos que a unidade é um autovalor da matriz de transição P . É fácil verificar, pois:

$$P' \mathbf{1} = \mathbf{1}$$

onde $\mathbf{1}$ é um vetor ($N \times 1$) em que cada linha é representada pelo escalar 1. Se todos os demais autovalores estiverem dentro do círculo unitário, dizemos que a Cadeia de Markov é ergódica. É suficiente, no entanto que, a matriz P elevada em alguma potência tenha todas as entradas positivas para que seja ergódica. O autovetor v , associado ao autovalor $\mathbf{1}$ deve satisfazer:

$$Pv = \lambda v, \text{ logo, } Pv = v.$$

O autovetor v normalizado para que some 1 é o vetor π , que nos dá as probabilidades incondicionais, e é dito vetor ergódico de probabilidades de uma cadeia de Markov ergódica:

$$\pi' = (\pi_1, \dots, \pi_n) = (\Pr[S_t = 1], \Pr[S_t = 2], \dots, \Pr[S_t = n]).$$

Se P for uma matriz ergódica então satisfaz a propriedade:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P^n = \begin{bmatrix} \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 & \pi_1 \\ \pi_2 & \pi_2 & \pi_2 & \pi_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_n & \pi_n & \pi_n & \pi_n \end{bmatrix}.$$

Buscamos o vetor π que satisfaça as propriedades anteriores, então o calculamos de forma a satisfazer:

$$A\pi = e_{N+1}$$

em que $A_{(N+1) \times N} = \begin{bmatrix} I_N - P \\ \mathbf{1}' \end{bmatrix}$, $e_{N+1} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$. Multiplicando as equações por $(A'A)^{-1}A'$ temos: $\pi = (A'A)^{-1}A'e_{N+1}$.

Calculado o vetor π , gostaríamos de, por exemplo, usá-lo para iniciar as estimações dos modelos de mudança de regime markoviano pelo método da máxima verossimilhança. Podemos calcular também o tempo de duração de cada regime a partir dos elementos da matriz de transição. Por exemplo, para o regime 1 as probabilidades de duração de cada regime são dadas a partir de uma distribuição geométrica, isto é, calcular o número de

repetições até o primeiro sucesso, onde sucesso significa mudar de estado. Assim, por exemplo, para o regime 1 temos:

$$\begin{aligned}\Pr(D = 1) &= 1 - p_{11}, \\ \Pr(D = 2) &= (1 - p_{11})p_{11}, \\ \Pr(D = 3) &= (1 - p_{11})p_{11}^2, \\ &\vdots \\ \Pr(D = n) &= (1 - p_{11})p_{11}^{n-1}.\end{aligned}$$

A esperança da duração do regime 1 é dada por:

$$E(D) = \sum_{j=1}^{\infty} j \Pr(D = j) = \frac{1}{1 - p_{11}}.$$

Além disso, outras características das cadeias de Markov, por exemplo sua redutibilidade podem ser muito úteis. Uma cadeia de Markov de k estados é dita redutível quando possui algum estado que seja absorvente, ou seja, uma vez que se entra naquele regime não se pode mais sair. Isto ocorre, por exemplo, quando a matriz de transição é triangular superior. Uma vez que as colunas somam 1, o primeiro elemento da primeira coluna será necessariamente a unidade, de modo que a única transição possível quando se entra no estado 1 é dele para ele mesmo. Como dito anteriormente, uma matriz de transição redutível com estados absorventes é capaz capturar quebras acentuadas e tidas como determinantes em séries de tempo, ao mesmo tempo em que permite a repetição de tal evento no futuro. Por outro lado, se todos os regimes têm uma probabilidade não-condicional positiva, então o processo é chamado de irredutível. Estas e outras características das cadeias de Markov dão flexibilidade à modelagem de séries de tempo com mudanças de regime.

3.2.3 Hipóteses sobre os parâmetros e a variável de estado em um modelo de mudança de regime markoviano

Como vimos, a separação entre um modelo linear e não-linear é dada conforme as hipóteses assumidas acerca dos parâmetros de um modelo estatístico. Para ilustrar as consequências decorrentes destas hipóteses sobre os modelos econométricos, baseamo-nos na

exposição de Kim e Nelson (2000). No caso linear, uma regressão de um vetor y_t contra um vetor de variáveis exógenas do tipo

$$y_t = x_t\beta + e_t, \quad e_t \sim i. i. d. N(0, \sigma^2),$$

onde x_t tem dimensão $1 \times k$, pode ter seus parâmetros estimados pela maximização da função log-verossimilhança com respeito a seus parâmetros β e σ^2 . A função é dada por:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left(-\frac{(y_t - x_t\beta)^2}{2\sigma^2} \right) \right],$$

onde denotaremos a equação dentro do colchete por $f(y_t)$. Se permitirmos que os parâmetros sofram quebras estruturais teríamos:

$$y_t = x_t\beta_{S_t} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

$$e_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2),$$

$$\beta_{S_t} = \beta_0(1 - S_t) + \beta_1 S_t,$$

$$\sigma_{S_t}^2 = \sigma_0^2(1 - S_t) + \sigma_1^2 S_t,$$

$$S_t = 0 \text{ ou } S_t = 1.$$

Evidentemente, se os momentos em que ocorrem as mudanças de regime são conhecidos *a priori*, isto é, se conhecêssemos o valor de S_t para todo $t=1,2,\dots,T$, a variável não passaria de uma *dummy*, que aciona o regime 0 quando toma o valor 0 e o regime 1 quando toma o valor 1. A função log-verossimilhança neste caso é dada por:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{S_t}^2}} \exp \left(-\frac{(y_t - x_t\beta_{S_t})^2}{2\sigma_{S_t}^2} \right) \right],$$

onde a equação entre colchetes pode ser denotada por $f(y_t/S_t)$.

No entanto, não podemos escrever diretamente a função log-verossimilhança no caso em que a variável S_t não é observada, ou seja, quando não conhecemos os momentos de mudança nos parâmetros. Neste caso, pode-se usar um procedimento em dois passos. Primeiro, escrevemos a densidade conjunta de y_t e S_t como o produto das densidades condicional e marginal, de forma que:

$$f(y_t, S_t / \Psi_{t-1}) = f(y_t / S_t, \Psi_{t-1}) f(S_t / \Psi_{t-1})$$

onde Ψ_{t-1} condensa toda a informação passada até $t - 1$. Em seguida, somamos a densidade conjunta para todos os valores possíveis de S_t , isto é, integramos a densidade conjunta em S_t de modo a obter a densidade marginal de y_t :

$$\begin{aligned} f(y_t / \Psi_{t-1}) &= \sum_{S_t=0}^1 f(y_t, S_t / \Psi_{t-1}) \\ &= \sum_{S_t=0}^1 f(y_t / S_t, \Psi_{t-1}) f(S_t / \Psi_{t-1}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \exp\left(-\frac{(y_t - x_t\beta_0)^2}{2\sigma_0^2}\right) \Pr(S_t = 0 / \Psi_{t-1}) \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(y_t - x_t\beta_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \Pr(S_t = 1 / \Psi_{t-1}). \end{aligned}$$

Com isso, a função log-verossimilhança é dada por:

$$\begin{aligned} \ln L &= \sum_{t=1}^T f(y_t / S_t) \\ &= \sum_{t=1}^T \ln \left\{ \sum_{S_t=0}^1 f(y_t / S_t, \Psi_{t-1}) \Pr[S_t / \Psi_{t-1}] \right\} \end{aligned}$$

A densidade marginal de y_t , $f(y_t / \Psi_{t-1})$, pode ser interpretada como a média ponderada das densidades condicionais dadas $S_t = 0$ e $S_t = 1$, respectivamente. No entanto, ainda é preciso calcular os pesos $\Pr[S_t = 0 / \Psi_{t-1}]$ e $\Pr[S_t = 1 / \Psi_{t-1}]$ para obtermos a densidade marginal e

a desejada função log-verossimilhança, o que não pode ser feito sem algumas hipóteses *a priori* acerca do comportamento da variável não observada S_t .

Diferentes hipóteses acerca do comportamento da variável não-observada levam a distintas formas de abordar o problema da mudança de regime. Do caso mais simples para o caso mais complexo, Kim e Nelson (2000) exibem três abordagens: (i) ausência de correlação serial e mudança de regime independente, (ii) ausência de correlação serial e estrutura de dependência na mudança de regime: o caso markoviano e (iii) correlação serial de dados observados e mudança de regime markoviano. O primeiro caso envolve um procedimento simples: considerando que $\Pr [S_t = j/\Psi_{t-1}] = \Pr [S_t = j]$, basta maximizar a função log-verossimilhança com relação aos parâmetros $\beta_0, \beta_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2$ e p_0 . O segundo caso envolve maior complexidade ao considerar a possibilidade da variável discreta não observada, S_t , depender de seus valores passados $S_{t-1}, S_{t-2}, S_{t-3}, \dots, S_{t-r}$. Diante disso, um procedimento em dois passos sugerido em Kim e Nelson (2000) pode ser utilizado para estimação dos parâmetros. O algoritmo, contudo, precisa de valores iniciais para $\Pr [S_0/\Psi_0]$ podendo ser utilizadas as probabilidades não-condicionais ou ergódicas para inicializar o processo. Sendo o último caso de nosso maior interesse, este será apresentado a seguir. Para maiores discussões sobre outros casos, ver Kim e Nelson (2000).

3.3 Autocorrelação serial nas observações: o caso dos modelos autoregressivos univariados com mudança de regime markoviano

É comum em estudos de séries de tempo considerar a correlação serial entre as observações ao longo do tempo. Isto pode ser feito através de modelos autoregressivos com mudança de regime markoviano¹⁸. O problema no caso amplo com coeficientes autoregressivos até ordem k , M estados e mudança de regime na média e na variância seguindo uma cadeia de Markov de primeira ordem pode ser expresso como:

$$\phi(L)(y_t - \mu_{S_t}) = e_t, \quad e_t \sim N(0, \sigma_{S_t}^2),$$

$$\Pr [S_t = j/S_{t-1} = i] = p_{ij}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M,$$

¹⁸ Krolzig (1997) derivou resultados gerais acerca da relação entre modelos com mudança de regime markoviano autoregressivos e modelos ARMA não-normais, generalizados para o caso multivariado. Dentre os resultados apresentados, o autor mostra as representações VARMA geradas pelos modelos com mudança de regime markoviano autoregressivos multivariados. [Krolzig, 1997, capítulo 3].

$$\sum_{j=1}^M p_{ij} = 1,$$

$$\mu_{S_t} = \mu_1 S_{1t} + \mu_2 S_{2t} + \dots + \mu_M S_{Mt},$$

$$\sigma_{S_t}^2 = \sigma_1^2 S_{1t} + \sigma_2^2 S_{2t} + \dots + \sigma_M^2 S_{Mt},$$

onde $S_{mt} = 1$ se $S_t = m$, e $S_{mt} = 0$ caso contrário¹⁹. Para se ter melhor compreensão do problema utilizaremos o exemplo mais simples de um AR(1), embora o caso de ordens maiores, AR(k), seja facilmente acessado²⁰. Assim, temos:

$$(y_t - \mu_{S_t}) = \phi_1 (y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}}) + e_t, \quad e_t \sim i. i. d. N(0, \sigma_{S_t}^2),$$

A partir daí temos novamente duas possibilidades. Caso conhecêssemos o momento da quebra de regime *a priori* para todos instantes, a variável S_t funcionaria como uma dummy e o cômputo da densidade condicional e da função de log-verossimilhança seria simples:

$$f(y_t / \Psi_{t-1}, S_t, S_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{S_t}^2}} \exp\left(-\frac{\{(y_t - \mu_{S_t}) - \phi_1(y_{t-1} - \mu_{S_{t-1}})\}^2}{2\sigma_{S_t}^2}\right)$$

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln (f(y_t / \Psi_{t-1}, S_t, S_{t-1})).$$

Em seguida, bastaria maximizar a função log-verossimilhança com relação aos parâmetros do modelo, obter as condições de primeira ordem e resolver o sistema homogêneo resultante, para cada valor de S_t e S_{t-1} .

No entanto, o caso em que S_t é não-observável exige um cuidado maior pois sob essa circunstância não podemos obter o máximo de $\ln L$ com relação a seus parâmetros

¹⁹ É possível também introduzir a mudança de regime nos coeficientes das variáveis autoregressivas. Tal hipótese implica distintos padrões dinâmicos nos estados e introduz assimetrias ao longo do tempo. O modelo com coeficientes autoregressivos com mudança de regime pode ser escrito da seguinte forma:

$Y_t = \delta_{S_t,1} Y_{t-1} + \dots + \delta_{S_t,r} Y_{t-r} + c_{S_t} + e_t$ com $e_t \sim i. i. d. N(0, \sigma_{S_t}^2)$. Para maiores detalhes sobre estes modelos, Krolzig (1997) e Frühwirth-Schnatter (2006) são boas referências.

²⁰ Para comentários ver Kim e Nelson (2000).

diretamente. É preciso algum procedimento que extraia a densidade de y_t dada a informação passada Ψ_{t-1} , sob a condição de S_t e S_{t-1} desconhecidos. Kim e Nelson (2000) propõem um procedimento em dois passos, considerando a densidade conjunta de y_t , S_t e S_{t-1} . Primeiramente, obtém-se a densidade conjunta de y_t , S_t e S_{t-1} dado Ψ_{t-1} . Pelo teorema de Bayes,

$$f(y_t, S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}) = f(y_t/\Psi_{t-1}, S_t, S_{t-1})P[S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}].$$

Em seguida, calcula-se $f(y_t/\Psi_{t-1})$ como:

$$\begin{aligned} f(y_t/\Psi_{t-1}) &= \sum_{S_t=1}^M \sum_{S_{t-1}=1}^M f(y_t, S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}) \\ &= \sum_{S_t=1}^M \sum_{S_{t-1}=1}^M f(y_t/S_t, S_{t-1}, \Psi_{t-1})P[S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}], \end{aligned}$$

ou seja, escrevemos a densidade marginal, $f(y_t/\Psi_{t-1})$, como uma média ponderada onde os pesos são dados por $P[S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}]$, $i = 1, \dots, M$ e $j = 1, \dots, M$. Com isso, a função log-verossimilhança pode ser escrita como:

$$\ln L = \sum_{t=1}^T \ln \left\{ \sum_{S_t=1}^M \sum_{S_{t-1}=1}^M f(y_t/S_t, S_{t-1}, \Psi_{t-1})P[S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}] \right\}.$$

No entanto, ainda persiste o problema de calcular $P[S_t, S_{t-1}/\Psi_{t-1}]$. Este componente pode ser obtido por um processo conhecido como filtragem que será explicado em seção posterior.

3.4 Estimação

A estimação destes modelos é comumente realizada pelo método da máxima verossimilhança. Tal procedimento mostra-se bastante flexível, podendo ser aplicado às mais diversas classes de modelos, bastando apenas fazer alguma suposição sobre a distribuição dos dados. Outras vantagens envolvem suas propriedades estatísticas. Os estimadores de máxima

verossimilhança em geral são consistentes, assintoticamente normais e assintoticamente eficientes, uma vez que freqüentemente possuem menor variância que outros métodos. Além disso, diferentemente do método de mínimos quadrados, que utilizam os dois primeiros momentos apenas, a estimação por máxima verossimilhança incorpora toda a informação em um modelo ao trabalhar com a distribuição conjunta das observações. No entanto, o método também possui algumas desvantagens como, por exemplo, sensibilidade aos valores iniciais e à especificação da distribuição, viés em pequenas amostras e possibilidade de fornecer um ótimo local e não global.

A função densidade conjunta de um vetor de observações $\tilde{y}_T = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_T]$ no caso discreto é dada pela probabilidade de obtermos determinado valor ou conjunto de valores de \tilde{y}_T dado um vetor de parâmetros k -dimensional, θ . Isto é, $f(\tilde{y}_T/\theta)$. Na prática econométrica, contudo, o que ocorre geralmente é dispormos de informação, fornecida por dados de uma amostra ou realizações de valores de \tilde{y}_T , mas nenhum conhecimento sobre θ . Assim, a função de densidade conjunta pode ser reescrita como uma função de verossimilhança. Tal função fornece a plausibilidade de que determinada amostra advenha, de fato, de uma população cuja função de densidade conjunta seja dada por $f(\cdot)$ com vetor de parâmetros θ , ou seja, $L(\theta/\tilde{y}_T)$.

O método de estimação por máxima verossimilhança consiste em encontrar o vetor $\hat{\theta}$ que maximiza a função acima ou, mais comumente, o logaritmo neperiano desta função de forma que:

$$\hat{\theta}_{ML} = \text{Argmax} \ln L(\theta/\tilde{y}_T).$$

É possível ainda demonstrar que o estimador de máxima verossimilhança é consistente e assintoticamente eficiente, no sentido de que sua matriz de covariância atinge o limite inferior da desigualdade de Rao-Cramer²¹. Há ainda, contudo, algumas observações sobre a estimação que merecem comentários.

Primeiramente, para maximizarmos a função de verossimilhança é preciso primeiramente obtê-la. No caso de observações independentes, esta função é meramente o

²¹ Tal desigualdade é expressa, para um estimador não-viesado, como $\sigma_Y^2 \geq \frac{1}{nE\left[\left(\frac{\partial \ln f(X,\theta)}{\partial \theta}\right)^2\right]}$, onde o denominador

indica o número de informações de Fischer contidos na amostra. O número de informações dá um limite para a matriz de covariância do melhor estimador não viesado de θ . À medida que este número fica maior e temos mais informações sobre θ , temos um limite menor. Quando a igualdade é atingida, dizemos que o estimador é eficiente. Para uma discussão didática sobre o tema, ver Casella e Berger (2002) ou Hogg et.al (2004).

produto – ou, no caso de seu logaritmo natural, a soma – da densidade marginal de cada observação individual, isto é,

$$L(\theta/\tilde{y}_T) = \prod_{t=1}^T f(y_t/\theta).$$

Entretanto, o caso de observações dependentes não é tão trivial e exige a separação de dois termos dentro do produtório:

$$L(\theta/\tilde{y}_T) = \prod_{t=2}^T f(y_t/\tilde{y}_{t-1}, \theta) f(y_1/\theta).$$

O primeiro termo indica a densidade condicional e o segundo a densidade marginal de y_1 . Ocorre que a obtenção do primeiro termo não é direta; Harvey (1990) provê um exemplo em que esta dificuldade é encontrada em séries de tempo dinâmicas e o método proposto para contorná-la, sob certas hipóteses, que envolve um procedimento de decomposição do erro de previsão, conhecido como Filtro de Kalman.

Além disso, considerando a superfície de verossimilhança, se o máximo estiver bem definido, a região onde ele se localiza possui uma curvatura bem definida e os dados contêm muita informação sobre o parâmetro. Se, pelo contrário, essa região tiver uma curvatura “pouco definida” haverá dificuldades na obtenção dos estimadores. Nesse caso, o procedimento de maximização da função de verossimilhança pode não ser simples, devendo-se recorrer a outras técnicas iterativas ou algoritmos de maximização.

A estimação dos modelos de muitos modelos, inclusive os de mudança de regime markoviano, é geralmente feita através de um processo de otimização numérica não-linear cujo objetivo é maximizar a função de verossimilhança. Dado algum conjunto de valores iniciais para os parâmetros, novas estimativas são obtidas através do cômputo da derivada de primeira ordem da função avaliada neste ponto. Isto produz novas estimativas para os parâmetros que, ao serem imputadas de volta na função de verossimilhança, geram um novo valor para essa função. Este valor é então comparado com aquele obtido na iteração imediatamente anterior; se maior, repete-se o processo com as novas estimativas encontradas, obtendo-se um novamente outro valor para a função de verossimilhança, que é novamente comparado com a anterior, repetindo o processo de iteração até que a convergência seja

atingida. O grande problema é que o resultado final passa a ser muito sensível aos valores com que o algoritmo é iniciado. Assim, dependendo das características dos dados pode-se encontrar diversos valores ótimos para a função de verossimilhança²². Goodwin (1993) sugere que a maximização, neste caso, seja feita para diferentes valores iniciais dos parâmetros. Além disso, muitas vezes é preciso restringir o espaço paramétrico de tal forma que os parâmetros fiquem limitados a determinado intervalo. Exemplos de tais restrições podem ser encontrados em Kim e Nelson (2000).

Diante destes problemas, alguma técnica deve ser utilizada para obter os parâmetros do modelo. Dempster, Laird e Rubin (1977) introduziram um algoritmo para maximização da função de verossimilhança em uma classe geral de modelos onde há valores faltantes ou as séries de tempo observadas dependem de variáveis estocásticas não-observáveis, conhecida como *Expectation-Maximization Algorithm* ou Algoritmo EM. Este algoritmo foi sugerido por Hamilton (1990) como alternativa para a estimação dos parâmetros de modelos de séries de tempo sujeitos a mudança de regime. Trata-se de um procedimento iterativo que consiste em dois passos na k -ésima iteração; um de formação de expectativas, o que corresponde a encontrar as probabilidades suavizadas da variável de estado e outro de maximização de verossimilhança²³.

