

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

Rodrigo Moacir Agnoletto

**LAJES LISAS: COMPARATIVO DE CONSUMO DE AÇO
UTILIZANDO OS MÉTODOS DOS PÓRTICOS
EQUIVALENTES E DOS ELEMENTOS FINITOS**

Porto Alegre
dezembro 2012

RODRIGO MOACIR AGNOLETTO

**LAJES LISAS: COMPARATIVO DE CONSUMO DE AÇO
UTILIZANDO OS MÉTODOS DOS PÓRTICOS
EQUIVALENTES E DOS ELEMENTOS FINITOS**

Trabalho de Diplomação apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil

Orientador: Roberto Domingo Rios

Porto Alegre
dezembro 2012

RODRIGO MOACIR AGNOLETTO

**LAJES LISAS: COMPARATIVO DE CONSUMO DE AÇO
UTILIZANDO OS MÉTODOS DOS PÓRTICOS
EQUIVALENTES E DOS ELEMENTOS FINITOS**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Orientador e pela Coordenadora da disciplina Trabalho de Diplomação Engenharia Civil II (ENG01040) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 13 de dezembro de 2012

Prof. Roberto Domingo Rios
Dr. pela UFRGS
Orientador

Profa. Carin Maria Schmitt
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA

Profa. Virgínia Maria Rosito d'Ávila Bessa (UFRGS)
Dra. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rubem Clécio Schwingel (UFRGS)
M.Sc. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Roberto Domingo Rios (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a meus pais, Marino e Conceição,
que sempre me apoiaram e especialmente
durante o período do meu Curso de Graduação
estiveram ao meu lado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Profa. Carin Maria Schmitt, por ajudar a conduzir o trabalho de conclusão de curso da melhor maneira possível.

Agradeço ao Prof. Roberto Domingo Rios, orientador deste trabalho, pelo seu apoio, dedicação e paciência.

Agradeço aos meus pais pelo apoio e por terem me possibilitado uma educação de qualidade.

Há muitas maneiras de avançar,
mas só uma maneira de ficar parado.

Franklin D. Roosevelt

RESUMO

O objetivo deste trabalho é a comparação do consumo de aço de lajes lisas projetadas a partir dos diferentes métodos analisados. Neste trabalho, um dos métodos de cálculo utilizados foi o Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007: um método simplificado utilizado somente quando a estrutura possui regularidade na disposição dos pilares. O outro método utilizado para análise foi o Método dos Elementos Finitos, através do uso do *software* comercial CYPECAD, um dos mais utilizados mundialmente para cálculo estrutural. Os resultados deste estudo demonstram que, para estruturas com os pilares dispostos ortogonalmente e com regularidade na geometria, os dois métodos convergem para resultados semelhantes, tanto nos esforços quanto na armadura necessária.

Palavras-chave: Comparativo de Aço em Lajes Lisas. Dimensionamento de Lajes Lisas.
Método dos Pórticos Equivalentes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas da pesquisa	16
Figura 2 – Diagrama tensão-deformação idealizado	19
Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas	20
Figura 4 – Detalhes das armaduras contra colapso progressivo	26
Figura 5 – Disposição para armaduras em lajes sem vigas	27
Figura 6 – Ruína por punção em laje lisa	27
Figura 7 – Perímetro crítico em pilares internos	28
Figura 8 – Perímetro crítico em pilares de borda	31
Figura 9 – Perímetro crítico em pilares de canto	32
Figura 10 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C”	34
Figura 11 – Disposição da armadura de punção em corte	34
Figura 12 – Definição dos pórticos múltiplos	35
Figura 13 – Distribuição dos momentos fletores em faixas da laje	36
Figura 14 – Dimensões da laje analisada	38
Figura 15 – Distribuição das faixas no pórtico A conforme a NBR 6118/2007	39
Figura 16 – Distribuição das faixas no pórtico B conforme a NBR 6118/2007	40
Figura 17 – Posição dos esforços avaliados na laje na direção x	40
Figura 18 – Posição dos esforços avaliados na laje na direção y	41
Figura 19 – Numeração dos pilares da laje proposta	43
Figura 20 – Laje analisada pelo <i>software</i>	44
Figura 21 – Momentos fletores na direção x	45
Figura 22 – Momentos fletores na direção y	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cargas verticais acidentais atuantes conforme o uso da edificação	22
Tabela 2 – Classes de agressividade ambiental	23
Tabela 3 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal, conforme a NBR 6118/2007	25
Tabela 4 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes	29
Tabela 5 – Momentos atuantes na laje para o pórtico A	41
Tabela 6 – Momentos atuantes na laje para o pórtico B	41
Tabela 7 – Armaduras de flexão no pórtico A	42
Tabela 8 – Armaduras de flexão no pórtico B	42
Tabela 9 – Armaduras de punção na região dos pilares	43
Tabela 10 – Momentos atuantes na laje para o pórtico A	45
Tabela 11 – Momentos atuantes na laje para o pórtico B	46
Tabela 12 – Armaduras de flexão no pórtico A	46
Tabela 13 – Armaduras de flexão no pórtico B	47
Tabela 14 – Armaduras de punção na região dos pilares	47
Tabela 15 – Diferenças dos momentos fletores no pórtico A	48
Tabela 16 – Diferenças dos momentos fletores no pórtico b	48
Tabela 17 – Diferenças dos esforços cortantes nos pilares	49
Tabela 18 – Diferenças no quantitativo de armadura de flexão	49
Tabela 19 – Diferenças no quantitativo de armadura de punção	49

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classes de agressividade ambiental	23
Quadro 2 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes	24

LISTA DE SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

CA – concreto armado

ELS – estado limite de serviço

ELU – estado limite último

MEF – Método dos Elementos Finitos

MPE – Método dos Pórticos Equivalentes

NBR – Norma Brasileira

UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 DIRETRIZES DA PESQUISA	14
2.1 QUESTÃO DE PESQUISA	14
2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA	14
2.2.1 Objetivo Principal	14
2.2.2 Objetivo Secundário	14
2.3 PRESSUPOSTO	14
2.4 DELIMITAÇÕES	15
2.5 LIMITAÇÕES	15
2.6 DELINEAMENTO	15
3 MATERIAIS	17
3.1 CONCRETO	17
3.2 AÇOS DE ARMADURA PASSIVA	19
4 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS	21
4.1 CARGAS ATUANTES NAS LAJES LISAS	21
4.2 CRITÉRIOS DE DURABILIDADE DA ESTRUTURA	22
4.3 ARMADURAS PASSIVAS	24
4.4 MÉTODOS DE CÁLCULO	34
4.4.1 Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007	35
4.4.2 Método dos Elementos Finitos	37
5 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA	38
5.1 ANÁLISE SEGUNDO O MÉTODO SIMPLIFICADO DA NBR 6118/2007	39
5.2 ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE CYPECAD	43
6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS	48
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
REFERÊNCIAS	52
APÊNDICE A	53

1 INTRODUÇÃO

O sistema de lajes lisas de concreto armado vem tendo uma crescente utilização ao longo dos anos. Ele tem como principal característica a laje apoiada diretamente nos pilares, ou seja, sem o uso de vigas no interior da edificação, podendo ou não, ter vigas de borda.

Na atualidade, a competitividade é cada vez maior, especialmente no setor da construção civil. Devido à esta competitividade, busca-se, por exemplo, a otimização da estrutura, de forma que tenha o menor peso e custo de execução com o menor consumo possível de matéria-prima, satisfazendo critérios de resistência e funcionalidade.

Desta forma, o uso de lajes lisas se faz promissor, pois o sistema possui várias vantagens sobre os métodos convencionais, como a simplificação e economia na execução, devido ao menor número de fôrmas a serem utilizadas, a redução do pé-direito da edificação, assim como a facilidade para a passagem de tubulações elétricas, hidráulicas e de ar condicionado. Este sistema estrutural tem como principal característica a flexibilidade arquitetônica, possibilitando uma maior liberdade no arranjo das divisórias internas.

Como consequência da não utilização de vigas internas, é necessário o aumento da espessura das lajes, sendo mais espessas quanto maior for espaçamento entre os pilares. Outro problema a ser estudado é a possibilidade de ruptura da laje por punção e por colapso progressivo, o que resulta em um aumento da armadura em torno dos pilares.

Na norma técnica brasileira NBR 6118:2007 é proposto um método de cálculo simplificado para a obtenção das solicitações. Este método é chamado de Método dos Pórticos Equivalentes, sendo utilizado sob algumas restrições. Neste trabalho, é feita uma comparação entre esse método simplificado e o método dos Elementos Finitos, que por ser um procedimento numérico, sua aplicação pode acarretar em resultados mais exatos.

No capítulo 2 deste trabalho, está apresentado o método de pesquisa, mostrando as etapas seguidas para o desenvolvimento da mesma. No capítulo 3, estão dispostas as informações básicas sobre os materiais utilizados neste tipo de estrutura. O capítulo 4 apresenta os critérios de projeto para as lajes lisas, desde os critérios de durabilidade da estrutura até os métodos de

cálculo da mesma. No capítulo 5, é apresentada a estrutura escolhida para o desenvolvimento do trabalho, assim como a aplicação dos métodos de cálculo. Já os capítulos 6 e 7, apresentam a comparação dos resultados e as considerações finais, respectivamente.

2 DIRETRIZES DA PESQUISA

As diretrizes para desenvolvimento do trabalho são descritas nos próximos itens.

2.1 QUESTÃO DE PESQUISA

A questão de pesquisa do trabalho é: quais as diferenças encontradas, em relação ao consumo de aço de uma estrutura com lajes lisas, comparando-se as soluções através do método simplificado proposto pela NBR 6118:2007 e o método dos Elementos Finitos?

2.2 OBJETIVOS DA PESQUISA

Os objetivos da pesquisa estão classificados em principal e secundários e são descritos a seguir.

2.2.1 Objetivo Principal

O objetivo principal do trabalho é a comparação do consumo de aço de uma estrutura com lajes lisas, considerando o método simplificado da NBR 6118:2007 e o método dos Elementos Finitos.

2.2.2 Objetivo secundário

O objetivo secundário do trabalho é a comparação dos valores das solicitações obtidas pelos métodos empregados para a estrutura estudada.

2.3 PRESSUPOSTO

O trabalho tem por pressuposto que a análise por elementos finitos, empregado com o uso do software CYPECAD, conduza a resultados mais próximos da realidade, e que o método simplificado da NBR 6118:2007 conduza a resultados aceitáveis para esse tipo de estrutura.

2.4 DELIMITAÇÕES

O trabalho delimita-se a analisar somente lajes lisas maciças sem vigas de borda e sem capitéis, referindo-se a edificações comerciais em ambiente urbanos.

2.5 LIMITAÇÕES

São limitações do trabalho:

- a) para que o Método dos Pórticos Equivalentes seja válido, os pilares foram dispostos ortogonalmente nos pavimentos;
- b) considera-se somente o peso próprio, revestimento e a sobrecarga, desconsiderando os esforços horizontais;
- c) para a análise por elementos finitos somente o *software* CYPECAD foi utilizado.

