

INDEPENDÊNCIA LINEAR E TRANSFORMAÇÕES LINEARES: A ORGANIZAÇÃO DE CONCEITOS E SABERES POR ALUNOS DE ADMINISTRAÇÃO, ECONOMIA E ENGENHARIA.

Rodrigo Sychocki da Silva; rodrigo_mat2004@yahoo.com.br

Mestrando do programa de Pós Graduação em Ensino em Matemática – IM/UFRGS,
orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso (IM/UFRGS)

Resumo

Neste trabalho vou discutir a minha experiência docente em álgebra linear em turmas regulares de graduação da UFRGS no semestre de 2010/1. Busco mostrar que nestas turmas onde essa disciplina tornou-se obrigatória por mudança curricular recente, as repetências encontradas e o fator de evasão da disciplina estão associados a alguns fatores, dentre os quais destaco problemas de interpretação dos problemas propostos na disciplina. Para essa análise escolhi dois assuntos: independência linear e transformações lineares. Outro aspecto que vou abordar é o tratamento “receita de bolo” frequentemente utilizado pelos alunos com o objetivo de obter aprovação na disciplina, o qual acaba causando frustração no fim do semestre, caso o resultado não seja o esperado pelo educando.

Palavras-chave: álgebra linear; aprendizagem; ensino; independência linear; transformações lineares.

Introdução

Quando o educando inicia seus estudos em álgebra linear, ele ainda está na educação básica, onde é apresentado um pouco de cada aspecto teórico muito superficialmente. As noções de matrizes e sistemas de equações lineares são assuntos abordados nas aulas de Matemática e muitas vezes o professor trabalha esses temas de forma independente. Os vetores ficam somente nas aulas de Física e servem para o educando resolver problemas clássicos sobre forças. A dimensão e a devida importância para o desenvolvimento dessa área e as relações que existem entre esses elementos são mostradas somente na universidade.

O problema de fazer os alunos compreenderem o conceito de independência linear e transformações lineares é desafiador, pois exige do professor “CHA”, ou seja, *Competência, Habilidade e Atitude*. Mudar a situação real dessa disciplina, onde os alunos em sua maioria em algumas turmas não são novatos, exige um trabalho que demanda pela busca de alternativas pelo corpo docente.

Ministrando a disciplina em 3 turmas (A3, E3 e F2) com um total de 180 alunos aproximadamente, percebi que parte das dificuldades dos alunos em compreender o conceito está na distância do nível de abstração do professor e dos alunos. Os alunos são inseridos nesse curso em um lugar chamado \mathbb{R}^n (considerado um espaço vetorial), onde existem vetores e algumas operações que são transformadas em algoritmos e armazenadas para o momento da prova escrita. Juntamente com isso, os conceitos que levam ao título desse trabalho, provocam incompreensão e são tratados de forma exclusivamente de forma algorítmica, perdendo assim a sua forma matemática.

Em relação à história da álgebra linear, o nível de pensamento necessário para a sua tematização, no século XVIII, chamado “trans-nível”, consistia dos níveis de estruturação, generalização e unificação do pensamento matemático. Os problemas apresentados nesse nível formam a necessidade teórica dos conceitos de álgebra linear. O chamado “trans-nível” aparece no ensino da álgebra linear como um dos mais sérios obstáculos a serem superados. Os alunos, ao entrarem na Universidade, se encontram, como diz Piaget e Garcia (1989), no “nível inter-operacional” do pensamento algébrico; possuem alguma experiência com matrizes, vetores e seus operadores, considerados objetos da álgebra linear do “tipo 1”. Ao se depararem com objetos do “tipo 2”, como espaços vetoriais e operadores lineares, definidos

axiomaticamente, a mudança do *inter* para o *trans-nível* surge como um obstáculo, pois é difícil fazer com que o aluno entenda a necessidade teórica de se conhecer conceitos mais gerais; no entendimento do aluno, a linguagem matemática da álgebra linear é exótica, pois os objetos do “tipo 1” deixam de ter a sua forma concreta.

A dificuldade encontrada em alunos de álgebra linear na universidade de acordo com BORGES (2000) pode ser encarada como:

Um dos pontos que se refere às dificuldades dos alunos quanto à álgebra linear é a dificuldade que os alunos possuem em darem um salto, da necessidade de visualização do objeto para representá-lo ou entendê-lo, para um trabalho com estruturas geométricas que não possuem uma correspondência com esse objeto. Realmente, o fato de os alunos se depararem com situações em que os conteúdos dos conceitos teóricos não se referem mais a coisas, mas a relações entre coisas, faz surgir o obstáculo, pois há uma transição de um pensamento empírico, em termos de objetos concretos, para um pensamento em termos das relações entre objetos. Os conceitos teóricos passam a não ser nomes de objetos ou de qualidades dos objetos, mas denotam relações entre objetos, o que chamamos de pensamento relacional. (OTTE, 1992)

Com os conteúdos sendo ministrados em aulas expositivas, busquei através de uma ferramenta, verificar a capacidade de assimilação e conhecimento sobre independência linear e transformações lineares, os quais foram conteúdos da prova aplicada em 29/04/2010. Para isso, fiz uso de uma técnica conhecida pelos educandos como “cola”. Após as discussões, exercícios e construção da teoria matemática em sala de aula, os alunos poderiam preparar (não obrigatoriamente) um material que seria de uso deles durante o momento da prova. O material feito por eles deveria atender a seguinte pergunta: *O que você pode escrever em uma área de no máximo 100cm² e que resume a matéria para a prova?*