Sendo θ um vetor com todos os parâmetros desconhecidos do modelo, o algoritmo procede da seguinte maneira: primeiro, dadas as estimativas dos parâmetros ($\theta^{(k-1)}$) obtidas da $(k-1)$ -ésima iteração, forma-se as expectativas das variáveis não-observadas, isto é, obtêm-se as probabilidades suavizadas de S_t , $\Pr(S_t/\Psi_T)$, $t=1,2,\dots,T$. No segundo passo, maximiza-se a função de verossimilhança com relação aos parâmetros do modelo, condicionando-se nas expectativas das variáveis não-observadas, resultando em ($\theta^{(k)}$). Dado um valor inicial, $\theta^{(0)}$, a cada passo de maximização obtém-se um novo valor para as estimativas dos parâmetros. Em seguida, as expectativas são refeitas novamente, de forma que, a cada iteração obtêm-se um valor maior da função de verossimilhança até a convergência de $\theta^{(k)}$. Com isso, cada iteração do EM envolve um passo do filtro e do alisamento, seguida de uma atualização da condição de primeira ordem e dos parâmetros estimados, o que garante a subida do valor da função log-verossimilhança.

²² Este problema está relacionado também ao fato de o processo de maximização envolver uma soma de distribuições, de modo que podem ser encontrados máximos locais e não globais da função.

²³ O algoritmo em geral é usado quando os dois passos podem ser implementados de maneira eficiente em termos computacionais, com expressões analíticas explícitas para a esperança.

Uma potencial vantagem do algoritmo EM é sua simplicidade e sua capacidade de apresentar soluções fechadas para os parâmetros no passo da maximização. Além disso, o algoritmo não requer nenhuma técnica de otimização numérica como o método de Newton-Raphson e é robusto com respeito a valores iniciais ruins escolhidos para os parâmetros, movendo-se rapidamente para uma região razoável da superfície de verossimilhança.

Outra maneira de abordar os modelos de mudança de regime markoviano é reformulá-los em um formato estado-espço, obtendo duas equações: uma de medida e outra de transição. A primeira descreve a evolução do vetor $N \times 1$ de variáveis observadas em função de um vetor $J \times 1$ de variáveis não observadas β_t e um vetor $K \times 1$ de variáveis fracamente exógenas ou dependentes defasadas, enquanto a segunda descreve a dinâmica do vetor de variáveis de estados não-observados como função de um vetor $L \times 1$ de choques v_t e de valores defasados do vetor β_t , ou seja,

$$y_t = H_{S_t} \beta_t + A_{S_t} z_t + e_t, \quad \text{equação de medida}$$

$$\beta_t = \tilde{\mu}_{S_t} + F_{S_t} \beta_{t-1} + G_{S_t} v_t, \quad \text{equação de transição}$$

$$\begin{pmatrix} e_t \\ v_t \end{pmatrix} \sim N \left(0, \begin{pmatrix} R_{S_t} & 0 \\ 0 & Q_{S_t}^* \end{pmatrix} \right),$$

onde H_{S_t} é de dimensão $N \times J$, A_{S_t} é de dimensão $N \times K$, F_{S_t} é de dimensão $J \times J$, G_{S_t} é de dimensão $J \times L$ e o subscrito S_t indica que alguns dos parâmetros estão sujeitos a uma mudança de regime markoviana com matriz de transição $P_{M \times M}$ com M estados. Os hiperparâmetros das duas equações podem ser estimados por métodos clássicos, como o já mencionado Filtro de Kalman ou através de uma abordagem bayesiana²⁴. Ambas as abordagens envolvem também um procedimento de dois passos - um de previsão e construção do erro quadrático médio e outro de atualização – até que a convergência seja atingida.

Um dos problemas relacionados com estes métodos em modelos com mudança de regime markoviano é de cunho computacional. Isto porque, como os estados são desconhecidos, o passo de previsão produz equações para cada possível combinação entre estado presente e passado, a cada período e para cada equação de previsão, surge uma matriz

²⁴ Para uma boa exposição do filtro de Kalman e suas aplicações a séries econômicas, ver Harvey (1989). Já a abordagem bayesiana pode ser acessada em Frühwirth-Schnatter (2006). Kim e Nelson (2000) expõem ambos os métodos.

de erro quadrático médio distinta. Por exemplo, no caso de uma cadeia de Markov de primeira ordem governando a variável de estado, com 2 estados, existem quatro possibilidades: $S_t = 1$ e $S_{t-1} = 1$, $S_t = 1$ e $S_{t-1} = 2$, $S_t = 2$ e $S_{t-1} = 1$ e $S_t = 2$ e $S_{t-1} = 2$. Dessa forma, são computadas, a cada passo, quatro equações de previsão: $E(\beta_t/\psi_{t-1}, S_t = 1, S_{t-1} = 1)$, $E(\beta_t/\psi_{t-1}, S_t = 1, S_{t-1} = 2)$, $E(\beta_t/\psi_{t-1}, S_t = 2, S_{t-1} = 1)$, $E(\beta_t/\psi_{t-1}, S_t = 2, S_{t-1} = 2)$ e os respectivos erros de previsão, o que levaria a mais de 1000 possibilidades quando as iterações chegassem à data $t=10$ no caso com 2 regimes. Isto é, a cada passo, produz-se M^2 novas equações, onde M representa o número de estados.

Para lidar com este problema, Kim (1994) elaborou um algoritmo combinando dois outros filtros – Filtro de Kalman e Filtro de Hamilton – de modo a, introduzindo uma aproximação, diminuir a matriz de estimativas posteriores de $M \times M$ para M, reduzindo o número de parâmetros a serem estimados e os esforços computacionais derivados. O algoritmo envolve processos de suavização²⁵ e filtragem em um modelo com mudança de regime markoviano onde a estimação é dada pelo método da máxima verossimilhança. Imponde-se algumas restrições, o algoritmo pode ser usado com fins de inferência sobre qualquer modelo dinâmico de séries de tempo que possa ser colocado no formato estado-espço. Para uma análise completa do filtro de Kim ver Kim (1994) e Kim e Nelson (2000).

3.5 Discussão adicional e problemas relacionados

Na prática, o maior problema na estimação de modelos de mudança de regime markoviano refere-se à determinação do número de estados. Isto porque os testes de determinação da hipótese nula de $n-1$ regimes contra a alternativa de n regimes não possuem distribuição padrão, uma vez que a hipótese nula não é identificada devido à presença dos parâmetros de distúrbio (*nuisance parameters*) correspondentes às probabilidades de transição. Assim, o procedimento de teste de hipótese através do teste da razão de verossimilhança não é válido pois as probabilidades associadas com o regime adicional não são identificadas sob a hipótese nula, violando as condições de regularidade do teste.

Como aponta Moraes (2003), existem diversos testes para verificação da não-linearidade com uma distribuição nula assintótica. Hansen (1992) propõem um teste onde a estrutura auto-regressiva depende do estado, enquanto Garcia (1998) propõem um teste com

²⁵ Ao realizar inferência com base em toda amostra, podemos usar $\Pr(S_t = j/\Psi_T)$, $t = 1, 2, 3, \dots$, no lugar de $\Pr(S_t = j/\Psi_t)$, $t = 1, 2, 3, \dots$. Enquanto a primeira é chamada probabilidade suavizada, a segunda é chamada probabilidade filtrada.

modelo univariado, estrutura auto-regressiva não-dependente de estado e probabilidades de transição tempo-invariantes. Sichel (1994) e Garcia e Perron (1996) oferecem testes em modelos com mais de dois estados; já Filardo (1994) permite que as probabilidades de transição sejam funções de informações exógenas. Ghysels (1994) faz um teste para linearidade na presença de sazonalidade, Cecchetti, Lam e Mark (1990) e Durland e McCurdy (1994) consideram a duração do regime e Bonomo e Garcia (1996) realizam um teste com estimativa bivariada.

No entanto, existem outras alternativas aos testes de linearidade que permitem a escolha do número de regimes adequado, o qual pode ser maior que dois. Uma delas é, fixada a forma funcional, utilizar critérios de informação como Akaike, Schwartz ou Hannan-Quinn para selecionar o modelo com melhor ajuste aos dados. Outra alternativa é considerar uma aproximação assintótica do teste da razão de verossimilhança, como em Laurini e Portugal (2002) realizando testes de especificação para escolher o melhor modelo. Há também casos onde a determinação do número de regimes se dá com base na teoria e fatos estilizados da literatura econômica, como em Correa e Hillbrecht (2004).

Outra questão importante é a determinação da forma funcional, isto é, decidir quais parâmetros do modelo devem estar sujeitos à mudança de regime. Ao contrário da determinação do número de regimes, os testes de especificação para encontrar a forma funcional mais apropriada em relação à mudança nos parâmetros possuem distribuição-padrão, podendo ser usado o teste da razão de verossimilhança em sua verificação. Este teste requer a estimação de um modelo restrito com parâmetros λ_r , e um modelo não-restrito com parâmetros λ_u e testa a hipótese $h(\lambda_r) = 0$ contra uma alternativa unilateral ou não. Assim, calcula-se o valor da função de verossimilhança no ponto de máximo com e sem restrição. Se a restrição for verdadeira, os valores da função de verossimilhança avaliada em λ_r e λ_u devem ser próximos, indicando a veracidade da restrição. A questão de quão próximos são estes valores estatisticamente é abordada calculando-se:

$$LR = 2[\ln(\hat{\lambda}_u) - \ln(\hat{\lambda}_r)] \sim \chi_{u-r}^2,$$

onde $\hat{\lambda}_u$ é o estimador de máxima verossimilhança irrestrito, com u parâmetros, $\hat{\lambda}_r$ é o estimador de máxima verossimilhança restrito, com r parâmetros e, portanto, $u - r$ é o número de restrições e LR tem distribuição Qui-quadrado com $u - r$ graus de liberdade. Contudo, para utilização deste teste na determinação da forma funcional, uma condição

necessária é que o número de regimes permaneça o mesmo, isto é, comparamos modelos com o mesmo número de regimes.

Por fim, pode-se verificar a adaptação destes modelos aos dados utilizando testes de especificação como proposto em Hamilton (1996). Pode-se dividir os testes em dois grupos: o primeiro testa a hipótese nula de que as estatísticas obtidas de uma função *score* não são autocorrelacionados utilizando um teste de White. O segundo grupo aplica o teste do multiplicador de Lagrange para vários tipos de erros de especificação dinâmica²⁶. Com o teste de White pode-se realizar (i) teste de especificação dinâmica de autocorrelação, onde se calcula a derivada do log da função de verossimilhança condicional em relação à média sob hipótese nula de ausência de autocorrelação e distribuição assintótica $\chi^2_{(M^2)}$ (ii) teste de especificação dinâmica para efeito ARCH, onde se calcula a derivada do log da função de verossimilhança condicionada na variância de cada regime e onde a hipótese nula é de ausência de efeito ARCH e a distribuição assintótica é $\chi^2_{(M^2)}$ e (iii) teste de especificação dinâmica para a validade da hipótese de regime markoviano, onde se calcula a derivada do log da função de verossimilhança condicional em relação às probabilidades de transição p_{ii} e cuja a hipótese nula é de especificação de Markov e a distribuição assintótica da estatística de teste é $\chi^2_{(2M)}$.

No caso dos testes de multiplicador de Lagrange utiliza-se quatro especificações. A primeira testa autocorrelação no regime 1, com hipótese nula de ausência de autocorrelação. A segunda realiza o mesmo teste para o regime 2. A terceira testa autocorrelação entre regimes, com hipótese nula de ausência de autocorrelação. Por fim, a quarta especificação testa a existência de efeito-ARCH, com hipótese nula de ausência de efeito ARCH. Todos eles têm estatística de teste com distribuição assintótica $\chi^2_{(1)}$. Hamilton (1996) utilizou estes testes para verificar a capacidade do modelo de captar as características não-lineares presentes nos dados.

Por fim, também pode-se utilizar a estatística de Portmanteau, surgida em Box e Pierce (1970). Tal medida representa uma teste de *goodness of fit* em modelos estacionários

²⁶ Os teste de multiplicador de Lagrange, assim como o de White, assim como o teste da razão de verossimilhança, envolvem comparações entre modelos restritos e irrestritos e a proximidade do valor da função de máxima verossimilhança em cada em desses pontos. O primeiro requer a estimação apenas do modelo com restrição e compara o score da função de verossimilhança avaliado em $\hat{\lambda}_r$ com o valor zero, uma vez que neste ponto (*score* nulo) a função de verossimilhança atinge um ponto crítico, o qual espera-se que seja seu máximo, comparando, portanto a tangente em λ_r com a tangente em λ_u . A estatística de teste é dada por $LM = S(\lambda_u)' [I(\lambda_u)]^{-1} S(\lambda_u) \sim \chi^2_r$. Já o teste de Wald exige apenas a estimação do modelo não-restrito e o cômputo da variância de $h(\lambda_u)$ e testa se o modelo irrestrito está próximo de satisfazer a restrição. A estatística de teste é dada por: $W = h(\lambda_r)' [Var(h(\lambda_r))]^{-1} h(\lambda_r) \sim \chi^2_r$.

autoregressivos e de médias móveis. Sob H_0 , a estatística é assintoticamente distribuída como uma Qui-Quadrado com $s-p$ graus de liberdade onde s é o número de restrições impostas e p a ordem autoregressiva. Um valor da estatística maior que $2s$ sugere uma má-especificação para s grande. No entanto, valores pequenos da estatística devem ser tratados com cautela, uma vez que as correlações dos resíduos são viesadas para zero (como no teste de Durbin-Watson) quando variáveis dependentes defasadas são incluídas.

3.6 Modelos Multivariados: MS-VAR

Mudanças comuns ao longo dos ciclos de diferentes variáveis poderiam ser abordados pela metodologia dos vetores autoregressivos, VAR. Quando o sistema está sujeito a mudanças de regime, os parâmetros do processo VAR se tornam variantes no tempo. Contudo, o processo ainda pode ser tempo-invariante condicionado em alguma variável de regime não-observada. Modificações nessa classe de modelos para incorporar estas situações podem ser realizadas; quando tais mudanças apresentarem propriedades markovianas, o VAR tradicional se transforma em um MS-VAR. Assim, os modelos MS-VAR representam uma generalização da classe de modelos VAR finitos de ordem p .

Considere o processo autoregressivo de ordem p linear para um vetor de ordem K de uma série de tempo $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$, com $t = 1, 2, \dots, T$:

$$y_t = v + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t,$$

onde $u_t \sim IID(0, \Sigma)$ e y_0, \dots, y_{1-p} são fixos. Assume-se que as raízes do polinômio $A(L) = I_K - A_1 L - \dots - A_p L^p$ de dimensão $K \times K$ não se encontram dentro ou sobre o círculo unitário $|A(z) \neq 0|$ para $|z| \leq 1$, onde L é um operador de defasagem tal que $y_{t-j} = L^j y_t$. Se a distribuição de u_t for Normal, a equação acima será a forma de intercepto de um modelo VAR(p) Gaussiano, que pode ser reparametrizado como:

$$y_t - \mu = A_1 (y_{t-1} - \mu) + \dots + A_p (y_{t-p} - \mu) + u_t \quad (9)$$

onde $\mu = (I_K - \sum_{j=1}^p A_j)^{-1} v$ é um vetor de dimensão $K \times 1$ que representa a média de y_t .

Se a série analisada estiver sujeita a diferentes regimes, a estrutura linear tempo-invariante do modelo VAR não será adequada. Assumindo que os parâmetros do processo

gerador de dados subjacente da série observada, y_t , dependem de uma variável não observada de regime, s_t , e que a realização dessa variável é governada por um processo estocástico markoviano com tempo e regimes discretos, como apresentado anteriormente, podemos imputar mudanças de regime no VAR(p), obtendo um MS(M)-VAR(p), em que (M) é o número de estados não observados e (p) é a ordem do vetor autoregressivo.

$$y_t - \mu(s_t) = A_1(s_t)(y_{t-1} - \mu(s_{t-1})) + \dots + A_p(s_t)(y_{t-p} - \mu(s_{t-p})) + u_t$$

onde $u_t \sim NID(0, \Sigma(s_t))$ e $\mu(s_t), A_1(s_t), \dots, A_p(s_t), \Sigma(s_t)$ são parâmetros sujeitos a mudanças de regime governadas pela variável não-observada, s_t , ou seja, parâmetros que descrevem a dependência dos parâmetros $\mu, A_1, \dots, A_p, \Sigma$ da realização do regime s_t .

Após uma mudança de regime, ocorre um salto na média do processo do modelo acima. Seria mais razoável, para diversas séries econômicas, que a média se aproximasse suavemente de um novo patamar após a transição para o novo estado. Isto pode ser feito usando-se um termo de intercepto dependente do regime:

$$y_t = v(s_t) + A_1(s_t)y_{t-1} + \dots + A_p(s_t)y_{t-p} + u_t \quad (11)$$

Krolzig (1997) mostra que as duas formas - ajustada pela média e com intercepto - apresentam diferentes dinâmicas de ajuste das variáveis observáveis após uma mudança de regime, diferente do que ocorre no caso linear²⁷. Enquanto uma mudança de regime permanente na média leva a um salto na série observada em direção ao seu novo nível, uma mudança permanente de regime no intercepto seria idêntica a um choque equivalente na série de ruído branco, de forma que o ajuste para a nova média é suave. Vale lembrar, contudo, como destaca Krolzig (1997), que as especificações MSI e MSM são equivalentes se o processo autoregressivo é de ordem zero, caso conhecido como modelo de cadeia de Markov oculta (*hidden Markov chain model*).

Cabe ressaltar ainda que a classe dos modelos MS-VAR mostra-se flexível, podendo apresentar uma variedade de especificações, que incorporam heteroscedasticidade, parâmetros autoregressivos, regressores exógenos, etc. No entanto, apesar desta flexibilidade, em alguns estudos empíricos é mais desejável que apenas alguns dos parâmetros estejam sujeitos à

²⁷ No capítulo 3 de Krolzig (1997) o autor mostra que as funções de autocorrelação são diferentes para os dois processos quando há mudança de regime.

quebra estrutural governada pela cadeia de Markov. A nomenclatura utilizada por Krolzig (1997) juntamente com o prefixo MS para se referir aos parâmetros sob esta condição é facilmente interpretável:

M – *Markov Switching Mean* ou mudança de regime markoviano na média

I – *Markov Switching Intercept* ou mudança de regime markoviano no intercepto

A – *Markov Switching Autoregressive parameters* ou mudança de regime markoviano nos parâmetros autoregressivos

H – *Markov Switching Heteroskedasticity* ou mudança de regime markoviano na variância

As diferentes combinações possíveis e suas nomenclaturas são expressas na tabela seguinte retirada de Krolzig (1997):

		MSM		MSI	
		μ Variável	μ Invariável	ν Variável	ν Invariável
A_j Invariável	\sum Invariável	MSM-VAR	Linear M-VAR	MSI-VAR	Linear M-VAR
	\sum Variável	MSMH-VAR	MSH-VAR	MSIH-VAR	MSH-VAR
A_j Variável	\sum Invariável	MSMA-VAR	MAS-VAR	MSIA-VAR	MAS-VAR
	\sum Variável	MSMAH-VAR	MSAH-VAR	MSIAH-VAR	MSAH-VAR

Uma característica importante destes modelos é sua linearidade quando na representação estado-espço, como demonstrado no capítulo 3 de Krolzig (1997). Dali sabe-se que os processos MS(M)-VAR(p) possuem uma representação VARMA, caracterizando-se melhor, portanto, como processos não-normais ao invés de não-lineares. Assim, MSM-VAR e MSI-VAR representam uma subclasse de processos MS-VAR para os quais é possível obter analiticamente previsores ótimos e também algoritmos computacionalmente eficientes. Os parâmetros do modelo e as probabilidades de transição que governam a cadeia de Markov de estados não observados são estimados maximizando-se a função de verossimilhança com técnicas iterativas, como o algoritmo de Maximização-Expectativa (EM) descrito nas sessões, anteriores ou procedimentos de otimização numérica, embora outros métodos possam ser usados.

É importante destacar que as características discutidas até agora consideram um processo MS-VAR estacionário e estável, com as variáveis do sistema possuindo primeiro e segundo momento condicional tempo-invariante ou que a estacionariedade pode ser obtida

pela remoção da tendência estocástica das variáveis integradas através de diferenciação. No entanto, tal procedimento pode não ser válido caso as variáveis integradas cointegrem, fazendo com que exista uma combinação linear das variáveis em nível que seja estacionária. Utilizando um MSI-VAR, é fácil reconhecer a possibilidade de cointegração nos modelos com mudança de regime markoviano:

$$y_t = v(s_t) + \sum_{i=1}^p A_i y_{t-i} + u_t, \quad u_t \sim Ni. i. d. (0, \Sigma)$$

onde A_i é a matriz dos coeficientes de ordem $K \times K$. O polinômio característico reverso do sistema é dado por:

$$|A(z)| = |I_K - A_1 z - \dots - A_p z^p|.$$

Caso $|A(z)|$ possua uma ou mais raízes unitárias para $z=1$, $|A(1)| = 0$ e todas as outras raízes fora do círculo unitário, $|A(z)| \neq 0$ para $|z| \leq 1, z \neq 1$, as variáveis do vetor y_t são integradas e possivelmente cointegradas. Considerando ordem de integração igual à unidade para facilitar a exposição, o processo y_t , $I(1)$, é dito cointegrado se há pelo menos uma combinação linear das variáveis, $c'y_t$, estacionária, podendo haver até $K-1$ cointegrações linearmente independentes. Os desvios do equilíbrio são dados por um processo estocástico $z_t = c'y_t - E(c'y_t)$.