2.6 DELINEAMENTO

O trabalho foi realizado através das etapas apresentadas a seguir, que estão representadas na figura 1, e são descritas nos próximos parágrafos:

- a) pesquisa bibliográfica;
- b) definição da estrutura;
- c) análise e dimensionamento pela NBR 6118:2007;
- d) análise e dimensionamento por elementos finitos;
- e) comparação de resultados;
- f) considerações finais.

Inicialmente foi realizada a **pesquisa bibliográfica**, que se estendeu por toda a execução do trabalho. A pesquisa serviu para obter um maior entendimento sobre o tema do trabalho, assim como proporcionou o conhecimento necessário para o dimensionamento da estrutura.

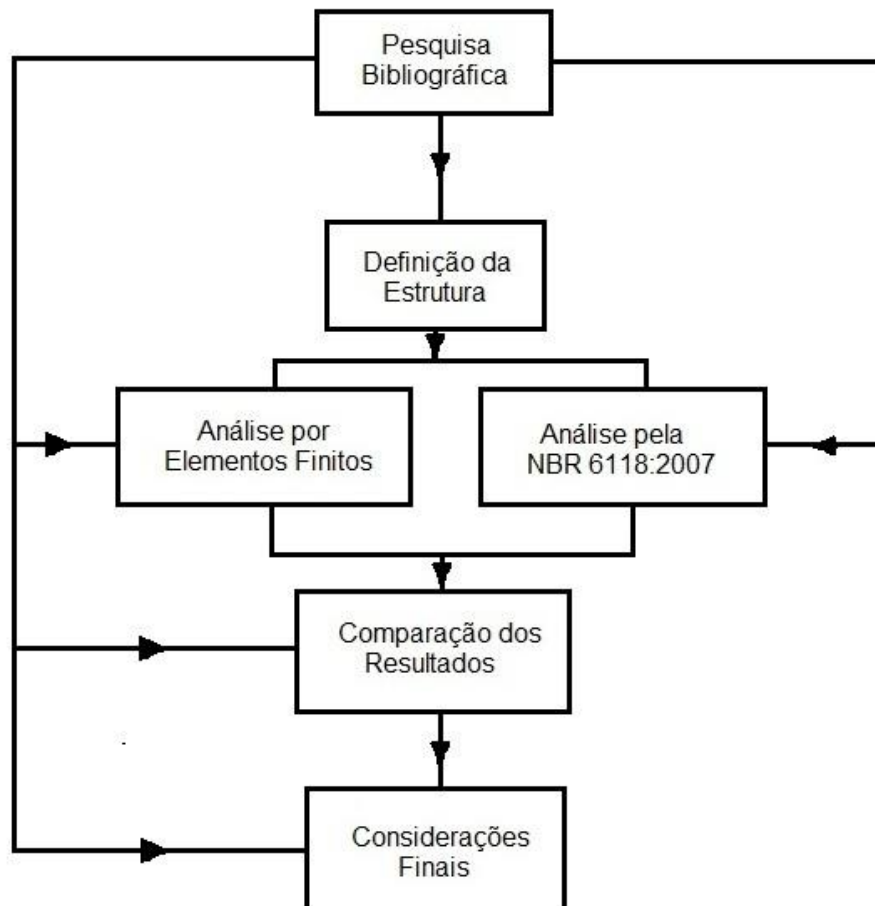
Na etapa seguinte, foi feita a **definição da estrutura**. Devido às limitações do Método dos Pórticos Equivalentes, esta estrutura respeitou os critérios de regularidade exigidos pelo mesmo.

Após a definição da estrutura, foram feitas simultaneamente a **análise e dimensionamento pela NBR 6118:2007** e **por elementos finitos**, esta última através do uso do *software* CYPECAD. Com os resultados obtidos foi realizado o dimensionamento da estrutura para cada um dos métodos.

Após a conclusão do dimensionamento da estrutura, foi feita a **comparação dos resultados** destes métodos, avaliando o uso de aço resultante em cada um dos casos, assim como as solicitações.

A próxima etapa do trabalho foram as **considerações finais**, quando foi feita uma avaliação dos resultados obtidos nas etapas anteriores.

Figura 1 – Etapas da pesquisa



(fonte: elaborado pelo autor)

3 MATERIAIS

Os materiais utilizados para construção de lajes lisas são os mesmos utilizados nos elementos convencionais de concreto armado, sendo eles o concreto e o aço para armadura passiva. Sobre esses materiais são os itens a seguir.

3.1 CONCRETO

Para as construções em concreto armado, a norma NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) abrange somente concretos da classe C20 até C50, não possuindo normalização para concretos de classe superiores a C50, nem inferiores a C20.

Para projetos de estruturas de concreto armado, faz-se necessária a estimativa do peso próprio dos elementos a serem verificados. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), para efeito de cálculo, adota-se para o concreto armado o valor da massa específica de 2500 kg/m³.

Quanto a resistência à compressão do concreto (f_{cd}), verificada aos 28 dias, a norma NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) define segundo a fórmula 1:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (\text{fórmula 1})$$

Onde:

f_{cd} : resistência de cálculo à compressão do concreto, em MPa;

f_{ck} : resistência característica à compressão do concreto, também em MPa;

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência, em geral 1,4.

O valor médio da resistência à tração direta do concreto, na falta de ensaios para a obtenção da resistência à tração indireta e à tração na flexão, pode ser avaliada, segundo a NBR 6118

(ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), por meio das seguintes equações (em MPa):

$$f_{ct, m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (\text{fórmula 2})$$

$$f_{ctk, inf} = 0,7 f_{ct, m} \quad (\text{fórmula 3})$$

$$f_{ctk, sup} = 1,3 f_{ct, m} \quad (\text{fórmula 4})$$

Onde:

$f_{ct, m}$: resistência média à tração do concreto;

$f_{ctk, inf}$: resistência característica inferior do concreto à tração;

$f_{ctk, sup}$: resistência característica superior do concreto à tração.

De acordo com esta Norma, quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade usando a fórmula 5:

$$E_{ci} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (\text{fórmula 5})$$

Onde:

E_{ci} : módulo de elasticidade inicial, em MPa, com f_{ck} também em MPa.

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), o módulo de elasticidade secante a ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, deve ser calculado pela fórmula 6:

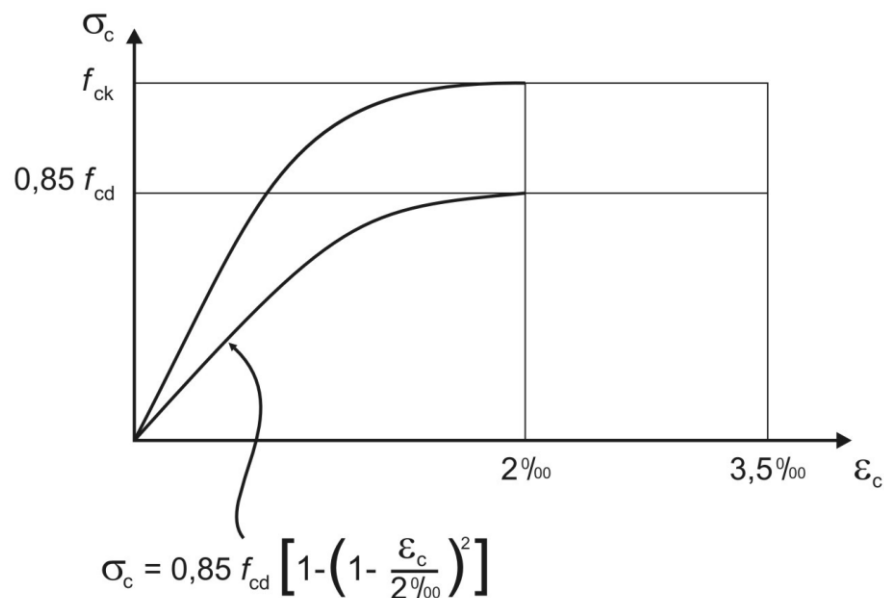
$$E_{cs} = 0,85 E_{ci} \quad (\text{fórmula 6})$$

Onde:

E_{cs} : módulo de elasticidade secante, em MPa.

Para análises no estado limite último, a norma NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que pode ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado mostrado na figura 2.

Figura 2 – Diagrama tensão-deformação idealizado



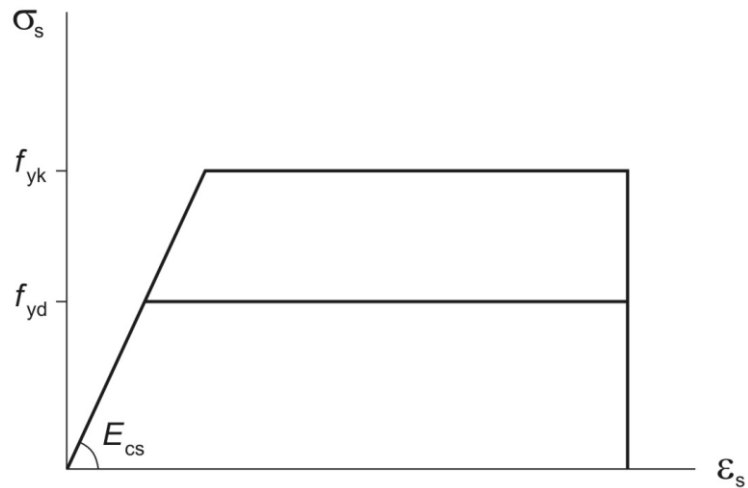
(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

3.2 AÇOS DE ARMADURA PASSIVA

Para os aços de armadura passiva, adota-se, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), uma massa específica no valor de 7850 kg/m³ e um coeficiente de dilatação térmica no valor de 10⁻⁵ /°C, para intervalos entre -20°C e 150°C. Esta Norma indica ainda que, na falta de ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, o módulo de elasticidade do aço pode ser admitido igual a 210 GPa.

Para o cálculo nos estados-limite de serviço e último, para aços com ou sem patamar de escoamento, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica o uso do diagrama simplificado mostrado na figura 3.

Figura 3 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras passivas



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

4 CRITÉRIOS DE PROJETO PARA LAJES LISAS

De acordo com Araújo (2003, p. 159), a denominação **lajes lisas** é empregada para as lajes que se apoiam diretamente sobre pilares, sem capitéis. Os capitéis são alargamentos nas seções de topo dos pilares, utilizados para reduzir as tensões tangenciais de punção que ocorrem no entorno desses apoios. Araújo (2003, p. 160) afirma que: “Atualmente tem-se evitado o emprego de lajes com capitéis, devido às dificuldades de execução das fôrmas. Desse modo, empregam-se lajes lisas, as quais são projetadas com uma espessura suficiente para garantir a sua resistência à punção.”. Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), as lajes lisas maciças devem respeitar o limite mínimo de espessura de 16 cm.

Geralmente, as lajes lisas são contínuas, sendo capazes de vencer grandes vãos e suportar cargas de maior intensidade. Sempre que possível, os pilares devem ser dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, o que simplifica o cálculo dos esforços, além de melhorar o comportamento estrutural (ARAÚJO, 2003, p. 160).

As lajes lisas não devem ser empregadas em qualquer situação. No caso de edifícios residenciais, normalmente não há uma disposição regular dos pilares e a solução em laje lisa pode ser antieconômica. Além disso, deve-se lembrar que a ausência das vigas torna a estrutura muito deformável frente às ações horizontais, o que é um sério problema em edifícios altos. Nesses casos, torna-se necessário projetar elementos de contraventamento, como paredes estruturais ou pilares parede nas caixas dos elevadores (ARAÚJO, 2003, p. 160- 161).

