UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FLÁVIA DE ÁVILA PEREIRA

APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA EM AMBIENTE LOGO: Uma proposta didática para os Anos Finais do Ensino Fundamental

PORTO ALEGRE
2013

FLÁVIA DE ÁVILA PEREIRA

APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA EM AMBIENTE LOGO: Uma proposta didática para os Anos Finais do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador(a): Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

PORTO ALEGRE

2013

FLÁVIA DE ÁVILA PEREIRA

APRENDIZAGEM DE TÓPICOS DE GEOMETRIA EM AMBIENTE LOGO: Uma proposta didática para os Anos Finais do Ensino Fundamental

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador(a): Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

BANCA EXAMINADORA

____

Dr. Marcus Vinícius de Azevedo Basso

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

____

Dr. Marcus Vinícius Maltempi

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta didática desenvolvida em uma escola da Rede Adventista de Educação no município de Cachoeirinha, que utilizou a linguagem LOGO em aulas de Matemática. O experimento prático, realizado com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental e respaldado pelas teorias de Seymour Papert e Gèrard Vergnaud, buscou responder à seguinte questão: Como a utilização do ambiente LOGO auxilia na aprendizagem dos conceitos de Ângulos e Coordenadas Cartesianas, estudados durante o Ensino Fundamental? Outras investigações envolvendo a utilização da linguagem LOGO são mencionadas, bem como suas influências para o trabalho. A partir dos dados analisados qualitativamente, observou-se um crescente interesse pelo estudo dos tópicos de Geometria e um avanço nas elaborações de estratégias de soluções de problemas. Ao final deste trabalho, encontra-se a sequência didática elaborada e aplicada, produto desta dissertação.

Palavras-chave: Linguagem LOGO; Geometria; Coordenadas Cartesianas; Ângulos; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Campos Conceituais; Construcionismo.

ABSTRACT

This dissertation presents a didactic proposal developed in a school of Adventist Education in the city of Cachoeirinha, which used the LOGO language in Mathematic classes. The practical experiment was conducted with students in the seventh grade of elementary school and supported by the theories of Seymour Papert and Gerard Vergnaud, and tried to answer the following question: How the use of the LOGO environment can help the learning of the concepts of angles and Cartesian Coordinates, which were studied during elementary school? Further investigations involving the use of LOGO language are mentioned, as well as their influences for this paper. From the qualitatively analyzed data, it was noticed a growing interest in the study of topics of Geometry and an improvement in the elaboration of strategies for problem solving. At the final of this work, we can find the didactic sequence, made and applied, product of this dissertation.

Key-words: LOGO language; Geometry; Cartesian Coordinates; Angles; Teaching and Learning in Mathematic; Conceptual Fields; Constructionism.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

É do conhecimento de todos no meio educacional que o rendimento dos alunos em Matemática no Brasil é baixíssimo[1]. Tal situação pode se agravar quando o assunto é Geometria. Nos cursos para aperfeiçoamento de professores de Matemática os quais tive a oportunidade de participar, testemunhei a dificuldade da maioria dos professores nas questões abordadas que envolviam Geometria. Em conversas informais com estes educadores, pude verificar que eles não ensinam conteúdos de Geometria em suas turmas ou os deixam para o final do ano, se sobrar tempo, e não abordam estes conteúdos no início da série seguinte. De fato, Pavanello (1989, p. 166) aponta que os livros didáticos da década de 70 apresentavam a Geometria “sempre ao final das publicações”. Ou seja, a Geometria fica para trás. Este cenário tornou-se mais evidente quando comecei a lecionar para turmas de sétima e oitava séries (ou oitavo e nono anos) do Ensino Fundamental, que alegavam não ter aprendido nenhum ou pelo menos a maioria dos conteúdos de Geometria pertencentes à série anterior ou à mesma (em caso de alunos repetentes).

Por ser uma área cuja compreensão requer raciocínio lógico e argumentação, razão pela qual era exigido o seu conhecimento por parte dos aspirantes ao curso de Direito por volta do ano de 1827 (VALENTE, 1999), a Geometria tem incentivado o surgimento cada vez maior de recursos computacionais para auxiliar a aprendizagem dos estudantes. Na elaboração da maioria desses recursos, existe a preocupação em proporcionar uma aprendizagem cada vez mais autônoma. O software *GeoGebra* é um dos mais utilizados atualmente, pois, além de aliar a Álgebra à Geometria Plana e Dinâmica, permite a criação de *applets*.

Há um recurso, porém, que é raramente utilizado, talvez por ser um pouco antigo: a linguagem de programação LOGO.

No ano de 2010, tive a oportunidade de trabalhar a linguagem LOGO com estudantes do Ensino Superior. Esta experiência teve um papel importante e

---

[1] http://www.todospelaeducacao.org.br/comunicacao-e-midia/noticias/21859/ao-fim-do-fundamental-e-do-medio-desempenho-em-matematica-esta-estagnado/

decisivo, pois me motivou a utilizar o LOGO na Educação Básica, na qual ingressei em 2011. Uma questão, porém, veio à tona: Como fazê-lo? Pensando nisso e vivenciando a dificuldade em Geometria dos alunos dos oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, juntamente com o desejo deles em participar de atividades no núcleo de informática, nasceu a ideia de introduzir a linguagem LOGO para auxiliar a aprendizagem de Geometria e torná-la o objeto de pesquisa de minha dissertação de mestrado. Iniciamos, então, o denominado "Projeto xLOGO"[2] (ver Apêndice B), que também foi proposto com a intenção de servir como projeto piloto para a referida pesquisa. Por uma série de contratempos, relatados mais adiante, não foi possível repetir esse projeto no ano seguinte com estudantes de oitavo e nono anos, mas pôde ser realizado com turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental. Assim, a pergunta que norteou a pesquisa foi:

Como a utilização do ambiente LOGO auxilia na aprendizagem dos conceitos de Ângulos e Coordenadas Cartesianas, estudados durante o Ensino Fundamental?

Para concretizar este estudo, o trabalho organizou-se da seguinte forma: no capítulo 2, são apresentados mais detalhes sobre a inspiração para o uso do LOGO na escola. Além disso, são mencionadas outras experiências com o LOGO, a fim de mostrar modos e propósitos diferentes para a utilização da linguagem LOGO. A maioria dos trabalhos citados são pesquisas que geraram dissertações e teses de pós-graduandos da UNICAMP (Universidade Estadual de Campinas), à qual pertence o NIED (Núcleo de Informática aplicada à Educação), que desenvolveu o SuperLOGO, um dos softwares que utilizam a linguagem LOGO.

No Capítulo 3, são discutidos as ideias de Seymour Papert, criador da linguagem LOGO, que defende sua utilização em face de suas características peculiares e de suas potencialidades para o processo de aprendizagem de um modo geral. Nesse contexto, é discutida a sua sugestão para uma modificação do currículo escolar por meio de ambiente LOGO. Também é exposta e discutida a Teoria do Construcionismo de Papert.

[2] As atividades propostas neste projeto estão disponíveis em http://proflaviamat.pbworks.com.

Seguimos, no capítulo 4, para a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, que serviu para compreender como ocorre a aprendizagem de Matemática e para analisar os dados coletados ao longo da pesquisa.

Partimos, no capítulo 5, para um estudo sobre como os tópicos de Geometria que foram trabalhados com o apoio do LOGO são abordados usualmente nas aulas de Matemática, discutindo a abordagem feita pelos autores do livro didático adotado (TROVON; REIS, 2009a) na escola em que ocorreu a pesquisa e as possibilidades que tal abordagem oferece para a introdução dos estudantes no ambiente LOGO.

A descrição da sequência didática que compõe o objeto de estudo desta pesquisa e as análises dos registros, reações, estratégias e percepções dos alunos durante a experiência são apresentadas no capítulo 6. Esta análise foi realizada de forma qualitativa, a partir das produções dos estudantes durante as atividades propostas. Por fim, o capítulo 7 apresenta as considerações finais desse processo.

O produto da sequência didática está disponível nos Apêndices.

Aventure-se no mundo da Tartaruga. Boa leitura.

2 INSPIRAÇÃO PARA O TRABALHO

Partindo da ideia de utilizar programação de computadores no processo de aprendizagem, podemos pensar em várias formas de linguagem de programação mais modernas do que a linguagem LOGO, como *Alice 3D*[3], *Squeak*[4], *Kodu Game Lab*[5], *RoboMind*[6] e *Scratch*[7]. A utilização deste último constitui o objeto de estudo de Pinto (2010) como recurso na resolução de problemas. Por que, então, utilizar algo um tanto antigo?

Uma resposta pode estar no fato de que essas linguagens de programação possuem o mesmo espírito que originou o LOGO: ser simples para permitir que leigos em programação de computadores, principalmente crianças no ambiente escolar, possam aprender a programar. O início da Informática na Educação foi marcado, na década de 60, pela criação do sistema PLATO[8], do CAI[9] – cujo objetivo era "usar o computador para programar o estudante" – e do BASIC[10] – no qual "o estudante programa o computador e, assim, o torna uma ferramenta que auxilia a aprendizagem ao invés de ser um professor-robô que auxilia a instrução" (PAPERT, 1994, p. 144). Por discordar tanto do CAI como do BASIC, Papert desenvolveu o LOGO "como uma alternativa para ambos" (ibid). Assim, o LOGO foi criado com o propósito de proporcionar um ambiente no qual houvesse liberdade de criação por meio de uma linguagem de programação e que fosse fácil de aprender.

> Eu estava observando uma criança trabalhar com um programa CAI para multiplicação. Havia algo estranho ocorrendo. Eu vira a criança fazer várias multiplicações com rapidez e precisão. Então a vi dar uma série de respostas erradas para problemas mais fáceis. Levei algum tempo para perceber que a criança se entediara com o programa e estava se divertindo mais jogando um jogo de sua própria invenção. (PAPERT, 1994, p. 146)

---

[3] http://www.alice.org

[4] http://www.squeak.org

[5] http://www.kodugamelab.com

[6] http://www.robomind.net

[7] http://scratch.mit.edu

[8] *Programmed Logic for Automatic Teaching Operations*.

[9] *Computer Aided Instruction*.

[10] *Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code*.

Com o passar do tempo, as versões de softwares que utilizam a linguagem LOGO foram evoluindo. Em sua Tese de Doutorado em Educação pela UNICAMP, que aborda uma questão sobre um possível resgate "das possibilidades didático-cognitivas do Logo Tridimensional na exploração pedagógica de conceitos geométricos", Miskulin (1999) apresenta diversas dessas versões, tanto comerciais como gratuitas. A pesquisa deste trabalho apresenta resultados obtidos a partir de análises dos "processos mentais e computacionais de estudantes" da 8ª série (9º ano) do Ensino Fundamental, em situações de resolução de problemas.

Outra razão para a utilização do LOGO foi a motivação oriunda de experiências com o software SuperLOGO 3.0, utilizado na disciplina Computador na Matemática Elementar[11], que compõe currículo do Curso de Licenciatura de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). No ano de 2004, enquanto aluna do referido curso, utilizava o LOGO pensando na ideia de que estava aprendendo um programa que poderia trabalhar com meus futuros alunos para ensinar conteúdos de Matemática, pois a visão de Matemática que eu tinha era a de um aluno de escola, que conhece apenas a "matemática escolar". Não tinha a noção de que estava aprendendo a programar e que crianças também poderiam fazer o mesmo.

Depois de alguns anos, surge a oportunidade de estar no lado oposto: lecionar a disciplina Computador na Matemática Elementar como professora substituta do Instituto de Matemática da UFRGS. Ao longo do primeiro semestre ministrando a disciplina, a maioria dos alunos mostrou-se interessada no Projeto Final[12] da disciplina, vendo uma aplicação para o LOGO. Com o objetivo de incentivar os alunos para um posterior uso do LOGO em suas salas de aula, cada grupo de alunos deveria apresentar o seu projeto para a turma, respondendo a perguntas como:

---

[11] Súmula da disciplina: Desenvolvimento de conceitos e relações matemáticas dentro do ambiente LOGO. Polígonos regulares convexos e não-convexos, círculos, curvatura e raio de curvatura, mosaicos, espirais, processos recursivos, árvores binárias, fractais. (Fonte: http://www.ufrgs.br/ufrgs/ensino/graduacao/cursos/exibeCurso?cod_curso=335 – Acesso em 10/08/2013)

[12] Trabalho a ser entregue no final da disciplina, que consistia em elaborar uma programação mais complexa com uma determinada finalidade, como, por exemplo, um jogo ou um objeto digital de aprendizagem.

1. Qual o objetivo do trabalho: Pedagógico, Lúdico, Artístico, etc.?
2. Pensando em uma possível utilização do trabalho desenvolvido em sala de aula:
   a) Para qual faixa etária ou série seria destinado o trabalho?
   b) Quais os pré-requisitos ou quais conteúdos básicos os alunos deveriam dominar para a atividade?
   c) Caso o trabalho não aborde diretamente conteúdos matemáticos, que conteúdo(s) matemático(s) pode(m) ser trabalho(s) com o auxílio deste Projeto?

No segundo semestre, surgiram mais projetos que utilizavam o LOGO para ensinar ou verificar a aprendizagem de conteúdos matemáticos ou de outras áreas de conhecimento. Um grupo de três alunos, por exemplo, apresentou um projeto para uma aula dinâmica de Geografia, que consistia em um jogo envolvendo perguntas sobre as bandeiras dos países da América do Sul e conhecimentos gerais sobre estes.

A experiência docente com o LOGO também despertou o vislumbre da potencialidade do LOGO para Hoffmann (2006), que a partir da experiência com disciplina Computador na Matemática Elementar, investigou, em sua dissertação de Mestrado em Psicologia Social e Institucional pela UFRGS, a "hipótese de que aprender Matemática com o uso das Tecnologias da Informação pode contribuir para a formação do sujeito da Sociedade em Rede" (p. 17).

Podemos citar mais exemplos de trabalhos desenvolvidos em Programas de Pós-Graduação da UNICAMP envolvendo pesquisas relacionadas à linguagem LOGO, como: Campos (2000) acompanhou crianças de 8 a 13 anos em seus processos criativos ao programarem em LOGO para construir desenhos; Dias (1998), a partir da ideia de que a utilização de jogos auxilia o processo de aprendizagem, propõe um jogo – o Jogo da Tartaruga – que consistia em conduzir a Tartaruga por um labirinto utilizando a linguagem LOGO; Ferraz (1998) propõe a inserção de estudantes com deficiência mental em um ambiente LOGO a fim de investigar, no campo da Neurologia, "meios de resgatar toda a sua capacidade de produção em diversas atividades" (p. 2); Freire (1999) realizou um estudo, na área de Linguística, sobre a utilização da linguagem LOGO por indivíduos com "dificuldades linguístico-cognitivas" (p. 6).; Garcia (1995) investigou, junto a professores que utilizam o LOGO em uma escola pública, as possibilidades de usá-lo como suporte para projetos interdisciplinares.

Tendo em vista que estes trabalhos sugerem possibilidades para a utilização da linguagem LOGO em distintos ambientes de aprendizagem e distintas áreas do conhecimento, podemos pensar em utilizar o LOGO no ambiente de aprendizagem mais conhecido, a saber, a sala de aula, que abrange uma diversidade de indivíduos que recebem diariamente uma grande carga de informações e, muitas vezes, demonstram dificuldade em organizá-las e/ou utilizá-las para alguma finalidade. A partir dessa ideia, iniciamos uma investigação sobre possíveis contribuições da utilização da linguagem LOGO para a aprendizagem de conceitos fundamentais de Geometria com estudantes do Ensino Fundamental. Um estudo semelhante a este foi realizado por Baranauskas (1981), em sua dissertação de Mestrado em Ciência da Computação pela UNICAMP, cujo diferencial é a inclusão de uma introdução intuitiva ao estudo de propriedades topológicas.

Serão discutidos, a seguir, alguns tópicos com a finalidade de investigar as contribuições da linguagem LOGO para a aprendizagem.

3 O LOGO

Imagine-se como um professor aprendendo a programar computadores para uma determinada finalidade e obtendo sucesso em suas tentativas de fazê-lo funcionar. Você provavelmente ficaria satisfeito consigo mesmo e, mais ainda, ficaria muito animado com o feito. Podemos imaginar que você estava no lugar de um de seus alunos e ficou feliz com o que o computador lhe proporcionou em termos de aprendizagem. Tão contente a ponto de pensar na seguinte questão: seria possível utilizar o computador para disponibilizar essa sensação para os estudantes? Você se entusiasma com a ideia, mas esbarra no seguinte consenso de nossa cultura, existente desde o surgimento dos computadores: como crianças podem programar computadores, se isso requer conhecimentos avançados de matemática e de programação?

Na busca por uma resposta, você encontra um grupo com este mesmo objetivo: ensinar programação na escola. Após algumas discussões, vocês decidem criar uma linguagem de programação nova e, cerca de um ano mais tarde, tentam introduzir essa linguagem para alunos de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental, afinal, segundo Piaget (PAPERT, 1994, p. 151), esta faixa etária é caracterizada pela fase do pensamento “formal”, mas pretendem futuramente levá-la para crianças menores. Durante a experiência, você constata que esses estudantes, não apenas aprenderam a linguagem de programação, como também a utilizaram para fazer muitas outras coisas que você não esperava e passaram a ser considerados alunos criativos e com bom desempenho escolar.

Caso tenha julgado utópica essa situação, felizmente informo ao leitor que é realidade, e o professor em questão é o matemático Seymour Papert, e a linguagem de programação é a linguagem LOGO, desenvolvida na década de sessenta com o objetivo de “criar uma linguagem de programação que tivesse uma melhor chance do que as existentes de combinar com as necessidades e capacidades das pessoas mais jovens” (PAPERT, 1994, p. 150).

Essa programação a ser ensinada para as crianças na escola não é a programação tradicional, para efetuar cálculos gigantescos ou desenvolver softwares. É uma sequência de comandos a serem dados a uma Tartaruga virtual que se desloca na tela do computador, para que ela execute uma determinada tarefa, como por exemplo, desenhar um quadrado, um triângulo ou um círculo na tela. Os comandos básicos da linguagem LOGO são:

- **PARAFRENTE n** – a Tartaruga deve andar para frente **n** passos;
- **PARATRÁS n** – a Tartaruga deve andar para trás **n** passos;
- **PARADIREITA n** – a Tartaruga deve girar em torno de si para a direita, de acordo com o número **n**;
- **PARAESQUERDA n** – a Tartaruga deve girar em torno de si para a esquerda, de acordo com o número **n**;
- **REPITA n** – a Tartaruga deve repetir **n** vezes uma sequência de comandos, a ser posta entre colchetes após o número **n**.