A interpretação que se dá ao fenômeno da cointegração é que a trajetória das variáveis no tempo é influenciada pelo desvio do equilíbrio de longo prazo e que tal equilíbrio, por sua vez, influencia a resposta das variáveis de curto prazo levando novamente ao equilíbrio do sistema. Assim, há uma dinâmica das variáveis de curto prazo que são afetadas por choques transitórios, ao passo que o seu comportamento de longo prazo é influenciado por choques permanentes. À dinâmica dessa influência dos desvios do equilíbrio de longo prazo na trajetória das variáveis cointegradas ao longo do tempo dá-se o nome de correção de erros.

Pelo teorema da representação de Granger existe uma relação entre um modelo de correção de erros e o fato de as variáveis de um sistema serem cointegradas, uma vez que em um conjunto de variáveis $I(1)$ cointegração e correção de erros são representações equivalentes. Subtraindo y_{t-1} dos dois lados da equação e rearranjando os termos, podemos

encontrar a forma de correção de erros, VEC, do modelo com mudança de regime no intercepto:

$$\Delta y_t = v(s_t) + \sum_{i=1}^{p-1} D_i \Delta y_{t-i} + \Pi y_{t-p} + u_t,$$

onde $D_i = -(I_K - \sum_{j=1}^i A_j)$, $i = 1, \dots, p-1$ e $\Pi = I_K - \sum_{j=1}^p A_j = A(1)$ é singular. A equação acima é denotada por MSCI(M,r)-VAR(p), onde r representa o posto de cointegração e p a ordem do processo autoregressivo multivariado. Ademais, consideramos o caso de sistemas com $0 < r < K$, de forma que y_t não é estacionário ($r = K, \Pi$ irrestrito) nem puramente estacionário ($r = K, \Pi$ irrestrito). Nessas condições vale notar que, pelo Teorema de Granger, a matriz Π , da mesma forma que no caso linear, pode ser reescrita como um produto entre duas matrizes BC , onde $B_{(K \times r)}$ é chamada matriz de ajustamento e $C_{(r \times K)}$ é a matriz de cointegração.

Outras formulações possíveis são: (i) considerar uma mudança de regime com intercepto irrestrito, $D(L)\Delta y_t = v(s_t) + BCy_{t-p} + u_t$, (ii) mudança de regime no termo de deslocamento $\mu(s_t)$, tal que $D(L)(\Delta y_t - \mu(s_t)) = B(Cy_{t-p} - \delta) + u_t$, onde $\delta_{(r \times 1)}$ e $\mu(s_t) = C \perp \mu(s_t)^*$ é um vetor $(K \times 1)$ com $K-r$ parâmetros livres μ_m^* para cada regime m, (iii) mudança de regime no equilíbrio de longo prazo $\delta(s_t)$, de forma que $D(L)(\Delta y_t - \mu) = B(Cy_{t-p} - \delta(s_t)) + u_t$ onde $\delta(s_t)$ é um vetor de interceptos de cointegração sujeitos a mudança de regime e $\mu_{(K \times 1)} = C \perp \mu^*$ ou (iii), mudança markoviana no termo de deslocamento e no equilíbrio de longo prazo de forma conjunta, tal que $D(L)(\Delta y_t - \mu(s_t)) = B(Cy_{t-p} - \delta(s_t)) + u_t$.

A estimação dos modelos MSCI-VAR consiste em um procedimento de dois passos apresentado em Krolzig (1997). O primeiro passo consiste na análise de máxima verossimilhança de Johansen para determinação do posto de cointegração do sistema e estimação da matriz de cointegração C. No passo seguinte, os parâmetros restantes são estimados pelo algoritmo EM apresentado anteriormente.

Com tais características, os modelos MS-AR, MS-VAR e MSCI-VAR apresentam-se como uma alternativa paramétrica a abordagens mais tradicionais não-paramétricas de medição dos ciclos de negócio surgidos na tradição de Burns e Mitchell, como o algoritmo Bry-Boschan ou à interpretação dos ciclos de crescimento como desvios em relação a uma tendência de longo prazo, o que requer a utilização de filtros que separem os componentes de curto e longo prazo.

3.7 Breves considerações acerca do algoritmo Bry-Boschan:

O algoritmo Bry-Boschan (1971) é um procedimento não-paramétrico utilizado para a identificação de picos e vales em séries econômicas, seguindo a tradição de métodos de reconhecimento de padrões utilizadas em trabalhos do *National Bureau of Economic Research* (NBER). Assim como os modelos de mudança de regime markoviano, o algoritmo, originalmente implantado para dados mensais, é compatível com a definição dos ciclos clássicos de Burns e Mitchell (1946). O algoritmo original pode ser descrito através dos seguintes passos:

- 1- Determinação e substituição de valores extremos, que distem mais que 3.5 desvios padrões da média dos valores determinados por uma curva de Spencer. Os valores extremos são substituídos pelos valores obtidos na curva de Spencer para a mesma data.
- 2- Determinação de ciclos em uma média móvel de 12 meses (com valores extremos já substituídos)
 - a. Identificação de pontos de máximo (ou mínimo) locais quando o valor de uma observação é superior (inferior) ao dos cinco meses anteriores e posteriores.
 - b. Força-se a alternância dos pontos de virada ao selecionar-se o maior de múltiplos picos (ou menor de múltiplos vales).
- 3- Determinação das correspondentes viradas na curva de Spencer (com extremos substituídos)
 - a. Identificação do maior (menor) valor dentro de uma janela de 5 meses do ponto de reversão na média móvel de 12 meses.
 - b. Força-se a duração mínima de 15 meses do ciclo ao se eliminar picos menores e vales maiores de ciclos menores.
- 4- Determinação das viradas correspondentes em médias móveis de curto prazo, com 3 a 6 meses dependendo dos meses de dominância cíclica da série (MCD)²⁸
 - a. Identificação do maior (menor) valor dentro de uma janela de 5 meses da virada selecionada na curva de Spencer.
- 5- Determinação dos *turning points* na série não-suavizada.

²⁸ Pode ser interpretado como o número de meses necessários para que o componente cíclico domine o componente irregular da série.

- a. Identificação do maior (menor) valor para a virada selecionada dentro de uma janela de h meses, onde $h = \max(4, \text{MCD})$, em uma média móvel de curto prazo.
- b. Eliminação de reversões situadas a menos de 6 meses do início ou fim da série.
- c. Eliminação de picos (ou vales) próximos ao início ou final da série que sejam inferiores (superiores) aos valores próximos do início ou fim.
- d. Eliminação de ciclos com duração menor que 15 meses.
- e. Eliminação de fases cuja duração é menor que 5 meses

6- Determinação dos picos e vales das séries.

Harding e Pagan (2002) propuseram modificações no algoritmo de forma a adaptá-lo ao uso de dados trimestrais. O procedimento de datação consiste em encontrar uma série de máximos e mínimos locais que permitam a segmentação da série em expansões e contrações, o que é feito aplicando-se os seguintes três passos a séries trimestrais:

1 – Identificação de pontos de máximo e mínimo dentro de uma janela especificada. Usando uma janela de j trimestres em cada lado, um máximo local, y_t^+ , é definido como uma observação da série tal que $(y_{t-j}, \dots, y_{t-1}) < y_t^+ > (y_{t+j}, \dots, y_{t+1})$. Da mesma forma, um mínimo local, y_t^- , deve satisfazer $(y_{t-j}, \dots, y_{t-1}) > y_t^- < (y_{t+j}, \dots, y_{t+1})$.

2 – Determinação de uma regra de alternância, de forma que um máximo local seja seguido de um mínimo local e vice versa. No caso de dois máximos ou mínimos consecutivos, o maior (ou menor, no segundo caso) é escolhido.

3 – Determinação de uma regra de censura. Isto é, um conjunto de regras que recombina os *turning points* estabelecidos após os dois passos supracitados de forma a satisfazer determinados critérios concernentes à duração e amplitude das fases dos ciclos. Dessa forma, a distância entre dois *turning points* deve ser de pelo menos q trimestres, onde q é escolhido pelo pesquisador de forma a captar somente movimentos significativos na série, evitando alguns ruídos. A sugestão de Harding e Pagan (2002) ao estudar os dados trimestrais do PIB americano é que este valor fosse $q = 2$. No caso de séries diferentes do produto trimestral, deve tomar cuidado com a escolha dos valores de j , q e c de forma a evitar a captação de

ciclos espúrios. Na literatura de ciclos financeiros (crédito, *equity* ou imóveis) é comum que as características dos ciclos sejam distintas, embora correlatas, com as do ciclo de negócios; daí a precaução com a escolha daqueles valores. No entanto, cabe ressaltar que fora da literatura de ciclos de negócio é difícil encontrar valores unânimes para uso no algoritmo.

4 MODELOS DE MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO: APLICAÇÃO AOS CICLOS DE CRÉDITO NA AMÉRICA LATINA

4.1 Introdução

Períodos de euforia e contenção são comumente observados na atividade econômica. Estudos clássicos e recentes dos ciclos de negócio (LUCAS, 1977; KYDLAND; PRESCOTT, 1982; LONG; PLOSSER, 1983; CHRISTIANO; EICHENBAUM; EVANS, 2005; dentre muitos outros) deram origem a diversas teorias que buscam explicar suas causas, além de uma gama de trabalhos empíricos (por exemplo, BURNS; MITCHELL, 1946; HAMILTON, 1989) que identificam sua existência e testam suas propriedades²⁹. A importância de tal fenômeno pode ser percebida na medida em que diversas instituições, como *National Bureau of Economic Research* (NBER), *Organization for Economic Co-operation and Development* (OECD) e, no Brasil, a Fundação Getúlio Vargas (FGV), se preocupam em registrar períodos de auge e recessão na atividade econômica. Com menor ênfase, contudo, aparecem na literatura documentos análogos, que se propõem a explorar outro fato comum da história econômica: os ciclos de crédito. Recentemente, alguns autores (GORTON; HE, 2008; BERNANKE; GERTLER, 1989; KIYOTAKI; MOORE, 1997; RAJAN, 1994, dentre outros) propuseram modelos teóricos na tentativa de explicar as flutuações no crescimento do crédito, estabelecendo *links* entre as variações no crédito e no produto ou, inclusive, ligando-as ao surgimento de crises bancárias.

As relações entre produto e crédito dependem de diversos fatores tanto macro quanto microeconômicos e a relação de causalidade entre os dois não é unanimemente considerada unidirecional. No entanto, padrões cíclicos observados em ambos vêm despertando cada vez mais interesse, sobretudo após o colapso da economia global em 2008-2009. A clássica interpretação do ciclo de negócios vem de Burns e Mitchell (1946), onde os autores definem:

“Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations that organize their work mainly in business enterprises: a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions, contractions, and revivals which merge into the expansion phase of the next cycle.” (Burns e Mitchell, 1946, p.3)

²⁹ A literatura de ciclos de negócio é vasta, tanto do ponto de vista teórico quanto empírico. O leitor interessado pode consultar Arnold (2002) para uma boa exposição das diferentes escolas teóricas que abarcam o tema.

Contudo, uma outra interpretação dos ciclos de negócio é possível. Sob esta ótica alternativa conhecida na literatura como ciclos de crescimento ou *growth cycles*, seguindo Lucas (1977) e Kydland e Prescott (1991), os ciclos de negócio são entendidos como desvios do produto em relação a uma tendência de longo prazo. Para analisar os ciclos de negócio partindo desta visão é preciso separar o componente cíclico, entendido como ciclo de crescimento, da tendência de longo prazo ou componente permanente. Harding e Pagan (2002), no entanto lembram que o ciclo clássico independe de métodos subjetivos de remoção de tendência da séries e, por isso, produz estatísticas que podem ser associadas aos fatos estilizados do ciclo econômico, sem ambigüidade.

Já a noção de ciclos de crédito está presente em obras clássicas da literatura econômica. Autores célebres como Alfred Marshall, Knut Wicksell, Ludwig von Mises, Friedrich Hayek, Joseph Schumpeter, John Maynard Keynes, dentre outros, investigaram as causas e implicações das variações no crédito e suas conseqüências para a economia. Recentemente vêm surgindo modelos formais microfundamentados que se debruçam sobre questões semelhantes, o que é compreensível uma vez que o desenvolvimento financeiro em diversos países tem acelerado nos últimos trinta anos, levando diversos pesquisadores a estudarem os efeitos de tais transformações.

Os modelos recentes que buscaram compreender a relação entre a intermediação financeira e o ciclo de negócio seguindo a tradição em economia monetária, como lembram Azariadis e Smith (1998), apontaram que operações irrestritas dos mercados financeiros poderiam levar a flutuações excessivas da atividade econômica. Para atingir tais resultados, os modelos prescindiram de hipóteses como existência de ativos usados como colateral, tal como nos modelos de acelerador financeiro, atuação de um efeito-renda grande, não-convexidades, concorrência monopolística ou múltiplos setores na economia. Rajan (1994) desenvolveu um modelo de intermediação financeira cujo resultado são ciclos de crédito de baixa freqüência. O modelo, que envolve problemas de agência, sugere que políticas de crédito executadas por gerentes de banco racionais, políticas de outros bancos e condições de demanda se influenciam mutuamente, fazendo com que a mudanças de política de crédito estejam correlacionadas com estes fatores. No modelo de Gorton e He (2008), bancos heterogêneos com comportamento estratégico podem gerar a provisão sub-ótima de crédito em fases distintas do ciclo. Já Kyiotaki e Moore (1997) propuseram um modelo teórico - hoje uma das principais referências no tema - que explica como as restrições de crédito interagem com a atividade econômica durante o ciclo econômico. O desnível informacional entre os agentes pode ser recomposto através do uso de colateral como substituto de informação. No entanto,

isto gera um segundo problema uma vez que o movimento dos preços dos ativos usados como colateral possui a capacidade de agravar os ciclos de crédito e de extravasar seus efeitos para o ciclo de produto através do efeito do acelerador financeiro.

Nas últimas décadas surgiram também muitos trabalhos que se preocuparam em datar crises financeiras, cambiais, de dívida externa e bancárias, fornecendo uma base de dados muito útil para pesquisadores e formuladores de política (KINDLEBERGER, 1989; BORDO ET al., 2001; CAPRIO; KLINGEBIEL, 2003; CAPRIO et al. 2005; LAEVEN; VALENCIA, 2008; 2010; 2012; REINHART; ROGOFF, 2008; 2011; 2012; dentre outros). Os limites temporais que demarcam crises financeiras e bancárias, no entanto, não são totalmente inflexíveis, uma vez que dependem tanto da interpretação do fenômeno em si como das variáveis usadas para construir tais fronteiras.

Reinhart e Rogoff (2008) elaboraram um documento extenso com objetivo de fornecer uma análise panorâmica de oito séculos de história de crises financeiras ao redor do mundo, incluindo a recente crise do sub-prime que atingiu a economia dos Estados Unidos. Seu estudo indica que crises de dívida (*default*) são um fenômeno quase universal ao longo da história enquanto os países lutam para se transformarem de economias emergentes em países industrializados; além disso são tipicamente espaçadas no tempo por alguns anos ou décadas, o que cria em investidores e formuladores de política a ilusão do “dessa vez é diferente”. Além disso, o trabalho traz relatos de outras crises que, em geral, acompanham as crises da dívida, incluindo inflação, crises cambiais e crises bancárias. Por sua vez, Laeven e Valencia (2012), atualizando suas pesquisas anteriores (2008, 2010), enfatizam que os ciclos de crises bancárias, com frequência, se relacionam com os ciclos de crédito. Em seu estudo, relatam que de 129 episódios de crises bancárias para os quais havia dados de crédito disponíveis, 45 foram precedidos por *booms* de crédito.

No plano empírico, muitos autores buscaram captar regularidades no movimento do crédito em diversos países, além de estabelecer alguns fatos estilizados. Na linha das fricções financeiras e seu papel no ciclo de negócios, Lown e Morgan (2006) encontraram evidência da relação entre ciclos de crédito e ciclo de negócios utilizando um modelo VAR. Gourinchas et al. (2001) e Mendoza e Terrones (2008), analisaram as expansões de empréstimos, ou *lending booms*, com modelos *threshold* em uma gama de países desenvolvidos e emergentes. Na linha dos modelos com mudança de regime, Martín (2011) utilizou um modelo não-linear com um painel de economias desenvolvidas onde os parâmetros do modelo sujeitam-se a mudanças de regime markovianas. O modelo do tipo efeito-fixo, inspirado em Ceron e Suarez (2006), permite focar o componente cíclico ao padrozinhar as variáveis em estudo para cada

país e em seguida ajustar um modelo com mudança de regime markoviano para as séries padronizadas. Assim, os parâmetros do modelo markoviano são os mesmos para todas as séries padronizadas, mas a variável latente de cada país é tratada como uma realização independente no processo. Uma das vantagens do modelo em painel utilizado é permitir o estudo do ciclo de crédito tanto conjuntamente como a nível nacional. Com este modelo, a autora foi capaz de extrair diversos resultados interessantes: i) identificação endógena de diferentes fases no crescimento do crédito em doze economias desenvolvidas, ii) evidência de que as fases de baixa do ciclo de crédito, em diversos casos, coincidem com episódios de crises bancárias e/ou financeiras apontados em outros estudos, iii) evidência de certa sincronia entre os ciclos de crédito dos países avançados.

Contudo, até onde sabemos, poucas foram as pesquisas empíricas no estudo dos ciclos de crédito de países em desenvolvimento e emergentes considerando modelos não-lineares com mudança de regime markoviano. No caso da América Latina em particular, a quantidade de artigos acessados que consideram esta técnica foi nula. Assim, o objetivo deste artigo é aplicar esta metodologia para, em um primeiro instante captar fatos estilizados dos ciclos de crédito em países selecionados da América Latina. Com isso, buscamos não apenas encontrar os momentos de euforia e contenção do crédito real ao setor privado latino-americano, relacionando-os a crises bancárias e financeiras pelas quais estes países passaram, mas também identificar a existência ou não de um padrão comum na dinâmica do crédito na região. É preciso ressaltar, contudo, que deparar-se com a evidência de mudanças comuns do crédito bancário entre países pode sugerir uma estreita ligação na atuação dos bancos entre países e de suas políticas monetária e regulatória. Além disso, o fato de os ciclos de crédito exibirem uma dinâmica comum entre os países distinta ao longo do tempo - por exemplo, períodos de expansão e contração do crédito - motiva a modelagem do crescimento do crédito como um processo estocástico conjunto, incentivando o uso de modelos multivariados com mudança de regime. Com isso, seria possível argumentar por um “ciclo de crédito latino-americano”, identificado como uma mudança de regime na taxa de crescimento do crédito, que ocorre simultaneamente entre todos os países considerados. Com a aplicação desta técnica, espera-se responder a perguntas como: existem ciclos de crédito nos países latino-americanos? Como se comportam? Há distinção em seu comportamento ao longo do tempo? Uma vez que captamos um período de *boom* (ou de *bust*) de crédito, quanto tempo em média podemos esperar que a economia permaneça nessa situação? É possível que haja um ciclo de crédito comum na região? Espera-se que a resposta a tais perguntas contribua com a literatura empírica de ciclos de crédito, sobretudo na América Latina, onde investigações sobre o tema

ainda são relativamente escassas. Ademais, as respostas às interrogações aqui levantadas provêm uma visão geral da situação do crédito nos países estudados, além de enriquecer os debates em torno de temas de políticas econômicas e macroprudenciais.

Compreendido isso, este capítulo foi dividido em cinco seções, além desta introdução. A segunda seção descreve as séries usadas e justifica seu uso. A seção 3 apresenta e discute uma característica das séries, qual seja, a presença de quebras estruturais e suas implicações para os testes de raiz unitária. A quarta apresenta os resultados dos modelos univariados, contrastando-os tanto com as datações de crises bancárias presentes nos trabalhos de Reinhart e Rogoff (2008) e Laven e Valencia (2008,2012) quanto com outro método comumente utilizado na datação de ciclos de negócio e financeiros: o algoritmo Bry-Boschan. Finalmente, a quinta seção discute os resultados do modelo multivariado e a hipótese do ciclo de crédito comum latino americano.