4.1 CARGAS ATUANTES NAS LAJES LISAS

Segundo a NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980), as cargas são classificadas nas seguintes categorias:

- a) **carga permanente (g)**: constituída pelo peso próprio da estrutura e pelo peso de todos os elementos construtivos fixos e instalações permanentes;

- b) **carga accidental (q):** é toda aquela que pode atuar sobre a estrutura de edificações em função do seu uso (pessoas, móveis, materiais diversos, veículos, etc.).

A NBR 6120 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980) afirma que as cargas verticais que se consideram atuando nos pisos de edificações, além das que se aplicam em caráter especial referem-se a carregamentos devidos a pessoas, móveis, utensílios e veículos, e são supostas uniformemente distribuídas, com os valores mínimos indicados, em um resumo, na tabela 1.

Tabela 1 – Cargas verticais acidentais atuantes conforme o uso da edificação

LOCAL		CARGA (kN/m ²)
Bancos	Escritórios e banheiros	2,0
	Salas de diretoria e de gerência	1,5
Edifícios residenciais	Dormitórios, sala, copa, cozinha e banheiro	1,5
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2,0
Escadas	Com acesso ao público	3,0
	Sem acesso ao público	2,5
Escritórios	Salas de uso geral e banheiro	2,0
Lojas		4,0

(fonte: adaptada de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 1980)

4.2 CRITÉRIOS DE DURABILIDADE DA ESTRUTURA

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), as estruturas de concreto devem ser projetadas e construídas de modo que sob as condições ambientais previstas na época do projeto e quando utilizadas conforme preconizado em projeto conservem suas segurança, estabilidade e aptidão em serviço durante o período correspondente à sua vida útil.

Em relação à agressividade do ambiente, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) assegura que tal agressividade está relacionada às ações físicas e químicas que atuam sobre as estruturas de concreto, independentemente das ações mecânicas, das variações volumétricas de origem térmica, da retração hidráulica, entre outras. Essa agressividade deve ser classificada de acordo com o quadro 1.

Quadro 1 – Classes de agressividade ambiental

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{(1), (2)}	Pequeno
III	Forte	Marinha ⁽¹⁾	Grande
		Industrial ^{(1), (2)}	
IV	Muito forte	Industrial ^{(1), (3)}	Elevado
		Respingos de maré	
<p>⁽¹⁾ Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).</p> <p>⁽²⁾ Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (um nível acima) em: obras em regiões de clima seco, com umidade relativa do ar menor ou igual a 65%, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos, ou regiões onde chove raramente.</p> <p>⁽³⁾ Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.</p>			

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), para garantir a durabilidade dos elementos de concreto e a proteção à corrosão, indica valores para os cobrimentos nominais das armaduras passivas, de acordo com a classe de agressividade ambiental aos quais a estrutura está submetida. Estes valores dos cobrimentos nominais estão indicados na tabela 2.

Tabela 2 – Correspondência entre classe de agressividade ambiental e cobrimento nominal, conforme a NBR 6118/2007

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto armado	Laje	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

4.3 ARMADURAS PASSIVAS

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que são necessários valores mínimos de armadura passiva em lajes, com o propósito de melhorar o desempenho e a ductilidade à flexão e à punção, assim como controlar a fissuração. Esses valores estão dispostos no quadro 2. Considera-se no quadro 2:

$$\rho_s = A_s / b h \quad (\text{fórmula 7})$$

Quadro 2 – Valores mínimos para armaduras passivas aderentes

Armadura	Armaduras negativas	Armaduras positivas de lajes armadas nas duas direções	Armadura Positiva (principal) de lajes armadas em uma direção	Armadura de distribuição nas lajes armadas em uma direção
Valores mínimos para armaduras	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$\rho_s \geq 0,67 \rho_{\min}$	$\rho_s \geq \rho_{\min}$	$A_s/s \geq 20\%$ da armadura principal $\rho_s \geq 0,5 \rho_{\min}$ $A_s/s \geq 0,9 \text{cm}^2/\text{m}$
<p>Onde:</p> <p>ρ_s: taxa de armadura passiva;</p> <p>ρ_{\min}: taxa mínima de armadura;</p> <p>A_s: área mínima de armadura passiva negativa sobre o apoio;</p> <p>h: altura da laje.</p>				

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

As taxas mínimas de armadura, segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), varia de acordo com a resistência do concreto à compressão, como mostra a tabela 3, pressupondo o uso do aço CA-50.

Tabela 3 – Taxas mínimas de armadura passiva de flexão para seções retangulares

f_{ck}	20	25	30	35	40	45	50
ρ_{min}	0,150	0,150	0,173	0,201	0,230	0,259	0,288

(fonte: adaptado de ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Para o dimensionamento da armadura à flexão simples, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica as seguintes expressões:

$$x = 1,25d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{m_d}{0,425 f_{cd} b d^2}} \right) \quad (\text{fórmula 8})$$

$$A_s = \frac{0,68 f_{cd} b x}{f_{yd}} \quad (\text{fórmula 9})$$

Onde:

m_d : momento fletor máximo, em kNm;

A_s : Área da seção transversal da armadura longitudinal de tração, em cm²;

d : altura útil da laje, em cm;

f_{yd} : resistência de cálculo do aço, MPa;

b : largura da seção retangular da laje, em cm.

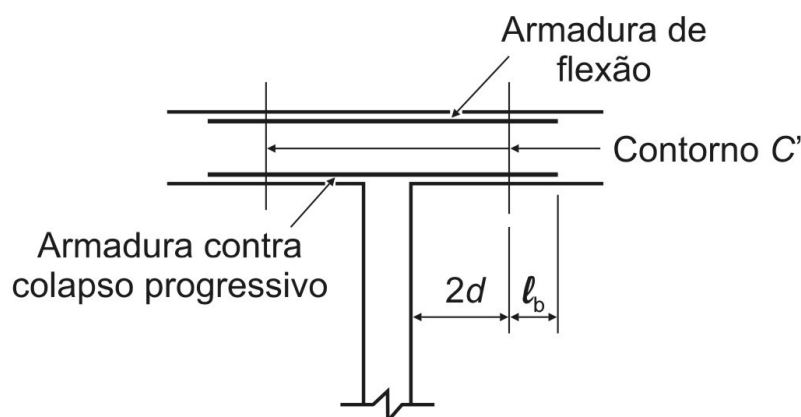
Para garantir a ductilidade local e a consequente proteção contra colapso progressivo, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) assegura que a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C', conforme a figura 4, e deve ser tal que:

$$A_s f_{yd} \geq F_{sd} \quad (\text{fórmula 10})$$

Onde:

A_s : é a somatória de todas as áreas das barras que cruzam cada uma das faces do pilar;
 F_{sd} : é a reação de apoio.

Figura 4 – Detalhes das armaduras contra colapso progressivo



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

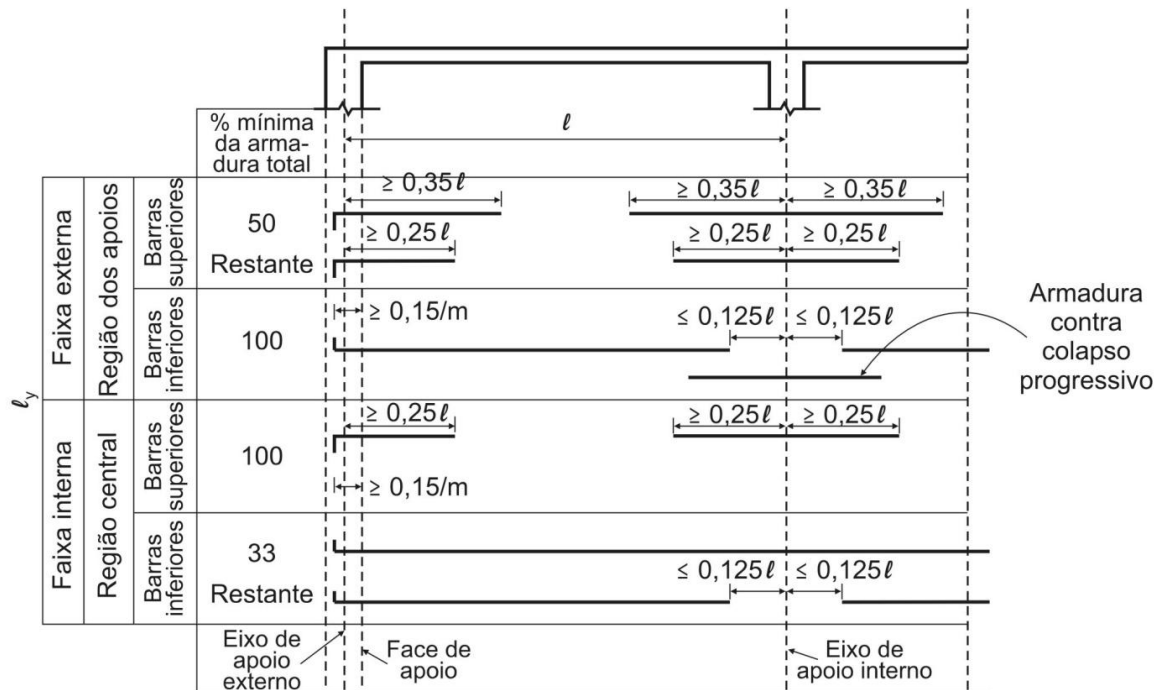
Para lajes maciças sem vigas, calculadas pelo método dos Pórticos Equivalentes, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que devem ser respeitadas as disposições para as barras de aço da armadura passiva contidas na figura 5.

No caso das lajes lisas, por não possuir o apoio das vigas, elas ficam suscetíveis à punção, que segundo Araújo (2003, p. 163):

Punção é o estado limite último por cisalhamento no entorno de forças concentradas (cargas ou reações). Sua análise é diferente daquela realizada para o estado limite último por força cortante, sendo de fundamental importância no caso das lajes lisas. A ruptura por punção se dá com a propagação de fissuras inclinadas através da espessura da laje, com uma inclinação média da ordem de 30° [...]

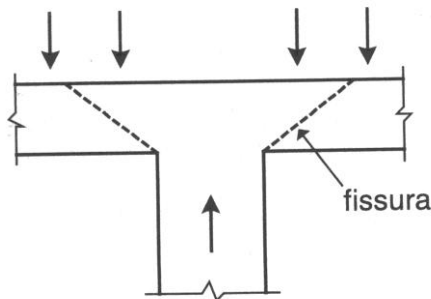
A figura 6 ilustra a definição de punção descrita acima.