É visível para um adulto que o número a ser inserido nos comandos PARADIREITA e PARAESQUERDA corresponde ao ângulo de rotação (PAPERT, 1988). Surge a pergunta: então, para usar esses comandos é necessário primeiramente estudar ângulos? Respondo com outra pergunta: o que impede uma criança das séries iniciais de brincar com as possibilidades de números desses comandos? Essa brincadeira poderá levar a criança a concluir que PARADIREITA 40, por exemplo, provoca um giro maior do que PARADIREITA 30.

Nas primeiras versões do LOGO, a Tartaruga era mecânica, ou seja, um robô que seguia os comandos “digitados num teclado como o de uma máquina de escrever” e possuía rodas e “uma caneta para poder traçar linhas ao mover-se” (PAPERT, 1988, p. 78), como mostra a Figura 1.

Figura 1: Primeira Tartaruga do LOGO

Fonte: http://www.youtube.com/watch?v=2lA0QZTbwJs

A Tartaruga de hoje é virtual. O chão deu lugar à tela e é possível desenhar usando cores e animações. Dentre os diversos softwares mais recentes e gratuitos que utilizam a linguagem LOGO, estão o SuperLOGO 3.0[13] e o xLOGO[14] (Figuras 2 e 3), nos quais os quatro primeiros comandos básicos podem ser abreviados para PF, PT, PD e PE, respectivamente.

Figura 2: Interface do SuperLOGO 3.0

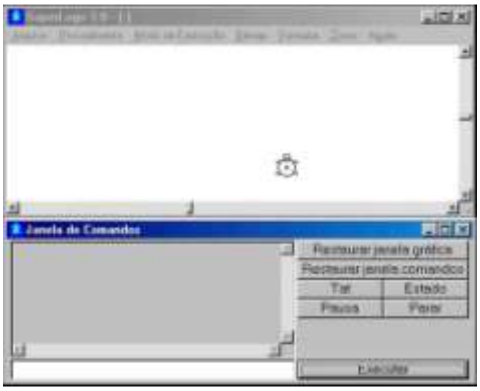
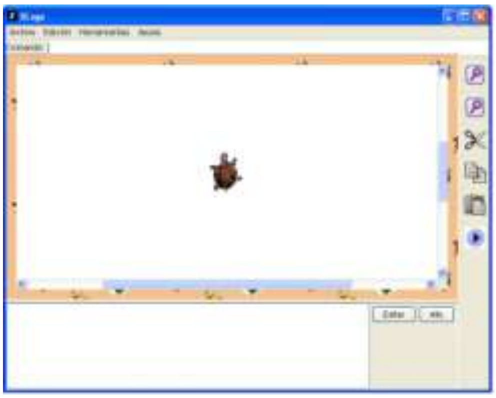


Figura 3: Interface do xLOGO



Talvez o leitor esteja se perguntando: como utilizar esses softwares para fazer uma programação? Como já citado, essa programação é algo simples. Por exemplo, a Tartaruga não conhece um comando específico para desenhar um quadrado cujo lado mede 150, mas podemos programá-la para tal, isto é, ensiná-la o programa (ou procedimento) QUADRADO. Para ensinar um programa para Tartaruga, com o editor de procedimento aberto, antes do nome deste, devemos escrever a palavra “aprenda” e, ao final dos comandos, escrever fim, para deixar claro para a Tartaruga que os comandos do procedimento acabaram. Uma possibilidade é inserir:

```
aprenda QUADRADO
PF 150 PD 90
PF 150 PD 90
PF 150 PD 90
PF 150 PD 90
fim
```

---

[13] http://www.nied.unicamp.br/?q=content/super-logo-30

[14] http://xlogo.tuxfamily.org/pt/index-pt.html

ou, de uma forma mais enxuta:

```
aprenda QUADRADO
REPITA 4 [PF 150 PD 90]
fim
```

Antes de prosseguir, gostaríamos de fazer uma ressalva, direcionada principalmente aos “não-matemáticos”. A linguagem LOGO não foi desenvolvida para matemáticos. Pensemos no significado de matemática: “*mathematikos* significa ‘disposto a aprender’, *mathema* era ‘uma lição’ e *manthanein* era o verbo ‘aprender’” (PAPERT, 1994, p. 79). Assim, a finalidade do LOGO é oferecer um ambiente mais propício para a *Matética*, palavra usada por Papert para a “arte de aprender”. Veremos mais adiante as utilizações do LOGO e os efeitos que vão muito além da Matemática, “aquela coisa sobre números que eles ensinam na escola” (PAPERT, 1994, p. 79).

Trazemos, a seguir, um pouco mais sobre LOGO, apresentando desde sua concepção até suas potencialidades como ferramenta de aprendizagem.

3.1 A Tartaruga

O primeiro questionamento sobre o LOGO é: por que utilizar uma Tartaruga? Em outras palavras: o que ela tem de especial?

De acordo com a geometria euclidiana, um ponto tem uma posição e nada mais. Uma Tartaruga tem uma posição e uma orientação, além de ser capaz de “aceitar ordens ou comandos expressos numa linguagem chamada ‘linguagem da Tartaruga’” (PAPERT, 1988, p. 78). Não é difícil de imaginar um ambiente virtual onde seja possível dar ordens a um ponto, dadas as coordenadas da localização desejada, mas ficaríamos presos a uma única opção: alteração de coordenadas de pontos. Embora isso seja possível no ambiente LOGO (comandos **MUDEX**, **MUDEY** ou **MUDEXY**), exige conhecimento sobre plano cartesiano, estudado no sétimo ano do Ensino Fundamental. Tendo um ponto orientado, podemos movimentá-lo sem ter a mínima noção de sistema de coordenadas cartesianas, bastando informar ao ponto (Tartaruga) para onde ir (frente ou trás) e para onde se direcionar (direita ou esquerda). Deste ponto de vista:

> a Tartaruga é como uma pessoa – eu estou aqui e voltado para o norte. E dessas similaridades provém a habilidade especial da Tartaruga de servir como uma primeira representação da matemática formal para a criança. As crianças podem identificar-se com a Tartaruga e, no processo de aprender geometria formal, são assim capazes de usar o conhecimento sobre o seu corpo e de como ele se move. (PAPERT, 1988, p. 78)

A “linguagem da Tartaruga”, segundo Papert (1994, p. 155 e 163), é uma forma de “representar (ou esboçar) o comportamento da própria pessoa” e permite pensar e falar sobre o que envolve a resolução de um problema, pois facilita o ato de expressar o que o usuário está fazendo ou pretende fazer com a Tartaruga. Por mais que haja semelhança entre os movimentos de uma pessoa e da Tartaruga, estamos falando sobre a aprendizagem de uma nova linguagem, falada para alguém ao qual se deseja dar ordens. Embora talvez pareça exaustiva essa tarefa para uma criança, ela é mais elementar do que se pode imaginar:

> Uma vez que aprender a controlar a Tartaruga é como aprender a falar uma língua, isto mobiliza a experiência e o prazer da criança em falar. Uma vez que é como estar em comando, isto mobiliza a experiência e o prazer da criança em comandar. Para fazer a Tartaruga desenhar um quadrado, a pessoa dever andar sobre um quadrado imaginário e descrever o que está fazendo, usando a linguagem da Tartaruga. Assim, trabalhar com a Tartaruga mobiliza a experiência e o prazer com o movimento. Toda essa experiência faz uso de um campo de conhecimento bem familiar à criança, a ‘geometria do corpo’, um ponto de partida para o desenvolvimento de conexões com a geometria formal. (PAPERT, 1988, p. 81)

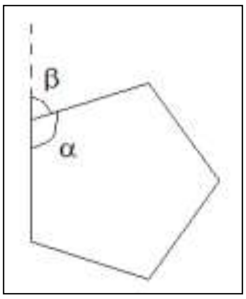
Outro ponto a ser destacado sobre a Tartaruga é que ela pode servir como orientadora do pensamento do estudante, isto é, este pode, ao invés de perguntar ao professor o que está errado com sua programação, se colocar no lugar da Tartaruga para realizar uma tarefa.

> [...] uma criança que pergunta: como posso fazer a Tartaruga desenhar um círculo? O instrutor, num ambiente LOGO, não dá respostas a questões como essa mas sim introduz a criança em um método de resolver não somente esse, mas uma ampla variedade de outros problemas. Esse método é resumido na frase: ‘brinque de Tartaruga’. A criança é encorajada a mover seu corpo de modo que a Tartaruga da tela deve se mover para fazer o desenho desejado. (PAPERT, 1988, p. 81-82)

Assim, em ambientes LOGO, o professor é um auxiliador. O responsável pelas descobertas que levarão a uma resolução própria e não única é o estudante. Embora talvez esta resolução seja considerada por alguns matemáticos como a maneira mais trabalhosa e/ou menos elegante de se elaborar uma programação, a satisfação com o êxito da atividade solucionada por méritos próprios e a aprendizagem envolvida no processo de busca dessa solução é o que realmente importa. Além disso, mesmo tendo uma programação pronta, um estudante, por si próprio ou estimulado pelo professor, pode desenvolver o hábito de tentar melhorá-la, isto é, torná-la mais econômica. Papert (1998, p. 146) cita o caso de uma menina que, para fazer rotações, utilizava apenas PARADIREITA 30. Assim, para girar a Tartaruga 30º para a esquerda, ela repetia “o comando PARADIREITA 30, onze vezes”.

Entramos em um campo gerador de discussões entre professores: o comportamento de educadores e educandos frente a um erro. Tomemos como exemplo uma atividade que apliquei a estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental (PEREIRA, 2012), no ano de 2011, na qual os alunos deveriam construir no xLOGO alguns polígonos regulares (como na Figura 4), conhecendo a relação entre a soma S dos ângulos internos de um polígono qualquer com o número n de lados, a saber, $S = 180° \cdot (n - 2)$.

Figura 4: Ângulo interno e ângulo externo de um polígono.



O problema de construir um polígono no LOGO começa pela estratégia: quais são os passos (comandos) a serem seguidos pela Tartaruga? Eis o “brincar de Tartaruga”. Após algumas considerações consigo mesmos, os estudantes concluíram que, para a Tartaruga andar sobre o polígono, uma maneira é fazê-la girar por fora e, nesse caso, o ângulo de giro é o ângulo β, suplementar do ângulo α, que é obtido dividindo-se a soma dos ângulos internos por *n*, ou seja, $\alpha = 180°\cdot(n - 2)/n$. Inicialmente, alguns alunos cometiam equívocos no cálculo do valor de α (ou de β) e, consequentemente, não conseguiam obter a figura desejada. Por exemplo: para um pentágono regular, temos que $\alpha = 180°\cdot(5 - 2)/5 = 108°$ e $\beta = 180° - 108° = 72°$. Assim, se $\beta > 72°$, tínhamos que os lados se cruzavam, formando um polígono "torto", como disseram alguns alunos (Figura 5a); se $\beta < 72°$, tínhamos uma figura aberta (Figura 5b).

Figura 5a: Polígono "torto" ($\beta = 80°$)

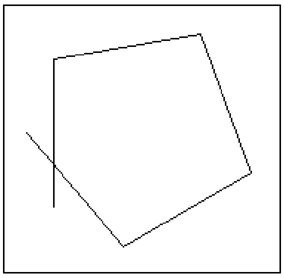
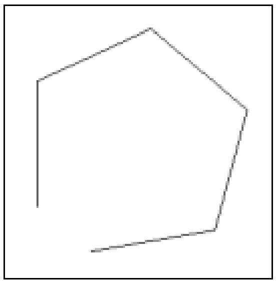


Figura 5b: Figura aberta ($\beta = 65°$)



Então, o aluno precisava pensar no que errou e, ao revisar os comandos que desenhavam os lados e perceber que a forma de um polígono está relacionada aos ângulos deste, verificava os comandos relacionados aos ângulos, refazia os cálculos, editava os respectivos comandos e tentava executar o procedimento novamente. Caso o resultado não fosse a figura desejada, volta-se a rever os cálculos dos ângulos, ajustar os respectivos comandos e executar o procedimento outra vez até obter o resultado esperado. Este é o processo de *execução* $\rightarrow$ *verificação* $\rightarrow$ *reflexão* $\rightarrow$ *execução*.

> Como já foi dito, uma das principais características do ambiente LOGO é o conjunto de conceitos relacionados ao *bug* [erro do programa] e ao *debugging*. Não se espera que tudo dê certo na primeira tentativa. Não se faz julgamentos do tipo 'correto – você tem uma boa nota' ou 'errado – você tem uma nota baixa'. Pelo contrário, a atitude nesses casos de bugs é se questionar: 'Como eu posso corrigir isso?'. Para conseguir fazer essa correção, é necessário, antes de mais nada, que cada pessoa compreenda em seus próprios termos o que ocorreu. Somente agindo assim podemos fazer com que as coisas aconteçam da maneira que queremos. (PAPERT, 1988, p. 127 e 128)

Vemos uma inversão de papéis: nas aulas tradicionais, é o professor quem toma atitude diante do erro do aluno; no ambiente LOGO, esta função de analisar e “consertar” cabe ao estudante.

> A ética da escola está muito bem impregnada. Aquilo que nós vemos como um bom programa com um pequeno *bug*[15], a criança vê como ‘errado’, ‘ruim’, ‘um erro’. [...] A experiência do computador leva as crianças a ‘acreditar’ no *debugging* de maneira mais efetiva do que qualquer outra atividade. (PAPERT, 1988, p. 141 e 142)

Uma maneira de diminuir os *bugs* é o que Papert (1988, p. 131) chama de “programação estruturada”, na qual são elaborados subprocedimentos que unidos compõem a programação desejada. A atividade final[16] que os estudantes do oitavo ano citados anteriormente realizaram consistiu em construir no xLOGO as Figuras 6a e 6b.

Figura 6a: Atividade Final da turma A

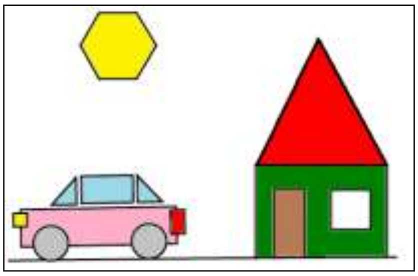
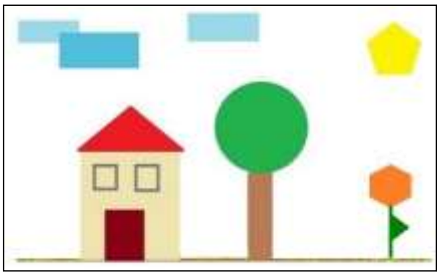


Figura 6b: Atividade Final da turma B



Ao invés de elaborar apenas um procedimento para que Tartaruga desenhasse a figura toda (programação linear), um aluno da turma A poderia criar procedimentos auxiliares: um procedimento para desenhar a casa e o chão, um procedimento para desenhar o sol e outro procedimento para desenhar o carro. Assim, o aluno executaria cada procedimento separadamente e, depois de verificar

---

[15] "Ao invés de erro, em LOGO diz-se que o programa tem um *bug*. Achar ou eliminar o *bug* é um processo de *debugging*” (PAPERT, 1988, p. 84).

[16] É perceptível que o nível de dificuldade da Atividade Final da turma B é superior ao da turma A. Isso se deve ao fato de que a turma B teria mais tempo de aula para fazer o projeto, já que as provas bimestrais desta turma encerraram-se antes das provas da turma A. Em ambos as atividades, as medidas ficavam por decisão dos alunos.

se estão corretos, pensaria em como combiná-los para obter o resultado final. A grande maioria dos estudantes optou por elaborar um único procedimento subdivido em etapas, isto é, verificando que, até certo momento, o procedimento construído resultava em uma parte do desenho, partiam para a próxima parte.

A ideia da programação estruturada pode ser aplicável à aprendizagem de maneira geral, pois parece ser mais eficaz aprender algo por etapas do que de uma só vez. A opção por seguir o raciocínio da programação estruturada afeta, inclusive, a forma como aprendemos alguma habilidade física. Papert (1988) descreve uma cena na qual dois meninos de sexto ano, Michael e Paul, aprendem a andar de pernas de pau, sendo que o primeiro era atlético e só conseguia fazer programações lineares, enquanto que o segundo era mais introvertido e utilizava a programação estruturada:

> A estratégia de Michael foi estabelecer na sua mente um modelo, de forma sequencial: 'Pé na barra, levantar-se, pé na outra barra, primeiro pé adiante...' Quando as primeiras tentativas resultaram em tombos, ele recomeçou intrépido, confiante que em algum momento ele conseguiria andar, o que de fato aconteceu. Mas, para surpresa de ambos, Paul atingiu isto primeiro. A estratégia de Paul era diferente. Ele começou da mesma maneira mas, quando viu que não estava tendo nenhum progresso, tentou isolar e corrigir a parte que estava causando problemas: o bug. Quando se dá um passo à frente, a tendência é deixar uma das pernas de pau para trás. Esse bug, uma vez identificado, é facilmente erradicado. [...] A analogia com sua abordagem de programação estava tão aparente para Paul, que poderia até ser um caso de 'transferência' da atividade de programação ao aprendizado de uma habilidade física. (p. 130 e 131)

Esse episódio nos faz pensar sobre uma forma de aprendizagem mais global, que não fique presa ao currículo. Tal reflexão é o tema da próxima seção.