4.2 Descrição dos dados

Nossas séries foram construídas com dados trimestrais, de 1992:1 a 2010:2 contidos em *International Financial Statistics* (IFS) do Fundo Monetário Internacional para os seguintes países: Brasil, Chile, Colômbia, México e Peru. Para os dados de crédito foram usada as séries “*Claims on Private Sector*” (linha 22d das IFS). Estas séries foram deflacionadas por um índice de preços ao consumidor (linha 64 das IFS), que reflete mudanças no custo de aquisição de uma cesta fixa de bens e serviços pelo consumidor médio³⁰. Com isso, dentre as diferentes medidas de crédito, escolhemos utilizar o crédito bancário real ao setor privado, de forma a isolar o crédito destinado ao setor privado daquele voltado a diferentes esferas de governo, agências governamentais e empresas públicas, seguindo a literatura empírica que abarca temas relacionados com crédito, finanças e desenvolvimento³¹. Vale lembrar que o setor privado a que o indicador de crédito se refere é composto tanto de indivíduos quanto de corporações não-financeiras.

³⁰ Seria interessante deflacionar a série de crédito por um índice mais geral como o deflator do PIB, por exemplo. No entanto, não encontramos séries em frequência trimestral disponíveis para todo o período de análise desses países.

³¹ Como aponta Xu (2012), a literatura sobre desenvolvimento enfatizou a razão crédito ao setor privado-PIB como importante baliza para o desenvolvimento do sistema bancário. Isto porque tal indicador representa uma boa *proxi* para medir até que ponto novas firmas têm oportunidades de obter financiamento bancário, além de se adequar à escola de moeda interna (*inside money*) de McKinnon-Shaw que encara a oferta de crédito ao setor privado como determinante tanto do nível como dos componentes do investimento. Este, por sua vez

Ademais, há algumas razões que justificam a escolha destes países para representar a região em estudo. Primeiramente, eles partilham de algumas características comuns: podem ser considerados pequenas economias abertas, encontram-se entre os países de maior renda na região³², já apresentaram histórico de inflação muito alta e/ou hiperinflação e, em algum momento de sua história convergiram quanto ao regime monetário praticado, adotando atualmente o regime de metas de inflação. Além disso, durante a década de 1990, a região mostrou-se extremamente sensível a perturbações no cenário internacional, onde as crises financeiras do México (1994), da Ásia (1997), da Rússia (1998) e da Argentina (2001) influenciaram as transformações estruturais e reformulações de política econômica na região.

A turbulenta história financeira da região pode ser separada no tempo, seguindo de la Torre et al. (2011). O dirigismo-estatal sobre o setor financeiro dominou a região, sobretudo nas décadas de 1960 e 1970 no auge do chamado modelo de industrialização por substituição de importações. O resultado foi um setor financeiro atrofiado e altos custos fiscais associados à má gestão dos bancos públicos, preparando o cenário de mudança para o desenvolvimento de um sistema financeiro de mercado. Durante o novo período compreendido nos anos 1980 e 1990, a região foi duramente afetada por crises bancárias e cambiais, confirmando os perigos dos maus fundamentos macroeconômicos em sistemas financeiros abertos. Com isso, o desenvolvimento financeiro foi frustrado durante anos, com implicações adversas sobre crescimento, emprego e mercado de capitais. Ademais, a interação da onda de liberalização financeira ocorrida na década de 1990 com as macrovulnerabilidades da região exacerbou a instabilidade financeira. Diante da mudança de paradigma no pensamento econômico, social e político em prol do livre mercado, partir da segunda metade da década os países latino-americanos começaram a aderir à agenda de reformas institucionais e regulação, criando um consenso em relação a políticas de desenvolvimento financeiro baseado em quatro pilares: consertar os fundamentos macro, deixar os mercados financeiros respirarem, convergir para padrões de regulação prudencial e supervisão inspirados nos acordos de Basiléia e promover a ampliação do acesso aos serviços financeiros³³.

Visto isso, construímos um índice para as séries de crédito real ao setor privado, deflacionado pelo índice de preços ao consumidor. Isto é interessante pois coloca todas as séries na mesma magnitude e preserva a característica estatística das mesmas. O índice tem

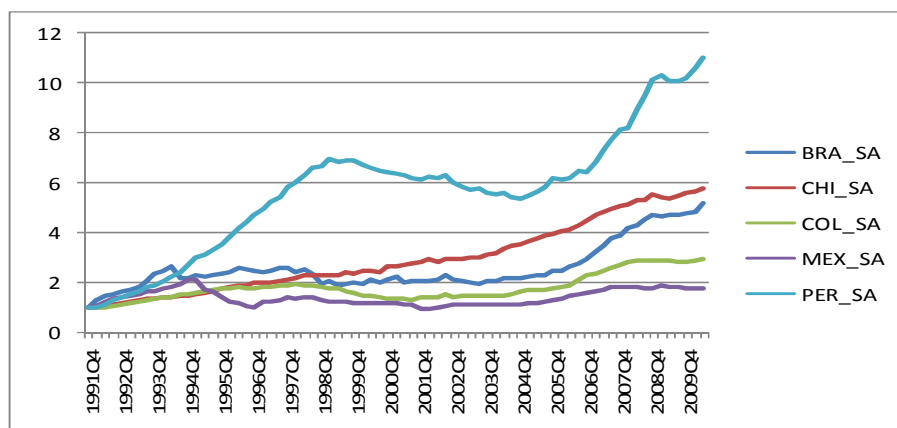
poderia influenciar o nível de produto e crescimento econômico e melhores prospectos econômicos poderiam levar a um maior fluxo de crédito bancário ao setor privado.

³² Estes países fazem parte do chamado LAC-7, que inclui as maiores economias da América Latina: Argentina, Brasil, Chile, Colômbia, México, Peru e Venezuela. Alguns estudos (por exemplo, de la Torre et al., 2011) incluem no grupo também o Uruguai.

³³ Para uma discussão mais ampla do tema ver de la Torre (2001), em especial os capítulos 1 e 11.

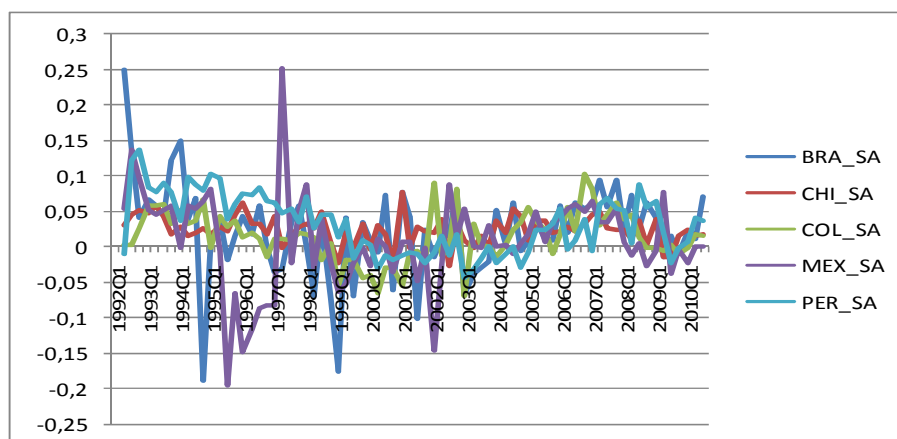
com trimestre-base o quarto trimestre de 1991, 1991:4 e é exibido para as séries de cada país de nossa amostra entre 1991:4 e 2010:2 nas figuras 1 e 2 para nível e taxa de crescimento respectivamente.

Figura 1 - Crédito real ao setor privado (índice)



Fonte: *International Financial Statistics*. Cálculos feitos pelo autor.

Figura 2 - Taxa de crescimento do crédito real ao setor privado



Fonte: *International Financial Statistics*. Cálculos feitos pelo autor.

A primeira característica a se notar é que considerando o período sob análise a maioria das séries parece crescer no tempo, embora se as separarmos em subperíodos, algumas quebras nas tendências podem ser visualizadas. Além disso, como pode ser visto, à exceção do Chile, em que flutuações não são tão evidentes, as séries da América Latina apresentam períodos nítidos de aceleração e frenagem do nível de crédito real ao setor privado. Mais interessante ainda é notar que estes períodos parecem coincidir ao longo das duas últimas

décadas, sobretudo nos casos do Brasil, Colombia e Peru. As correlações também apontam uma forte ligação entre as séries de índice de crédito real ao setor privado para a maioria dos países considerados da América Latina, com coeficientes de correlação superiores a 0,5. A série do México, no entanto, apresenta baixa correlação com as séries peruana (0,05) e chilena (0,20).

Padrões similares em alguns dos países em estudo também foram destacados na literatura. Barajas e Steiner (2001) dividem a evolução do crédito e o comportamento dos bancos na América Latina em três períodos: i) a década de 1980, caracterizada por repressão dos mercados financeiro e baixo crescimento do crédito, ii) a fase de expansão do crédito do início da década de 1990, apoiada em medidas de liberalização financeira ocorridas neste período e iii) a desaceleração ocorrida na segunda metade da década. Desde então o setor financeiro sofreu diversas transformações: surgiram novos atores, mercados e instrumentos, o setor cresceu, aprofundou-se, tornou-se mais integrado e competitivo, e observou-se uma ampliação da inclusão financeira. Tais transformações parecem ter colaborado para que os sistemas financeiros da região tenham saído praticamente ilesos da crise global de 2008-2009 (DE LA TORRE et al., 2011).

A variação percentual acumulada do índice de crédito foi de 110,83% para o Brasil, 148,64% para o Chile, 45,41% para Colombia, 17,89% para o México e 561,97% para o Peru entre 1992:1 e 2000:2 e de 154,04%, 104,91%, 107,84%, 87,50%, 79,86% para os mesmos países respectivamente durante o período entre 2002:1 e 2010:2³⁴. Ademais, a taxa de crescimento do crédito real ao setor privado mexicana apresentou a maior variabilidade em um mesmo trimestre, com a maior taxa de crescimento entre os países, de 25,24% em 1997:1 e também menor redução 1995:2, de -19,61%. Ademais, o coeficiente de variação da taxa de crescimento do México também foi o maior entre os países considerados, com valor de 8,38 contra 2,91 para o Brasil, 0,85 para o Chile, 2,40 para a Colombia e 1,30 para o Peru.

4.4 Raiz unitária e quebras estruturais

Antes de trabalharmos com as séries nos modelos estatísticos alguns procedimentos foram tomados de modo a deixá-las melhor tratáveis. A primeira refere-se à construção de um número índice, como observado anteriormente, de forma a deixar todas as variáveis na mesma

³⁴ Como os índices estão todos na mesma base, 1991:4, a variação percentual acumulada para determinado período foi calculada como $\left[\left(\frac{[\text{número índice do trimestre do final do período}]}{[\text{número índice do mês imediatamente anterior ao final do período}]} \right) - 1 \right] \cdot 100$.

escala sem alterar as características das séries. Ademais, tomou-se o logaritmo neperiano dos índices de modo a estabilizar sua variância e obter uma distribuição para os dados mais simétrica e próxima da normal. Além disso, uma das características observadas em boa parte das séries de tempo macroeconômicas é a presença de um componente sazonal. Tal componente por não ser observado precisa ser estimado, o que é feito comumente por duas abordagens diferentes: ajustamento sazonal por métodos como o CENSUS X-12 ou X-11 ou modelagem do componente sazonal com modelos SARIMA(p,q)(P,Q)_s. Neste trabalho optamos pelo uso do filtro X-12 por três razões principais. Primeiramente, porque os modelos SARIMA exigem, em geral, uma quantidade maior de parâmetros a serem estimados; considerando o tamanho relativamente pequeno de nossa série isso restringiria ainda mais os graus de liberdade que teríamos para estimar nossos modelos. Além disso, quando da análise do modelo não-linear, evitamos impor a mudança de regime aos componentes sazonais ao realizar este procedimento. Por fim, como nossa análise é focada no componente cíclico do crédito, procedendo dessa forma expurgamos o componente sazonal, isolando os termos de interesse³⁵.

Além disso, é preciso verificar se a tendência presente nas séries é de natureza determinística ou estocástica para que seja possível removê-la adequadamente, tornando as séries estacionárias. Isto porque diferenciar uma série com tendência determinística adiciona ruído à série original, enquanto estimar uma série de tendência estocástica usando tendência determinística não elimina a tendência estocástica³⁶. Com isso, testes de raiz unitária multiplicaram-se e seu uso tornou-se popular; no entanto, o baixo poder destes testes freqüentemente leva a resultados enganosos. Dessa forma, conduzimos tanto o teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)³⁷ quanto o teste de Phillips-Perron (PP), onde este último não

³⁵ Mesmo utilizando tal procedimento, ainda pode haver algum resquício de sazonalidade. No entanto, os gráficos das séries dessazonalizadas não parecem indicar tal característica. Para uma discussão interessante sobre as abordagens possíveis ao tema da sazonalidade ver MARIANO, R.; TSE, Y-K (Ed), (2008).

³⁶ Para visualizar o problema considere as equações (i) $y_t = \alpha + \delta t + \psi(L)e_t$ e (ii) $(1 - L)y_t = \delta + \psi(L)e_t$, onde todas as raízes de $\psi(L)$ estão fora do círculo unitário. A primeira representa um processo com tendência determinística e a segunda um processo de raiz unitária ou com tendência estocástica. Se o modelo correto é (i), o procedimento devido seria subtrair $\alpha + \delta t$ de y_t para torná-lo estacionário. Caso tirássemos a diferença o modelo se transformaria em $\Delta y_t = \delta + (1 - L)\psi(L)e_t$, o que introduz uma raiz unitária na representação de média-móvel, tornando-o um processo não-invertível. Por outro lado, se o modelo correto é dado por (ii), deveríamos tomar a primeira diferença, o que resultaria no processo estacionário $\Delta y_t = \psi(L)\Delta e_t$ com condição inicial igual a zero. No entanto, caso tentássemos remover a tendência subtraindo o termo δt , obteríamos êxito em expurgá-la da média do processo, mas não da variância. Para mais detalhes ver Hamilton (1994).

³⁷ O teste Dickey-Fuller consiste em usar o modelo $y_t = \rho y_t + \varepsilon_t$, tirar a diferença $y_t - y_{t-1} = \rho y_t - y_{t-1} + \varepsilon_t$ e reescrevê-lo como: $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \varepsilon_t$ onde $\delta = (1 - \rho)$. A partir daí, testa-se a hipótese nula de presença de raiz unitária, $H_0: \delta = 0$ contra $H_A: \delta < 1$ estimando δ por MQO utilizando-se a tradicional razão $t, t_\delta = \frac{\hat{\delta}}{EP(\hat{\delta})}$.

necessita da especificação da forma da correlação serial de Δy_t sob a hipótese nula. Se aplicarmos o teste ADF subestimando a ordem do componente autoregressivo, p , comprometeremos o tamanho do teste ou nível de significância. Por outro lado, se aplicarmos o teste ADF com um valor de p superestimado o poder do teste diminui. Caso p esteja mal especificado podem-se evitar tais problemas com o teste Phillips-Perron, mas se p for especificado corretamente o teste PP será ainda menos poderoso que o teste ADF. Além disso, o PP requer a seleção de uma janela, como parte da construção do estimador de covariância Newey-West, que cria problemas em amostras finitas análogos àqueles associados à escolha do lag no teste ADF.

Diante de raiz unitária, a série deve ser diferenciada para se tornar estacionária e o número de diferenças que devemos tomar depende do número de raízes unitárias encontradas. Assim três formas funcionais foram testadas para o nível, primeira e segunda diferença de cada série e os resultados foram impressos na tabela 5 do apêndice A. Contudo, é fato conhecido na literatura que quebras estruturais em séries de tempo podem viesar os resultados dos testes tradicionais de raiz unitária em favor da não-rejeição da hipótese nula. Perron (1989) desenvolveu um procedimento para testar a raiz unitária permitindo a incorporação de uma quebra estrutural exógena, isto é, conhecida *a priori*. Há, contudo, uma literatura rica sobre quebras endógenas nas quais a data da quebra é determinada seguindo algum critério de identificação através do uso de observações anômalas, por exemplo Zivot e Andrews (1992) e Perron (1997). Diante do exposto, um teste de raiz unitária que acomode tal possibilidade também deve ser considerado.

Realizamos o teste de raiz unitária com quebra estrutural de Zivot e Andrews (1992), onde o momento da quebra é assumido desconhecido, considerando a possibilidade de quebra no intercepto, na tendência e em ambos. Os resultados mostram que, sob qualquer estrutura de quebra, não podemos rejeitar a hipótese nula de raiz unitária em nenhum dos países considerados, como mostra a tabela 6 no apêndice A. Ademais, o teste aponta o momento da quebra para em cada uma das estruturas para o nível das séries.

Historicamente a região tem sido vítima de choques produzidos tanto no cenário externo quanto internamente. Nos últimos vinte anos, especificamente, a América Latina foi abalada por crises cambiais, bancárias e de endividamento, além de sofrer diversas transformações políticas, sociais e econômicas. As batalhas contra a inflação na década de

Ocorre que tal teste só pode ser usado quando a série segue um processo AR(1). Para correlações de ordem mais alta usa-se o teste Dickey-Fuller Aumentado, com $\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + v_t$.

1990, a estagnação econômica subsequente e a expansão de políticas sociais na última década ajudaram a erguer e derrubar governos com diferentes perfis ideológicos, inclusive. A conjugação destes fatores torna plausível a hipótese de existência de quebras estruturais nas séries latinas.

4.5 Análise Univariada

Buscando captar fatos estilizados dos ciclos de crédito correspondentes a suas fases de expansão e contração, que podem ou não estar associadas a crises bancárias, utilizamos formulações não-lineares univariadas. Inicialmente foram utilizados modelos de mudança de regime markoviano, tanto na média quanto no intercepto, com apenas dois estados e ordem autoregressiva de até quatro defasagens, isto é modelos MS(2)-AR(p), $0 \leq p \leq 4$. Em seguida, utilizamos formulações mais amplas, introduzindo mudanças de regime na variância dos resíduos e um terceiro regime na análise, ou seja, modelos MSMH(M)-AR(p) e MSIH(M)-AR(p), com $1 \leq M \leq 3$ e $0 \leq p \leq 4$.³⁸

Na classe de modelos em estudo, o maior problema para especificação do modelo apropriado consiste na determinação do número de regimes. Os testes de determinação da hipótese nula de n-1 regimes contra a alternativa de n regimes não possuem distribuição padrão, uma vez que a hipótese nula não é identificada devido à presença de parâmetros de perturbação, correspondentes às probabilidades de transição. Assim, uma das alternativas é considerar algum critério de informação, como Akaike (AIC), Hannan-Quinn (HQ) ou Schwartz (BIC). Além disso, na literatura empírica regimes adicionais também têm sido motivados pela adaptação dos modelos a alguns fatos estilizados (CORREA; HILLBRECHT, 2004).

Outra maneira de proceder é considerar a distribuição assintótica do teste como em Laurini e Portugal (2002). Seguindo outros estudos, os autores consideram que a distribuição assintótica do teste da razão de verossimilhança entre n-1 e n regimes pode ser aproximada por uma distribuição qui-quadrado, onde o número de graus de liberdade é dado pelo número de parâmetros de perturbação do modelo com n regimes mais o número de restrições impostas pelo regime n sobre o regime n-1. Assim, a estatística de teste pode ser calculada como

³⁸ A mesma análise foi conduzida em modelos com três regimes. No entanto, para alguns destes modelos, em quase todos os países considerados individualmente, a estatística do teste de razão de verossimilhança para determinação da forma funcional apresentou valores negativos, podendo indicar que quando se considera um número de parâmetros elevado em relação ao tamanho da amostra, como no caso de três regimes, um máximo local e não global é obtido para o modelo restrito.

$LR=2(\log\text{-verossimilhança}(n) - \log\text{-verossimilhança}(n-1))$, onde n e $n-1$ são os modelos com n e $n-1$ regimes. O teste com a distribuição assintótica foi conduzido de forma a verificar a necessidade de regimes adicionais nos modelos e usado como critério para escolha do número de regimes, juntamente com os critérios de informação³⁹. Por outro lado, para a escolha da forma funcional, o teste de razão de verossimilhança possui distribuição padrão, podendo ser usado para verificar a necessidade de estruturas adicionais nos modelos considerados (Hansen (1992), Garcia (1998)). Assim, podemos lançar mão do teste para pôr à prova restrições nos modelos gerais, MSIH ou MSMH.

Diante das séries de tempo relativamente curtas, para selecionar a ordem autoregressiva utilizamos, além do critério de significância dos parâmetros, o critério de informação de Schwarz. Assim, para os modelos onde apenas a média é governada por mudanças de regime, as ordens autoregressivas escolhidas para Brasil, Chile, Colômbia, México e Peru foram respectivamente $p=1, p=0, p=4, p=3$ e $p=3$. Nos modelos com mudança de regime no intercepto as mesmas ordens autoregressivas foram escolhidas pelo critério de informação bayesiano, exceto para Colômbia ($p=3$) e México ($p=0$). Assim, inicialmente obtemos os modelos MSM(2)-AR(1) e MSI(2)-AR(1) para o Brasil, MSM(2)-AR(0) e MSI(2)-AR(0) para o Chile, MSM(2)-AR(4) e MSI(2)-AR(3) para Colômbia, MSM(2)-AR(3) e MSI(2)-AR(0) para o México e finalmente MSM(2)-AR(3) e MSI(2)-AR(3) para o Peru.