Figura 5 – Disposição para armaduras em lajes sem vigas



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

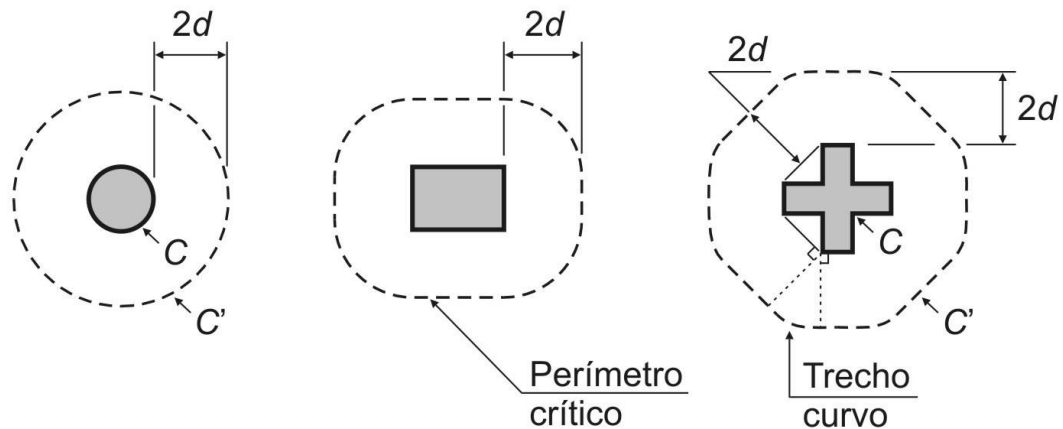
Figura 6 – Ruína por punção em laje lisa



(fonte: ARAÚJO, 2003, p. 164)

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que na primeira superfície crítica (contorno C), do pilar ou da carga concentrada, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto, através da tensão de cisalhamento. Na segunda superfície crítica (contorno C'), afastada $2d$ do pilar ou carga concentrada, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Essa verificação também se faz através de uma tensão de cisalhamento, no contorno C'. A figura 7 ilustra as superfícies críticas citadas anteriormente.

Figura 7 – Perímetro crítico em pilares internos



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Esta mesma Norma, assegura que caso haja necessidade, a ligação deve ser reforçada por armadura transversal. A terceira superfície crítica (contorno C'') apenas deve ser verificada quando for necessário colocar armadura transversal.

Para pilares internos, no caso em que o carregamento pode ser considerado simétrico, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica o uso das seguintes fórmulas:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} \quad (\text{fórmula 11})$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{fórmula 12})$$

Onde:

τ_{sd} : tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, em MPa;

F_{sd} : reação concentrada de cálculo, em kN;

u : perímetro crítico, em cm;

d : é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C', externo ao contorno C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje, em cm;

d_x : altura útil na direção x;

d_y : altura útil na direção y.

Nos casos em que haja, além da força vertical, transferência de momentos das lajes para os pilares, A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) assegura que o efeito de assimetria deve ser considerado, de acordo com a fórmula 13:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u d} + \frac{K M_{sd}}{W_p d} \quad (\text{fórmula 13})$$

Onde:

K: é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 , e assume os valores indicados na tabela 4;

M_{sd} : momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre, em kNcm;

W_p : módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre.

Tabela 4 – Valores de K

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,6	0,7	0,8

Onde:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), faz-se necessário o cálculo do módulo de resistência plástica do perímetro crítico, calculados com as fórmulas 14 e 15, para pilares retangulares e circulares, respectivamente:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4 C_2 d + 16 d^2 + 2 \pi d C_1 \quad (\text{fórmula 14})$$

$$W_p = (D + 4 d)^2 \quad (\text{fórmula 15})$$

Segundo a mesma Norma, W_p também pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da formula 16:

$$W_p = \int_0^u |e| dl \quad (\text{fórmula 16})$$

Onde:

e : distância de dl ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre o qual atua o momento fletor M_{sd} , em cm;

D : diâmetro do pilar, também em cm;

dl : comprimento infinitesimal no perímetro crítico u .

Para pilares de borda, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica que, quando não agir momento no plano paralelo à borda livre devem ser usadas as seguintes fórmulas:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} \quad (\text{fórmula 17})$$

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (\text{fórmula 18})$$

Onde:

F_{sd} : reação de apoio, em kN;

u^* : perímetro crítico reduzido, em cm;

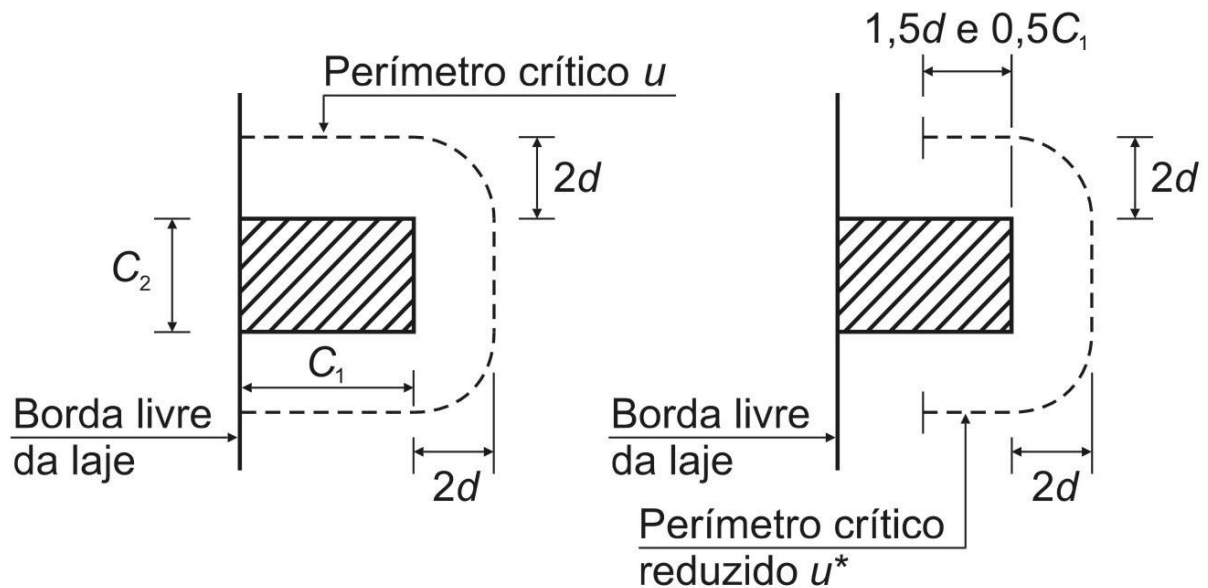
M_{sd} : momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre, em kNcm;

M_{sd}^* : momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar, em kNcm;

W_{p1} : módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculado para o perímetro u ;
 K_1 : mesmos valores de K apresentados na tabela 4.

A figura 8 ilustra o perímetro crítico em pilares de borda.

Figura 8 – Perímetro crítico em pilares de borda



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

No caso em que exista momento no plano paralelo à borda da viga, a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) indica o cálculo da tensão de cisalhamento a partir da fórmula 19:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1} d} + \frac{K_2 M_{sd2}}{W_{p2} d} \quad (\text{fórmula 19})$$

Onde:

M_{sd2} : momento de cálculo no plano paralelo à borda livre, em kNcm;

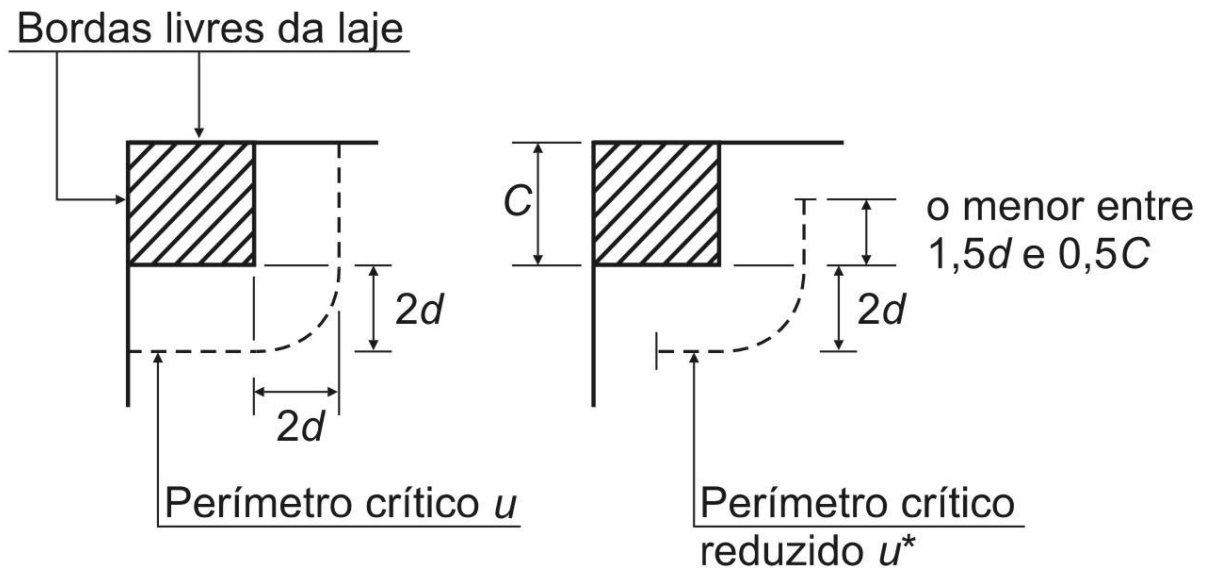
W_{p2} : módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro u ;

K_2 : mesmos valores de K apresentados na tabela 4.

No caso de pilares de canto, a mesma Norma indica o mesmo modelo de cálculo de pilares de borda no caso de não existir momento atuante no plano paralelo à borda. Como o pilar de

canto apresenta duas bordas livres, deve ser feita a verificação separadamente para cada uma delas, considerando o momento fletor cujo plano é perpendicular à borda livre adotada. Dessa forma, o K deve ser calculado em função da proporção $C1/C2$, sendo $C1$ e $C2$, respectivamente, os lados do pilar perpendicular e paralelo à borda livre adotada (ver figura 9).

Figura 9 – Perímetro crítico em pilares de canto



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) sugere que sejam feitas verificações da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C' , em trechos sem armadura de punção (fórmula 20) e em trechos com armadura de punção (fórmula 21):

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd1} = 0,13 (1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{fórmula 20})$$

$$\tau_{sd} \leq \tau_{rd3} = 0,13 (1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{s_r u d} \quad (\text{fórmula 21})$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \quad (\text{fórmula 22})$$

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (\text{fórmula 23})$$

Onde:

τ_{rd1} : tensão de cisalhamento resistente de cálculo limite, para que uma laje possa prescindir de armadura transversal para resistir à força cortante, em MPa;

τ_{rd3} : tensão de cisalhamento resistente de cálculo, em MPa;

ρ : taxa geométrica de armadura de flexão aderente;

ρ_x e ρ_y : taxas de armadura nas duas direções ortogonais;

d : altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' da área de aplicação da força, em cm;

s_r : espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior que $0,75d$, em cm;

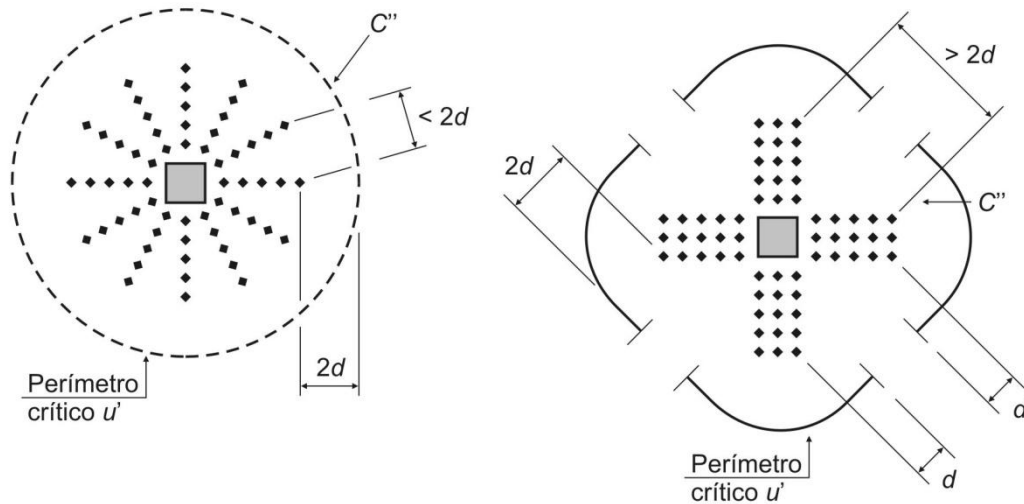
A_{sw} : área de armadura de punção num contorno completo paralelo a C' , em cm^2 ;

f_{ywd} : resistência de cálculo da armadura de punção, não maior que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos;

α : ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção no plano da laje.