3.2 O ambiente LOGO e o currículo escolar

Em geral, professores que têm um primeiro contato com ambientes LOGO podem compartilhar do pensamento de usar o LOGO para ensinar a Matemática do currículo, tanto que muitos professores consultavam Papert (1988) com esse objetivo. Essa ideia é totalmente válida, mas a visão de Papert vai além:

> Certamente a Tartaruga pode colaborar no ensino do currículo tradicional, mas a vejo fundamentalmente como um veículo para estimular a aprendizagem piagetiana, que, para mim, é aprender sem currículo. (PAPERT, 1988, p. 49)

Essa ideia de “libertação do currículo” pode ser sufocada por algo maior, pois se torna muito difícil de ser aplicada no atual sistema educacional, que visa a aprovação em concursos (para cargos públicos, vestibulares, ENEM, etc.). Com isso, os estudantes são rotulados como aptos ou não aptos para tal ciência, sendo a Matemática a principal vilã dessa história. E o que pode determinar se um indivíduo é dito “bom” ou não em Matemática ou Geografia? Existe alguma fundamentação para isso? Segundo Papert (1988):

> A verdadeira questão, pode-se dizer, é se podemos inventar o “automóvel educacional”. Uma vez que essa questão não tem sido abordada pela psicologia educacional, devemos concluir que as bases ‘científicas’ que fundamentam as crenças sobre aptidões são realmente muito fracas. Mas essas crenças estão sendo institucionalizadas nas escolas, nos sistemas de testes e nos critérios de exames vestibulares, e, consequentemente, suas bases sociais estão tão firmes como estão enfraquecidas suas bases científicas. (p. 65)

Discutamos, em particular, sobre a Matemática. Em muitos casos, a falta de aptidão em Matemática pode ser confundida com não saber se expressar em Matemática, o que não é trivial. Em vista de um aluno que demonstra dificuldade com a Matemática, não podemos afirmar que ele não possui aptidão para esta ciência, pois podemos ser surpreendidos ao possibilitarmos a este aluno o contato com um ambiente no qual ele construa o seu pensamento matemático. Nesse sentido, o ambiente LOGO mostra-se como uma possível solução, pois cria um “micromundo”, que Papert chama de “*Matelândia*”, onde é possível “participar de uma conversação matemática” (PAPERT, 1988, p. 69), visto que a linguagem da Tartaruga aproxima a linguagem dos estudantes da linguagem matemática.

Uma possibilidade de conciliar aprendizagem e resultados cobrados pelo sistema educacional e pela sociedade é criar um “meio termo” entre essas duas formas de ensino e aprendizagem, pois “um esforço deliberado faz-se necessário para levar às crianças conhecimentos que não foram planejados para elas” (PAPERT, 1994, p. 159). Afinal, quem suspeitaria que crianças podem programar?

Um cético pode pensar que o LOGO não poderia ser estendido para a Educação Especial, mas Papert comprovou o contrário: “vi crianças em classes de ‘educação especial’ utilizá-lo militantemente para afirmar sua identidade real contra a classificação que a Escola faz delas como incompetentes” (1994, p. 188).

Tal mudança se daria através da ampliação da carga horária dos estudantes nas escolas, onde eles poderiam ter aulas do currículo tradicional e aprender a programar com o LOGO na disciplina “Cibernética para crianças”, na qual:

> [...] a gama de comportamentos que pode ser representada será muito maior; o relacionamento afetivo dos estudantes com este trabalho será mais íntimo; e a epistemologia subjacente será mais leve e mais pluralística. (PAPERT, 1994, p. 160)

Sempre que se pensa em fazer alterações na Escola, uma parcela muito importante que influencia na aprendizagem de uma criança é composta pelos pais. Creio, assim como Papert, que a utilização do LOGO, por mais modesta que seja, agradaria aos pais, pois:

> Associar Matemática com computadores tem uma chance muito maior de provocar respostas positivas do que associá-la a uma coisa esotérica desconhecida chamada teoria dos conjuntos. Uma reação típica de um pai será muito mais positiva a uma criança que em casa dizendo ‘Eu estudei Matemática com computadores’ do que ‘Nós estudamos teoria dos conjuntos em Matemática’. [...] Os pais estão dispostos a ouvir. Eles também estão predispostos a acreditar que aprender sobre computadores leva a aprender sobre Matemática, pois está bem estabelecido na mente pública que os computadores são ‘matemáticos’. As pessoas poderiam não saber muito bem o que isso significa, mas é o suficiente para estabelecer uma atitude positiva à Matemática através da conexão da disciplina com os computadores. (PAPERT, 1994, p. 192 e 193)

Vamos, a seguir, abordar alguns benefícios mais específicos que o LOGO pode proporcionar.

3.3 Potencialidades do ambiente LOGO

O que torna o ambiente LOGO tão diferenciado dos demais programas disponíveis na atualidade? O primeiro ponto positivo é a possibilidade de programação, contrapondo a ideia de ter tudo pronto diante de uma tela e "apenas" ser guiado pelo computador ou interagir com ele. Tomemos, como exemplo, uma criança construindo a noção de círculo. No *GeoGebra*, um software gratuito que alia Álgebra à Geometria Dinâmica, para desenhar um círculo, basta selecionar o botão com as opções para um círculo e determinar seu centro e seu raio, através de uma medida determinada ou de um ponto pertencente a ela. No LOGO, o usuário pode programar a Tartaruga para desenhar um círculo, tarefa para a qual ele precisará pensar sobre o círculo. Sendo assim, embora o *GeoGebra* possua um excelente potencial para outras atividades envolvendo círculos e demais figuras geométricas, o LOGO mostra-se eficaz, nesse caso, por proporcionar uma construção intuitiva do círculo.

Mudemos, então, a pergunta: Sob o ponto de vista do processo de aprendizagem, quais as vantagens do LOGO frente a outras linguagens de programação? Analisemos, portanto, os potenciais dessa ferramenta.

3.3.1 Geometria da Tartaruga

Nas palavras de Papert (1988), a Geometria da Tartaruga é uma matemática feita para aprender. Não está resumida a um conjunto de relações e propriedades. O estudante, no processo de *execução→verificação→reflexão→execução*, pode construir um universo de "leis geométricas", dando sentido a ele, e/ou construir outros. Pode haver pessoas que digam que deixar crianças "brincando" no LOGO não produz conhecimento matemático. Estarão certas caso se refiram ao conhecimento matemático escolar, mas:

> A geometria da Tartaruga foi elaborada com o objetivo de servir às crianças. Seu critério fundamental foi ser *apropriável*. É claro que ela deveria ter conteúdo matemático sólido, mas veremos que 'apropriabilidade' e pensamento matemático sólido não são, de maneira alguma, incompatíveis. (PAPERT, 1988, p. 79)

O primeiro diferencial da geometria da Tartaruga é, como já citado, a existência de um ponto orientado que pode ser comandado. Outro ponto fundamental é que com ela a aprendizagem é “sintônica”, isto é, possui “ideias que sejam aceitáveis ao ego” e “ajuda a aprender outras coisas porque encoraja o uso consciente e deliberado de estratégias *matéticas* e de resolução de problemas” (PAPERT, 1988, p. 87 e 88), pois o estudante se vê com um problema que não sabe resolver de imediato, mas pode relacioná-lo com outro que já sabe resolver.

Para ilustrar essa ideia, pensemos em como desenhar um círculo apenas com os comandos básicos do LOGO. Num primeiro momento, pode parecer estranho traçar um círculo deslocando-se para frente ou para trás e fazendo rotações. Como resolver isso? Mais uma vez: “brinque de Tartaruga”! Se eu sou a Tartaruga, como faço para andar em círculo? Basta dar um passo e girar um pouco, dar outro, girar de novo e assim por diante, quantas vezes forem necessárias. Já resolvermos um problema semelhante ao original: como se anda em círculo. Basta utilizar a linguagem da Tartaruga para expressar esse andar. Papert afirma que muitos estudantes chegam a seguinte programação: REPITA 360 [PF 1 PD 1].

Este exemplo de construção de círculo permite fazer uma ligação à ideia fundamental do Cálculo Diferencial: ao desenhar um círculo no LOGO usando repetidamente os comandos PF e PD, estamos concluindo que um círculo pode ser considerado como um polígono com lados infinitamente pequenos, isto é, tendendo a zero.

Podemos perceber, então, que a geometria da Tartaruga:

> possibilita uma união entre as Geometrias Clássicas, a partir de um novo modo de pensar nas mensurações necessárias, relacionando grandezas numéricas e algébricas e explicitando as relações gerais e invariantes de cada classe de objetos construídos. (HOFFMANN, 2006, p. 101 e 105)

3.3.2 Introdução da noção de variável

Quando um adulto ou até mesmo um estudante ouve a palavra “variável”, a tendência na maioria das vezes é pensar automaticamente em *x*. E o que significa este *x*? Muitos podem responder: “algo que não sabemos”. Embora esteja correto, existe mais nesse “algo desconhecido”.

Tomemos como exemplo a construção de um quadrado de lado 100. Isto pode ser feito com REPITA 4 [PF 100 PD 90]. Se quiséssemos que o lado medisse 150, o que mudaria na programação? Visto que o comando que traça o lado do quadrado é o PF, basta trocar 100 por 150: REPITA 4 [PF 150 PD 90]. E se a medida do lado for qualquer outra? Agora temos algo desconhecido. Um aspecto positivo do LOGO é a possibilidade de usarmos qualquer palavra relacionada ao que é desconhecido para inserir no lugar de uma variável, que no ambiente LOGO é chamada de *entrada*. Recapitulando, tínhamos o seguinte procedimento:

```
aprenda QUADRADO
REPITA 4 [PF 100 PD 90]
fim
```

Introduzindo a entrada LADO para representar o lado do quadrado, além de colocá-la no lugar da medida desconhecida, precisamos colocar ao lado do nome do procedimento, antecedida de dois pontos[17], como o procedimento abaixo:

```
aprenda QUADRADO :LADO
REPITA 4 [PF :LADO PD 90]
fim
```

Executando QUADRADO 240, a Tartaruga desenhará um quadrado cujo lado mede 240. Nesse exemplo, temos uma situação onde o surgimento de uma variável foi necessário, diferentemente dos problemas tradicionais da forma “encontre o valor de x”. Outra maneira de aparecer uma variável, porém de forma mais significativa, é em problemas como o discutido a seguir.

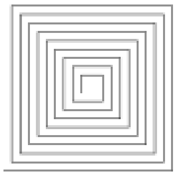
3.3.3 Recursão

Consideremos o problema de desenhar uma espiral quadrada (PAPERT, 1988, p. 94).

---

[17] É a linguagem da Tartaruga: ela reconhece como entrada uma letra ou palavra antecedida por dois pontos.

Figura 7: Espiral quadrada



Primeiro problema: como andar em espiral? Para tal, uma pessoa poderia dar um passo, virar 90º para direita, dar um passo maior, virar 90º para direita, dar um passo maior ainda, e assim por diante, aumentando o número de passos gradativamente. Papert sugere começar com um programa para dar o primeiro passo[18] (variável) e virar:

```
aprenda UMPASSO :DISTÂNCIA
PF :DISTÂNCIA
PD 90
fim
```

Sabendo que a Tartaruga deve seguir com a sequência cíclica *anda→vira→anda*, aumentando a distância percorrida, basta repetir UMPASSO várias vezes, aumentando a cada vez o valor para a entrada DISTÂNCIA. Papert apresenta a seguinte programação (PAPERT, 1988, p. 96):

```
aprenda ESPIRAL :DISTÂNCIA
PF :DISTÂNCIA
PD 90
ESPIRAL :DISTÂNCIA+5
fim
```

Temos um programa que chama a ele mesmo, apenas mudando o valor da distância para 5 unidades a mais. Para visualizar melhor a sequência de passos presente nesta programação, façamos um *fluxograma* do programa ESPIRAL

---

[18] Papert escreveu o nome do programa como UM PASSO, duas palavras separadas. No SuperLOGO e no xLOGO, não pode haver essa separação, pois a Tartaruga interpreta cada palavra como um procedimento.

observando o que a Tartaruga entende quando executamos, por exemplo, o comando ESPIRAL 100.

```
ESPIRAL 100
PF 100
PD 90
ESPIRAL 105 ──────► ESPIRAL 105
fim                 PF 105
                    PD 90
                    ESPIRAL 110 ──────► ESPIRAL 110
                    fim                 PF 110
                                        PD 90
                                        ESPIRAL 115 ──────► ...
                                        fim
```

Assim, a sequência de comandos seguida pela Tartaruga é:

PF 100 PD 90 PF 105 PD 90 PF 110 PD 90 PF 115 PD 90 PF 120 PD 90 ...

Observe que temos um processo “infinito”[19], chamado recursão. Qual é a reação de uma criança frente a um programa recursivo? Sobre isso, Papert (1988) afirma que:

> De todas as ideias que apresentei às crianças, a recursão se destacou como uma ideia capaz de provocar uma resposta entusiástica. Acho que isso acontece em parte porque a ideia de continuar indefinidamente toca fundo nas fantasias de qualquer criança e também porque a recursão tem suas raízes na cultura popular. Há, por exemplo, a charada da recursão: ‘Se você tem dois desejos, qual é o segundo?’ (mais dois desejos.) Há, também, a figura sugestiva de um rótulo, que na verdade é um desenho de si mesmo. Oferecendo às crianças oportunidades de brincar com o infinito, o conjunto de ideias representadas pelo procedimento ESPIRAL, as põe em contato com algo como ‘o que significa ser um matemático?’. (p. 97)

Vamos, porém, voar um pouco mais alto. Com a ideia da recursão, é possível entrar no mundo dos fractais, afinal a natureza está repleta de fractais. Caso diga que este tema é muito complexo para crianças, pense o seguinte: se a possibilidade de desenhar espirais de diferentes formas chamou a atenção das crianças, imagine o efeito causado em poder programar a Tartaruga para representar estruturas de

[19] Cabe destacar que uma programação não é um processo infinito, pois necessita de uma condição de parada. Para que a Tartaruga pare de executar o procedimento, no SuperLOGO clique no botão “Parar”, e no xLOGO, no botão “Pare”.

seres vivos na tela do computador. A curiosidade e o desejo de fazê-lo podem romper com a barreira do desafio. Isso aproximaria os estudantes não apenas do “ser matemático” como da ciência como um todo. De acordo com Papert (1994), “o que atrairia milhões à Ciência, contudo, seria oferecer-lhes oportunidades mais amplas de se apropriarem dela de uma forma pessoal” (p. 183) e “aguçar a hipótese leva a novos desenvolvimentos. Isso é muito semelhante à ‘ciência’. Isso é muito dessemelhante à ‘ciência escolar’” (p. 115).

> A oportunidade para a fantasia abre a porta para um sentimento de intimidade com o trabalho e proporciona um vislumbre de como o lado emocional de relacionamento das crianças e a tecnologia poderia ser muito diferente do que o que é na tradicional Escola. A fantasia sempre foi encorajada em boas aulas de escrita criativa e em aulas de arte. Excluí-la da ciência é uma negligência tola de uma oportunidade para desenvolver vinculação entre crianças e ciência. (p. 161)

3.3.4 Micromundo da Tartaruga newtoniana

Assim como muitos matemáticos, sou uma apreciadora da Física, ciência muito próxima à Matemática. Façamos, agora, uma reflexão: como a Física é ensinada na Escola? Podemos dizer que, no Brasil, a maioria dos estudantes de fato *aprende* as Leis de Newton? Embora tendo o conhecimento da possibilidade de programar a Tartaruga para executar um movimento que possa ser acompanhado passo a passo, há pouco tempo percebi a relação entre este tipo de programação e a aprendizagem de Física. Apesar deste trabalho referir-se, especificamente, à aprendizagem de Matemática, creio que seja válido incluir uma breve discussão sobre aprendizagem da Física básica, que, na maioria das escolas, começa a ser ensinada no nono ano do Ensino Fundamental.

Papert “denunciava que as escolas ensinam o movimento newtoniano por meio de manipulação de equações, em vez de manipulação dos próprios objetos newtonianos” (SANTOS, 2012, p. 1). Como solução para este impasse, sugere a criação de um micromundo semelhante ao LOGO no qual seja possível dar à Tartaruga os comandos FIXEVELOCIDADE – com o qual ela movimenta-se na tela com uma velocidade determinada pelo usuário – e MUDEVELOCIDADE – para que ela altere a velocidade X do movimento para Y, também dadas pelo usuário. Tal micromundo já foi criado, é a TATI:

> TATI (The Amiable Textual Interface for Second Life), uma interface textual amigável para o Second Life que traduzisse comandos simples, semelhantes aos do Logo em comandos da LSL (Linden Scripting Language) que gerassem objetos imbuídos de físicas alternativas, semelhantes às tartarugas de Papert (1985) ou, melhor ainda, às 'Dinatarts' de diSessa (Abelson; diSessa, 1981). Em vez de 'tartarugas' que obedecessem apenas a comandos geométricos tais como FORWARD, BACKWARD, RIGHT ou LEFT, TATI criaria objetos de tipos distintos que entendessem comandos, tais como SETVELOCITY ou CHANGE VELOCITY. (Papert, 1985, p. 158) e vários outros correspondentes às suas várias mudanças de estados físicos (Papert, 1985, p. 156). (SANTOS, 2012, p. 3)

No SuperLOGO e no xLOGO, não existem os comandos FIXEVELOCIDADE e MUDEVELOCIDADE, mas há um comando que pode ser utilizado para trabalhar com estes conceitos. Partamos da ideia, presente em várias atividades sobre Grandezas Inversamente Proporcionais, conteúdo ensinado para o sétimo ano do Ensino Fundamental na maioria das escolas, de que a velocidade de um objeto está relacionada ao tempo que este objeto leva para percorrer uma distância. Para a Tartaruga, esse tempo pode ser o tempo entre dois comandos PARAFRENTE (ou PARATRÁS). Assim, a velocidade da Tartaruga pode ser controlada pelo comando **ESPERE** *t*, que "provoca uma pausa antes de executar o próximo comando, onde *t* é o tempo de espera adiado em 1/60 de segundo"[20], ou seja, para t = 120, teremos 120/60 = 2 segundos de pausa.