No entanto, modelos mais completos podem ser preferíveis e tal hipótese é testada ao introduzirmos mudanças de regime na variância. O teste de razão de verossimilhança de MSM(2)-AR(p^*) contra MSMH(2)-AR(p^*), onde p^* representa a ordem autoregressiva escolhida anteriormente, indica que para Brasil e Chile, tanto na formulação com mudança na média quanto no intercepto a hipótese de que a variância dos resíduos também muda de regime não pôde ser rejeitada. O mesmo ocorreu nos modelos com mudança na média para Colômbia e México, embora naqueles com mudança no intercepto tal hipótese tenha sido rejeitada nestes países. Por fim, no caso do Peru não foi encontrada evidência de mudança de regime na variância em nenhuma das formulações.

Seria possível ainda que mais regimes fossem necessários. No entanto, os resultados do teste assintótico usado em Laurini e Portugal (2002) para nossos dados revelou que dois regimes são suficientes para modelar as séries de todos os países aqui considerados⁴⁰. Também o critério de informação bayesiano não reduziu seu valor quando considerados três

³⁹ Quando o número de regimes escolhido pelos critérios de informação divergiu daquele do teste assintótico optou-se pelo modelo escolhido com uso do teste.

⁴⁰ Considerando 1% de significância.

regimes em nenhum dos casos. Tais resultados podem ser efeito da série de tempo relativamente curta com que trabalhamos. Ademais, os modelos envolvem a estimação de muitos parâmetros e um custo computacional que aumenta com acréscimos no número de regimes considerado. É importante destacar também que algumas das formulações com mudança de regime na média utilizando dois e, sobretudo, três regimes tiveram problemas de convergência em alguns *lags* considerados. Não obstante, alguns dos modelos com dois regimes captaram períodos caracterizados na literatura como crises bancárias. Ademais, seguindo este critério, os modelos com intercepto mostraram-se preferíveis aos modelos com mudança na média, uma vez que estes não resultaram em ganhos significativos com relação ao ajuste a tais eventos.

Tabela 1- Modelos de mudança de regime markoviano

	Brasil	Chile	Colombia	México	Peru
	MSIH(2)-AR(1)	MSIH(2)-AR(0)	MSI(2)-AR(3)	MSI(2)-AR(0)	MSI(2)-AR(3)
v(1)	-0.0622 [0.0657]	0.015587 [0.0045553]	-0.0039 [0.0034]	-0.1078 [0.0212]	-0.0065 [0.0037]
v(2)	0.0305 [0.0063]	0.031214 [0.0026681]	0.0495 [0.0088]	0.0222 [0.0066]	0.0374 [0.0071]
σ(1)	0.072529	0.022068	0.021084	0.050347	0.018421
σ(2)	0.037098	0.013954	-	-	-
AR(1)	0.2114 [0.0746]	-	-0.0676 [0.1023]	-	0.1028 [0.0998]
AR(2)	-	-	0.3433 [0.0871]	-	0.1561 [0.0971]
AR(3)	-	-	0.4177 [0.1091]	-	0.1679 [0.0786]
AR(4)	-	-	-	-	-
p(11)	0.1344	0.9457	0.9329	0.7488	0.8662
p(22)	0.8198	0.933	0.5882	0.9714	0.88
Duração reg. 1	1.16	18.43	14.89	3.98	7.47
Duração reg. 2	5.55	14.92	2.43	34.97	8.33
Log-Verossimilhança	113.325	188.8305	157.4785	106.0508	163.8638
Parâmetros de perturbação	2	2	2	2	2
Restrições	2	2	1	1	1

Cálculos feitos pelo autor. Equações dos modelos: $y_t^{BRA} = c_{s_t}^{BRA} + A_1^{BRA} y_{t-1}^{BRA} + \sigma_{s_t}^{BRA} u_t^{BRA}$;

$y_t^{CHI} = c_{s_t}^{CHI} + \sigma_{s_t}^{CHI} u_t^{CHI}$; $y_t^{COL} = c_{s_t}^{COL} + A_1^{COL} y_{t-1}^{COL} + A_2^{COL} y_{t-2}^{COL} + A_3^{COL} y_{t-3}^{COL} + \sigma_{s_t}^{COL} u_t^{COL}$;

$y_t^{MEX} = c_{s_t}^{MEX} + \sigma_{s_t}^{MEX} u_t^{MEX}$; $y_t^{PER} = c_{s_t}^{PER} + A_1^{PER} y_{t-1}^{PER} + A_2^{PER} y_{t-2}^{PER} + A_3^{PER} y_{t-3}^{PER} +$

$\sigma_{s_t}^{PER} u_t^{PER}$ em que $y_t = \Delta Y_t$ é a taxa de crescimento do crédito.

As estimações apresentadas na tabela 1 permitem algumas interpretações interessantes. Primeiramente, há interceptos negativos no regime 1 para todos os países exceto o Chile. Tal fato ajuda a clarificar a interpretação dos regimes, uma vez que interceptos negativos podem estar associados a quedas, bruscas ou não, da taxa de crescimento da variável de crédito utilizada. Baseado nisso, uma possível interpretação para o regime 1 é de crise de crédito quando negativo e desaceleração de crédito quando positivo e menor que o intercepto do regime 2. É interessante notar também a ausência de estados absorventes ao observarmos a matriz de probabilidades de transição. Isto é, uma vez que as economias entram em um estado de aceleração ou frenagem de crédito elas seguem alternando seus estados ao longo do tempo ao invés de estagnarem em determinado regime, o que corrobora a idéia de existência de um ciclo de crédito em curso.

Uma das características marcantes dos modelos de mudança de regime markoviano é a possibilidade de usá-los para realizar datação de ciclos, o que tem sido explorado com maior ênfase na literatura de ciclos de negócio. Diversos trabalhos ocuparam-se na classificação de regimes e identificação de picos e vales de séries de produção, comparando-as com datações realizadas através de outros métodos (Hamilton (1989), Krolzig (1997), Chauvet (2002)) ou eventos marcantes da história econômica que tornem plausíveis quebras estruturais nos parâmetros dos modelos, como no caso dos diversos planos econômicos pelos quais a economia brasileira passou (Morais (2003)).

No caso dos ciclos de crédito, Anguren (2011) utilizou um painel com mudança de regime markoviano para captar diferentes regimes de crédito em economias desenvolvidas ao longo das últimas cinco décadas e contrastou os resultados obtidos através das probabilidades suavizadas extraídas dos modelos markovianos com datações de crises bancárias realizadas a partir de estudos de caso por outros autores. Seguindo este exemplo, vamos contrastar nossos resultados com as datas de crises bancárias apontadas por Laeven e Valencia (2008, 2012) e Reinhart e Rogoff (2008) para os países latino-americanos aqui estudados. É importante destacar que estes trabalhos, baseiam-se em estudos de eventos, indicando em geral apenas o início de uma crise. No caso das datações de “fim de crise” emitidas em Laeven e Valencia (2012), estas, além de utilizarem dados em frequência anual, consideram uma regra simples que envolve dois anos seguidos de crescimento positivo tanto do crédito real quanto do produto real e, por isso, podem distinguir substancialmente das encontradas nos modelos estocásticos. Ademais, a seguinte passagem de Reinhart e Rogoff (2008) ilustra as dificuldades encontradas na datação de crises bancárias:

“This approach to dating the beginning of a banking crisis is not without drawbacks. It could date a crisis too late, because the financial problems usually begin well before a bank is finally closed or merged; it could also date a crisis too early, because the worst part of a crisis may come later. Unlike the external debt crises, which have well-defined closure dates, it is often difficult or impossible to accurately pinpoint the year in which a crisis ended.”(REINHART E ROGOFF, 2008, p.81)

Tabela 2 - Datação

País	Modelos de Mudança de Regime Markoviano		Reinhart e Rogoff (2008)	Laeven e Valencia (2008,2012)
	Regime 1 (baixo)	Regime 2 (alto)		
Brasil	1994:3 - 1994:3; 1998:1 - 1998:1; 1998:3 - 1998:4; 1999:2 - 1999:2; 2000:3 - 2000:3; 2001:2 - 2001:2; 2002:4 - 2002:4	1992:2 - 1994:2; 1994:4 - 1997:4; 1998:2 - 1998:2; 1999:1 - 1999:1; 1999:3 - 2000:2; 2000:4 - 2001:1; 2001:3 - 2002:3; 2003:1 - 2010:2	1990; 1995	1990-1994; 1994-1998
Chile	1998:1 - 2003:4; 2008:1 - 2010:2	1992:1 - 1997:4; 2004:1 - 2007:4	-	-
Colômbia	1993:3 - 2001:3; 2002:1 - 2004:2; 2005:1 - 2005:4; 2007:1 - 2010:2	1992:4 - 1993:2; 2001:4 - 2001:4; 2004:3 - 2004:4; 2006:1 - 2006:4	1998	1998-2000
México	1995:2 - 1996:4; 2001:4 - 2001:4	1992:1 - 1995:1; 1997:1 - 2001:3; 2002:1 - 2010:2	1994	1994-1996
Peru	1998:4 - 2004:4; 2006:1 - 2006:4; 2008:1 - 2008:1; 2009:1 - 2009:4	1992:4 - 1998:3; 2005:1 - 2005:4; 2007:1 - 2007:4; 2008:2 - 2008:4; 2010:1 - 2010:2	-	-

Cálculos feitos pelo autor

O modelo para o México parece ter sido o que mais se adequou a eventos extremos, na forma de crises bancárias, classificando o período 1995:2-1996:4 como regime de crescimento baixo do crédito. Tal período corresponde ao interlúdio 1994-1996 qualificado por Laeven e Valencia como crise bancária sistêmica. No Brasil, um dos períodos datados como regime de baixo crédito coincide com o ano de início da crise bancária em 1994, enquanto no caso mexicano tal regime abrange a maior parte do período entre o início e o fim

da crise.⁴¹ Para a Colômbia, no entanto, o modelo escolhido gera um período longo para o regime de baixo crédito, com duração média de 14.89 trimestres. Estes são os únicos países da amostra com crises bancárias nos últimos vinte anos datadas por trabalhos clássicos. Considerando também datas fora deste período Reinhart e Rogoff catalogaram 29 crises nestes países ao longo de dois séculos enquanto Laeven e Valencia registraram 9 crises sistêmicas para o mesmos países nos últimos quarenta anos, a maior parte dos casos concentrando-se nas décadas de 1980 e 1990, à exceção da crise bancária no Chile datada em 1976.

No caso dos demais países, contudo, o *benchmark* considerado não se encontra disponível para o período sob estudo. Diante disso, vamos comparar os picos e vales encontrados pelos modelos de mudança de regime markoviano com aqueles encontrados por outro método regularmente utilizado em trabalhos empíricos: o algoritmo Bry-Boschan. Trata-se de um procedimento não-paramétrico utilizado para a identificação de picos e vales em séries econômicas, seguindo a tradição de métodos de reconhecimento de padrões utilizados em trabalhos do *National Bureau of Economic Research* (NBER). Assim como os modelos de mudança de regime markoviano o algoritmo, originalmente implantado para dados mensais, é compatível com a definição dos ciclos clássicos de Burns e Mitchell (1946). No entanto, o método é aplicado no nível da série e não na taxa de crescimento.

Harding e Pagan (2002) propuseram modificações no algoritmo de forma a adaptá-lo ao uso de dados trimestrais. O procedimento de datação consiste em encontrar uma série de máximos e mínimos locais que permitam a segmentação da série em expansões e contrações, o que é feito aplicando-se os seguintes três passos a séries trimestrais:

1 – Identificação de pontos de máximo e mínimo dentro de uma janela especificada. Usando uma janela de j trimestres em cada lado, um máximo local, y_t^+ , é definido como uma observação da série tal que $y_{t-j}, \dots, y_{t-1} < y_t^+ > y_{t+j}, \dots, y_{t+1}$. Da mesma forma, um mínimo local, y_t^- , deve satisfazer $y_{t-j}, \dots, y_{t-1} > y_t^- < y_{t+j}, \dots, y_{t+1}$. Isto é, um máximo (mínimo) local será o maior (menor) valor de y dentro de uma janela de j trimestres.

⁴¹ A característica “cíclica” no caso do Brasil parece ter sido desfigurada, o que pode indicar a necessidade de regimes ou *lags* adicionais. Contudo, optamos por confiar nos resultados dos testes realizados e critérios de informação e selecionar os modelos tomando tais critérios como base.

2 – Determinação de uma regra de alternância, de forma que um máximo local seja seguido de um mínimo local e vice versa. No caso de dois máximos ou mínimos consecutivos, o maior (ou menor, no segundo caso) é escolhido.

3 – Determinação de uma regra de censura. Isto é, um conjunto de regras que recombina os *turning points* estabelecidos após os dois passos supracitados de forma a satisfazer determinados critérios concernentes à duração e amplitude dos ciclos. Dessa forma, a distância entre dois *turning points* deve ser de pelo menos q trimestres, onde q é escolhido pelo pesquisador de forma a captar somente movimentos significativos na série, evitando alguns ruídos. A sugestão de Harding e Pagan (2002) ao estudar os dados trimestrais do PIB americano é que este valor fosse $q = 2$.

Alguns trabalhos recentes (BRACKE, 2011; DREHMANN et al., 2012) procuraram detectar a duração dos ciclos financeiros através do método Bry-Boschan. No entanto, como destaca Bracke (2011), o uso deste método para séries distintas do PIB requer uma decisão sobre a janela de rolagem (j) e a fase mínima de duração do ciclo (q). Pode-se ainda impor uma duração mínima para o ciclo, de forma que a distância entre dois máximos ou mínimos consecutivos seja de pelo menos k trimestres. Harding e Pagan (2002) escolheram $k = 5$. Seguindo Drehmann et al. (2012) aqui usaremos $j=2$, $p=2$, $c=5$ para o ciclo de curto prazo, que corresponde à frequência do ciclo de negócios, com os mesmos valores usados por Harding e Pagan e $j=4$, $p=2$, $c=40$ para captar ciclos em uma frequência menor do que aquela observada nos ciclos de negócio, o que os autores chamaram de ciclo de médio prazo,.

Já a caracterização de um pico ou vale pelos modelos de mudança de regime markoviano pode ser realizada de distintas maneiras. Hamilton (1989) propõe uma regra simples que atribui uma observação ao regime 1 caso $\Pr(s_t = 1/Y_T) > 0.5$ e ao segundo regime caso $\Pr(s_t = 1/Y_T) < 0.5$. A classificação dos regimes a partir das probabilidades suavizadas permite a identificação dos *turning points* dos ciclos de crédito. Uma regra possível, para o caso de dois regimes, é encontrada em Chauvet e Piger (2003) e Krolzig (2003). Tal regra pode ser interpretada da seguinte forma: uma observação será chamada de pico (vale) quando for classificada como pertencente ao regime 2 (1) e a observação imediatamente posterior estiver classificada em outro regime⁴². Isto é,

Regra 1:

⁴² No nosso caso o regime 2 será chamado de regime de crédito alto e o regime 1 de regime de crédito baixo.

$$Pico em t = \tau \Leftrightarrow \hat{s}_\tau = 2 e \hat{s}_{\tau+1} = 1$$

$$Vale em t = \tau \Leftrightarrow \hat{s}_\tau = 1 e \hat{s}_{\tau+1} = 2$$

É possível também impor uma condição adicional de modo a desconsiderar períodos muito curtos classificados dentro de um regime. Esta regra foi usada em Chauvet e Piger (2003) de modo a atender às regras de classificação do NBER, para a taxa de crescimento do emprego mensal considerando um pico (vale) em t quando a economia estivesse em expansão (recessão) em t e em $t + 1, t + 2$ e $t + 3$ permanecesse em outro regime. Aqui, mesmo com dados trimestrais, vamos utilizar para efeitos de comparação uma regra semelhante, exigindo apenas que nos dois trimestres após uma expansão (contenção) de crédito o agregado mantenha-se em um regime distinto. Em comparação com os valores usuais para a classificação do ciclo de negócios isto implicaria a existência de um ciclo de crédito mais duradouro, o que é consistente com a literatura empírica (por exemplo, BORDO; HAUBRICHT, 2009).

Regra 2:

$$Pico em t = \tau \Leftrightarrow \hat{s}_\tau = 2, \hat{s}_{\tau+1} = 1 e \hat{s}_{\tau+2} = 1$$

$$Vale em t = \tau \Leftrightarrow \hat{s}_\tau = 1, \hat{s}_{\tau+1} = 2 e \hat{s}_{\tau+2} = 2$$

Os resultados gerados por tais procedimentos podem ser visualizados abaixo:

Tabela 3 - Picos e vales

País	Modelos com mudança de regime markoviano				Algoritmo Bry-Boschan para dados trimestrais			
	Regra 1		Regra 2		Curto Prazo (j=2, q=2,c=5)		Médio Prazo (j=4, q=2,c=40)	
	Pico	Vale	Pico	Vale	Pico	Vale	Pico	Vale
Brasil	1994Q2	1994Q3	1998Q2	1999Q2	1994Q2	1997Q1	1994Q2	1999Q2
	1997Q4	1998Q1			1997Q4	1999Q2		
	1998Q2	1998Q4			2002Q3	2003Q3		
	1999Q1	1999Q2						
	2000Q2	2000Q3						
	2001Q1	2001Q2						
	2002Q3	2002Q4						
Chile	1997Q4	2003Q4	1997Q4	2003Q4	1998Q3	2000Q3	-	-
	2007Q4		2007Q4		2008Q4	2009Q2		
Colombia	1993Q2	2001Q3	1993Q2	2004Q2	1998Q1	2001Q3	1998Q1	2001Q3
	2001Q4	2004Q2	2004Q4	2005Q4	2002Q3	2003Q4		
	2004Q4	2005Q4	2006Q4		2008Q2	2009Q4		
	2006Q4							
México	1995Q1	1996Q4	1995Q1	1996Q4	1994Q4	1996Q4	1994Q4	2002Q1
	2001Q3	2001Q4			1998Q2	200Q3	2009Q1	
					2001Q1	2002Q1		
					2009Q1	2009Q4		
Peru	1998Q3	2004Q4	1998Q3	2004Q4	1999Q1	2001Q4	1999Q1	2004Q4
	2005Q4	2006Q4	2005Q4	2006Q4	2002Q3	2004Q4		
	2007Q4	2008Q1			2009Q1	2009Q3		
	2008Q4	2009Q4						

Fonte: Cálculos feitos pelo autor.

A tabela 3 mostra que as classificações variam dependendo do método utilizado, gerando em muitos casos ambiguidade na datação. Com relação aos resultados obtidos com os modelos de mudança de regime markoviano pelas duas regras, podemos notar a grande suavização dos ciclos com a introdução da regra 2; diversos períodos de contenção do crédito com curta duração foram expurgados gerando fases mais longas. Isto é verdadeiro, sobretudo, no caso do Brasil e do Peru, em que respectivamente seis e três períodos de pico a vale desapareceram. Enquanto alguns picos e vales encontrados nas séries coincidiram quando comparamos os resultados da regra 1 com o ciclo de curto prazo gerado pelo método Bry-Boschan trimestral – por exemplo, os picos no Brasil de 1994:2, 1997:4 e 2002:3 e os vales de 1999:2 do Brasil, 2001:3 da Colômbia, 1996:4 do México e 2004:4 do Peru - em alguns países há discordância sobre a fase do ciclo atribuída a cada período. No entanto, quando contrastamos os resultados gerados pela regra 2 com o ciclo de médio prazo, os resultados destoam um pouco mais. Somente os vales de 1999:2 do Brasil e 2002:4 do Peru são encontrados simultaneamente pelos dois métodos; no caso dos picos, em todos os países os

dois métodos encontraram datas distintas. Contudo, mais uma vez os resultados para o México merecem destaque. Todos os métodos, com exceção do ciclo de médio prazo, apontaram uma queda de pico a vale no período de crise registrado em Laeven e Valencia (2008). Ademais, dentre as datações realizadas a partir dos modelos de mudança de regime markoviano a regra 2 registra o período 1995:1-1996:4 como único período de pico a vale ocorrido na série de crédito real daquele país nos últimos vinte anos. Por fim, cabe reforçar também a importância da escolha dos valores de janela, fase e tamanho do ciclo no método Bry-Boschan trimestral, uma vez que os ciclos de médio e curto prazo produziram resultados bem distintos, em alguns casos como o do Chile, não sendo encontrado um ciclo de médio prazo.

4.6 Análise multivariada: a hipótese do ciclo de crédito latino americano

Os modelos univariados com mudança de regime markoviano aplicados na seção anterior permitem o acesso a alguns fatos estilizados dos ciclos de crédito, como a não linearidade ou assimetria, mas são incapazes de captar os movimentos comuns entre as séries analisadas. Se tal sincronia existir na América Latina, seria interessante do ponto de vista de formulações de políticas econômicas na região voltar as atenções a este fato. Ademais, se o ciclo de crédito é uma característica comum do vetor de taxas de crescimento do crédito real nos países considerados, então modelar um sistema permitiria a extração do componente comum do ciclo de crédito na América Latina.