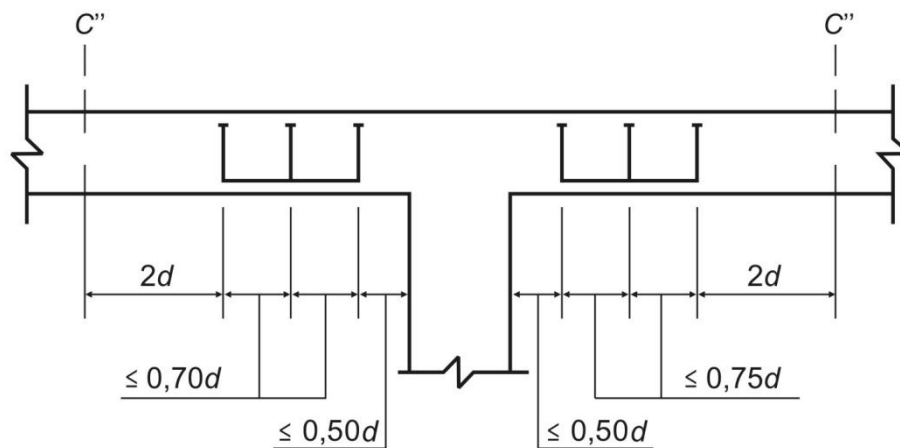
A armadura de punção deve ser, segundo essa mesma Norma, constituída por três ou mais linhas de conectores tipo pino, com extremidades alargadas, dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar. E, também, indica que a armadura de punção deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, num contorno C'' afastado $2d$ do último contorno de armadura, ela não seja mais necessária (ver figuras 10 e 11).

Figura 10 – Disposição da armadura de punção em planta e contorno da superfície crítica C''



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

Figura 11 – Disposição da armadura de punção em corte



(fonte: ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007)

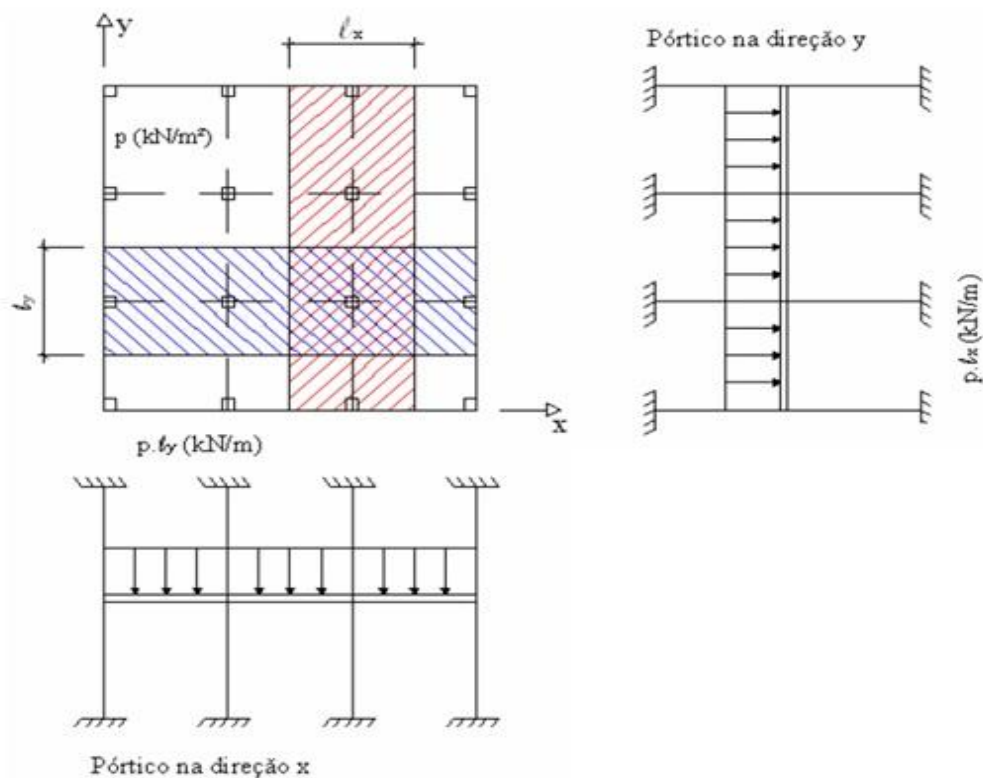
4.4 MÉTODOS DE CÁLCULO

Existe uma série de métodos para determinar as solicitações em estruturas de lajes lisas, porém, como o objetivo deste trabalho é comparar somente dois métodos, a estrutura foi analisada somente pelos métodos dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007 e dos Elementos Finitos.

4.4.1 Método dos Pórticos Equivalentes da NBR 6118/2007

A NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) afirma que a análise estrutural de lajes lisas e cogumelo deve ser realizada mediante emprego de procedimento numérico adequado, porém, nos casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes, é permitido o uso do Método dos Pórticos Equivalentes (MPE). Neste Método, o cálculo dos esforços pode ser realizado pelo processo elástico aproximado, com redistribuição, que consiste em adotar em cada direção pórticos múltiplos, para obtenção dos esforços solicitantes. Para cada pórtico, deve ser considerada a carga total (figura 12).

Figura 12 – Definição dos pórticos múltiplos

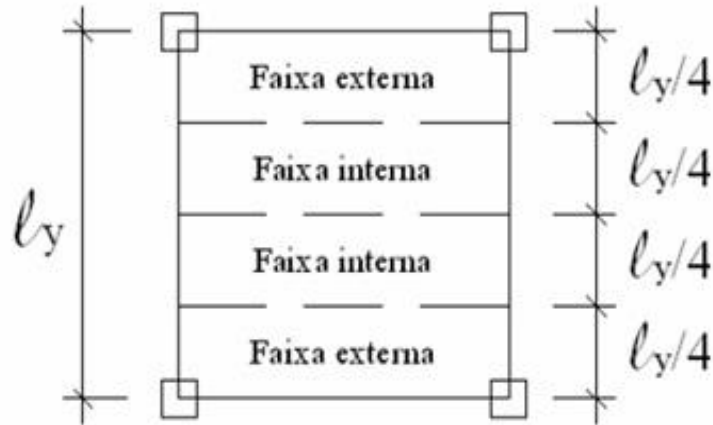


(fonte: ARAÚJO, 2003, p. 161)

Araújo (2003, p. 162) define que a inércia das barras horizontais de cada pórtico é calculada considerando-se a largura da faixa limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares. Ainda segundo Araújo (2003, p. 162), “Após o cálculo dos momentos fletores nas barras horizontais dos pórticos, faz-se a distribuição dos momentos em faixas de laje. Para

isto, os painéis das lajes, com os cantos correspondentes aos pilares, são divididos em quatro faixas.”. Ilustrado na figura 13.

Figura 13 – Distribuição dos momentos fletores em faixas da laje



(fonte: ARAÚJO, 2003, p. 162)

Segundo a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007), a distribuição dos momentos fletores nas faixas de laje é feita da seguinte maneira:

- a) 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- b) 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- c) 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
- d) 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

Araújo (2003, p. 162) assegura que os momentos negativos obtidos com esse método são os valores que devem ser usados para o dimensionamento, não sendo permitido o arredondamento do diagrama de momentos fletores sobre os apoios.

Para encontrar as forças normais nos pilares, usada na verificação à punção da laje, Araújo (2003, p. 163) indica que se pode adotar a média entre os valores obtidos em cada uma das direções. Já Emerick (2005, p. 81) aconselha o uso do maior dos valores encontrados entre as duas direções.

4.4.2 Método dos Elementos Finitos

O método dos Elementos Finitos (MEF), segundo Prat (1995, p. 35), com o progresso constante dos meios oferecidos pela informática, se mostrou cada vez mais aceitável e eficaz, pois estruturas complexas, em termos de geometria e condições de contorno, passaram a ser resolvidas em períodos de tempo relativamente curtos, mesmo que para isso fosse necessário realizar milhões de operações matemáticas.

Segundo Bono (2008, p. 100):

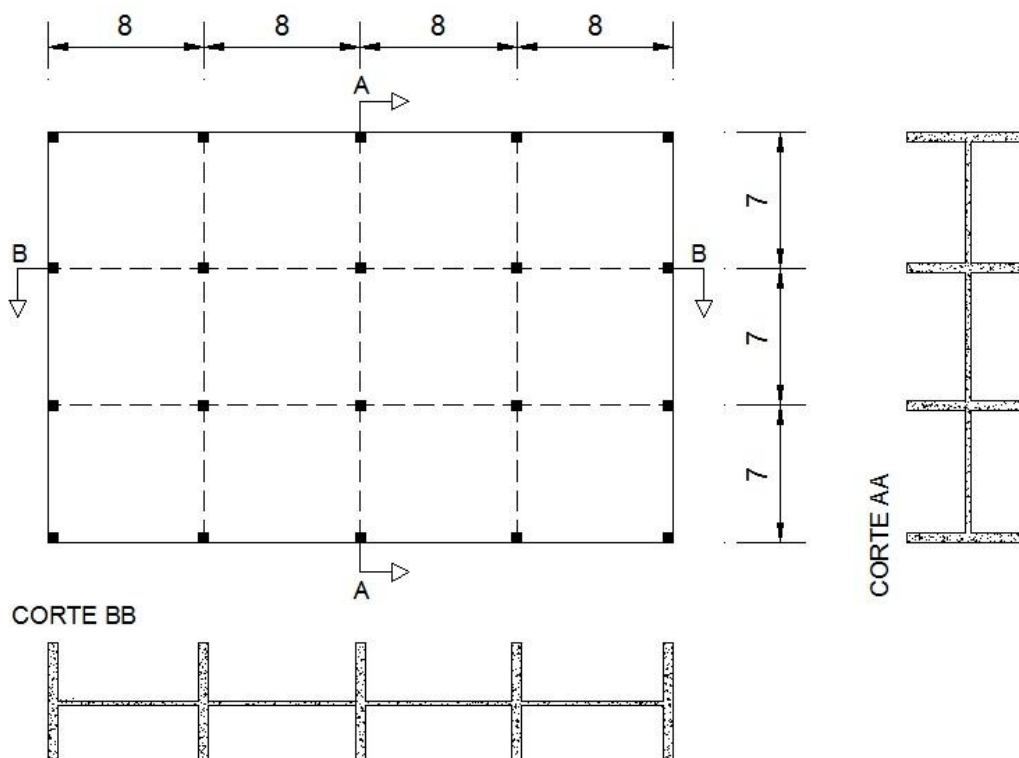
O Método dos Elementos Finitos consiste não apenas em transformar o sólido contínuo em uma associação de elementos discretos e escrever equações de compatibilidade e equilíbrio entre eles, mas admitir funções contínuas que representem, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento e, a partir daí, obter o estado de deformações específicas correspondentes que, associados às relações constitutivas do material, permitem definir o estado de tensões em todo o elemento.