Comecemos por algo simples. Quando pensamos em velocidade, uma das primeiras coisas que vem à mente é a velocidade com a qual uma pessoa anda (a pé, de carro, etc.). Criaremos, então, o procedimento ANDAR para fazer a Tartaruga andar, onde seja possível controlar a velocidade com a qual ela andará e, portanto, acompanhar o seu deslocamento. Primeiro problema: como nós andamos? Uma solução é lembrar como fazer os personagens de desenho animado andarem. O princípio é: *dar um passo → esperar um curto espaço de tempo → dar um passo*. Como traduzir isso para a linguagem da Tartaruga? Façamos o programa de forma que a Tartaruga faça a sequência uma vez (utilizaremos 30 passos como unidade para facilitar a visualização no LOGO, caso contrário, o movimento da Tartaruga na tela seria quase imperceptível):

---

[20] Fonte: Menu Ajuda do SuperLOGO 3.0.

```
aprenda ANDAR
PF 30
ESPERE 60
fim
```

Assim, ela anda 30 passos e espera 60/60 = 1 segundo. Para fazer a Tartaruga andar, precisamos de mais passos, isto é, repetir a sequência mais vezes, o que pode ser feito de, pelo menos, duas formas. Na primeira, vamos utilizar o comando REPITA:

```
aprenda ANDAR2
REPITA 10 [PF 30 ESPERE 60]
fim
```

Vamos diminuir o tamanho do passo e aumentar o número de repetições:

```
aprenda ANDAR3
REPITA 30 [PF 10 ESPERE 60]
fim
```

Uma pergunta interessante: do procedimento ANDAR2 para o procedimento ANDAR3, houve mudança de velocidade? Em ambos os procedimentos, a distância percorrida é $30\times10=300$ passos e o intervalo de tempo entre os passos é de $60/60=1$ segundo. Contudo, o tempo que a Tartaruga leva para percorrer a distância varia de 30 passos por segundo (ANDAR2) para 10 passos por segundo (ANDAR3). Consequentemente, a sua velocidade foi alterada. Existe, porém, uma forma mais eficiente para mudar a velocidade? Lembremos novamente de como andamos: para aumentar a velocidade, damos passos em intervalos de tempo menores. Assim, quanto menor for o intervalo de tempo, maior será a velocidade; e quanto maior for o intervalo de tempo, menor será a velocidade. Portanto, o ANDAR4 produzirá uma Tartaruga mais rápida, enquanto o ANDAR5, uma Tartaruga mais lenta:

```
aprenda ANDAR4
REPITA 30 [PF 10 ESPERE 30]
fim
```

```
aprenda ANDAR5
REPITA 30 [PF 10 ESPERE 120]
fim
```

Para termos mais efeito de movimento, podemos diminuir mais o intervalo de tempo e o comprimento dos passos:

```
aprenda ANDAR6
REPITA 30 [PF 1 ESPERE 1]
fim
```

Outra forma de fazer esse procedimento consiste em não limitar o número de passos que a Tartaruga dará. Podemos fazer isso utilizando a recursão, assim ela andará infinitamente, como mostra o procedimento ANDAR7:

```
aprenda ANDAR7
PF 1
ESPERE 1
ANDAR7
fim
```

É possível, ainda, generalizar este raciocínio. Conhecendo a relação entre velocidade e tempo, podemos perceber que, para variar a velocidade, devemos variar o tempo. Então, basta introduzir a variável tempo nos procedimentos apresentados acima, como mostram os procedimentos ANDAR6 e ANDAR7 a seguir:

```
aprenda ANDAR6 :TEMPO
REPITA 30 [PF 1 ESPERE :TEMPO]
fim
```

```
aprenda ANDAR7 :TEMPO
PF 1
ESPERE :TEMPO
ANDAR7 :TEMPO
fim
```

Podemos, ainda, introduzir a aceleração. Lembremos-nos do procedimento para desenhar a espiral quadrada: para aumentar os tamanhos dos lados, no momento em que o procedimento ESPIRAL chama a ele mesmo, acrescentou-se uma quantidade à distância[21]. Tomando como base o procedimento ANDAR7,

[21] É possível fazer tal alteração no procedimento ANDAR6, introduzindo o comando ATRIBUA, que permite alterar gradativamente o valor de uma entrada. Uma possibilidade é REPITA 30 [PF 1

podemos usar a mesma ideia para alterar a velocidade, basta acrescentar ou retirar unidades do intervalo de tempo, como mostram os procedimentos ANDAR8 e ANDAR9 a seguir:

```
aprenda ANDAR8 :TEMPO
PF 1
ESPERE :TEMPO
ANDAR8 :TEMPO+1
fim
```

```
aprenda ANDAR9 :TEMPO
PF 1
ESPERE :TEMPO
ANDAR9 :TEMPO-1
fim
```

Assim, enquanto que ANDAR8 aumenta o intervalo de tempo (diminuindo a velocidade), o ANDAR9 o diminui (aumentando a velocidade). O único entrave é que, como não existe intervalo de tempo negativo, o ANDAR9 não provoca movimento infinito: por exemplo, ao executar ANDAR9 30, a Tartaruga dará 30 passos, pois no 31º passo, o tempo de espera será de -1, e aparece na tela uma mensagem de erro, dizendo que o comando ESPERE não aceita " -1 " como parâmetro de entrada em ANDAR9.

Agora, responda: a complexidade deste raciocínio é muito maior do que a da espiral? Não seriam iguais? Portanto, se as crianças que Papert assistiu se entusiasmaram com espirais infinitas, quão extasiadas elas não ficariam ao ver, ou melhor, programar uma “corrida de Tartarugas”. Com o comando **ESPERE**, é possível fazer animações. Qual estudante não se encantaria por esta ideia?

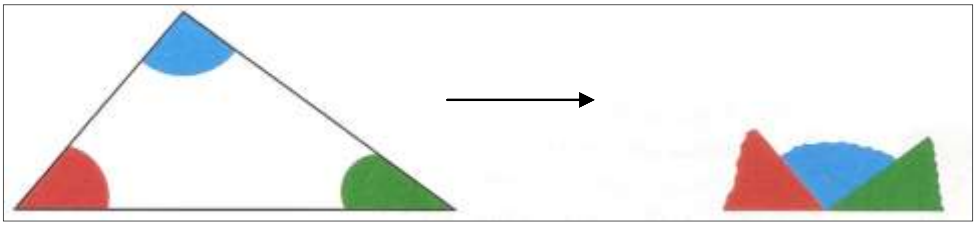
3.4 Algumas Considerações sobre o Construcionismo

O correto não seria Constru<u>tivis</u>mo, cuja tecla é tão pressionada nos ambientes educacionais? Não é sobre isso que vamos discutir. É *Construcionismo* mesmo. Esta palavra foi criada por Papert, mas parece ser desconhecida por muitos professores, mesmo muito tempo depois.

ESPERE :TEMPO ATRIBUA “TEMPO :TEMPO+1]. Como o objetivo deste trabalho é utilizar apenas os comandos básicos, utilizaremos apenas o procedimento ANDAR7.

Nos parágrafos que seguem, relatarei uma sequência didática que já apliquei em turmas de oitavo ano do Ensino Fundamental, sobre a qual muitos professores poderão dizer que se encaixa na visão construtivista. O tema é a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer[22]. O professor começa pela figura de um triângulo qualquer. Muitos professores optam pela obtenção da soma dos ângulos internos de um triângulo a partir da ideia de rasgar os vértices de um triângulo e juntá-los, formando uma "meia-volta", que corresponde a um ângulo de 180° (Figura 8).

Figura 8: Obtenção da soma dos ângulos internos de um triângulo.

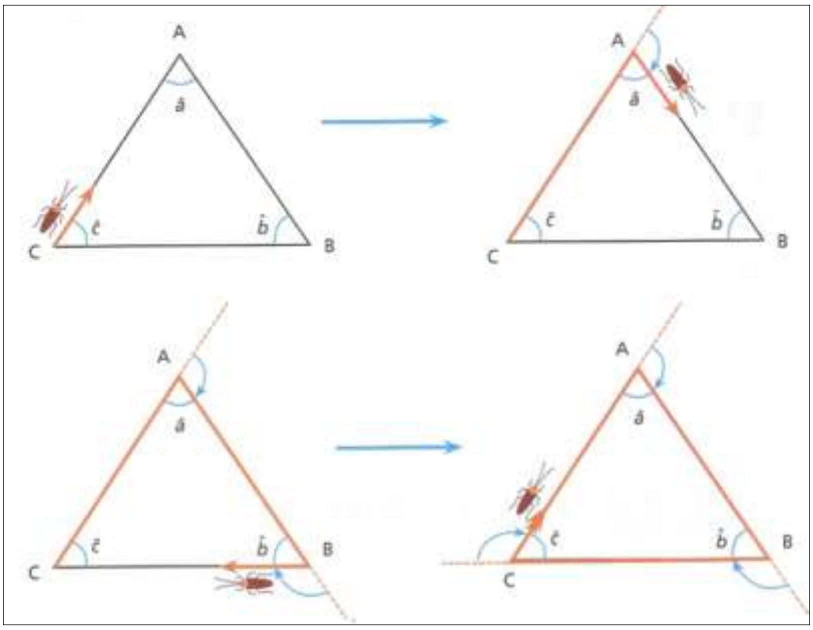


Fonte: TROVON; REIS, 2009b, p. 69.

Para chegar a este resultado de outra maneira, o professor parte para uma estratégia na qual somamos os ângulos externos de um triângulo. Para ilustrar esta ideia, ele utiliza uma situação na qual uma barata, que parte do vértice C, caminha ao longo dos lados do triângulo e, quando chega ao vértice C novamente, gira para ficar na mesma direção de quando iniciou o trajeto (Figura 9). Observe que essa ideia faz alusão à construção de um triângulo no LOGO, apenas com uma barata no lugar da Tartaruga.

[22] Sequência inspirada em TROVON; REIS, 2009, p. 69-71.

Figura 9: Andar sobre um triângulo.



Fonte: TROVON; REIS, 2009b, p. 70.

Inicia-se o seguinte diálogo:

Aluno A: A barata deu a volta no triângulo!

Professor: Isso mesmo! E... ?

Aluno B: Uma volta “tem” 360°!

Professor: Exato! Vamos analisar o seguinte: quantos giros a barata deu?

Classe: Três!

Professor: Qual é a medida do ângulo do primeiro giro? (Um breve silêncio.) E se a medida de â fosse 50°?

Aluno C: Daí, o “de fora” seria 130°, pois 180-50 dá 130.

Professor: Então, para achar a medida do ângulo externo é só fazer 180° menos o ângulo interno?

Aluno C: É isso mesmo!

Professor: Então, quanto mede o ângulo do primeiro giro da barata?

Aluno B: Dá 180-â! (O professor escreve essa reposta na lousa, ao lado do ângulo.)

Professor: Correto! E os outros giros da barata?

Aluno D: Já sei! O segundo giro é 180-$\hat{b}$ e o terceiro é 180-ĉ! (O professor as anota na lousa.)

Professor: Perfeito! Agora, vamos recapitular: a barata deu quantos giros?

Classe: Três!

Professor: Que, juntos, dão a volta completa, que mede ...?

Classe: 360°!

Professor: E, em “matematiquês”, o que significa juntar?

Classe: Somar!

O professor escreve a seguinte equação na lousa e propõe sua simplificação:

$$(180° - \hat{a}) + \left(180° - \hat{b}\right) + (180° - \hat{c}) = 360°$$

Após alguns instantes, o professor efetua na lousa cada passo da simplificação, juntamente com os estudantes, sempre os questionando sobre o que deve ser feito e qual o resultado de cada operação, obtendo-se o seguinte:

$$(180° - \hat{a}) + \left(180° - \hat{b}\right) + (180° - \hat{c}) = 360°$$

$$180° - \hat{a} + 180° - \hat{b} + 180° - \hat{c} = 360°$$

$$540° - \hat{a} - \hat{b} - \hat{c} = 360°$$

$$-\hat{a} - \hat{b} - \hat{c} = 360° - 540°$$

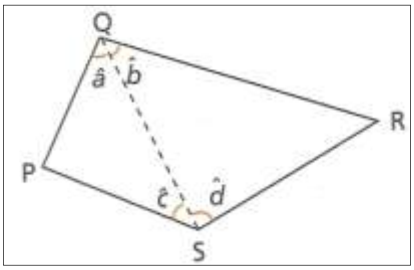
$$-\hat{a} - \hat{b} - \hat{c} = -180°$$

$$\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$$

Professor: O que a última linha nos diz?
Aluno F: Que $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c}$ dá 180!
Professor: Sim, mas o que representam $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$?
Aluno G: Ah, são os ângulos "de dentro" do triângulo!
Professor: E a forma como encontramos esse 180° dependeu das medidas dos ângulos $\hat{a}$, $\hat{b}$ e $\hat{c}$?
Classe: Não!
Professor: Portanto, sempre que somarmos os ângulos internos de um triângulo, o resultado será...
Classe: 180º!

Após algumas atividades nas quais se utiliza a relação $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180°$, o professor parte para outros polígonos, aumentando o número de lados. Parte para o quadrilátero (Figura 10).

Figura 10: Ângulos de um quadrilátero.



Fonte: TROVON; REIS, 2009b, p. 71.

Professor: Qual o objetivo da linha pontilhada?

Aluno C: Dividir a figura em triângulos?

Professor: E o que já sabemos sobre os ângulos internos de um triângulo?

Classe: Que a soma deles é igual a 180°!

Professor: Então, quanto dá $\hat{a} + \hat{c} + \hat{P}$?

Aluno B: 180°, porque são ângulos de um triângulo!

Professor: Ótimo! E quanto dá $\hat{b} + \hat{d} + \hat{R}$?

Aluno F: 180°, porque também são ângulos de um triângulo!

Professor: E se somarmos $\hat{a} + \hat{c} + \hat{P} + \hat{b} + \hat{d} + \hat{R}$, não estaremos somando todos os ângulos do quadrilátero?

Classe: Sim!

Professor: Então...

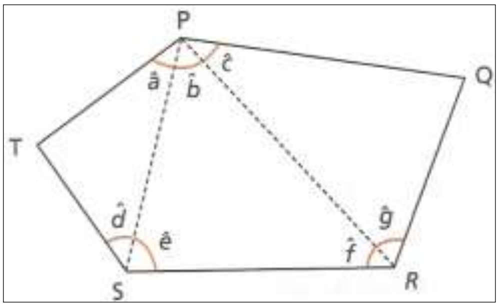
Aluno A: Dá 360°, porque 180+180 dá 360!

Professor: Certo! Então, quanto é a soma dos ângulos internos de um quadrilátero?

Classe: 360°!

A seguir, o professor aumenta mais o número de lados, chegando a um pentágono (Figura 11):

Figura 11: Ângulos de um pentágono.



Fonte: TROVON; REIS, 2009b, p. 73.

Aluno C: A soma dos ângulos internos de um pentágono é igual a 540º!

Professor: Como você chegou a essa conclusão?

Aluno C: Porque a figura está dividida em três triângulos, e como "tem" 180° em cada um, 3×180 dá 540!

A partir daqui, o professor monta a tabela abaixo na lousa, recapitulando as conclusões obtidas até o momento sobre soma de ângulos internos de polígonos:

Número de lados do polígono	Soma dos ângulos internos do polígono
3	180°
4	360°
5	540°

Professor: E se forem 6 lados?

Alunos B e D: 720º!

Professor: Por quê?

Aluno D: Porque se acrescenta um lado, aparece mais um triângulo, que "tem" 180°, daí é só botar mais 180° no 540° que dá 720°.

Professor: Muito bem! E se forem 15 lados?

Aluno G: Agora, complicou!

O professor acrescenta a informação sobre o hexágono, questiona a classe sobre qual número deve ser multiplicado por 180° para obtermos as somas dos ângulos internos e complementa a tabela:

Número de lados do polígono	Soma dos ângulos internos do polígono
3	$180° = 180 \times 1$
4	$360° = 180 \times 2$
5	$540° = 180 \times 3$
6	$720° = 180 \times 4$

Professor: Há alguma relação entre o número de lados e o número que multiplica 180?

Aluno H: É só pegar o número de lados e tirar 2!

Professor: O que vocês acham?

Classe: É mesmo, o H tem razão!

Professor: Lembram que eu perguntei quanto é a soma dos ângulos internos de um polígono de 15 lados?

Aluno G: Agora ficou fácil: é só fazer 15-2 que dá 13 e multiplicar por 180, que dá ... 2340°!

Professor: Vamos escrever isso? A soma dos ângulos internos de um polígono é igual a...

Classe: O número de lados menos 2!

Professor: O que colocamos no lugar do número de lados, se não sabemos o seu valor?

Aluno E: Ah, coloca *x*!

Professor: Tudo bem, mas podemos usar uma letra que tenha mais a ver com o que é desconhecido. Que tal *n*?

Aluno E: Pode ser!

O professor escreve na lousa a relação para a soma S dos ângulos internos de um polígono de n lados: $S = 180\cdot(n - 2)$.

Neste diálogo, o que os estudantes de fato construíram? A relação $S = 180\cdot(n - 2)$? O mais correto não seria afirmar que eles foram conduzidos pelo professor a construir a relação? Quem fez os questionamentos? Quem fez as conjecturas que culminaram na descoberta que $S = 180\cdot(n - 2)$? Respondendo a essas perguntas, parece nítido que os estudantes não construíram esse conhecimento, eles foram instruídos pelo professor. Vamos além: o conhecimento adquirido dessa forma faz mais sentido para o aluno do que se este tivesse encontrado por si mesmo? Creio que a resposta para a última questão seja não.

Para descrever uma teoria de aprendizagem que vá ao encontro de suas ideias, Papert (1994) propõe o *Construcionismo*, segundo o qual o estudante constrói algo de um jeito próprio e que faz sentido para ele, não de acordo moldes estabelecidos ou direcionado por um instrutor.

> A palavra instrucionismo visa significar algo muito diferente de pedagogia, ou arte de ensinar. Ela deve ser lida num nível mais ideológico ou programático como expressando a crença de que a via para uma melhor aprendizagem deve ser o aperfeiçoamento da instrução – se a Escola é menos que perfeita, então sabemos o que fazer: ensinar melhor. O Construcionismo é uma filosofia de uma família de filosofias educacionais que nega esta ‘verdade óbvia’. Ele não coloca em dúvida o valor da instrução como tal. Isso seria tolo: mesmo a afirmativa (endossada por Piaget) de que cada ato de ensino priva a criança de uma oportunidade para a descoberta, não é um imperativo categórico contra ensinar, mas um lembrete paradoxalmente expressado para mantê-la sob checagem. A atitude construcionista no ensino não é, em absoluto, dispensável por ser

> minimalista – a meta é ensinar de forma a produzir a maior aprendizagem a partir do mínimo de ensino. (PAPERT, 1994, p. 124-125)

É fato, portanto, que é preciso minimizar a quantidade de instrução, o que implica em uma melhoria na qualidade desta. E o que mais? Como ser um adepto do Construcionismo? Como proporcionar aulas ou ambientes de aprendizagem contrucionistas (se é que se pode dizer assim)? Papert (1994) aponta uma direção:

> Um outro caminho passa por oferecer às crianças micromundos verdadeiramente interessantes nos quais elas possam usar a Matemática, ou pensar sobre ela, ou brincar com ela. Se as crianças realmente desejam aprender algo e têm a oportunidade de aprender em uso, elas o fazem mesmo quando o ensino é fraco. Por exemplo, muitos aprendem difíceis videogames absolutamente sem ensino profissional! (PAPERT, 1994, p. 125)

Vimos que o ambiente LOGO se encaixa nesta descrição de micromundo. Afinal, ele oportuniza a estudantes (e professores, por que não?) a elaboração de programações de um jogo eletrônico, com objetos animados.