Diante disso, esta seção destina-se à análise de um modelo multivariado com mudança de regime markoviano - uma generalização dos modelos univariados anteriores - de forma a estudar a possibilidade e as características de um eventual “ciclo de crédito latino-americano”. O modelo MS-VAR formulado possui uma interpretação simples: mudanças comuns no processo estocástico da taxa de crescimento do crédito bancário real ao setor privado podem estar governando os movimentos dessa variável nas maiores economias da América Latina. Tal hipótese é bastante razoável no contexto de abertura financeira presenciado nos últimos 20 anos e também diante da presença crescente de bancos estrangeiros na região⁴³.

É possível encontrar na literatura uma gama de trabalhos que estudam a transmissão internacional de choques bancários e seu impacto sobre a oferta de empréstimos de bancos no

⁴³ Um estudo do Banco Mundial mostrou que “... between 1997 and 2001, the share of foreign-owned bank assets increased from 23 percent to 43 percent in the LAC-7 countries and from 26 percent to 38 percent in other South American countries.” (de la Torre et al., 2011, p. 69).

exterior durante crises bancárias. Peek e Rosegren (2000) estudam o fenômeno em subsidiárias americanas de bancos japoneses e mostram que elas contratavam empréstimos nos Estados Unidos durante a crise bancária japonesa. Choques, no entanto, também podem ser transmitidos internacionalmente sob condições financeiras menos extremas e o sentido da transmissão é dual, uma vez que ao se internacionalizar, os bancos não somente expõem a si próprios a choques externos mas também transmitem choques desenvolvidos internamente ao país anfitrião. Neste contexto de globalização, a internacionalização dos bancos pode amplificar os ciclos de crédito internacionais, mas também é capaz de reduzir a ciclicidade do crédito local ao aprimorar o compartilhamento do risco ((GIANNETTI;LAEVEN, 2012). Ademais, a existência de ciclos de crédito internacionais tem importantes implicações de política econômica e regulatória. É fato notável que a acelerada integração entre os mercados mundiais, especialmente da indústria financeira, assistida nas últimas décadas tornou similar o perfil dos bancos transnacionais, assim como o papel por eles desempenhado nas economias mundiais. Diante disso, Aikman et al.. (2010) ressaltam a crescente sincronia entre ambos os ciclos de crédito e de produção entre países, ao mesmo tempo em que a *European Banking Federation* (2010) chama a atenção para a necessidade de uma política macroprudencial também internacional. Com relação à América Latina, de la Torre destaca: “*In addition to coordinating at home, supervisors will also need to coordinate better across borders. In LAC the importance of foreign banks makes this even more of a priority*”. (DE LA TORRE et. at. 2011, p.12).

Diante das semelhanças entre estes países ressaltadas anteriormente, assumimos a ocorrência de mudanças de regime comuns no processo estocástico que gera a série de crédito real nesses países. Utilizando um procedimento paramétrico que consiste em ajustar um modelo estatístico aos dados e utilizar os parâmetros estimados para classificar os períodos distintos de crédito na região, construímos uma cronologia dos ciclos de crédito na América Latina.

Com base em nossos objetivos de captar um ciclo de crédito nesta seção e nos resultados da seção anterior, para o sistema da taxa de crescimento do crédito real ao setor privado, $\Delta Y_t = [\Delta Y_t^{BRA} \Delta Y_t^{CHI} \Delta Y_t^{COL} \Delta Y_t^{MEX} \Delta Y_t^{PER}]$, foram formuladas diversas especificações possíveis de modelos com mudança de regime⁴⁴. Usamos um VAR(p) linear para pré-selecionar a ordem máxima do componente autoregressivo. Por usarmos dados

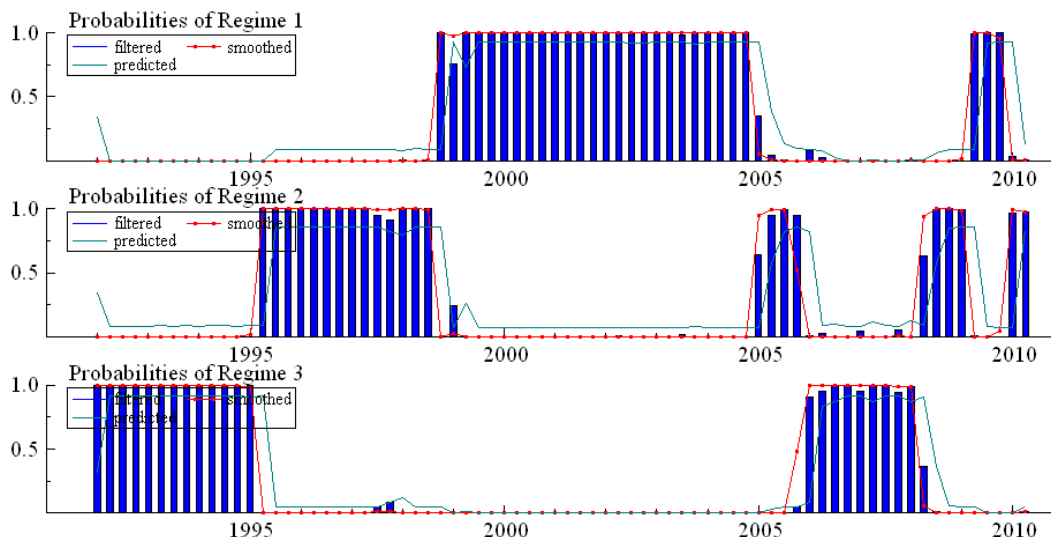
⁴⁴ É importante destacar que a análise de cointegração das variáveis em nível foi realizada e encontrada evidência de cointegração. No entanto, seguindo Morais e Portugal (2008), se tivermos interesse em captar um ciclo conjunto onde as taxas de crescimento são as variáveis de interesse, sendo estas séries I(0), podemos estimar o modelo VAR com mudança de regime ao invés de um MSVEC.

trimestrais, partimos de quatro defasagens; os critérios de informação divergiram quanto ao modelo apropriado: o critério de Akaike selecionou duas defasagens, o de Hannan-Quinn uma defasagem e o critério bayesiano elegeu um resíduo com variância tempo-variante⁴⁵ mais um intercepto também sujeito a mudanças no tempo. A partir destes resultados, pode-se estabelecer uma ordem máxima para o modelo MS(M)-VAR(p). Em seguida, elegemos a forma funcional realizando testes de especificação desde um modelo mais completo, MSIH, até um modelo mais simples, MSI⁴⁶; sob qualquer ordem autoregressiva escolhida, o modelo mais completo é preferível. É importante destacar que a estatística de teste usada, $2(\log\text{verossimilhança do modelo irrestrito} - \log\text{verossimilhança do modelo restrito})$ apresenta distribuição padrão qui-quadrado com número de graus de liberdade igual ao número de restrições que um modelo impõe sobre o outro. No entanto, este não é o caso quando se deseja determinar o número de regimes utilizando o mesmo critério, como discutido para modelos univariados. Seguindo novamente o teste assintótico usado em Laurini e Portugal (2002) usamos a estatística de teste $2[\log\text{verossimilhança}(n) - \log\text{verossimilhança}(n-1)]$, onde n e $n-1$ são os modelos com n e $n-1$ regimes, para determinar o número de regimes. Sob estas condições, o modelo geral MSIH com 3 regimes foi selecionado independente da formulação VAR, isto é, para todas as defasagens consideradas, a formulação com variância dos resíduos tempo-variante foi escolhida. Por fim, para selecionar o modelo final, escolhemos, dentre os possíveis modelos MSIH(3)-VAR(p), aquele que minimiza o critério de informação de Schwarz, uma vez que este impõe um custo maior à perda de graus de liberdade que outros critérios de informação. Dessa forma, o modelo MSIH(3)-VAR(0) foi estimado e os resultados apresentados a seguir. Os regimes podem ser interpretados como regime de crescimento alto (regime 3), crescimento intermediário (regime 2) e crescimento baixo de crédito.

⁴⁵ Trata-se de um passeio aleatório com deslocamento no nível, $Y_t = Y_{t-1} + c_{S_t} + e_t$, $e_t \sim i. i. d N(0, \sigma_{S_t})$ e de um resíduo com intercepto na diferença, $\Delta Y_t = c_{S_t} + e_t$.

⁴⁶ Seguindo o conselho de Krolzig (1997), “(...) *If there are no theoretical reasons which call for an MSM specification, an MSI specification is preferred.*” (Krolzig, 1997, p. 128).

Figura 3 - Probabilidades Filtrada, Predita e Suavizada



Uma das vantagens de se usar um modelo com ordem nula no componente autoregressivo é que possíveis quebras nas séries não são carregadas pelo modelo para outros períodos. Chauvet (2002) e Morais (2003) utilizaram tal especificação para análise com modelos univariados, enquanto Mejía-Reyes (1999) a usou em um modelo multivariado.

O modelo parece ter obtido sucesso na captação do ciclo conjunto latino-americano. Note que as fases do ciclo se alternam suavemente, sem mudanças bruscas entre os regimes de alto e baixo crescimento do crédito. Ademais, note que os regimes classificados pelo modelo representam períodos característicos da América Latina ressaltados na literatura. Por exemplo, a fase de expansão desenfreada de crédito da primeira metade da década de 1990 e sua desaceleração subsequente registrados em Barajas e Steiner (2001) e Barajas et al. (2003) são captadas pelo processo de cadeia de Markov oculta (*Hidden Markov Chain process*). Seguindo as regras de determinação de picos e vales da seção anterior, o modelo determinou picos no primeiro trimestre de 1995 e no primeiro trimestre de 2008 e vales no quarto trimestre de 2004 e quarto trimestre de 2009.

O modelo também parece captar os efeitos da crise internacional desencadeada a partir da crise de crédito hipotecário nos EUA, a chamada crise do *subprime* em 2007. Esta agravou-se em setembro de 2008 com a quebra do Lehman Brothers, um dos mais tradicionais bancos de investimento de Wall Street, provocando uma cascata de falências e quebras de instituições financeiras. Tais eventos parecem ter se refletido na América Latina, como indica a transição relativamente rápida do regime 3 para o regime 1. Do pico no primeiro trimestre de 2008 ao vale no quarto trimestre de 2009 passaram-se apenas 7 trimestres, número bastante

inferior ao estimado para o último ciclo, onde 39 trimestres transcorreram de pico a vale. Ademais, todas as transições entre os regimes extremos foram intercaladas com um regime intermediário.

Tabela 4 - Correlações em um mesmo regime

Correlação Contemporânea					
Regime 1					
	Brasil	Chile	Colômbia	México	Peru
Brasil	1				
Chile	0.5217	1			
Colômbia	0.2182	0.0616	1		
México	0.2682	-0.0135	-0.2331	1	
Peru	0.1823	0.0763	0.1514	-0.298	1
Regime 2					
	Brasil	Chile	Colômbia	México	Peru
Brasil	1				
Chile	0.2853	1			
Colômbia	0.0681	0.2684	1		
México	-0.0596	-0.4201	-0.1479	1	
Peru	0.2513	0.4045	-0.0212	-0.3316	1
Regime 3					
	Brasil	Chile	Colômbia	México	Peru
Brasil	1				
Chile	0.08	1			
Colômbia	-0.3384	0.1791	1		
México	-0.0277	0.3288	-0.2971	1	
Peru	-0.2617	0.2356	-0.2559	0.402	1

Cálculos feitos pelo autor

Enquanto o regime de baixo crescimento, apresenta duração média de 13.74 trimestres, o regime de alto crescimento preserva-se em média por 11.59 trimestres, o que mostra certo equilíbrio entre os dois nas duas últimas décadas. É possível que os resultados invertessem caso tivéssemos dados anteriores a 1992 para todos os países. Já o regime intermediário em relação aos outros dois mostra-se curto, manifestando-se em média por 7.2 trimestres⁴⁷. Além disso, cabe ressaltar também as mudanças ocorridas na correlação da taxa de crescimento do crédito entre os países quando se consideram regimes distintos para a média e a variância. A maioria das correlações troca de sinal quando há mudança de regime, com exceção das correlações entre Chile e Colômbia, Chile e Peru e Colômbia e México. Destaca-se também a alta correlação entre as taxas de crescimento do crédito de Brasil e Chile no regime de crédito baixo.

⁴⁷ Ver apêndice C.

5 CONCLUSÃO

O crescimento da literatura de ciclos de crédito nas últimas décadas, tanto no campo teórico quanto empírico, ganhou notável aceleração com a crise econômica mundial que assolou o mundo a partir de 2008. Diversos estudos ressaltaram a interação entre os ciclos econômicos e a esfera financeira, dando origem ao estudo dos chamados ciclos financeiros - dos quais os ciclos de crédito representam componente importante. Ademais, os acontecimentos recentes reforçam a necessidade do estudo destes fenômenos, sobretudo na América Latina onde pesquisas neste campo mostram-se ainda em relativa escassez. Analogamente aos ciclos de negócio, em que instituições como o NBER, OCDE e CODACE-FGV realizam datações do fenômeno, os ciclos de crédito talvez mereçam atenção semelhante.

O sucesso dos modelos de mudança de regime markoviano em estudos de ciclos de negócio motivou, no presente trabalho, sua aplicação ao estudo dos ciclos de crédito na América Latina. Existem algumas vantagens em modelar o ciclo de crédito como um processo estocástico governado por uma cadeia de Markov. Por exemplo, quebras estruturais permanentes que poderiam ser entendidas como determinísticas podem ser ajustadas por uma cadeia de Markov com estados absorventes. A vantagem é que isto permitiria gerar previsões antes da quebra que levam em consideração a possibilidade de haver uma mudança de regime e que tal mudança possa se repetir em períodos mais à frente. Com isso, procurou-se estudar as propriedades dos ciclos de crédito através destes modelos em países selecionados da região, tais como seu comportamento em fases de distintas – por exemplo, de alta e baixa do ciclo – o número de regimes, a duração de cada um deles, as datas de pico e vale e a hipótese de um ciclo de crédito comum latino americano.

A estratégia de identificação adotada para os modelos univariados mostrou que dois regimes são suficientes para modelar as séries individuais. Ademais, a duração de cada regime mostra-se distinta entre os países: enquanto o regime de baixa é maior no Chile e menor no Brasil, o regime de alta tem maior duração média no México e menor na Colômbia. Vale lembrar, contudo que tais resultados são consequência da estratégia de identificação adotada, podendo ser modificados, caso estratégias alternativas sejam consideradas. Além disso, os modelos captaram momentos de crise bancária ressaltados na literatura, em alguns casos melhor do que em outros. Isto se deve ao fato de que diversos outros eventos nestes países podem estar gerando a mudança dos parâmetros dos modelos e conseqüentemente

influenciando a classificação dos regimes, tais como mudanças de planos econômicos, recessões, crises cambiais, de dívida externa, dentre outras. Destaca-se, contudo, o caso do México em que a crise bancária datada em Laeven e Valencia (2012) com início em 1994 e fim em 1996 foi completamente capturada pelo modelo MSI(2)-AR(0).

Contudo, para o período considerado não há registros de crises bancárias na literatura nos casos do Chile e do Peru. Diante disso, como forma de verificar a adequação dos modelos, confrontamos os resultados gerados pelos modelos de mudança de regime markoviano univariados com os picos e vales produzidos por outro método de datação comumente utilizado em estudos de ciclos de negócio e recentemente, no estudo de ciclos financeiros: o algoritmo Bry-Boschan (1971) em sua versão trimestral desenvolvida por Harding e Pagan (2002). Utilizando os valores de janela, fase e tamanho do ciclo adequados, seguindo Drehman et al. (2012), contrastamos duas regras de datação feitas com modelos markovianos com os ciclos de curto e médio prazo gerados no algoritmo Bry-Boschan. Os resultados foram ambíguos. Enquanto em alguns casos as datações se assemelharam, em outros divergiram substancialmente.

Por fim, considerou-se a possibilidade de que mudanças comuns nas variáveis latentes estivessem conduzindo a região a um ciclo comum de crédito. Diante das transformações estruturais semelhantes entre os países estudados ocorridas nos últimos vinte anos, tal hipótese poderia sugerir um esforço de coordenação para monitoramento e execução de políticas macroprudenciais na região. O modelo multivariado escolhido, MSIH(3)-VAR(0) encontrou um ciclo em curso na região, onde as mudanças de regime são perfeitamente correlacionadas, cuja duração difere entre as décadas abarcadas. Enquanto a duração dos regimes nos anos 1990 é maior, as transições entre regimes parecem ocorrer mais depressa nos anos 2000. Tal fato torna-se particularmente importante quando considerado o período de crise econômica mundial do qual a América Latina saiu praticamente ileso.

Cabe ressaltar que este é um estudo inicial da adequação dos modelos de mudança de regime markoviano ao estudo dos ciclos de crédito na América Latina. Para que possam ser utilizados com fins de monitoramento da economia e planejamento de políticas macroprudenciais na região, algumas melhorias precisam ser realizadas. A primeira delas refere-se à modelagem de outros indicadores também usuais em estudos de crédito, como a razão crédito-PIB, crédito real *per capita*, crédito doméstico, etc. Pode-se também buscar covariadas adequadas, que ajudem a captar melhor os ciclos financeiros e, em particular seu componente de interesse neste estudo: o ciclo de crédito. A maioria dos modelos atuais, por exemplo Kyiotaki-Moore, lança mão de preços de ativos (comumente imobiliários) como *link*

entre as esferas real e financeira. No caso da América Latina, a dificuldade reside justamente em encontrar uma base de dados longa o suficiente para a realização destes estudos. Como ressaltou certa vez Leontief (1971, *apud* HENDRY, 2000) “*the scientists have their machines, while the economists are still waiting for their data*”.

REFERÊNCIAS

AIKMAN, D.; HALDANE, A.; NELSON, B. **Curbing the Credit Cycle**, *BIS Review* 168/2010.

AKERLOF, G.A. **The market for lemons**: Quality uncertainty and the market mechanism. *Quarterly Journal of Economics* 84:488-500, 1970.

ARNOLD, L.G. **Business Cycle Theory**, Oxford University Press, 2002.

ARMENDÁRIZ, B.; MORDUCH, J. **The Economics of Microfinance**, second Edition, volume 1, MIT Press Book, n. 0262014106, april, 2010.

AZARIADIS, C.; SMITH, B. **Financial Intermediation and Regime Switching in Business Cycles**. *American Economic Review* 88 (3), 516-536, June, 1998.

BARAJAS, A., STEINER, R. **Credit Stagnation in Latin America**, IMF Working Paper 02/53, 2002.

BARAJAS, A.; CHAMI, R.; COSIMANO, T. **Did the Basel Accord Cause a Credit Slowdown in Latin America?**, *Economia*, Vol. 5, pp. 135-182, 2004.

BÉNÉTRIX, A., LANE, P.R. **Fiscal Cyclicity and the EMU**, Paper prepared for The European Debt Crisis: Background and Perspectives Conference, Copenhagen, April 13/14 2012.

BERNANKE, B.; GERTLER, M. **Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations**, *American Economic Review*, Vol. 79 no.1, pp. 14-31, 1989.

BERNANKE, B.; GERTLER, M. **Inside the Black Box: The Credit Channel of Monetary Policy Transmission**, *Journal of Economic Perspectives*, American Economic Association, vol 9(4), pages 27-48, fall, 1995.

BOLLERSLEV, T. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity**, *Journal of Econometrics* 31: 307-327, 1986.

BORDO, M. EICHENGREEN, B.; KLINGEBIEL, D.; MARTINEZ-PERIA, M. **Is the crisis problem growing more severe?**, *Economic Policy*, no.16, pp. 51-82, 2001.

BORDO, M.; HAUBRICH, J. **Credit Crises, Money and Contractions**: an historical view, *NBER Working Papers* 15389, National Bureau of Economic Research, Inc, 2009.

BORIO, C. **The Financial Cycle and Macroeconomics: What have we learnt?**, *BIS Working Paper* 395, 2012.

BOX, G.E.P.; JENKINS, G.; **Time Series Analysis**, Forecasting and Control, HoldenDay, San Francisco, 1970.

BRACKE, P.; **How long do housing cycles last?** A duration analysis. IMF Working Paper, 11/231, 2011.

BRY, G.; BOSCHAN, C. **Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs**, NBER, New York, 1971.

BURNS, A.; MITCHELL, W. **Measuring Business Cycles**. New York, National Bureau of Economic Research, 1946.

CAPRIO, G.; KLINGEBIEL, D. **Episodes of Systemic and Borderline Financial Crises**, disponível em <http://go.worldbank.org/5DYGICS7B0>, 2003.

CAPRIO, G.; KLINGEBIEL, D.; LAEVEN, L.; NOGUERA, G. **Banking Crisis Database**, In Patrick Honohan and Luc Laeven (eds.), *Systemic Financial Crises*, Cambridge: Cambridge University Press, 2005.

CASELLA, G.; BERGER, R. L. **Statistical Inference**, Duxbury Press, 2nd Ed, 2002.

CERON, J.; SUAREZ, J. **Hot and Cold Housing Markets: International Evidence**, *CEMFI Working Paper* no. 0603., 2006.

CHAN, K.S. **Consistency and Limiting Distribution of the Least Squares Estimator of a Threshold Autoregressive Model**, *The Annals of Statistics*, 21, 520-533, 1993.