Metodologia

A proposta implementada nas turmas que ministrou do curso de álgebra linear é que os alunos explicitem o seu raciocínio sempre, independente da certeza de suas conclusões. Quando a proposta da “colinha de Linear I” foi discutida em aula, os alunos interpretaram que ela seria feita em uma página tamanho A4 inteira. Salientei que o formato seria limitado em aproximadamente 100cm², o que gerou estranheza de vários alunos. Afirmo que pelo fato da proposta ser uma “cola”, deveria contemplar informações (definições, teoremas, exemplos, entre outros elementos) e ao mesmo tempo ser imperceptível o seu uso. A forma de organização foi livre e a produção a critério de cada um. Material digitado ou manuscrito seriam ambos aceitos e válidos.

Durante duas semanas, os alunos produziram a “colinha”. Foi um processo extra-classe e que exigia dos mesmos um momento considerado por ARTIGUE (1989) como *adidático*. Isto é, os conceitos e saberes foram organizados sistematicamente pelos alunos, independente do professor estar disponível naquele momento. Em todas as aulas, instiguei sobre qual era o andamento da produção do material, quais os critérios que estavam utilizando e o que era relevante para o seu processo de aprendizagem e que merecia, portanto, estar no material. Lembrei os alunos que material deveria ser feito durante o processo das aulas, e que algo feito de última hora poderia não corresponder às suas expectativas.

Resultados

Durante o momento de avaliação, percebi que os alunos não demonstraram uso exclusivo da ferramenta construída por eles. Ao final do processo de avaliação, com algumas perguntas instiguei eles individualmente sobre a importância do material produzido. Um número significativo de alunos comentou que o momento de criação e organização do

material para a “colinha” foi decisivo, pois conseguiram lembrar facilmente do conteúdo no instante da prova.

A escrita do material foi heterogênea, ou seja, alguns alunos priorizaram as definições, outros colocaram um exemplo com cálculos para lembrar dos conceitos de independência linear e transformação linear. Outros ainda, esboçaram uma espécie de roteiro para cada possível pergunta, como por exemplo: “*Se a questão for de LI ou LD: coloco os vetores em colunas, escalono, se tiver pivô em todas as coluna é LI, caso contrário não.*” Ou ainda: “*Pergunta sobre matrizes de transformação: Coloco os coeficientes de cada variável em uma coluna diferente para cada variável, ex: [X, Y, Z]*”. Note que no procedimento do aluno anterior, há a separação das colunas de uma matriz com vírgula. Isso que ele determina como [X, Y, Z] sendo uma matriz onde as variáveis foram separadas, representa em alguns livros de cálculo, um ponto no tridimensional. Vale ainda ressaltar que esse é o método da “receita de bolo” para resolver determinados problemas em álgebra linear.

A aprendizagem desses conceitos centrais em Álgebra Linear foi construída ao longo de etapas durante o presente curso. Partimos do princípio que o aluno tem o contato pela primeira vez em aula, num segundo momento ele reflete sobre a situação apresentada e após isso gera conclusões, expressadas por seu próprio vocabulário. Esse processo de organização dos conceitos e saberes, ou seja, a geração em um novo campo semântico por parte dos alunos, de acordo com CELESTINO (2000) gera uma questão deve ser colocada para que os professores reflitam sobre sua prática de ensino em Álgebra Linear: a produção de novos campos semânticos pelos alunos seria uma tentativa de fugir do formalismo que colabora com a busca de novos campos semânticos?

Conclusões

Não privilegiar o formalismo e valorizar os significados atribuídos pelos alunos sobre os assuntos, implicou em uma melhora no entendimento desses no decorrer do curso. Possibilita o educando refletir e organizar a sua aprendizagem, não torna o processo um acúmulo de conceitos e abstrações proporcionados em álgebra linear. Os resultados além de serem quantitativos, ou seja, tiveram desempenho satisfatório na avaliação, forneceram subsídios para julgar a verdadeira aprendizagem dos alunos que participaram dessa experiência.

Referências

- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996, p.193-217.
- OTTE, Michael. Concepção de história da matemática. **BOLEMA: boletim de educação matemática**, Rio Claro, SP. n. 2, 1992. p. 104-115. Edição especial.
- BORGES, Marcos Francisco. **Obstáculos encontrados pelos alunos na aprendizagem da Álgebra Linear**. Departamento de Matemática. Universidade do Estado de Mato Grosso/UNEMAT. P 1-16.
- CELESTINO, Marcos Roberto. **Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear: As pesquisas brasileiras na década de 90**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. PUC-SP. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. P 1-115.
- GRANDE, André Lúcio. **Alguns resultados da análise dos livros didáticos de álgebra linear quanto aos registros de representação semiótica e as noções de independência linear**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. P 1-15.
- LAY, David. **Álgebra Linear e Suas Aplicações**. 2º Edição, 1999. Livros Técnicos e Científicos.
- PIAGET, J. GARCIA, R. **Hacia una lógica de significaciones**. México. Gedisa. 1989.