4 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD

O matemático, filósofo e psicólogo francês Gerard Vergnaud é pesquisador na área da didática da matemática e foi discípulo de Piaget (MARTINS, 2012, p. 28). Embora Vergnaud apresente a Teoria dos Campos Conceituais por meio de exemplos sobre as diferentes etapas do desenvolvimento cognitivo das estruturas aditivas e multiplicativas de uma criança, esta Teoria abrange a resolução de problemas em geral.

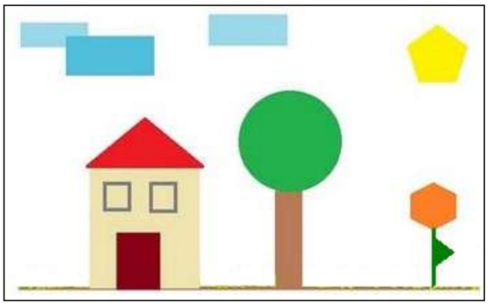
Para compreendermos a Teoria dos Campos Conceituais, se faz necessário refletir sobre alguns termos específicos, visto que estes, para Vergnaud, têm significados diferentes dos habituais.

Um campo conceitual pode ser entendido como um conjunto de situações, que podem ser analisadas a partir das tarefas cognitivas e dos procedimentos adotados para tratá-las. Comecemos, então, pela ideia de *situação*. Segundo Vergnaud (1993), o conceito associado à situação está relacionado ao conceito de tarefa, sendo que “a ideia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas” (VERGNAUD, 1993, p. 9).

> Toda situação complexa é uma combinação de situações elementares, e não se pode contornar a análise das tarefas cognitivas que podem ser geradas por elas. [...] A tese subjacente à teoria dos campos conceituais é, todavia, a de que um bom desempenho didático baseia-se necessariamente no conhecimento da dificuldade relativa das tarefas cognitivas, dos obstáculos habitualmente enfrentados, do repertório de procedimentos disponíveis e das representações possíveis. (VERGNAUD, 1993, p. 17)

Em outras palavras, para resolver uma tarefa, uma alternativa é dividi-la em subtarefas. Um exemplo simples é o problema de construir a Figura 12 (Capítulo 4) no ambiente LOGO. Podemos considerar a totalidade do cenário como uma reunião de objetos (chão, casa, árvore, nuvem, sol e flor). Para construí-lo, podemos elaborar um procedimento para cada um destes objetos e, por fim, refletir em como combiná-las para obter o resultado final.

Figura 12: Projeto de uma turma de 8° ano.



Ainda sobre a resolução de uma situação, Vergnaud (1993, p. 2) apresenta distintas classes de situações:

> 1. situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
> 2. situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso.

A diferença entre tais classes está na quantidade de esquemas utilizados para a resolução das situações. Na primeira, em suas ações dentro de uma mesma classe de situações, o sujeito utiliza-se de um esquema, que se configura como um comportamento já automatizado; na segunda, porém, são utilizados “vários esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a meta desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados” (ibid).

O desenvolvimento de tais competências se dá por meio da organização das ideias para solucionar uma dada situação. Durante esta organização, é como se o sujeito montasse um plano de ação mental, cujo processo de elaboração é chamado por Vergnaud de *esquema*. Ele fornece distintas definições para esquema:

> Chamemos de “esquema” a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (VERGNAUD, 1993, p. 2)
>
> Definição 2: é formado necessariamente de quatro componentes: um objetivo, subobjetivo e antecipações; regras de ação, tomada de informações e controle; invariantes operatórias: conceitos em ação e teoremas em ação; possibilidades de inferência em situação” (VERGNAUD, 2009, p. 21)

Na primeira definição, Vergnaud utiliza o termo conhecimentos-em-ação, que pode ser vinculado aos termos conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Uma expressão mais global para estes termos foi definida por Vergnaud como *invariantes operatórias* e podem ser entendidos como os conhecimentos contidos nos esquemas. Vergnaud (1993) apresenta uma divisão das invariantes operatórias em três tipos: (a) invariantes do tipo “proposição”, como as que podem ser classificadas como verdadeiras ou falsas, como os teoremas-em-ação; (b) invariantes do tipo “função proposicional”, que, embora não possam ser identificadas como verdadeiras ou falsas, são indispensáveis à construção das proposições, como os conceitos-em-ação; (c) invariantes do tipo “argumento”, podem ser objetos materiais, personagens, números, relações ou mesmo proposições.

A partir da segunda definição de Vergnaud (2009), Martins (2012, p. 30) observa que, em uma classe de situações semelhantes, os objetivos e subobjetivos são similares, “as tomadas de informações e de controle podem ser as mesmas”, “são utilizados os mesmos teoremas e conceitos em ação, fazendo adaptações e complementações pertinentes às diferenças entre as situações” e as possibilidades de inferência (raciocínios, conclusões e deduções) “permitem que as semelhanças sejam identificadas e as diferenças observadas e avaliadas”.

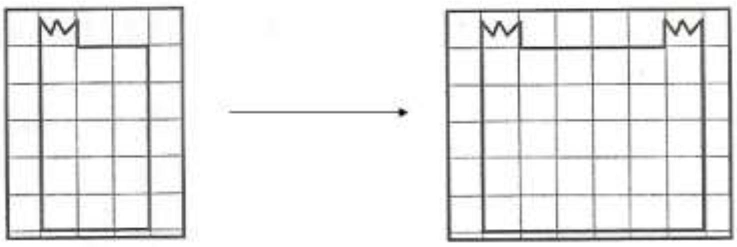
A questão de dar sentido ao conhecimento nos remete ao significado de *conceito*, definido por Vergnaud (2009, p. 29) como a união de três conjuntos:

> Conceito = def (S,I,L)
> S conjunto de situações que dão sentido ao conceito
> I conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações
> L conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas...) que permitem representar os conceitos e suas relações, e, consequentemente, as situações e os esquemas que elas evocam.

Sendo assim, para compreender um conceito, um sujeito precisa de: situações que permitam atribuição de sentido a esse conceito, esquemas que permitam encontrar as soluções de tais situações e formas de representação desse conceito. Cabe notar que o conjunto S é composto por situações, ou seja, “a operacionalidade de um conceito deve ser provada através de situações variadas” (VERGNAUD, 1993, p. 8), assim como uma situação abrange mais de um conceito.

Ao longo de seu desenvolvimento cognitivo, a criança vai acrescentando novas ideias a um conceito. A estrutura do pensamento sofre modificações à medida que há uma evolução das estratégias utilizadas para solucionar uma situação. Vergnaud (1996) utiliza como exemplo o conceito de simetria, relatando uma tarefa proposta a crianças de 8 e 9 anos que consistia em desenhar uma fortaleza (Figura 13), começando pela sua metade.

Figura 13: Desenho de uma fortaleza simétrica.



Fonte: VERGNAUD, 1996, p. 12.

Nesse contexto, Vergnaud (1996, p. 12) ressalta o problema da "enunciação das proposições matemáticas" por meio de quatro enunciados de diferentes níveis, relacionados à simetria:

1. A fortaleza é simétrica.
2. O triângulo A'B'C' é simétrico ao triângulo ABC em relação a D.
3. A simetria conserva o comprimento e os ângulos.
4. A simetria é uma isometria.

No primeiro enunciado, o termo simétrico é uma característica do objeto "fortaleza", ou seja, possui conceitos matemáticos que não são considerados difíceis. No segundo, simétrico também é um adjetivo, porém mais complexo, pois apresenta elementos com determinadas posições que, se omitidos, tornam o enunciado sem sentido; afinal, um objeto é simétrico a outro em relação a um ponto ou a uma reta. No terceiro enunciado, simétrico passa a ser considerado como um objeto que apresenta propriedades. O quarto apresenta a simetria como uma "subclasse do conjunto das transformações" geométricas (VERGNAUD, 1996, p. 13).

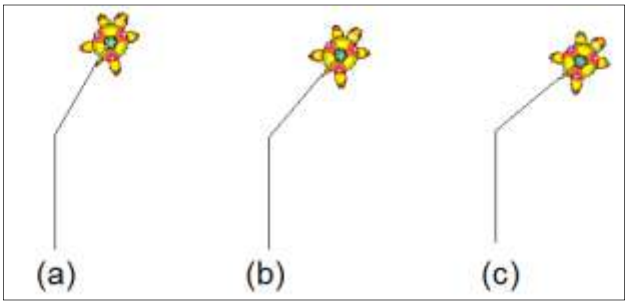
Percebemos, portanto, que o conceito de simetria recebe significados mais elaborados à medida que surgem situações mais complexas que requerem novos esquemas. Sendo assim, ao longo da vida, o ser humano galga os degraus de um mesmo *campo conceitual,* como a simetria.

> Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem (1982, p. 40). Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (ibid.). (MOREIRA, 2002, p. 8)

Com o propósito de articular os conceitos relativos à Teoria dos Campos Conceituais com a proposta deste trabalho, analisemos uma situação que utiliza o ambiente LOGO.

Considere uma criança com o seguinte problema: construir polígonos regulares no LOGO. Comecemos pelo mais simples: um quadrado. Fixemos 150 para a medida do lado. Supondo que essa criança não tenha conhecimento sobre o ângulo que a Tartaruga deve girar para formar o polígono regular, ela possivelmente tentará várias programações que diferem pelo ângulo de rotação para traçar o próximo lado, como por exemplo: PF 150 PD 30 PF 150 (Figura 14a), PF 150 PD 40 PF 150 (Figura 14b) e PF 150 PD 50 PF 150 (Figura 14c).

Figura 14: Busca pelo ângulo de rotação de um quadrado.



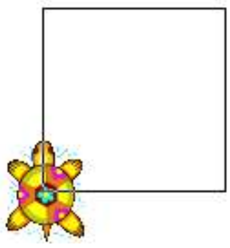
Após algumas tentativas, ela provavelmente encontrará o ângulo correto (90°). Caso tenha construído o conceito de ângulo, é possível que ela elabore um procedimento para a construção do quadrado (Figura 15), a partir do esquema já construído:

PF 150 PD 90
PF 150 PD 90
PF 150 PD 90
PF 150 PD 90

ou

REPITA 4 [PF 150 PD 90]

Figura 15: Quadrado no xLOGO.

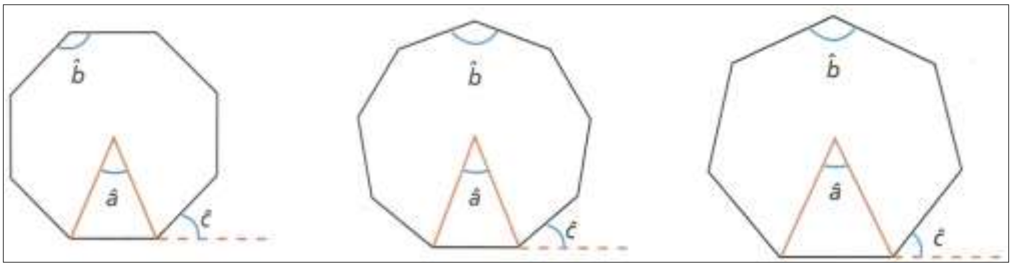


Em seguida, parte-se para a construção de um triângulo equilátero. Na tentativa de construí-lo, muitas crianças (e adultos) programam REPITA 3 [PF 150 PD 60] e, quando questionadas sobre a razão da escolha do ângulo de 60° como rotação, afirmam que o ângulo (interno) do triângulo mede 60° - obtido a partir de medição ou da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer resultar em 180° -, estabelecendo uma relação com o quadrado, polígono regular no qual os ângulos interno e externo têm a mesma medida. Isso evidencia que o esquema construído para o quadrado não dá conta desta nova situação e, portanto, precisa ser reestruturado e ampliado. Novamente, se o estudante não possui conhecimento sobre ângulos externos de polígonos regulares, pode encontrar o ângulo externo (isto é, de rotação), por meio de sucessivas tentativas.

Vamos nos deter no caso de um estudante que compreendeu o conceito de ângulo externo. Ao refletir sobre como encontrar a medida do ângulo externo, após algumas deliberações – consigo mesmo ou com o professor – a criança generaliza que a medida do ângulo externo é igual a 180° menos a medida do ângulo interno. Vemos aqui um teorema-em-ação.

Conforme progredimos para os polígonos regulares seguintes, isto é, aumentamos gradativamente o número de lados do polígono, surgem algumas diferenças a serem destacadas. Crianças que cursam o quinto ano (ou anterior talvez) do Ensino Fundamental poderiam utilizar a ideia do ângulo interno para encontrar a medida do ângulo externo. Estudantes entre doze e treze anos, que começam a ser introduzidos mais enfaticamente na Álgebra, podem procurar relações entre os ângulos externos de um polígono regular e o número de lados deste, para, assim, elaborar uma relação única que permita calcular a medida do ângulo externo para qualquer polígono regular (Figura 16).

Figura 16: Ângulo central, ângulo interno e ângulo externo de polígonos regulares.



Fonte: TROVON; REIS, 2009b, p. 80.

Consideremos um raciocínio mais geral. Sabendo que cada polígono regular de *N* lados pode ser dividido em *N* triângulos isósceles congruentes, temos que $\hat{a} = 360°/N$ (teorema-em-ação). Temos que os dois ângulos restantes de cada triângulo isósceles, adjacentes à sua base, são congruentes (conceito-em-ação), e que, quando somados, resultam no ângulo interno $\hat{b}$ do polígono, isto é, que $\hat{a} + \hat{b} = 180°$ (teorema-em-ação). Por outro lado, também temos que $\hat{b} + \hat{c} = 180°$, pois $\hat{c}$ e $\hat{b}$ são ângulos suplementares (conceito-em-ação). Logo, $\hat{c} = \hat{a} = 360°/N$ (teorema-em-ação). Portanto, uma possível programação para a construção de um polígono regular é:

REPITA :*N* [PF 150 PD 360/:*N*]

ou, com a medida do lado variável,

REPITA :*N* [PF :*LADO* PD 360/:*N*]

Analisemos as etapas desse raciocínio que se originou em um quadrado e culminou com a construção de um polígono regular de *N* lados.

Utilizamos o termo *situação* para descrever a tarefa de construir polígonos regulares no LOGO. Para solucionar esta situação, são combinadas tarefas similares, porém menores, a saber, as construções de cada polígono (quadrado → triângulo equilátero → pentágono regular → etc.). Para muitos estudantes, fazer um quadrado de lado 150 é uma tarefa fácil, basta repetir quatro vezes a sequência PF 150 PD 90. Pelo fato de, no quadrado, o ângulo externo (giro da *tat*) ser igual ao ângulo interno, muitos estudantes tentam fazer um triângulo equilátero repetindo três vezes a sequência PF 150 PD 60, ou seja, utilizam um esquema que funcionou para a construção do quadrado. Percebe-se, por esse ponto de vista, que a situação de desenhar um quadrado é mais simples do que a situação de desenhar um triângulo equilátero. Esta se mostra uma situação pertencente à segunda classe de Vergnaud (1993, p. 2), na qual o sujeito não dispõe das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação. Se um estudante que conseguiu fazer o desenho do quadrado e não conseguiu reproduzir o triângulo equilátero, não podemos dizer que, ao terminar o quadrado, ele construiu o *esquema* necessário para a situação de um polígono regular, pois, caso contrário, ele não encontraria dificuldades para construir o triângulo equilátero e o pentágono regular. Depois de construído o esquema para a construção de polígonos regulares a partir do seu número de lados, esta tarefa torna-se uma situação pertencente à primeira classe Vergnaud (1993, p. 2), na qual o sujeito dispõe das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação.

A todo instante, o estudante é instigado a investigar sobre os passos seguintes, por meio de questionamentos como “o que fazer?”, “Qual o próximo passo?”, “O que eu quero que a *tat* faça?”, etc. Segundo Vergnaud (1996, p. 13), ele é levado a “fazer raciocínios sob condição: ‘se assim eu faço isso, se assado, eu faço aquilo’”. Dessa forma, o estudante está construindo e combinando esquemas para resolver uma situação. Nesse momento, surge a dificuldade em se expressar. A capacidade de “explicitar esses raciocínios sob condição” não é tão elementar, inclusive para os professores (VERGNAUD, 1996, p. 13). Sob essa perspectiva, a linguagem da Tartaruga configura-se como uma possibilidade, pois os comandos básicos dados à Tartaruga fazem referência a movimentos corporais e "é com o nosso corpo que pensamos" (VERGNAUD, 1996, p. 11).

Outro ponto: os conceitos matemáticos envolvidos na construção dos polígonos regulares. São eles: ângulos suplementares, ângulo central, ângulo interno e ângulo externo de um polígono regular, medida do ângulo de uma volta completa (360°), igualdade de ângulos adjacentes à base de um triângulo isósceles, soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Todos estes conceitos, no LOGO, satisfazem a ideia de *conceito* sistematizada por Vergnaud (2009, p. 29) como a união (S,I,L).

A compreensão de um conceito, portanto, está relacionada com a construção do conhecimento. Pensemos no raciocínio algébrico da programação para um número *N* de lados. Vergnaud (1996, p. 15) afirma que "nós temos a impressão, na álgebra, de que tudo é explícito. Isso não é verdade". Esta constatação dá força à compreensão dos *conceitos*, pois provavelmente tornará o raciocínio algébrico mais acessível.