CHAUVET, M., **The Brazilian Business and Growth Cycles**, *Revista Brasileira de Economia*, v.56, n.1, p.75-106, 2002.

CHAUVET, M., M.; PIGER, J.M., **Identifying Business Cycle Turning Points in Real Time**, *Review of the Federal Reserve Bank of St. Louis*, March/April, 47-61, 2003.

CHOW, G. **Tests of the equality between two sets of coefficients in two linear regressions**, *Econometrica*, v.28, p.561-605, 1960.

CHRISTIANO, L.J.; EICHENBAUM, M.; EVANS, C.L. **Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy**, *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 113(1), pages 1-45, feb, 2005.

CORREA, A.; HILLBRECHT, R.O. **Ciclos Internacionais de Negócios: Uma Análise de Mudança de Regime Markoviano para Brasil, Argentina e Estados Unidos**, Working Paper Series 88, Central Bank of Brazil, Research Department, 2004.

COTARELLI, C.; DELL'ARICCIA, G.; VLADKOVA-HOLLAR, I. Early Birds, Late Risers, and Sleeping Beauties: Bank Credit Growth to the Private Sector in Central and Eastern Europe and the Balkans, *Journal of Banking and Finance*, no.29, pp. 83-104, 2005.

CUBEDDU, L.; TOVAR, C.E.; TSOUNTA, E. **Latin America: Vulnerabilities under construction?** IMF Working Paper, 12/193, July, 2012.

DEGRYSE, H.; KIM, M.; ONGENA, S.. **Microeconometrics of Banking: Methods, Applications and Results.** New York: Oxford University Press, 2009.

DELL'ARICCIA, G.; DETRAGIACHE, E.; RAJAN, R. **The Real Effect of Banking Crises**, *Journal of Financial Intermediation*, Elsevier, vol. 17(1), p. 89-112, Jan. 2008.

DEMPSTER, A.P., LAIRD, N.M., RUBIN, D.B. **Maximum likelihood from incomplete data via the EM Algorithm**, *Journal of Royal Statistical Society*, B39, 1-38, 1977.

DIAMOND, P. National **Debt in a Neoclassical Growth Model**, *The American Economic Review*, Volume 55, Issue 5, 1126-1150, December 1965.

DIJK, D.V. **Extensions and outlier robust inference**, Rotterdam, Erasmus University, Tinbergen Institute Research Series 200, 1999.

DREHMANN, M.; BORIO, C.; TSATSARONIS, K.; **Characterising the financial cycle: don't lose sight of the médium term!**, BIS Working Papers 380, Bank of International Settlements, 2012.

ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**, New York, John Wiley and Sons, 3rd ed., 2010.

EUROPEAN BANKING FEDERATION, **Credit Cycles and their Role for Macro prudential Policy**, Mimeo, 2011.

FAN, J.; YAO, Q; **Nonlinear time series: nonparametric and parametric methods.** Springer, New York, USA . 2003

FIGUEIREDO, E. ; ZIEGELMANN, F. A. **Mudança na Distribuição de Renda Brasileira: Significância Estatística e Bem-Estar Econômico.** *Revista de Economia Aplicada*, v. 13, p. 257-277, 2009.

FRIEDMAN, M.; SCHWARTZ, A. J. **A. Monetary History of the United States**, 1867-1960, NBER Books, National Bureau of Economic Research, Inc, number frie63-1, Jan. 1963

FRIEDMAN, M., FRIEDMAN, R. **Two Lucky People**, University of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1998

FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. **Finite Mixture and Markov Switching Models**, Springer, 2006.

GARCIA,R. **Asymptotic null distribution of the likelihood ratio test in Markov Switching Models**, International Economic Review, v. 39, n. 3, p.763-788, 1998.

GERSBACH, H; ROCHET , J-C. **Aggregate Investment Externalities and Macprudential Regulation**, Mimeograph., 2011

GIANNETTI, M.; LAEVEN, L. **Flight Home, Flight Abroad, and International Credit Cycles**, American Economic Review, vol 102(3), pages 219-24, May, 2012

GOLDFELD, S.M.; QUANDT, R.E. **A Markov model for switching regression**, Journal of Econometrics, v.1, p.3-16, 1973.

GOODWIN, T.H. **Business cycle analysis with a Markov-Switching Model**, Journal of Business and Economic Statistics, v.11, p.231-339, 1993.

GORTON, G.; HE, P. **Bank Credit Cycles**, *Review of Economic Studies*, Vol. 75, no. 4, pp. 1181-1214., 2008

GOURINCHAS, P-O, VALDES,R., LANDERRETICHE, O. **Lending Booms: Latin America and the World**. *Economia*, Spring, pp. 47-99., 2001

HAMILTON, J. D. **A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle**, *Econometrica* no. 57, pp. 357-384, 1989

HAMILTON, J.D. **Analysis of Time Series subject to changes in regime**, Journal of Econometrics, v.45, p.39-70, 1990.

HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**, Princeton: Princeton University Press, 1994.

HAMILTON, J.D. **Specification Testing in Markov-Switching Time Series models**, Journal of Econometrics, v.70, p. 127-157, 1996.

HANSEN, B.E. **The Likelihood Ratio Test under Non-Standard Conditions: Testing the Markov Switching Model of GNP**, Journal of Applied Econometrics,v.7, S61-S82, 1992.

HARDING, D., PAGAN, A. **Dissecting the cycle: a methodological investigation**. Journal of Monetary Economics, v. 49, p. 365-381, 2002.

HARVEY, A. **Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter**. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

HARVEY ,A. **The Econometric Analysis of Time Series**, 2nd Ed. Cambridge: MIT Press, 1990.

HENDRY, D.F. **Econometrics: Alchemy or Science?** Oxford University Press, 2000.

HOGG, R.; CRAIG, A.; MCKEAN, J. **Introduction to Mathematical Statistics**, Pearson, 6th ed., 2004.

HOLMSTROM, B., TIROLE, J. **Financial Intermediation, Loanable Funds, and the Real Sector**, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 112, No. 3. pp. 663-691. August, 1997.

KAMINSKY, G.; REINHART, C. **The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems**, *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 89(3), p. 473-500, Jun. 1999.

KIM, C-J, **Dynamic linear models with markov switching**, *Journal of Econometrics*, v.60, p.1-22, 1994.

KIM, C-J; NELSON, C.R. **State-Space Models with Regime Switching** – Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications, 2 ed, MIT Press, 2000.

KINDLEBERGER, C. P. **Manias, Panics, and Crashes: A History of Financial Crisis**, 1st edition. New York: Basic Books, 1989.

KIYOTAKI, N.; MOORE, J. **Credit Cycles**, *Journal of Political Economy* no. 105, pp. 211-248, 1997.

KRESS, M. **Lending Cycles in Estonia**, Working Papers of Eesti Pank, n. 03, 2004

KRISHNAMURTY, A.: **Collateral Constraints and the Amplification Mechanism**, *Journal of Economic Theory*, 119:104-127, 2003.

KROLZIG, H.-M. **Markov Switching Vector Autoregressions. Modelling, Statistical Inference and Application to Business Cycle Analysis**. Berlin: Springer, 1997.

KROLZIG, H.M. **Constructing Turning Point Chronologies with Markov-Switching Vector Autoregressive Models: the Euro-zone Business Cycle**, in *Monographs of Official Statistics : Statistical Methods and Business Cycle Analysis of the Euro zone*, G.L. Mazzi and G. Savio (eds.), Eurostat, 147-190, 2003.

KYDLAND, F.E.; PRESCOTT, E.C.; **Time to Build and Aggregate Fluctuations**, *Econometrica* 50: 1345-1370, 1982.

KYDLAN, F.E.; PRESCOTT, E.C. **The Econometrics of the General Equilibrium Approach to Business Cycles**, *Scandinavian Journal of Economics*, Wiley Blackwell, vol. 93(2), pages 161-78, 1991.

LAEVEN, L.; VALENCIA, F. **Systemic Banking Crises: A New Database**, IMF Working Paper WP/08/224, 2008.

LAEVEN, L.; VALENCIA, F. **Resolution of Banking Crises: The Good, the Bad and the Ugly**, IMF Working Paper 10/146, International Monetary Fund, 2010.

LAEVEN, L.; VALENCIA, F. **Systemic Banking Crises: An Update**, IMF Working Papers 12/163, International Monetary Fund, 2012.

LAM, P-S. **The Hamilton model with a general autoregressive component: estimation and comparison with other models of economic time series**, Journal of Monetary Economics, v.26, p.409-432, 1990.

LAURINI, M. P. ; PORTUGAL, M. S. **Markov Switching Based Nonlinear Tests for Market Efficiency using the R\$/US\$ Exchange Rate**. In: XXIV Encontro Brasileiro de Econometria, 2002, Nova Friburgo (RJ). Anais do XXIV Encontro Brasileiro de Econometria, 2002. v. 2. p. 127-146.

LONG, J.; PLOSSER, C. **Real Business Cycles**, Journal of Political Economy, 91: 39-69, 1983.

LOWN, C.; MORGAN, D. **The Credit Cycle and the Business Cycle: New Findings Using the Loan Officer Opinion Survey**, Journal of Money, Credit and Banking, vol. 38:6, pp. 1575-1597, 2006.

LUCAS, R.E. **Understanding Business Cycles**, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier, vol. 5(1), pages 7-29, Jan. 1977.

MARIANO, R.S; TSE, Y.-K. **Econometric Forecasting and High Frequency Data Analysis**, World Scientific, vol 13, 2008.

MARTÍN, R. A. **Credit Cycles: Evidence Based on a Nonlinear Model for Developed Countries** - Banco de España Working Paper, No. 1113 , 2011.

MATSUYAMA, K. **The Good, The Bad, and The Ugly: An Inquiry into the Causes and Nature of Credit Cycles**, CIRJE F-Series CIRJE-F-294, CIRJE, Faculty of Economics, University of Tokyo, 2004.

MEJÍA-REYES, P. **Classical business cycles in Latin America: turning points, asymmetries and international synchronisation?**, Estudios Económicos, COLMEX, México, Vol. 14, Núm. 2, pp. 265-297, 1999.

de MENDONÇA, H. F. **Mecanismos de transmissão monetária e a determinação da taxa de juros: uma aplicação da regra de Taylor ao caso brasileiro**, Revista Economia e Sociedade, Instituto de Economia, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), vol. 16, pages 17, January, 2001.

MENDOZA, E. G.; TERRONES, M. **An Anatomy Of Credit Booms: Evidence From Macro Aggregates And Micro Data**, NBER Working Papers 14049, 2008.

MINSKY, H. **Financial instability revisited**: The economics of disaster. In Reappraisal of the Federal Reserve Discount Mechanism, volume 3, ed. Board of Governors. Washington D. C.: Board of Governors, 1972.

MISHKIN, F.S. **Asymmetric Information and Financial Crises**: A Historical Perspective, NBER Working Papers 3400, National Bureau of Economic Research, Inc, July, 1990.

MISHKIN, F.S. **The Economics of Money, Banking and Financial Markets**, 3rd edition, HarperCollins Publishers, 1992.

MISHKIN, F.S. **Symposium on the Monetary Transmission Mechanism**, The Journal of Economic Perspectives, Vol. 9, No. 4. pp. 3-10, Autumn, 1995.

MISHKIN, F.S. **Understanding Financial Crises**: A Developing Country Perspective, NBER Working Paper 5600, 1996.

MORAIS, I. A. C. , **Mudança de Regime Markoviano**: uma aplicação a séries econômicas brasileiras, Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MYERSON, R.B. **A Model of Moral-Hazard Credit Cycles**, Journal of Political Economy, vol. 120, issue 5, pages 847 – 878, 2012.

NELSON, C.R.; PLOSSER, C.I. **Trends and random walks in macroeconomic time series**: some evidence and implications, Journal of Monetary Economics, v.10, p. 139-162, 1982.

PEEK, J; ROSENGREEN, E. **Collateral Damage: Effects of the Japanese Bank Crisis on Real Activity in the United States**, American Economic Review 90(1): 30–45, 2000.

PERRON, P. **The great crash, the oil price shock and the unit root hypothesis**. Econometrica 57, 1361-1401, 1989.

PERRON, P. **Further evidence on breaking trend functions in macroeconomic variables**, Journal of Econometrics, v.80, p.355-385, 1997.

QUANDT, R.E. **The estimation of parameters of a linear regression system obeying two separate regimes**, Journal of the American Statistical Association, v.53, p.873-880, 1958.

QUANDT, R.E. **Tests of the hypothesis that a linear regression system obeys two separate regimes**, Journal of the American Statistical Association, v.55, p.324-330, 1960.

RAJAN, R. G. **Why Bank Credit Policies Fluctuate**: A Theory and Some Evidence, The Quarterly Journal of Economics Vol. 109 no.2, pp. 399-441, 1994.

REINHART, C.M.; ROGOFF, K. S. **This Time Is Different**: A Panoramic View of Eight Centuries of Financial Crises,” NBER Working Paper no. 13882, 2008.

REINHART, C.; ROGOFF, K. **From Financial Crash to Debt Crisis**, *American Economic Review*, n 101(5), p. 1676-1706, 2011.

de SOTO, J. H. **Moeda, Crédito Bancário e Ciclos Econômicos**, Instituto Ludwig von Mises, 2012.

STIGLITZ, J. E.; WEISS, A. **Credit rationing in markets with imperfect information**. *American Economic Review*, Vol. 71, No. 3, pp. 393-410. 1981.

SUAREZ, J. & SUSSMAN, O. **Endogenous Cycles in a Stiglitz-Weiss Economy**, CEPR Discussion Papers 1604, C.E.P.R. Discussion Papers, 1997.

TIAO, G.C.; TSAY, R.S. **Some advances in nonlinear and adaptative modeling in time series**. *Journal of Forecasting*, 13, 109-131, 1994.

TONG, H. **Threshold Models in Non-Linear Time Series Analysis**. Springer-Verlag, New York, 1983.

TONG, H. **Non-linear Time Series: A Dynamical Systems Approach**. Oxford University Press, Oxford, 1990.

de la TORRE, A.; IZE, A.; SCHMUKLER, S. L. **Financial Development in Latin America and the Caribbean: The Road Ahead**, *Latin America and Caribbean Studies*, World Bank, november, 2011.

TSAY, R.S. **Testing and modeling multivariate threshold models**, *Journal of American Statistical Association*, v. 93, p.1188-1202, 1998.

XU, T.T. **Role of credit in international business cycles**, Bank of Canada Working Paper, n36, 2012.

YULE, G.U. **On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers**. *Philosophical Transactions of the Royal Society London*, A, 226, 267-298, 1927.

ZIVOT, E.; ANDREWS, W.K. **Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock and the Unit-Root Hypothesis**, *Journal of Business & Economic Statistics*, American Statistical Association, vol. 10(3), pages 251-70, July, 1992.

APÊNDICE A – TESTES DE RAIZ UNITÁRIA

Tabela 5 - Testes de raiz unitária

País	Quebra	Dickey-Fuller Aumentado				Phillips-Perron			
		Nível		Primeira Diferença		Nível		Primeira Diferença	
		estat. t	p-valor	estat. t	p-valor	estat. t	p-valor	estat. t	p-valor
Brasil	Tendência e Intercepto	-1.7805	0.7043	-7.55497	0.0000	-2.12374	0.5241	-7.55977	0.0000
	Intercepto	-1.56321	0.4962	-3.77949	0.0048	-1.70438	0.4249	-7.65302	0.0000
	Nenhum	2.21929	0.9934	-3.52208	0.0006	1.566938	0.9704	-7.21962	0.0000
Chile	Tendência e Intercepto	-2.87096	0.1788	-1.88384	0.6509	-2.76218	0.2158	-8.82349	0.0000
	Intercepto	-0.7462	0.8268	-1.8276	0.364	-2.04963	0.2655	-8.52061	0.0000
	Nenhum	0.522906	0.8261	-1.09059	0.2468	3.703852	0.9999	-4.60246	0.0000
Colômbia	Tendência e Intercepto	-1.88038	0.6541	-2.53045	0.3131	-1.45046	0.8375	-6.15502	0.0000
	Intercepto	-1.00343	0.7479	-2.54859	0.1087	-0.99173	0.7524	-6.18435	0.0000
	Nenhum	0.461496	0.8118	-2.33596	0.0198	1.188423	0.9386	-5.51744	0.0000
México	Tendência e Intercepto	-1.13051	0.9158	-3.51341	0.0461	-1.9637	0.611	-6.11376	0.0000
	Intercepto	-2.22397	0.2000	-4.12782	0.0017	-1.95732	0.3049	-6.15777	0.0000
	Nenhum	-0.27713	0.5825	-4.15509	0.0001	-0.56914	0.4675	-6.14035	0.0000
Peru	Tendência e Intercepto	-3.34924	0.0674	-1.40178	0.8515	-2.56745	0.2961	-4.76167	0.0013
	Intercepto	-1.9876	0.2915	-1.56323	0.4956	-3.49629	0.0107	-3.79437	0.0045
	Nenhum	0.092792	0.7087	-1.59472	0.1037	1.558338	0.9699	-2.44975	0.0148

Tabela 6 - Teste de raiz unitária sob quebra estrutural

País	Quebra	Estatística	valores críticos		Data da quebra
			5%	1%	
Brasil	Tendência e Intercepto	-3.922	-5.08	-5.57	2002Q4
	Intercepto	-3.083	-5.43	-4.8	2006Q2
	Tendência	-3.877	-4.93	-4.42	2003Q4
Chile	Tendência e Intercepto	-3.546	-5.08	-5.57	1998Q4
	Intercepto	-3.596	-4.8	-5.43	1998Q4
	Tendência	-2.994	-4.42	-4.93	2003Q4
Colômbia	Tendência e Intercepto	-3.517	-5.08	-5.57	1998Q4
	Intercepto	-3.905	-4.8	-5.43	1998Q4
	Tendência	-3.599	-4.42	-4.93	2003Q1
México	Tendência e Intercepto	-4.173	-5.08	-5.57	2001Q2
	Intercepto	-3.975	-4.8	-5.43	1995Q2
	Tendência	-4.163	-4.42	-4.93	2002Q1
Peru	Tendência e Intercepto	-2.992	-5.08	-5.57	2007Q2
	Intercepto	-4.055	-4.80	-5.43	2000Q1
	Tendência	-2.87	-4.42	-4.93	2006Q2

Nota: Teste de raiz unitária sob a presença de quebra estrutural de Zivot e Andrews (1992) implementado com a rotina *zandrews* escrita por Christopher Baum e disponível para Stata 8.0.