Neste trabalho, a análise da laje lisa pelo MEF foi feita através do *software* comercial CYPECAD, escolhido pelo fato do autor já possuir certa familiaridade com esse programa computacional.

5 ANÁLISE DA LAJE PROPOSTA

A figura 14 descreve a estrutura que foi analisada neste trabalho, cujo modelo foi escolhido para que pudesse ser utilizado o Método dos Pórticos Equivalentes.

Figura 14 – Dimensões da laje analisada



(fonte: elaborado pelo autor)

Devido à simetria da estrutura, o dimensionamento foi feito somente com um pórtico na direção x e outro na direção y. Abaixo seguem outras especificações necessárias para o dimensionamento da laje proposta:

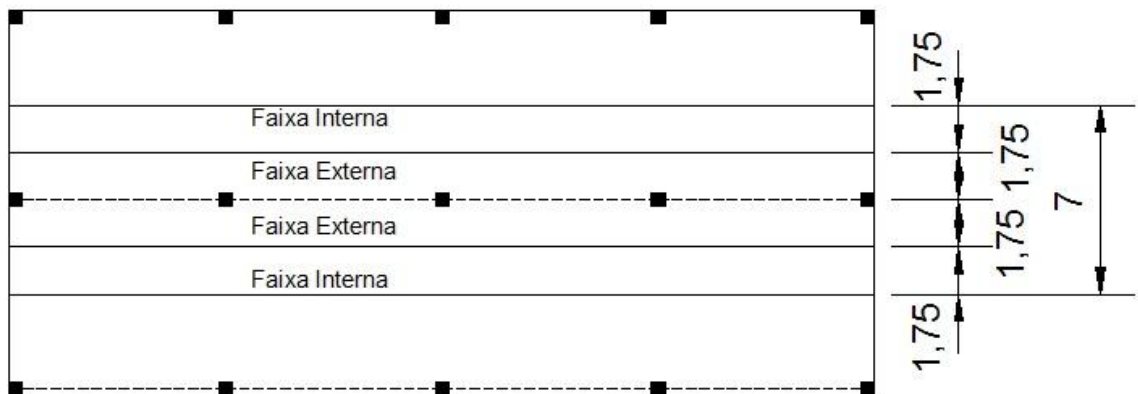
- a) a espessura da laje é de 25 cm;
- b) o pé-direito é de 3 m;
- c) o concreto tem f_{ck} de 30MPa;
- d) o aço da armadura é o CA 50;
- e) os pilares são quadrados com as dimensões 40x40 cm;

- f) classe de agressividade ambiental II;
- g) os carregamentos considerados foram o peso próprio (6,25 kN/m²), revestimento (1 kN/m²) e sobrecarga (4 kN/m²).

5.1 ANÁLISE SEGUNDO O MÉTODO SIMPLIFICADO DA NBR 6118/2007

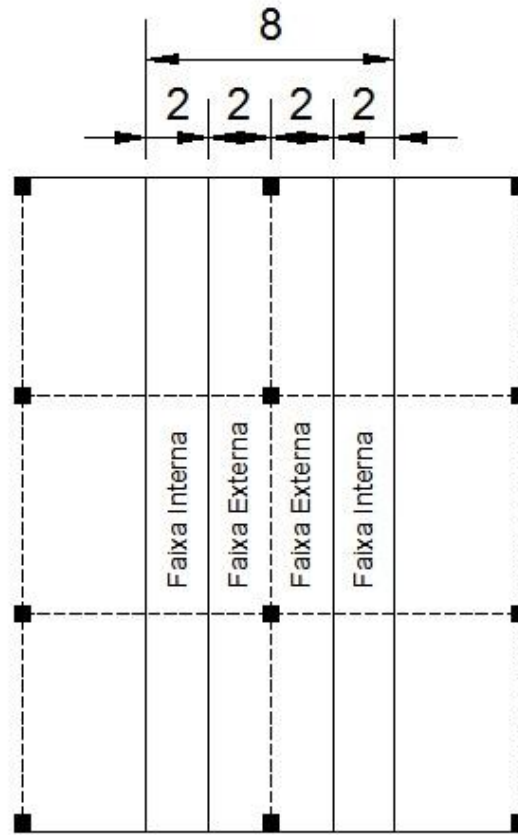
Para se fazer a análise segundo o MPE da NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) é necessário definir os pórticos que compõe a laje e as faixas em que são distribuídas as solicitações dos mesmos. As figuras 15 e 16 demonstram os pórticos na direção x (pórtico A) e na direção y (pórtico B), respectivamente.

Figura 15 – Distribuição das faixas no pórtico A conforme a NBR 6118/2007



(fonte: elaborado pelo autor)

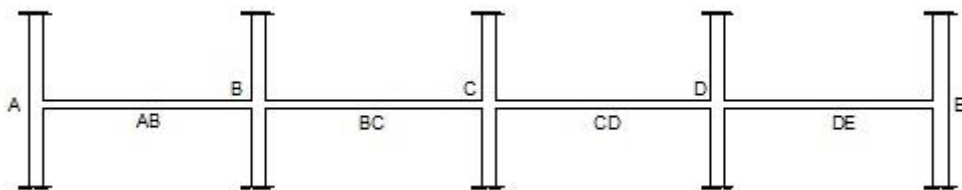
Figura 16 – Distribuição das faixas no pórtico B conforme a NBR 6118/2007



(fonte: elaborado pelo autor)

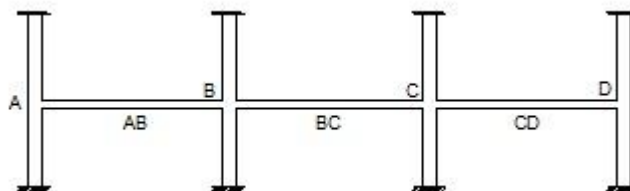
Para a obtenção dos diagramas de momentos fletores e de esforços cortantes da laje, as cargas permanentes e a sobrecarga foram majoradas pelo fator 1,4. As figuras 17 e 18 ilustram as seções para as quais foram calculados os momentos, sendo os esforços cortantes calculados somente nas regiões dos pilares. Os estados de cargas e as solicitações estão demonstrados no apêndice A.

Figura 17 – Posição dos esforços avaliados na laje na direção x



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 18 – Posição dos esforços avaliados na laje na direção y



(fonte: elaborado pelo autor)

Os momentos fletores totais de cálculo (M_{sd}) atuantes na laje estão demonstrados, para os pórticos A e B, nas tabelas 5 e 6, respectivamente.

Tabela 5 – Momentos atuantes na laje para o pórtico A

Posição do momento	M_{sd} (kN.m)
$M_A = M_E$	-498,2
$M_{AB} = M_{DE}$	320,1
$M_B = M_D$	-627,9
$M_{BC} = M_{CD}$	292,4
M_C	-584,9

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 6 – Momentos atuantes na laje para o pórtico B

Posição do momento	M_{sd} (kN.m)
$M_A = M_D$	-427,3
$M_{AB} = M_{CD}$	283,2
$M_B = M_C$	-552,3
M_{BC}	253,6

(fonte: elaborado pelo autor)

As tabelas 7 e 8 exibem os resultados dos cálculos à flexão feitos para os pórticos A e B, de acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Tabela 7 – Armaduras de flexão no pórtico A

Pórtico A						
Posição do momento	Faixa	Momento fletor M_{sd} (kN.m/m)	A_s mínima (cm ² /m)	A_s calculada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s final (cm ² /m)
$M_A = M_E$	Externa	-186,83	4,33	6,00	φ 12,5 c/ 20 cm	6,14
	Interna	-62,28	4,33	3,46	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{AB} = M_{DE}$	Externa	88,03	2,90	4,12	φ 8 c/12 cm	4,19
	Interna	72,02	2,90	3,73	φ 8 c/13 cm	3,87
$M_B = M_D$	Externa	-235,46	4,33	6,74	φ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Interna	-78,49	4,33	3,49	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{BC} = M_{CD}$	Externa	80,41	2,90	3,94	φ 8 c/12 cm	4,19
	Interna	65,79	2,90	3,56	φ 8 c/14 cm	3,59
M_C	Externa	-219,34	4,33	6,50	φ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Interna	-73,11	4,33	3,75	φ 8 c/11 cm	4,57

(fonte: elaborado pelo autor)

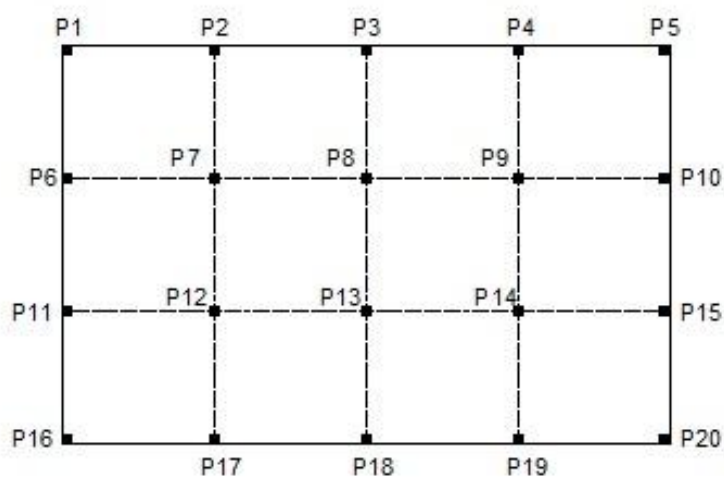
Tabela 8 – Armaduras de flexão no pórtico B

Pórtico B						
Posição do momento	Faixa	Momento fletos M_{sd} (kN.m/m)	A_s mínima (cm ² /m)	A_s calculada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s final (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Externa	-160,24	4,33	5,56	φ 12,5 c/ 21 cm	5,84
	Interna	-53,41	4,33	3,21	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{AB} = M_{CD}$	Externa	77,88	2,90	3,87	φ 8 c/13 cm	3,87
	Interna	63,72	2,90	3,50	φ 8 c/14 cm	3,59
$M_B = M_C$	Externa	-207,11	4,33	6,32	φ 12,5 c/ 19 cm	6,46
	Interna	-69,04	4,33	3,65	φ 8 c/11 cm	4,57
M_{BC}	Externa	69,74	2,90	3,67	φ 8 c/13 cm	3,87
	Interna	57,06	2,90	3,32	φ 8 c/14 cm	3,59

(fonte: elaborado pelo autor)

Para o cálculo da punção, os pilares foram numerados de acordo com a figura 19.