Percebe-se que, nos diferentes estágios do desenvolvimento cognitivo (tendo ou não conhecimento de ângulo ou de Álgebra), o problema era o mesmo: construir polígonos regulares. A diferença em cada uma dessas etapas foi o conjunto de conceitos utilizados. Em cada etapa, novos conceitos surgem. Estamos falando de um mesmo *campo conceitual*: ângulos de polígonos regulares.

Sendo assim, com o passar do tempo, cada indivíduo percorre um caminho em cada campo conceitual, que se torna cada vez mais repleto de situações que requerem esquemas e respectivas representações mais complexas.

5 COORDENADAS E ÂNGULOS

Dentre os tópicos de Matemática que podem ser contemplados pelo LOGO, os temas relacionados a Coordenadas Cartesianas de um Ponto e Ângulos são fundamentais, visto que os comandos básicos se referem aos movimentos que a Tartaruga executa a fim de se deslocar na tela, indo para frente ou para trás (mudança da sua posição no plano cartesiano) e para direita ou para esquerda (fazendo rotações em torno de si mesma).

Analisemos brevemente algumas formas de abordagem desses tópicos na Escola. Tomemos como base o livro adotado na experiência didática deste trabalho (TROVON; REIS, 2009a). Cabe ressaltar que as considerações a seguir irão além dos propósitos da referida experiência didática, ou seja, que as programações feitas pelos estudantes durante as oficinas tinham por objetivo proporcionar um ambiente no qual surjam situações que requerem a aplicação dos conteúdos vistos em sala de aula, possibilitando que estes se tornem conceitos (VERGNAUD, 1993, p. 8; 2009, p. 29). Este, portanto, seria o ponto de partida para a elaboração de programações mais complexas, a serem feitas em futuras oficinas.

5.1 Abordagem de Coordenadas Cartesianas de um Ponto

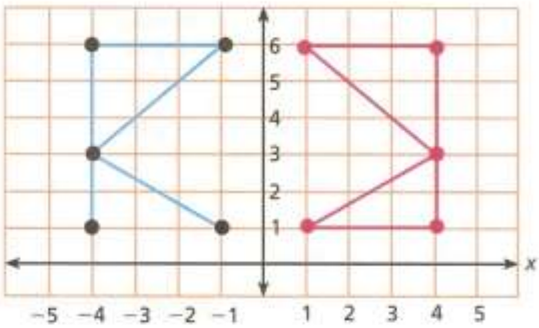
Alguns livros didáticos seguem a sequência proposta por Trovon e Reis (2009a) de, ao apresentar o estudo das coordenadas cartesianas de um ponto no Ensino Fundamental, deter-se na localização de um ponto. Conforme mencionado no Capítulo 4, para introduzir o conceito de plano cartesiano, os autores utilizam a ideia da localização de um ponto em um mapa e, em seguida, de uma mosca se movendo no teto.

Embora sejam propostos diversos exercícios sobre o tema, muitos deles limitam-se a determinar as coordenas cartesianas de um dado ponto ou representar no plano cartesiano um ponto dadas as suas coordenadas. São apresentadas três situações distintas em que são utilizadas coordenadas cartesianas: a representação dos gráficos de funções da forma $y = x * A$, onde a operação * poderia ser +, - , $\times$ ou

÷; a representação de figuras no plano a partir das coordenadas de seus vértices, como as atividades da segunda oficina; e a construção da reflexão de uma figura em relação aos eixos coordenados, como a atividade da Figura 17.

Figura 17: Obtenção do reflexo de uma figura a partir das coordenadas cartesianas.

Determine as coordenadas dos vértices da figura que representa a reflexão da figura ao lado sobre o eixo do *y*. (*Dica:* Utilize a malha quadriculada ao lado.)



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 185.

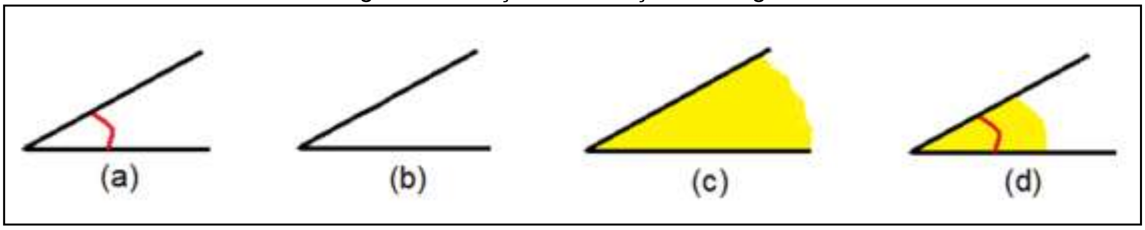
A respeito da construção de transformações geométricas de figuras, podemos programar a Tartaruga para tais transformações. Talvez muitos professores pensem que, para isso, já existem softwares como o *GeoGebra*, que contém *menus* para a construção das transformações a partir de determinados elementos. Do ponto de vista da aprendizagem dos conceitos presentes nas transformações, há uma desvantagem do *GeoGebra* em relação ao LOGO: enquanto que o primeiro fornece a transformação pronta, no segundo o estudante precisa pensar sobre qual o efeito de determinada transformação sobre uma figura. Por exemplo, na Figura 34, para identificar as coordenadas cartesianas dos vértices da reflexão, é necessário lembrar constantemente que o eixo de simetria é a mediatriz do segmento cujas extremidades são o ponto da figura original e sua reflexão. Assim, a reflexão seria construída – sob a perspectiva do Construcionismo –, e não obtida a partir de alguns cliques.

Em todas essas situações, as coordenadas cartesianas de um ponto são vistas como a localização deste. Com o LOGO, porém, por ser possível movimentar um ponto (isto é, a Tartaruga), as coordenadas cartesianas podem ser vistas como um destino, um lugar para onde desejamos mandar a Tartaruga com o objetivo de traçar uma trajetória[23]. Assim, identificar as coordenadas cartesianas de um ponto é a tarefa menos relevante, ao contrário dos exercícios de vários livros didáticos. A questão torna-se mais instigante pelo fato de encontrar uma utilidade para essas coordenadas, ou seja, pensar sobre o que devemos fazer com essa informação para solucionar um problema.

5.2 Abordagem de Ângulos

Proponho um teste: questione algumas pessoas sobre o que elas entendem por ângulo. Possivelmente, muitas darão a mesma resposta que ouço por várias vezes: "*é a abertura entre duas retas*", se referindo ao arco que liga duas retas (Figura 18a). Alguns autores, como Dolce (2005, p. 20), definem ângulo como sendo "a reunião de duas semirretas de uma mesma origem, não contidas numa mesma reta" (Figura 18b) e *interior* do ângulo como a região compreendida entre essas semirretas (Figura 18c). No entanto, após fornecer tal definição de ângulo, em referências feitas a ângulos, Dolce (2005) utiliza a ideia de interior de ângulo, isto é, a partir de certo momento, considera-se como ângulo a definição dada à interior do ângulo (Figura 18c).

Figura 18: Noção e definição de ângulo.

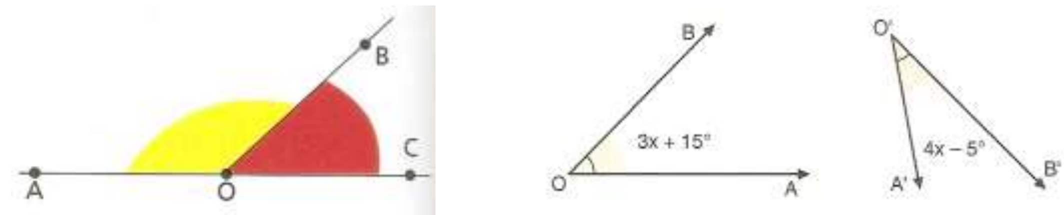


Embora alguns autores como Trovon e Reis (2009a) e Netto (1998), ao apresentar uma definição de ângulo, utilizem ilustrações que mesclam as duas noções, como a Figura 18d, o estudo sobre Ângulos fica restrito, muitas vezes, à identificação dos elementos (lados e vértice), à medição de ângulos com auxílio de

[23] Isto também é possível com outros softwares, como por exemplo, o GeoGebra, no qual tal deslocamento pode ser descrito por um vetor. A possibilidade de manipular uma Tartaruga que se movimenta no plano, no entanto, possui um aspecto lúdico.

um transferidor e ao cálculo da medida de alguns ângulos, dadas algumas informações. Por exemplo, na Figura 19a, é proposta a medição do ângulo AÔB e o cálculo da medida de BÔC; na Figura 19b, é solicitado o cálculo do valor de x sabendo que a soma dos ângulos é igual a 80°.

Figura 19: Atividades envolvendo medida e cálculo de ângulos.



(a) Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 92.

(b) Fonte: NETTO, 1998, p. 140.

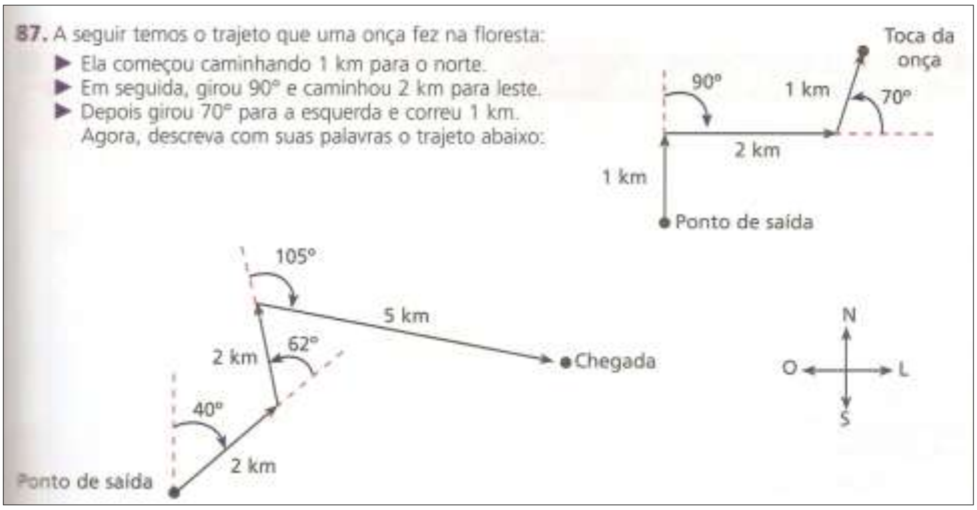
É perceptível que as duas situações acima não se classificam como aplicação do conceito de ângulo. No tocante à aplicação, alguns professores propõem a construção e utilização de um teodolito para medir ângulos. Porém, fica a questão: O que se faz com essas medidas? Quais as utilidades práticas em saber a medida de um ângulo? Como exemplo, podemos citar o cálculo de medidas utilizando razões trigonométricas no 9º ano do Ensino Fundamental[24]. Visando uma aplicação imediata do conceito de ângulo no 7º ano, Trovon e Reis (2009a, p. 90-93) apresentam três situações envolvendo ângulos. Será dada ênfase a duas destas, pois a outra consiste apenas em medir ângulos presentes em um raio X facial.

A primeira situação apresenta um trajeto feito por animal numa floresta, dando as orientações por escrito (Figura 20). Propõe-se a descrição de outro trajeto.

---

[24] http://educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/construindo-um-teodolito.htm. (Acesso em 03/06/13)

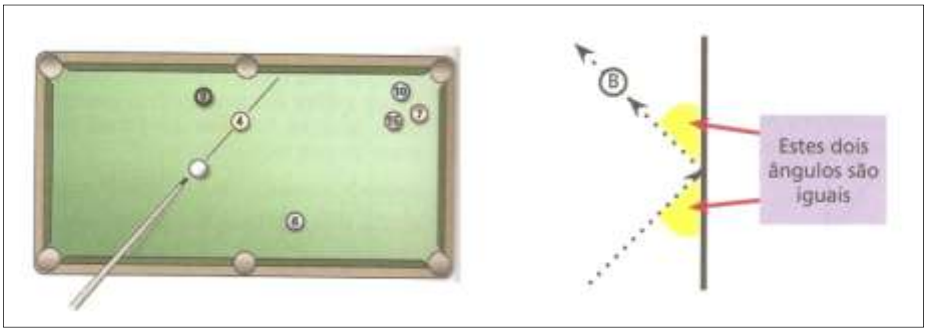
Figura 20: Atividade sobre descrição de trajetos.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 93.

A segunda situação refere-se aos ângulos de incidência e de reflexão entre a trajetória de uma bola de bilhar e a mesa (Figura 21), e, dada a informação que, se a bola não rodopiar, esses ângulos são iguais, questiona-se se a bola 4 cairá na caçapa do canto inferior direito. Este problema foi proposto em uma das avaliações, na qual pouco mais da metade dos estudantes responderam corretamente.

Figura 21: Ângulos de incidência e de reflexão da trajetória de uma bola de bilhar.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 90.

Em ambas as situações, percebe-se a utilidade do LOGO. Na primeira, um ângulo pode ser visto como uma rotação necessária para traçar uma trajetória. A atividade consiste em descrever esta trajetória. No LOGO, porém, é possível fazer o oposto, isto é, dada a descrição, traçar a trajetória, utilizando apenas os comandos básicos. Cada passo da trajetória é acompanhado pelo estudante na tela, permitindo uma divisão da resolução do problema em subtarefas: como e quanto girar – sentido e medida do ângulo – e como e quanto andar – direção e número de passos.

Na segunda situação, o conhecimento da igualdade entre os ângulos de incidência e reflexão permitem a construção no LOGO da trajetória de uma bola de bilhar, também a partir dos comandos básicos, incluindo os referentes a coordenadas cartesianas para limitar a trajetória da bola. Além disso, é possível utilizar o comando **ESPERE** para provocar um efeito animado no movimento.

Com respeito a atividades similares à situação da Figura 19a, o simples cálculo de um ângulo adjacente a outro conhecido (por meio de medição ou de informação do problema) pode parecer sem sentido para um estudante, visto que esta não é uma situação que atribua um sentido ao conceito (VERGNAUD, 1993, p. 8; 2009, p. 29). Em outras palavras, para que precisamos calcular a medida de BÔC? O LOGO, porém, proporciona uma aplicabilidade: podemos usar a ideia de ângulo suplementar para construir um polígono, como nas atividades que foram propostas na segunda oficina, apresentadas a seguir.

6 A EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Como mencionado no Capítulo 2, Papert (1988) defende a potencialidade do LOGO para a aprendizagem, não apenas de Matemática. Em virtude disso, surgiu a ideia de utilizá-lo como ferramenta de apoio para a compreensão de conteúdos de Matemática em sala de aula, especificamente a Geometria, que demonstra ser uma das áreas nas quais o LOGO possui maior aplicabilidade.

O objetivo da sequência didática apresentada neste trabalho é procurar respostas à seguinte questão: **Como a utilização do ambiente LOGO auxilia na aprendizagem dos conceitos de Ângulos e Coordenadas, estudados durante o Ensino Fundamental?**

Embora as ideias de Papert (1988, p. 49) sobre o propósito da utilização do LOGO na Escola sejam muito mais amplas, na experiência docente que constituiu o objeto de pesquisa do presente trabalho optou-se pela utilização do LOGO para auxiliar na aprendizagem da Matemática do currículo, visto a escassez de tempo extraclasse disponível para a realização de um projeto que contemplasse a implementação de uma disciplina semelhante à “Cibernética para crianças”[25] (PAPERT, 1994, p. 160).

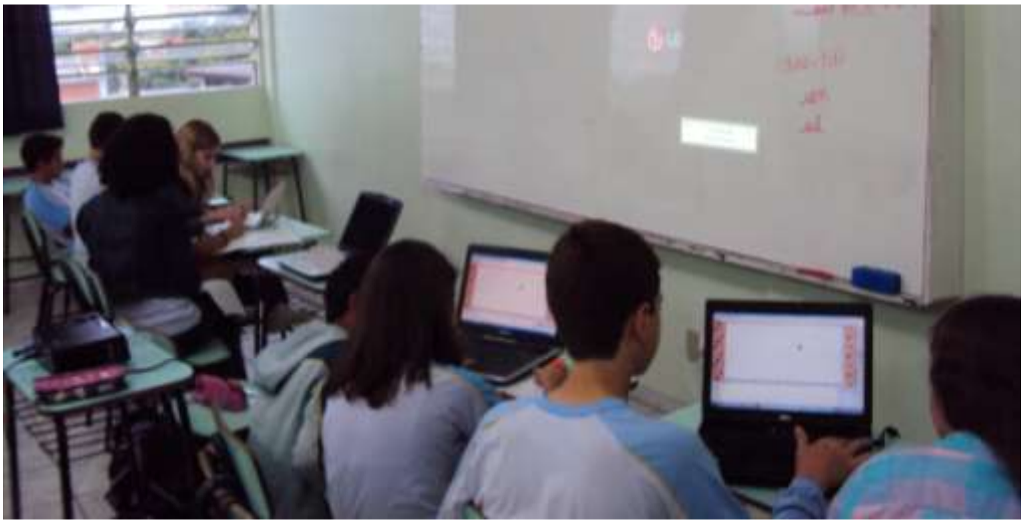
O objetivo inicial da proposta era utilizar o ambiente LOGO com a finalidade de construir figuras geométricas que envolvessem os conteúdos matemáticos estudados em sala de aula por estudantes de oitavo e nono anos do Ensino Fundamental da Escola Adventista de Cachoeirinha, RS. Ou seja, à medida que conceitos e propriedades eram descobertos em sala de aula, os estudantes os utilizariam para elaborar procedimentos no LOGO para construir algumas figuras geométricas. Assim, os estudantes estariam inseridos em um ambiente no qual os conhecimentos de sala de aula seriam aplicados, isto é, os conhecimentos poderiam ser transformados em *conceitos* (VERGNAUD, 1993, p. 8; 2009, p. 29). Por esta razão, visitas ao núcleo de informática seriam essenciais. Tais visitas seriam semanais, de duas horas-aula cada.

---

[25] Expressão utilizada por Papert para uma disciplina escolar cujo objetivo seria aprender a programar com o LOGO.