APÊNDICE B – ANÁLISE UNIVARIADA

Tabela 7 - Testes para modelos univariados

Teste da razão de verossimilhança para os modelos escolhidos					
Brasil					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(2)-AR(1)	MSIH(2)-AR(1)	12.8274	Chi(1)	0.0003
Nº de regimes	MSIH(1)-AR(1)	MSIH(2)-AR(1)	16.1936	Chi(4)	0.0028
	MSIH(2)-AR(1)	MSIH(3)-AR(1)	6.5804	Chi(8)	0.5825
Chile					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(2)-AR(0)	MSIH(2)-AR(0)	4.9792	Chi(1)	0.0257
Nº de regimes	MSIH(1)-AR(0)	MSIH(2)-AR(0)	8.1615	Chi(4)	0.0858
	MSIH(2)-AR(0)	MSIH(3)-AR(0)	13.6886	Chi(8)	0.0903
Colômbia					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(2)-AR(3)	MSIH(2)-AR(3)	0.9432	Chi(1)	0.3315
Nº de regimes	MSI(1)-AR(3)	MSI(2)-AR(3)	9.4798	Chi(3)	0.0235
	MSI(2)-AR(3)	MSI(3)-AR(3)	2.8092	Chi(7)	0.9021
México					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(2)-AR(0)	MSIH(2)-AR(0)	11.2282	Chi(1)	0.0008
Nº de regimes	MSI(1)-AR(0)	MSI(2)-AR(0)	17.199	Chi(3)	0.0006
	MSI(2)-AR(0)	MSI(3)-AR(0)	14.311	Chi(7)	0.0459
Peru					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(2)-AR(3)	MSIH(2)-AR(3)	4.277	Chi(1)	0.0386
Nº de regimes	MSI(1)-AR(3)	MSI(2)-AR(3)	2.688	Chi(3)	0.4423
	MSI(2)-AR(3)	MSI(3)-AR(3)	0.3278	Chi(7)	0.9999

Figura 4 - Probabilidades filtrada e suavizada - Brasil

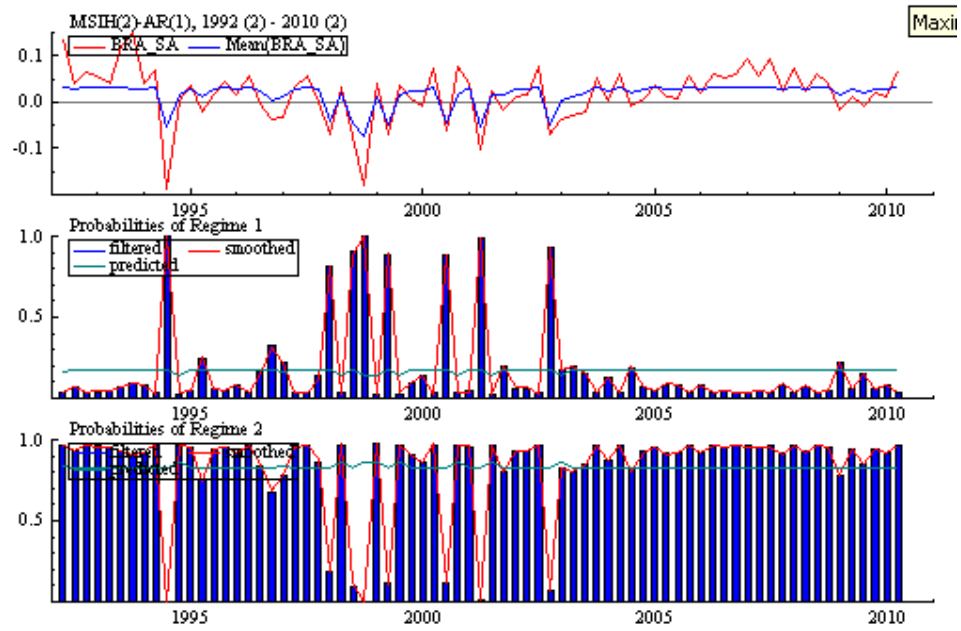


Figura 5 - Análise dos resíduos - Brasil

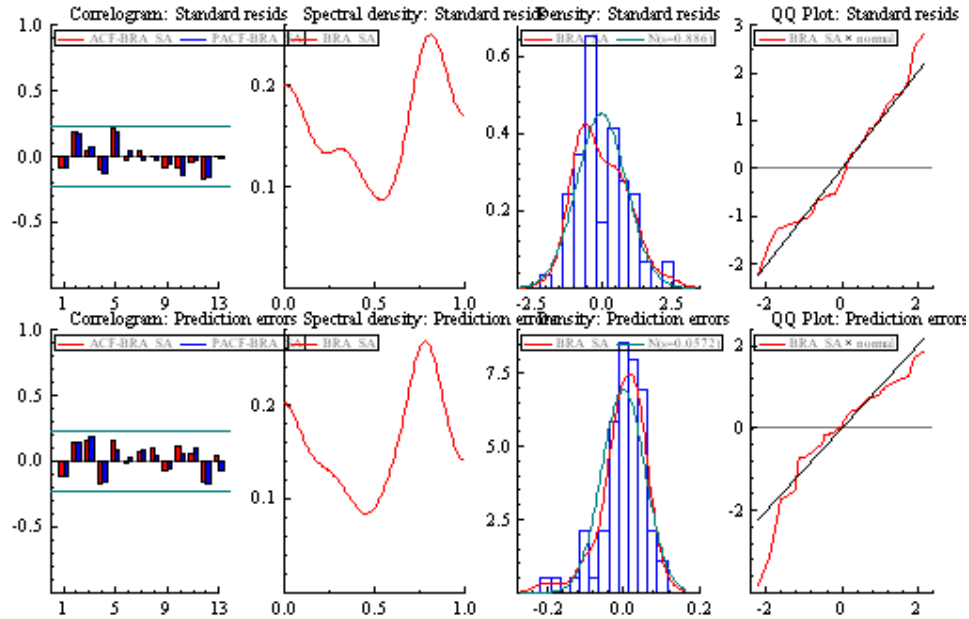


Figura 6 - Probabilidades filtrada e suavizada - Chile

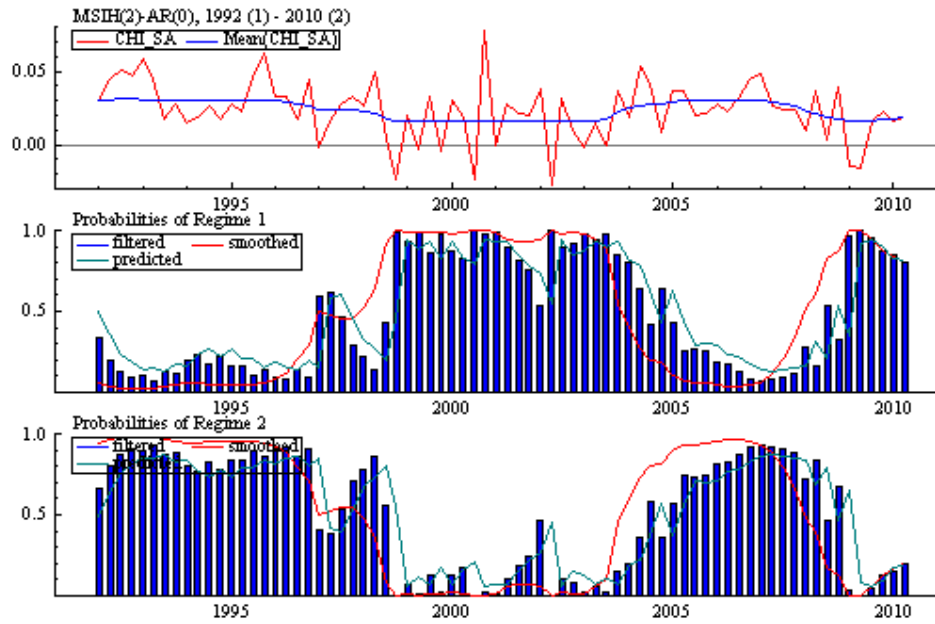


Figura 7 - Análise dos resíduos - Chile

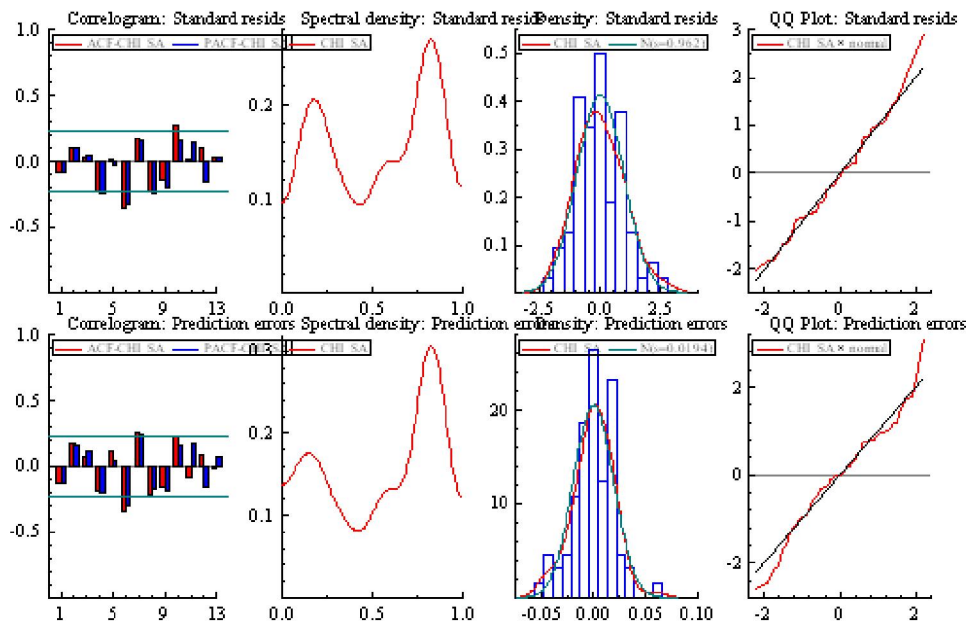


Figura 8 - Probabilidades filtrada e suavizada - Colômbia

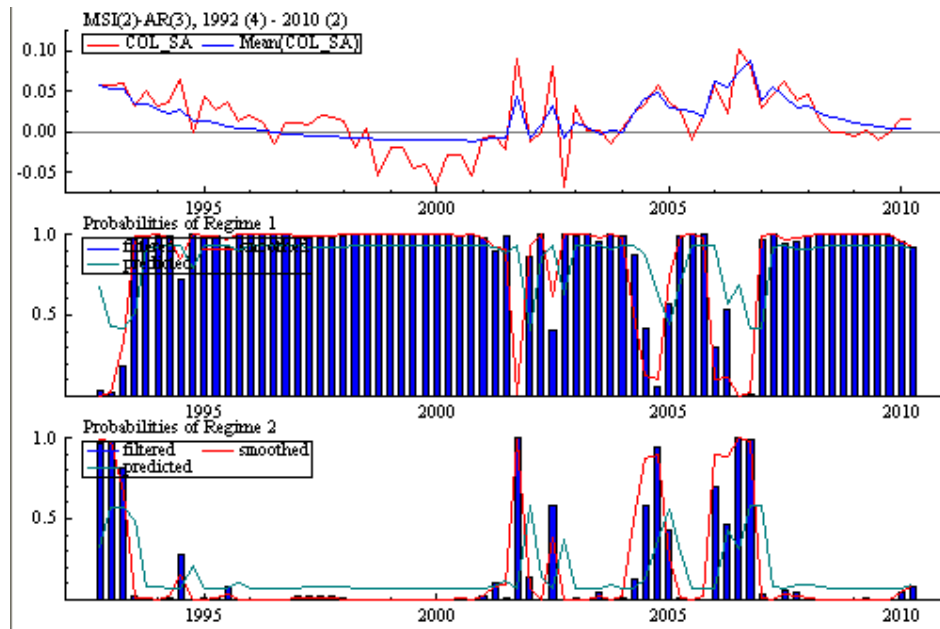


Figura 9 - Análise dos resíduos - Colômbia

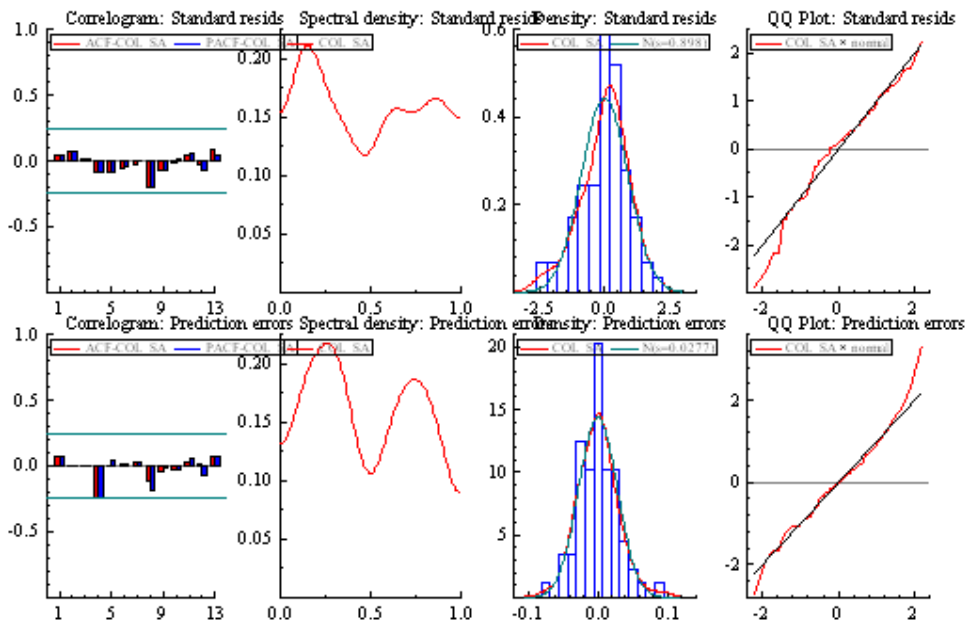


Figura 10 - Probabilidades filtrada e suavizada - México

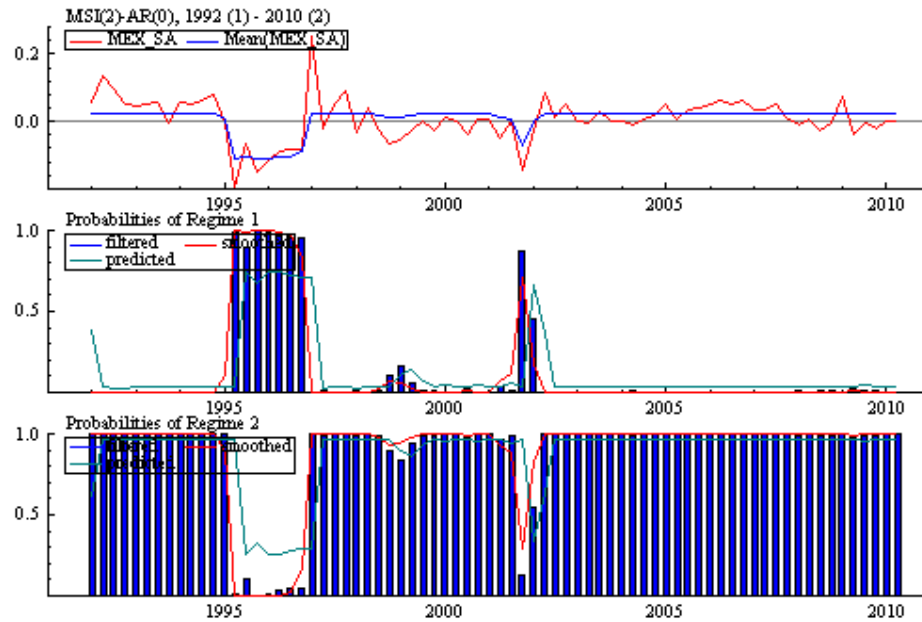


Figura 11 - Análise dos resíduos - México

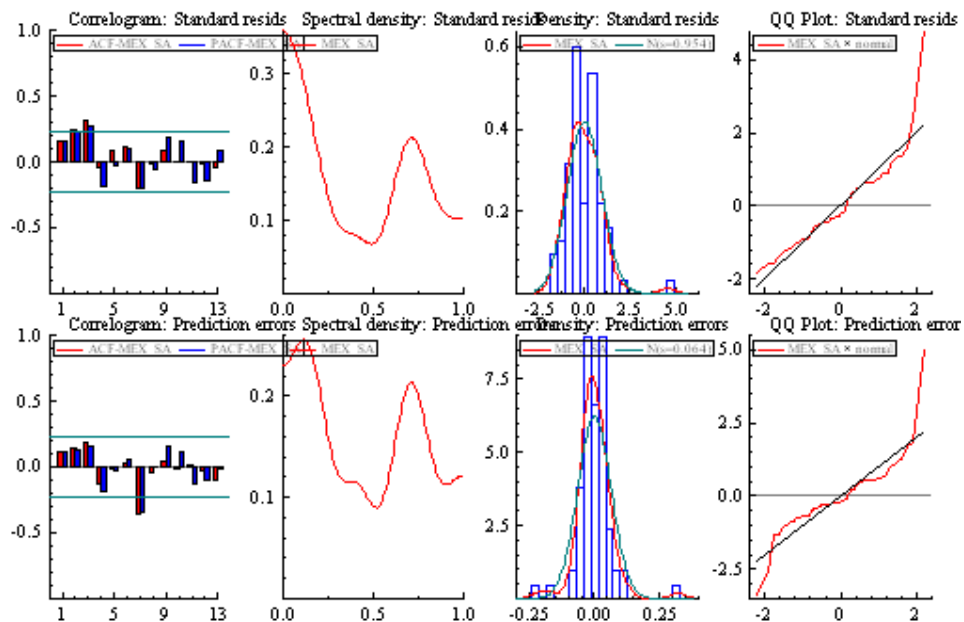


Figura 12 - Probabilidades filtrada e suavizada - Peru

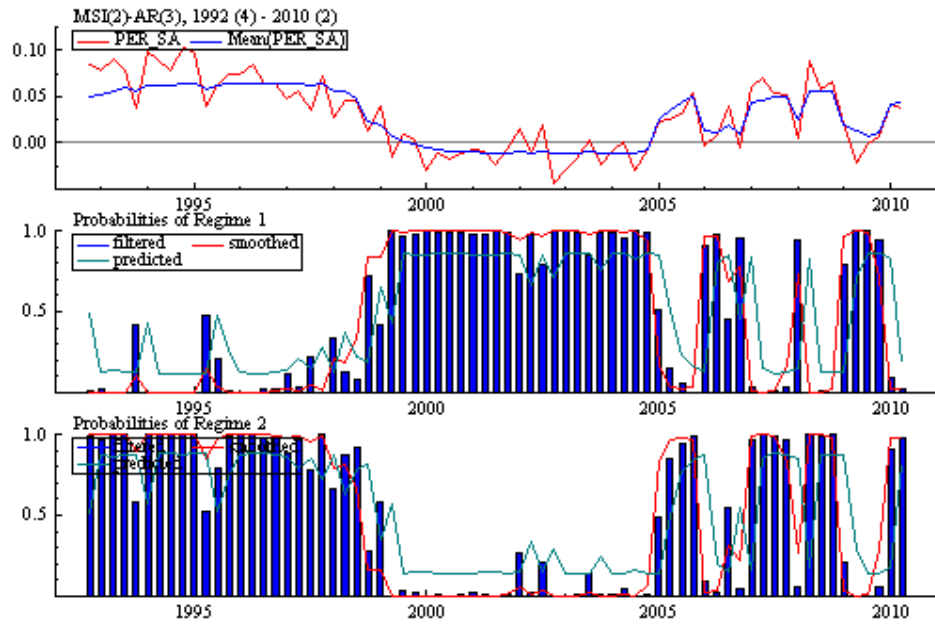
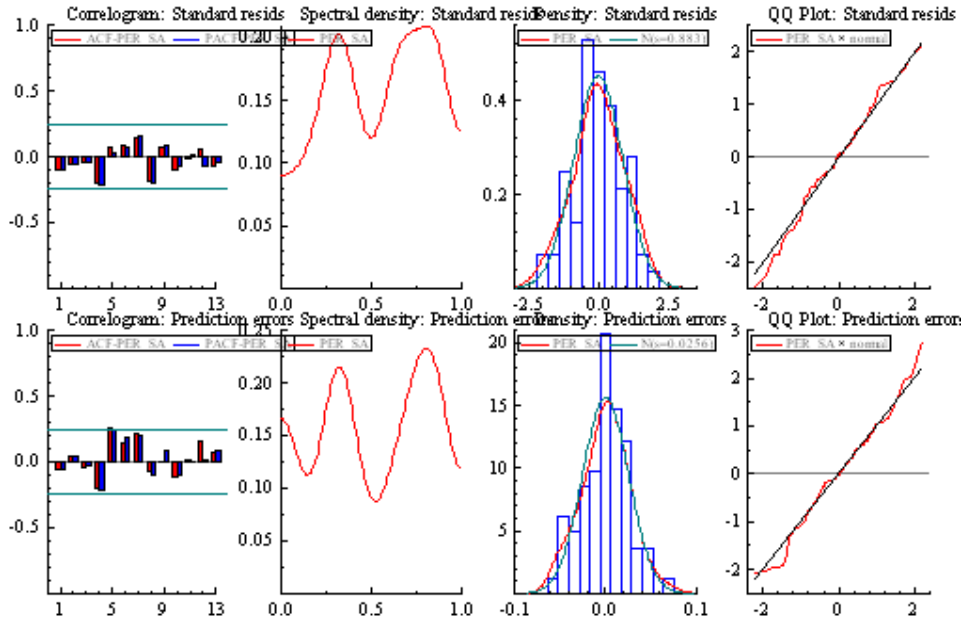


Figura 13 - Análise dos Resíduos - Peru



APÊNDICE C – ANÁLISE MULTIVARIADA

Tabela 8 - Modelo Multivariado

	Brasil	Chile	Colômbia	México	Peru
$v(1)$	-0.00169 [0.0107]	0.015719 [0.0045]	-0.00564 [0.0073]	-0.0094 [0.0077]	-0.00768 [0.0033]
$v(2)$	0.01293 [0.0081]	0.026111 [0.0036]	0.011459 [0.003]	-0.01152 [0.0184]	0.051663 [0.0041]
$v(3)$	0.06142 [0.0158]	0.030949 [0.0027]	0.042983 [0.0052]	0.049285 [0.0069]	0.062316 [0.0087]
$\sigma(1)$	0.05632	0.023547	0.038507	0.040416	0.01736
$\sigma(2)$	0.03857	0.0173	0.014089	0.088932	0.019341
$\sigma(3)$	0.07483	0.012876	0.024522	0.032615	0.040983
Duração reg. 1	13.74				
Duração reg. 2	7.2				
Duração reg. 3	11.59				

Tabela 9 - Probabilidades de transição (modelo multivariado)

	Reg. 1	Reg. 2	Reg. 3
Reg. 1	0.9272	0.07277	4.17E-09
Reg. 2	0.09078	0.8611	0.04808
Reg. 3	9.71E-12	0.08629	0.9137

Tabela 10 - Testes - modelo multivariado

Teste da razão de verossimilhança para os modelos escolhidos					
	Restrito	Irrestrito	Estat.	Distr.	p-valor
Forma funcional	MSI(3)-VAR(0)	MSIH(3)-VAR(0)	116.5358	Chi(30)	0.0001
Nº de regimes	MSIH(1)-VAR(0)	MSIH(2)-VAR(0)	106.9418	Chi(22)	0.0001
	MSIH(2)-VAR(0)	MSIH(3)-VAR(0)	82.495	Chi(26)	0.0001