Figura 19 – Numeração dos pilares da laje proposta



(fonte: elaborado pelo autor)

Devido à simetria da estrutura e a proximidade dos resultados dos esforços, somente três tipos de pilares foram verificados, sendo eles um pilar de canto (P_{canto}), um de borda (P_{borda}) e um central (P_{centro}). A tabela 9 mostra as verificações nos contornos críticos dos pilares, assim como as armaduras de punção calculadas de acordo com a NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007).

Tabela 9 – Armaduras de punção na região dos pilares

Pilar	F_{sd} (kN)	C: τ_{sd} (MPa)	C': τ_{sd} (MPa)	C'': τ_{sd} (MPa)	τ_{rd2} (MPa)	τ_{rd1} (MPa)	sr (cm)	A_{sw} (cm ²)	A_{sw} comercial	A_{sw} final (cm ²)
P_{centro}	899,90	2,56	0,94	0,57	9,98	0,69	8	2,53	9 ϕ 6,3	2,81
P_{borda}	449,95	3,06	1,78	0,69	9,98	0,69	8	4,12	12 ϕ 6,3	4,37
P_{canto}	212,4	1,88	2,13	0,69	9,98	0,69	8	2,98	10 ϕ 6,3	3,12

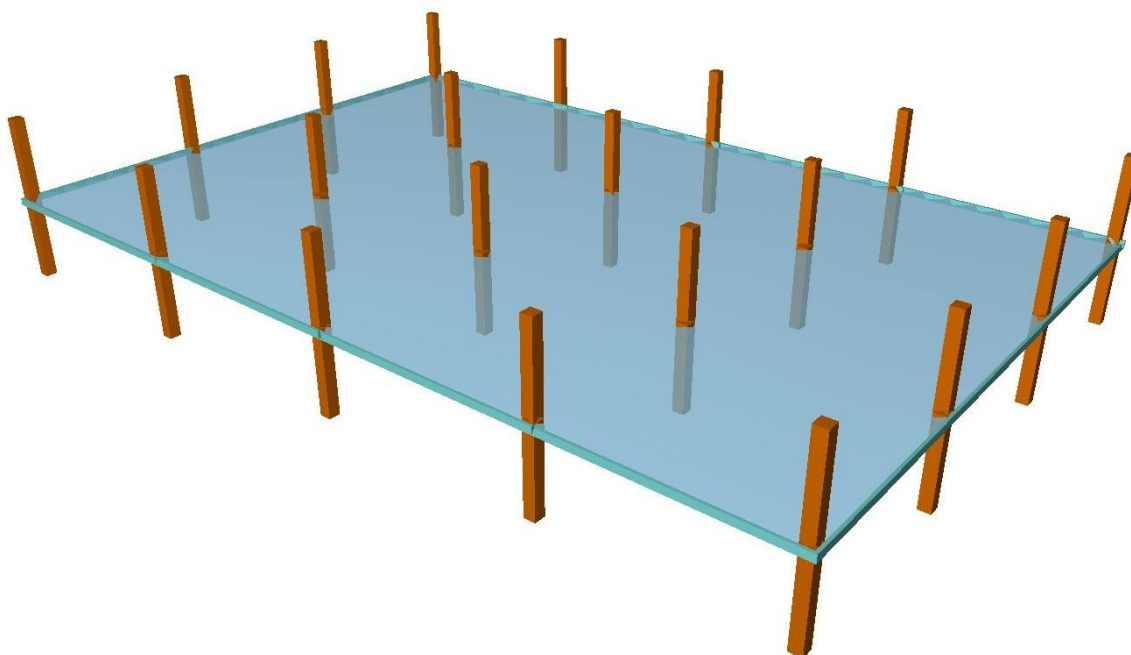
(fonte: elaborado pelo autor)

5.2 ANÁLISE ATRAVÉS DO SOFTWARE CYPECAD

Para a análise da estrutura pelo MEF, foi utilizado o *software* comercial CYPECAD, um dos mais utilizados no mercado mundial para estruturas em aço e concreto armado.

O lançamento da estrutura foi feito em cinco etapas, sendo a primeira delas a definição dos pisos, sendo adicionados dois deles, cada um com a mesma altura do pé-direito definido anteriormente no item 5. A segunda etapa foi o lançamento dos pilares, com a seção quadrada 40x40 cm. A terceira etapa foi o lançamento de uma viga rasa contornando os pilares, com uma largura mínima, uma vez que o programa não admite o lançamento de lajes apoiadas somente nos pilares. Essa viga de borda não influenciou nos resultados dos cálculos, pois ela possuía uma largura muito pequena, sem carga atuando sobre ela. A etapa seguinte foi o lançamento da laje, já com a espessura de 25 cm. A última etapa foi o lançamento das cargas, sendo elas lançadas como cargas distribuídas por metro quadrado somente sobre a superfície da laje. A figura 20 demonstra como ficou a laje lançada no programa.

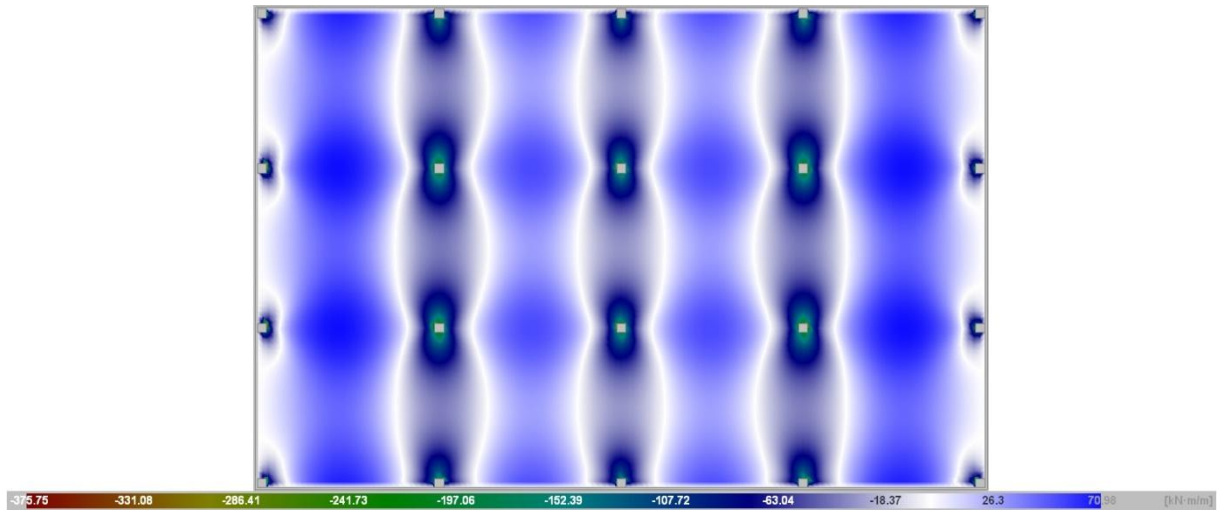
Figura 20 – Laje analisada pelo *software*



(fonte: elaborado pelo autor)

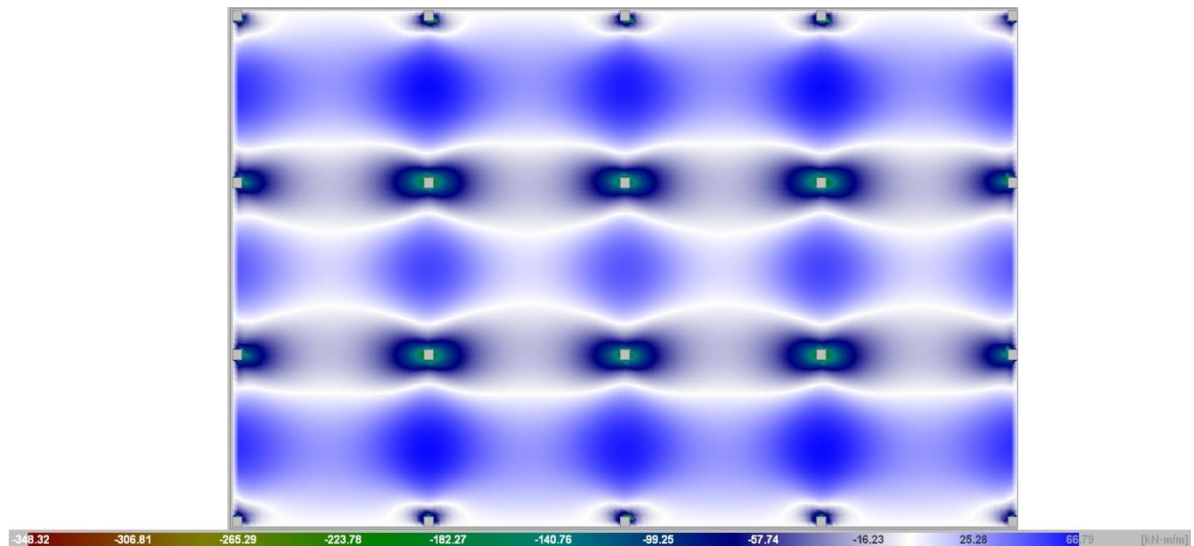
Após o término do cálculo da estrutura pelo *software*, são analisados os resultados dos momentos fletores nas direções x e y conforme mostrados nas figuras 21 e 22. A partir destes resultados, são retirados os valores para o cálculo dos mesmos pórticos calculados pelo MPE, conforme mostram as tabelas 10 e 11.

Figura 21 – Momentos fletores na direção x



(fonte: elaborado pelo autor)

Figura 22 – Momentos fletores na direção y



(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 10 – Momentos atuantes na laje para o pórtico A

Posição do momento	M_{sd} (kN.m)
$M_A = M_E$	-482,9
$M_{AB} = M_{DE}$	311,78
$M_B = M_D$	-610,05
$M_{BC} = M_{CD}$	265,02
M_C	-519,4

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 11 – Momentos atuantes na laje para o pórtico B

Posição do momento	M_{sd} (kN.m)
$M_A = M_D$	-354,2
$M_{AB} = M_{CD}$	278,8
$M_B = M_C$	-508,4
M_{BC}	243,72

(fonte: elaborado pelo autor)

A partir dos resultados fornecidos pelo CYPECAD, os momentos fletores são distribuídos nas faixas internas e externas, conforme indicado pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007). A partir destes momentos distribuídos, verifica-se a armadura necessária para cada faixa, conforme as tabelas 12 e 13.