Neste momento, um problema surgiu: o núcleo de informática estava em obras. Quando este se tornou disponível, enfrentamos outro impasse: a infraestrutura oferecida pela escola. Os computadores do núcleo de informática não possuem disco rígido, pois são conectados via internet ao servidor da escola, que é administrado pelo órgão mantenedor da escola. Por isso, não é permitido, por parte da escola, a instalação de softwares. Em vista dessa situação, encontramos como alternativa a utilização de uma versão executável do LOGO, o *xLOGO*, que não requer instalação, apenas que se tenha *Java* instalado na máquina. Novamente, tinha-se outro obstáculo: por uma questão de segurança (prevenção de vírus e *hackers*), os computadores não possuíam *Java*. Como última opção, foi necessário improvisar outro núcleo de informática, utilizando notebooks cedidos por outros professores para realizar as atividades do LOGO (Figura 22), denominadas de *oficinas LOGO*.

Figura 22: Utilização de notebooks para as atividades no LOGO.



Durante a busca para o impasse do núcleo de informática, o estudo dos tópicos de Geometria havia encerrado nas turmas de oitavo e nono anos, enquanto que teria início nas classes do sétimo ano. Como o tempo era escasso, optamos por realizar as atividades com o LOGO no contra-turno. O projeto de utilização do LOGO foi exposto para os estudantes das duas turmas do sétimo ano, esclarecendo que a participação era voluntária. Assim, não houve uma seleção de estudantes.

A descrição da experiência didática será dividida em três subseções: a apresentação, a discussão e análise das atividades propostas e a percepção dos alunos sobre a linguagem LOGO.

6.1 Apresentação da sequência

A sequência didática foi organizada conforme a Tabela 1:

Tabela 1 - Organização da sequência didática

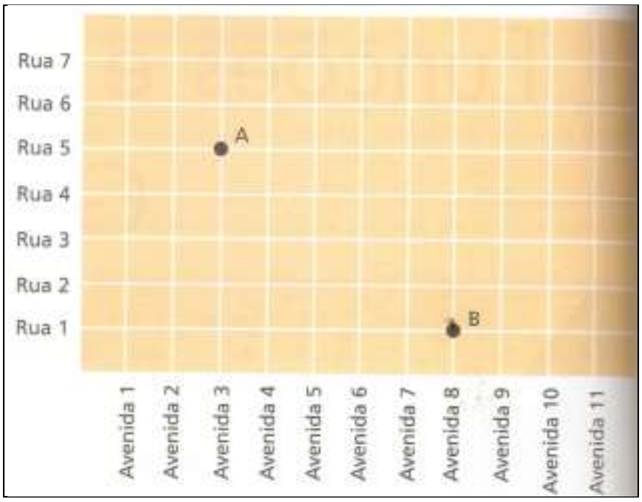
Aula	Nº de horas-aula	Conteúdo
1	1	Coordenadas cartesianas
2	2	Coordenadas cartesianas – plano cartesiano
3	2	Função (relação das variáveis x e y) e representação gráfica
4	2	Atividades no LOGO sobre coordenadas cartesianas
5	1	Definição de ângulo
6	2	Definição de ângulo
7	2	Medição de ângulos - Utilização de transferidor
8	2	Atividades no LOGO sobre Ângulos

A seguir, serão relatadas as aulas, bem como seus objetivos. Para a abordagem dos conteúdos e atividades referentes às aulas teóricas, foi utilizado o livro didático adotado pela escola (TROVON; REIS, 2009a).

Aulas 1 e 2 – 09 e 10/10/2012 (3 horas-aula)

Estas aulas foram destinadas à introdução da noção de coordenadas cartesianas de um ponto. Utilizou-se a ideia da localização de pontos em um mapa (Figura 23), dada pela informação de dois números: o primeiro referente à posição horizontal (Avenida) e o segundo, à posição vertical (Rua). Tais pares de números são as coordenadas do ponto. Como o contexto utilizado como motivação envolveu mapas, neste momento não foram abordadas coordenadas envolvendo números negativos.

Figura 23: Localização de pontos em um mapa.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 174.

Em seguida, partiu-se para a apresentação de exemplos de localização de pontos a partir de suas coordenadas. Por exemplo, para representar o ponto (3, 4), anda-se 3 unidades a partir da origem para a direita e, em seguida, 4 unidades para cima. Ressalta-se, ainda, que a ordem das coordenadas altera o ponto, ou seja, que $(a, b) \neq (b, a)$, quando $a \neq b$. Por fim, foram propostas atividades variadas sobre a identificação das coordenadas de um ponto visualizando sua posição e sobre a representação de pontos a partir de suas coordenadas.

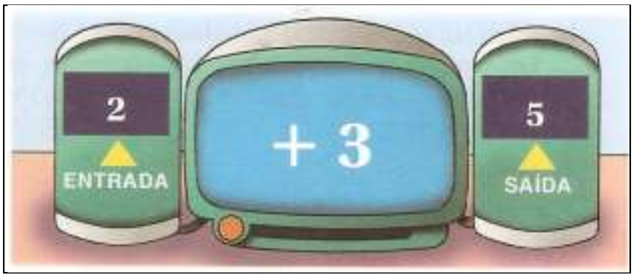
A próxima etapa foi a apresentação do plano cartesiano, como sendo a junção de duas retas numéricas que se interceptam perpendicularmente (eixos), e a introdução de coordenadas com números negativos. Apresentou-se uma forma de representação de pontos a partir de suas coordenadas, fazendo alusão à localização de pontos em mapas, com a diferença que, quando a primeira coordenada é negativa, andamos para a esquerda, e que, quando a segunda coordenada é negativa, andamos para baixo. Em seguida, foram propostas atividades variadas sobre identificação das coordenadas de um ponto no plano cartesiano e sobre representação de pontos no plano a partir de suas coordenadas.

Aula 3 – 17/10 (2 horas-aula)

Como uma aplicação de coordenadas cartesianas, utilizou-se a ideia de função para gerar pontos no plano cartesiano. As funções utilizadas eram da forma y

= x * A, onde a operação * poderia ser +, - , × ou ÷ . Uma função foi considerada como sendo uma máquina que gera um número, denominado “saída”, a partir de um número inicial, denominado “entrada” (Figura 24).

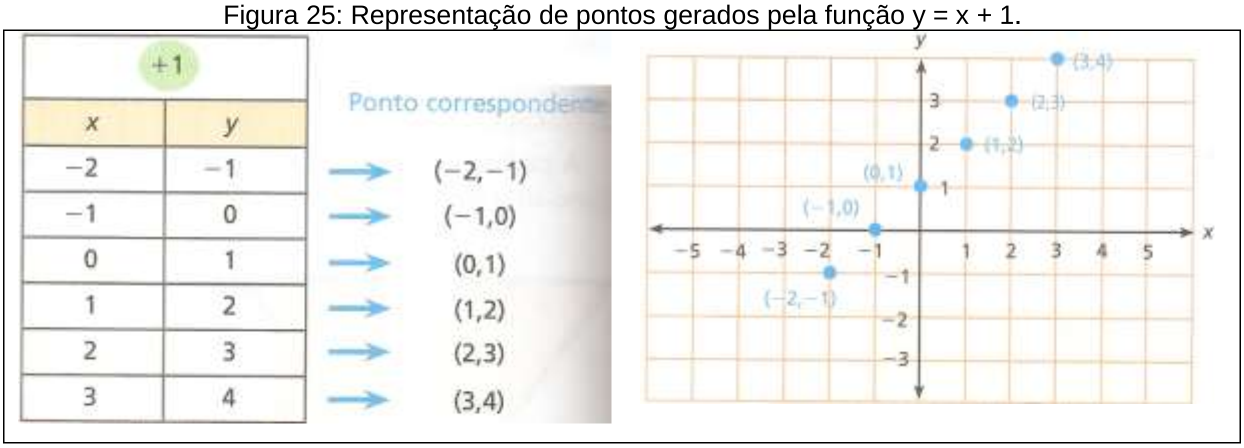
Figura 24: Função como geradora de números.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 177.

Para representar a expressão de uma função (isto é, a operação feita pela máquina), foi utilizada uma flecha com a operação. Por exemplo, a função da Figura 24 era representada por $\xrightarrow{+3}$. Utilizaram-se as letras x e y para representar a entrada e a saída, respectivamente. Assim, a flecha indica a operação que deve ser feita com o número x para gerar o número y. Para cada função, montou-se uma tabela com valores quaisquer para x, os respectivos valores de y e os pares (x, y). Em seguida, fez-se a representação desses pontos (x, y) no plano cartesiano (Figura 25).

Figura 25: Representação de pontos gerados pela função y = x + 1.

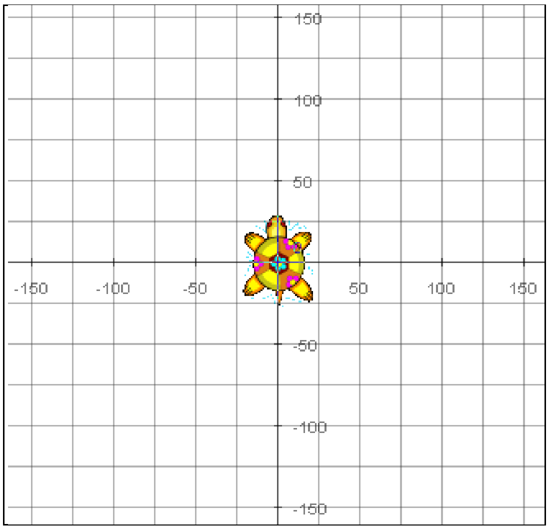


Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 182.

Aula 4 – 22/10 (2 horas-aula no CONTRA-TURNO)

Esta foi a primeira oficina LOGO, que tinha por objetivo a construção de polígonos a partir das coordenadas dos seus vértices. A quantidade de estudantes participantes foi dez (quatro da turma 62 e seis da turma 61). Os alunos foram organizados em duplas e cada dupla foi instruída a executar no xLOGO os comandos **eixo 50** (para construir o plano cartesiano cuja unidade de medida corresponde a 50 passos da *tat*) e **grade 50 50** (para gerar a malha quadriculada, também possuindo 50 como unidade de medida), obtendo na tela do computador a Figura 26, contida no material distribuído aos alunos (ver Apêndice A).

Figura 26: Plano cartesiano no xLOGO.



Com auxílio de um projetor multimídia, foi apresentado o comando **MUDEXY** e foram propostas as execuções dos comandos dos exemplos (abaixo), constantes no material. A cada exemplo, os alunos preenchiam os campos com as coordenadas do ponto para o qual a *tat* foi transladada.

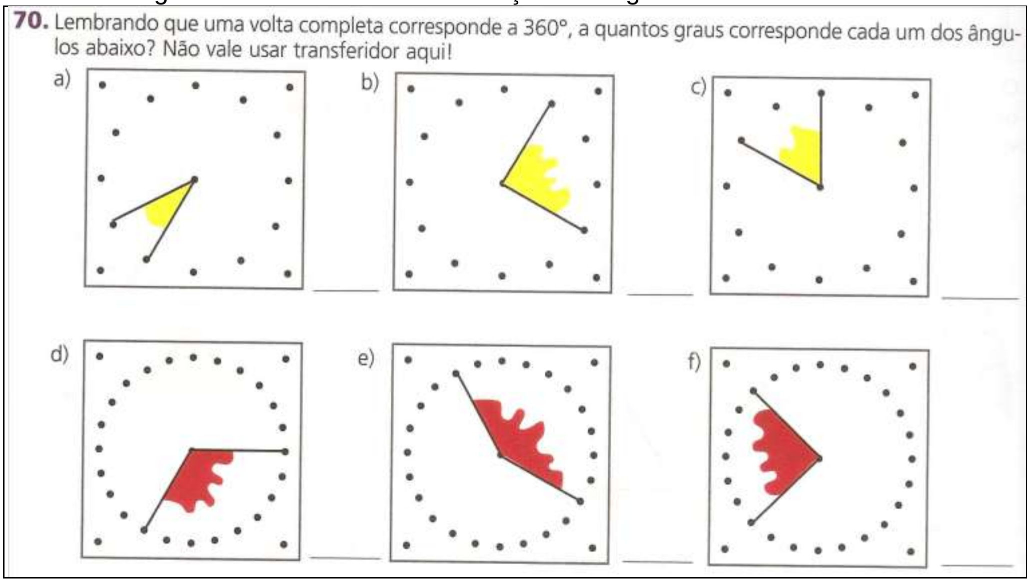
Exemplos:
- **mudexy 50 100** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy -30 120** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy 0 (-110)** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy 60 0** → a tat vai para o ponto (____ , ____)

Em seguida, passou-se para as atividades (ver Apêndice A) que consistiam em construir uma seta, um retângulo 100x175 e um quadrado de lado 200 com centro na origem do plano cartesiano. Para todas as construções, os estudantes dispunham do plano cartesiano no papel para auxiliar na visualização do resultado gráfico que era solicitado. O objetivo dessas atividades era utilizar as coordenadas dos vértices das figuras para estabelecer estratégias para as suas construções, ou seja, não basta identificar as coordenadas dos vértices, é necessário elaborar uma sequência de passos para que a *tat* desenhe a figura desejada.

Aula 5 – 23/10 (1 hora-aula)

Foi apresentada a definição de ângulo como sendo a região delimitada por duas semirretas e a unidade de medida de um ângulo (grau), iniciando pela volta completa que corresponde a 360º, seguindo pelas suas divisões principais de 180° (meia-volta) e 90° (metade de meia-volta). Foi proposta uma atividade (Figura 27) cujo objetivo é encontrar a medida de um ângulo por meio da divisão da volta completa em partes iguais.

Figura 27: Atividade sobre medição de ângulos sem transferidor.



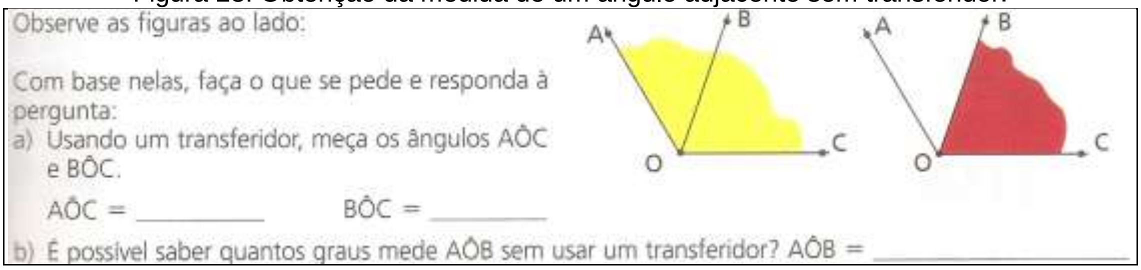
Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 88.

Aulas 6 e 7 – 24 e 25/10 (4 horas-aula)

Inicia-se com a correção da atividade da aula anterior (Figura 27) a partir de duas estratégias. A primeira consiste em identificar em quantas partes iguais a volta completa foi dividida e quantas dessas partes (denominadas em aula como fatias) são abrangidas pelo ângulo. No item (c), a volta completa está dividida em 12 fatias, então cada fatia mede 360°/12 = 30° e, como o ângulo possui 2 fatias, sua medida é igual a 2×30° = 60°. A segunda procura identificar quantas vezes o ângulo cabe na volta completa. Por exemplo, no item (c), o ângulo cabe 6 vezes na volta completa, então sua medida é igual a 360°/6 = 60°.

Em seguida, foi apresentado o transferidor como ferramenta para medir ângulos, quando não temos a divisão da volta completa. Os estudantes foram orientados com antecedência a trazer transferidor para a aula. Para demonstrar a utilização do transferidor, foi utilizado um transferidor virtual[26], construído com o software *GeoGebra*. Foram propostas atividades sobre: utilização do transferidor; obtenção da medida de um ângulo sabendo a medida de seu ângulo adjacente e a medida dos dois ângulos juntos (Figura 28); a construção de um ângulo dada sua medida em graus; etc.

Figura 28: Obtenção da medida de um ângulo adjacente sem transferidor.


Observe as figuras ao lado:

Com base nelas, faça o que se pede e responda à pergunta:

a) Usando um transferidor, meça os ângulos AÔC e BÔC.

AÔC = __________ BÔC = __________

b) É possível saber quantos graus mede AÔB sem usar um transferidor? AÔB = __________

Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 89.

Aula 8 – 29/10 (2 horas-aula no CONTRA-TURNO)

Esta foi a segunda oficina LOGO, cujo tema era Ângulos. O objetivo da oficina era efetuar a medição dos ângulos internos de polígonos e utilizá-los para elaborar a construção dos mesmos, utilizando os comandos básicos do xLOGO (*parafrente*, *paratrás*, *paradireita* e *paraesquerda*). A quantidade de estudantes participantes foi dez (três da turma 62 e sete da turma 61).

[26] Disponível em http://proflaviamat.wikispaces.com/Transferidor+virtual.

Com auxílio de um projetor multimídia, foram apresentados os comandos básicos do xLOGO, sempre perguntando para os estudantes o que *tat* faria com aquele comando que estava sendo inserido.

Em seguida, foram propostas as atividades da oficina (ver Apêndice A). Ao final da oficina, os estudantes foram convidados a preencher um questionário (ver Apêndice C) que teve por objetivo conhecer as opiniões dos alunos a respeito do xLOGO.

6.2 Análise da experiência

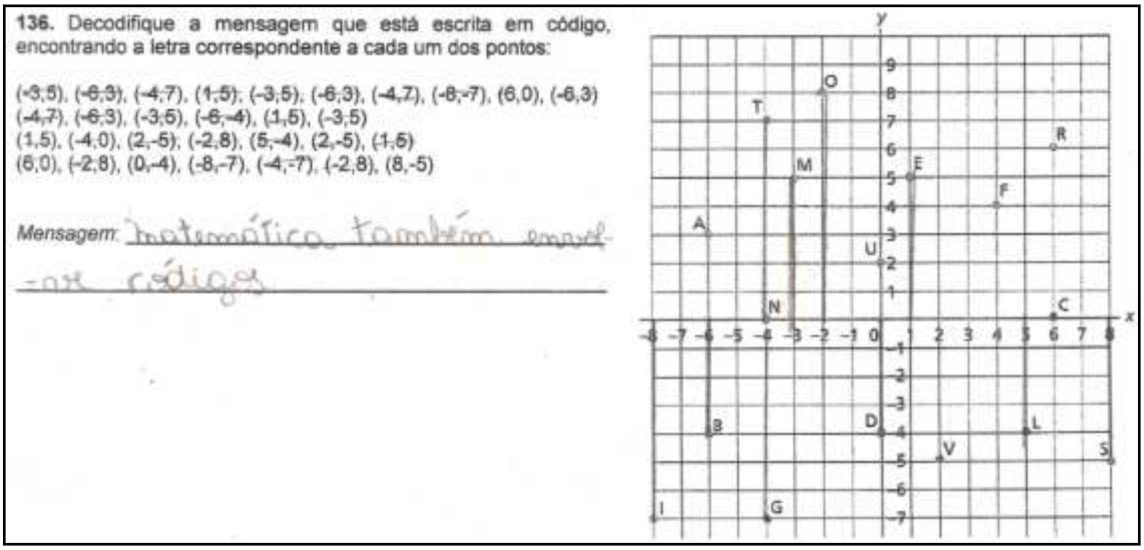
A ideia inicial da realização da sequência didática com as turmas de sétimo ano era utilizar o LOGO simultaneamente com o estudo de Geometria, para que os alunos identificassem uma possível aplicação dos conteúdos estudados e oportunizar um espaço para que os estudantes os transformassem em *conceitos* – por meio da união de situação, esquemas e representação (VERGNAUD, 2009, p. 29), conforme discutido no Capítulo 4.