Tabela 12 – Armaduras de flexão no pórtico A

Pórtico A						
Posição do momento	Faixa	Momento fletos M_{sd} (kN.m/m)	A_s mínima (cm ² /m)	A_s calculada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s final (cm ² /m)
$M_A = M_E$	Externa	-181,09	4,33	5,91	φ 12,5 c/ 20 cm	6,14
	Interna	-60,36	4,33	3,41	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{AB} = M_{DE}$	Externa	85,74	2,90	4,06	φ 8 c/12 cm	4,19
	Interna	70,15	2,90	3,68	φ 8 c/13 cm	3,87
$M_B = M_D$	Externa	-228,77	4,33	6,64	φ 12,5 c/ 18 cm	6,82
	Interna	-76,26	4,33	3,49	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{BC} = M_{CD}$	Externa	72,88	2,90	3,83	φ 8 c/13 cm	3,87
	Interna	59,63	2,90	3,39	φ 8 c/14 cm	3,59
M_C	Externa	-194,78	4,33	6,13	φ 12,5 c/ 20 cm	6,14
	Interna	-64,93	4,33	3,54	φ 8 c/11 cm	4,57

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 13 – Armaduras de flexão no pórtico B

Pórtico B						
Posição do momento	Faixa	Momento fletos M_{sd} (kN.m/m)	A_s mínima (cm ² /m)	A_s calculada (cm ² /m)	A_s comercial	A_s final (cm ² /m)
$M_A = M_D$	Externa	-132,83	4,33	5,06	φ 12,5 c/ 24 cm	5,11
	Interna	-44,28	4,33	2,92	φ 8 c/11 cm	4,57
$M_{AB} = M_{CD}$	Externa	76,67	2,90	3,84	φ 8 c/13 cm	3,87
	Interna	62,73	2,90	3,48	φ 8 c/14 cm	3,59
$M_B = M_C$	Externa	-190,65	4,33	6,06	φ 12,5 c/ 20 cm	6,14
	Interna	-63,55	4,33	3,50	φ 8 c/11 cm	4,57
M_{BC}	Externa	67,02	2,90	3,59	φ 8 c/14 cm	3,59
	Interna	54,84	2,90	3,25	φ 8 c/15 cm	3,35

(fonte: elaborado pelo autor)

A análise da punção nos contornos críticos foi feita da mesma maneira indicada pela NBR 6118 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2007) utilizada no MPE, sendo os esforços cortantes na região dos pilares retirados diretamente do *software* através da opção “esforços e armaduras de pilares”. A tabela 14 demonstra os resultados da verificação à punção da laje.

Tabela 14 – Armaduras de punção na região dos pilares

Pilar	F_{sd} (kN)	C: τ_{sd} (MPa)	C': τ_{sd} (MPa)	C'': τ_{sd} (MPa)	τ_{rd2} (MPa)	τ_{rd1} (MPa)	sr (cm)	A_{sw} (cm ²)	A_{sw} comercial	A_{sw} final (cm ²)
P _{centro}	712,4	2,02	0,74	0,45	9,98	0,69	8	1,49	5 φ 6,3	1,56
P _{borda}	326,2	2,67	1,67	0,64	9,98	0,69	8	3,84	13 φ 6,3	4,06
P _{canto}	161,3	2,78	1,98	0,63	9,98	0,69	8	2,71	9 φ 6,3	2,81

(fonte: elaborado pelo autor)

6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

A primeira comparação feita foi em relação às diferenças nas solicitações de flexão nos pórticos estudados no trabalho. Nas tabelas 15 e 16 se encontram esses resultados para os pórticos A e B, respectivamente.

Tabela 15 – Diferenças dos momentos fletores no pórtico A

PÓRTICO A				
	MPE	MEF		
Posição do momento	M_{sd} (kN.m)	M_{sd} (kN.m)	Diferença (kN.m)	Diferença (%)
$M_A = M_E$	-498,2	-482,9	-15,3	3
$M_{AB} = M_{DE}$	320,1	311,78	8,32	2,6
$M_B = M_D$	-627,9	-610,05	-17,85	2,85
$M_{BC} = M_{CD}$	292,4	265,02	27,38	9,36
M_C	-584,9	-519,4	-65,5	11,2

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 16 – Diferenças dos momentos fletores no pórtico B

PÓRTICO B				
	MPE	MEF		
Posição do momento	M_{sd} (kN.m)	M_{sd} (kN.m)	Diferença (kN.m)	Diferença (%)
$M_A = M_D$	-427,3	-354,2	-73,1	17,1
$M_{AB} = M_{CD}$	283,2	278,8	4,4	1,56
$M_B = M_C$	-552,3	-508,4	-43,9	7,95
M_{BC}	253,6	243,72	9,88	3,9

(fonte: elaborado pelo autor)

As tabelas 15 e 16 mostram resultados muito similares entre os dois métodos, porém os resultados obtidos através do CYPECAD são sensivelmente menores do que os obtidos através do pórtico da Norma brasileira, com uma diferença máxima de 17,1%.

Na tabela 17 estão presentes os valores dos esforços cortantes calculados nas regiões dos pilares, e as diferenças encontradas entre os dois métodos.

Tabela 17 – Diferenças dos esforços cortantes nos pilares

	MPE	MEF		
Pilar	F_{sd} (kN)	F_{sd} (kN)	Diferença (kN)	Diferença (%)
P_{centro}	899,90	712,4	187,50	20,84
P_{borda}	449,95	326,2	123,75	27,5
P_{canto}	212,4	161,3	51,10	24,06

(fonte: elaborado pelo autor)

Os esforços cortantes ilustrados no quadro 15 mostram que o programa CYPECAD deu resultados significativamente menores que os calculados de acordo com a Norma brasileira, sendo estas diferenças em torno de 25%.

Com relação à quantidade total de armadura, a comparação dos resultados é dividida em duas análises. A primeira delas é o comparativo de armadura de flexão dimensionado através de cada um dos métodos, como mostra a tabela 18. A segunda análise é o comparativo da quantidade de armadura de punção necessária no entorno dos pilares, considerando somente os esforços verticais, ilustrado na tabela 19.

Tabela 18 – Diferenças no quantitativo de armadura de flexão

Armadura	MPE			MEF			Diferenças	
	Inferior (kg)	Superior (kg)	Total (kg)	Inferior (kg)	Superior (kg)	Total (kg)	(kg)	(%)
Direção X	1847,59	1655,09	3502,68	1831,93	1628,20	3460,13	42,55	1,21
Direção Y	1761,17	1592,29	3353,46	1720,28	1520,04	3240,32	113,14	3,37
			6856,14			6700,45	155,71	2,27

(fonte: elaborado pelo autor)

Tabela 19 – Diferenças no quantitativo de armadura de punção

	MPE	MEF	Diferença (kg)	Diferença (%)
Peso (kg)	54,47	45,64	8,83	16,21

(fonte: elaborado pelo autor)

Na comparação da armadura de flexão necessária para a laje, ficou claro que os métodos convergem para uma solução semelhante, com uma diferença de pouco mais de 2%. Esta proximidade de resultados entre os métodos só acontece devido à regularidade da estrutura, com vãos semelhantes e pilares alinhados.

No caso da armadura de punção, houve uma grande diferença entre os dois métodos, pois o software calculou esforços cortantes inferiores aos calculados de acordo com o MPE.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho pode-se aferir que, para a geometria proposta, os dois métodos de análise estudados forneceram resultados muito semelhantes em relação ao dimensionamento à flexão. Isso ocorre devido à regularidade da estrutura, tornando o Método dos Pórticos Equivalentes uma boa ferramenta para o dimensionamento deste tipo de estrutura.

Em relação ao dimensionamento à punção, as diferenças foram maiores, resultando em esforços menores no Método dos Elementos Finitos. Provavelmente, no caso de sobrecargas maiores, ou vão maiores, os dois métodos teriam resultados mais próximos.

Em relação ao consumo de aço, os dois métodos deram praticamente o mesmo resultado, com uma pequena vantagem para o Método dos Elementos Finitos. Já em relação ao consumo de concreto, a laje foi estudada com a mesma espessura para ambos os modelos, porém no MPE os pilares ficaram no limite da verificação da superfície crítica C”, enquanto no MEF essa mesma verificação deu resultados menores do que o limite, podendo talvez ocorrer uma diminuição da espessura da laje.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. 2. ed. Rio Grande: Dunas, 2003. v. 4.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS **NBR 6120**: cargas para o cálculo de estrutura de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

_____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

BONO, G. F. F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2008. 181 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

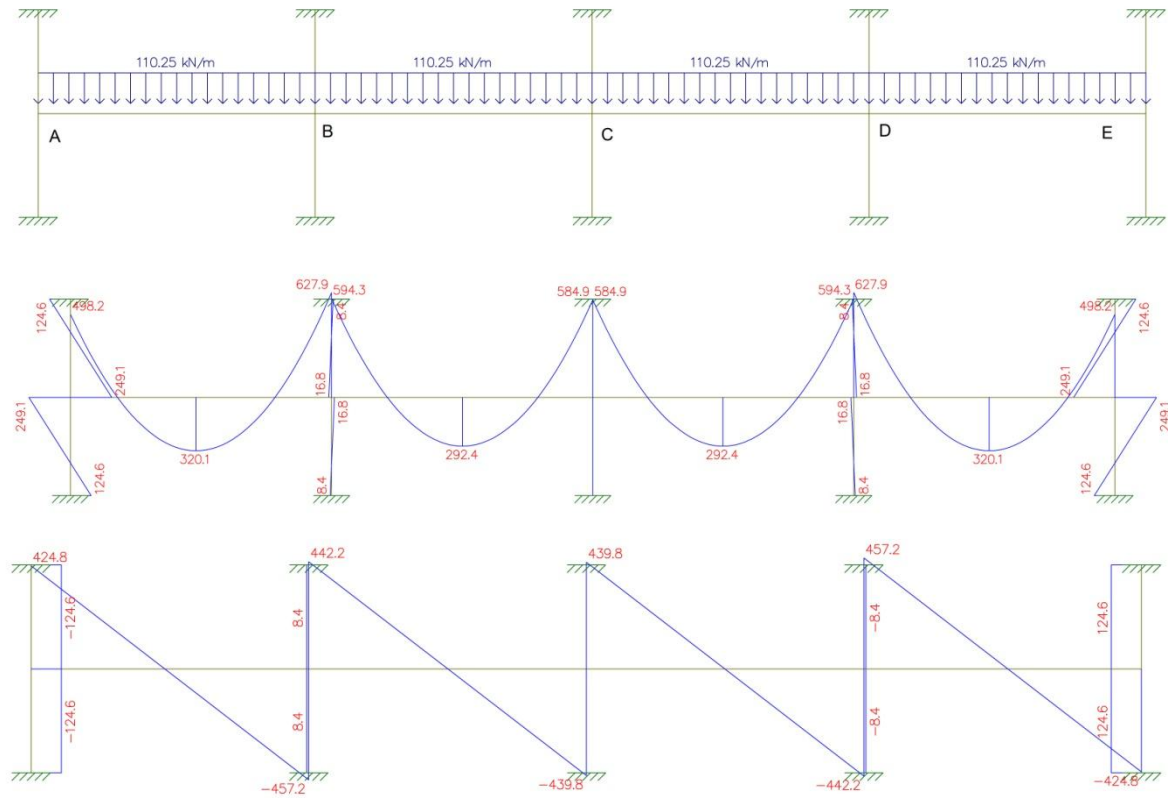
EMERICK, A. A. **Projeto e execução de lajes protendidas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2005.

PRAT, M.; et al. **La Modélisation des Ouvrages**. Paris: Hermès, 1995.

**APÊNDICE A – Diagramas de momentos fletores e esforços cortantes
segundo a NBR 6118/2007**

Momentos fletores (kN.m) e esforços cortantes (kN) devido ao carregamento externo para a NBR 6118/2007

Pórtico A



Pórtico B