A seguir, serão analisadas observações e considerações sobre a sequência didática.

Aulas 1 e 2 – 09 e 10/10/2012 (3 horas-aula)

A identificação das coordenadas de um dado ponto no plano cartesiano ocorreu com facilidade, visto que os estudantes compreenderam de imediato que a primeira coordenada corresponde ao eixo horizontal e a segunda, ao vertical. Este fato é comprovado pelo sucesso – de ambas as turmas – frente a atividades como a da Figura 29, na qual era solicitada a descoberta de um código.

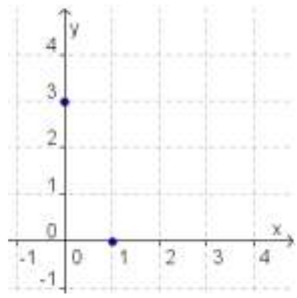
Figura 29: Atividade sobre relação entre a representação de um ponto no plano cartesiano e suas coordenadas cartesianas – Produção da aluna N.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 297.

As dificuldades apresentadas pelos estudantes deram-se no momento de representar pontos no plano, dadas as suas coordenadas cartesianas. A primeira dificuldade foi na interpretação equivocada de cada par ordenado representa dois pontos. Por exemplo, a representação do ponto (1, 3) era feita marcando-se os pontos (1, 0) e (0, 3), conforme Figura 30. Isso se deve, provavelmente, ao fato de que, até o momento, pensava-se em associar um objeto a um número, ao invés de um par de números. Assim, ao invés de perceber que o par ordenado (a, b) representa a intersecção entre uma reta vertical e uma reta horizontal, esses alunos entenderam que marcamos um ponto na horizontal, observando o primeiro número do par ordenado, e outro ponto na vertical, de acordo com o segundo número do par ordenado.

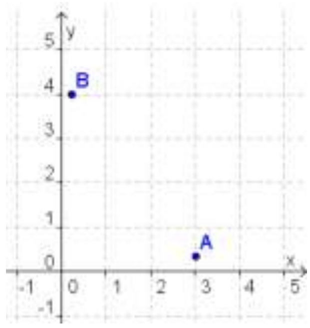
Figura 30: Interpretação equivocada das coordenadas cartesianas de um ponto.



Em seguida, observou-se a troca de coordenadas. Embora os estudantes tenham percebido a diferença entre as representações dos pontos (a, b) e (b, a), quando solicitados a representar pontos no plano, muitos deles trocavam as coordenadas x e y. Uma possível razão para esta troca é a diferença entre visualizar uma representação gráfica de um objeto e determinar tal representação na forma algébrica, ou seja, representar um ponto no plano requer a percepção da importância de ordem das coordenadas cartesianas desse ponto.

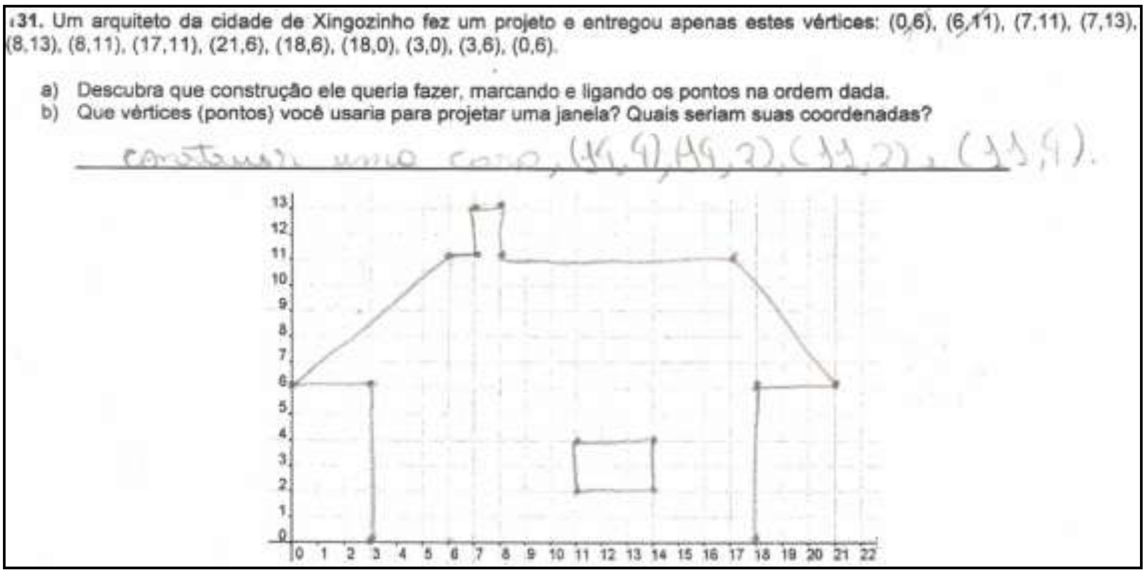
O entrave seguinte foi a representação de pontos com coordenada nula. Alguns alunos representavam estes pontos fora do eixo coordenado. Por exemplo, quando solicitados a marcar os pontos A = (3, 0) e B = (0, 4), apresentavam soluções como a ilustração da Figura 31. Provavelmente, neste momento, os alunos ainda não identificavam o eixo y como a reta vertical que corresponde a x = 0 e vice-versa, isto é, ainda não percebiam os eixos coordenados como parte da malha pontilhada. Outra possibilidade, não dissociada da primeira, é o hábito de considerar apenas os números inteiros, ou seja, que não há um valor entre 0 e 1 e, portanto, os pontos com y = 0 estariam abaixo (ou “perto”) da reta y = 1 e os pontos com x = 0 estariam à esquerda (ou “perto”) da reta x = 1.

Figura 31: Representação equivocada dos pontos com uma coordenada nula.



Na maioria das vezes, simples atividades de repetição e exaustivas explicações redundantes do professor não produzem uma aprendizagem do estudante. Este necessita dar sentido ao conceito (VERGNAUD, 1993). Por esta razão, foram propostas atividades nas quais se desejava ligar, em sequência, um conjunto de pontos a fim de formar uma figura, sem saber qual figura seria gerada (Figura 32). Ao representar alguns pontos, tal figura ganha forma gradativamente. Quando o aluno se equivoca na representação de um ponto, supõe que algo não está correto e, ao verificar as representações, percebe o seu engano e o corrige. Dessa forma, o estudante é instigado a pensar sobre uma situação e a elaborar esquemas que permitam sua resolução, implicando na construção de um conceito.

Figura 32: Atividade sobre representação de pontos que geram uma figura – Produção da aluna A da turma 62.

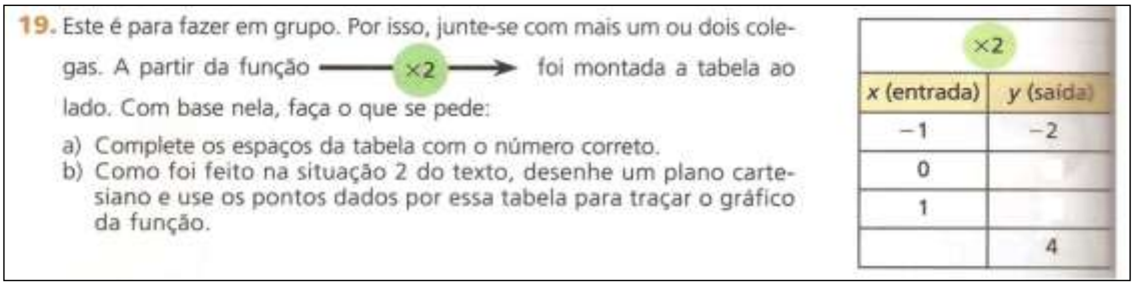


Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 296.

Aula 3 – 17/10 (2 horas-aula)

Embora tendo compreendido a ideia de função como sendo uma máquina que gera um número (denominado “saída”) a partir de um número inicial (“entrada”), a maioria dos alunos teve dificuldade em compreender como fazer atividades como a ilustrada na Figura 33, por não perceber que a “transformação” da entrada em saída é dada pela operação da função que, nesse caso, é a multiplicação por 2. Por esta razão, mesmo tendo o primeiro exemplo ($x = -1 \Rightarrow y = -2$), muitos alunos tiveram dificuldade em resolver esta atividade, não percebendo que se obtém o número x a partir da operação (função) inversa.

Figura 33: Atividade sobre representação de pontos gerados por uma função.



19. Este é para fazer em grupo. Por isso, junte-se com mais um ou dois colegas. A partir da função ——— ×2 ——→ foi montada a tabela ao lado. Com base nela, faça o que se pede:

a) Complete os espaços da tabela com o número correto.

b) Como foi feito na situação 2 do texto, desenhe um plano cartesiano e use os pontos dados por essa tabela para traçar o gráfico da função.

×2	
x (entrada)	*y* (saída)
−1	−2
0	
1	
	4

Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 184.

Aula 4 – 22/10 (2 horas-aula no CONTRA-TURNO)

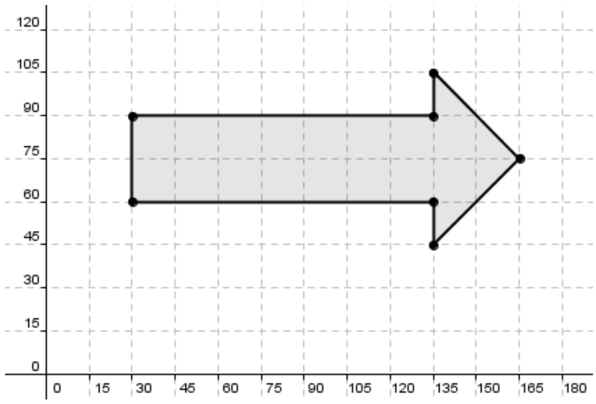
Foi a primeira oficina LOGO, cujo tema era coordenadas cartesianas de um ponto. Participaram os alunos A, J, P e S da turma 62 e os alunos B, K, L, G, W e T da turma 61.

Todos os alunos apresentaram facilidade em compreender a relação das coordenadas do ponto para onde desejamos colocar a Tartaruga e o comando **mudexy**. As dificuldades surgiram nos momentos de elaborar as estratégias para a construção das figuras usando este comando. A seguir, serão analisadas as observações sobre cada atividade proposta na oficina.

Atividade 1 – Construção de uma seta

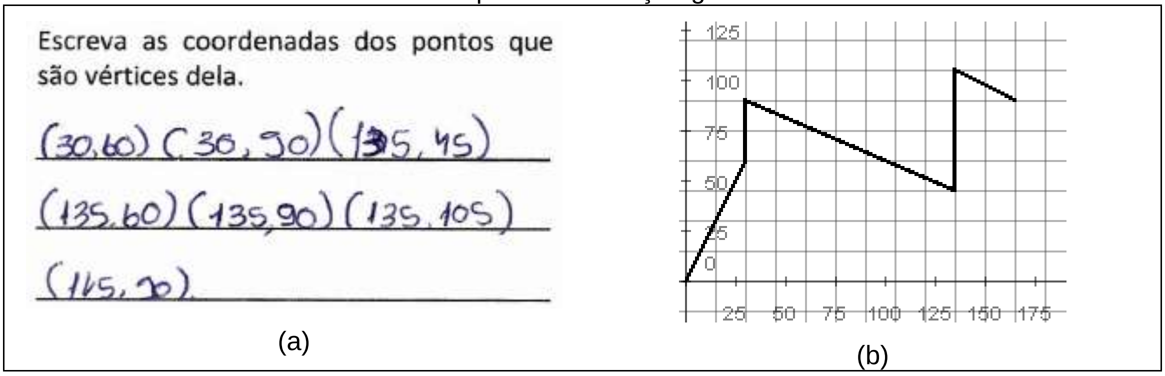
Esta atividade consistia em identificar e registrar as coordenadas cartesianas dos vértices da Figura 34 e construí-la no xLOGO.

Figura 34: Atividade 1 da primeira oficina LOGO.



Muitos estudantes apresentaram dificuldades iniciais para construir a figura, por não conseguirem identificar o próximo passo. Isso se deve, principalmente, à falta de percepção da ordem de visitação destes vértices no momento de anotar as suas coordenadas (Figura 35a), isto é, que a Tartaruga precisa percorrer todos os vértices respeitando-se uma determinada ordem.

Figura 35: Anotação de um aluno das coordenadas dos vértices da atividade 1 da primeira oficina LOGO e respectiva resolução gráfica no xLOGO.



Vemos, portanto, além do equívoco na anotação das coordenadas do último ponto, correspondente à ponta da seta, a ausência de dois esquemas: o esquema referente à importância da ordem de visitação dos vértices da figura para obter o efeito desejado; e um esquema de ordem mais prática, relacionado à necessidade de ligar/desligar o lápis, visto que não perceberam que a Tartaruga parte da origem e que ela traçará o caminho até o próximo ponto – nesse caso, o ponto (30, 60) – , a menos que o lápis seja desativado por meio do comando **un**[27].

Os estudantes concentraram-se em conseguir construir a seta, ao invés de reorganizar as coordenadas dos vértices em uma ordem que seria executada no xLOGO.

Enquanto o restante dos participantes já estava fazendo a atividade 2, o aluno P da turma 62 ainda estava na atividade 1. A aluna A ofereceu-se para ajudar. Após várias tentativas, ele conseguiu sozinho e ficou muito contente de ter conseguido concluir (este aluno apresentava grandes dificuldades durante as aulas regulares). O entusiasmo deste aluno parece ser semelhante ao que motivou o nascimento do

[27] O material distribuído aos estudantes continha uma observação sobre os comandos **un** (usenada) e **ul** (uselápis).

LOGO, a saber, o desejo de Papert em proporcionar a crianças a satisfação que ele experimentou ao ser capaz de programar o computador para executar uma tarefa (PAPERT, 1994).

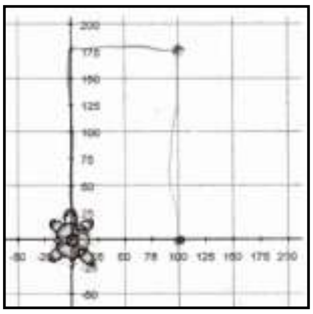
Atividade 2 – Construção de um retângulo

O enunciado da atividade solicitava a construção de um retângulo com 175 de comprimento e 100 de largura, ou seja, não havia especificação da sua posição no plano cartesiano, apenas que as dimensões deveriam ser 175 e 100.

A primeira estratégia dos alunos para construir o retângulo foi executar o comando **mudexy 175 100** ou o comando **mudexy 100 175**, já que não foi determinado qual lado representaria a base do retângulo. Ficaram intrigados com a resposta gráfica, que contrariou as suas expectativas e questionaram o porquê. Foram instigados a se colocar no lugar da Tartaruga e refletir sobre o traçado na tela do computador. Dessa forma, perceberam que a Tartaruga fez o que eles mandaram, isto é, deslocou-se para o ponto (175, 100) ou (100, 175) e, assim, desenhou a diagonal do retângulo. Isso demonstra que a resolução da atividade 1 não foi o suficiente para permitir aos estudantes a construção do esquema que considera a importância da ordem de visitação dos vértices.

Os alunos foram orientados a desenhar o retângulo no plano cartesiano constante ao final das atividades (Figura 36). Em ambas as turmas, todos construíram o retângulo no primeiro quadrante, com um vértice na origem, a base sobre o eixo x e a altura sobre o eixo y. Na turma 62, as alunas A, J e K desenharam o retângulo "deitado" (com a base maior que a altura), enquanto que o aluno P desenhou "em pé" (com a altura maior do que a base), como mostra a Figura 36.

Figura 36: Representação de um retângulo 175x100 no plano cartesiano, feita por um aluno.

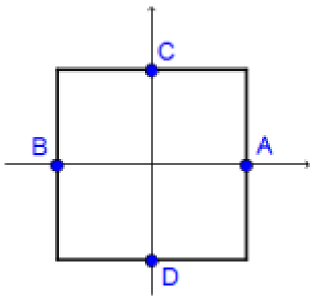


Em ambas as turmas, os estudantes tinham a seguinte situação: construir figuras a partir das coordenadas cartesianas dos seus vértices. Muitos alunos ainda não tinham claros os esquemas (O que fazer? Qual o próximo passo? Para qual ponto deve mandar a *tat*) que permitiam realizar tais construções. Após fazer o desenho da seta (Figura 34), a tarefa de desenhar um retângulo 175x100 mostrou-se uma situação em que "o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso" (VERGNAUD, 1993, p. 2). Ou seja, se um estudante que conseguiu construir a seta e não conseguiu reproduzir o retângulo, não podemos dizer que, ao terminar a seta, ele construiu o esquema necessário para a situação, pois, caso contrário, ele não encontraria dificuldades para fazer o retângulo.

Atividade 3 – Quadrado com centro na origem

Nesta atividade, que consistia na construção de um quadrado de lado 200 com centro coincidindo com a origem do plano cartesiano, com exceção da aluna J da turma 62, foi necessário auxiliá-los na elaboração da ideia inicial. Foi construído no papel um quadrado qualquer, colocando o plano cartesiano com a origem no centro do quadrado (Figura 37).

Figura 37: Quadrado de lado 200 com centro na origem.



Com base nisso, foi feita uma sequência de perguntas sobre cada ponto (A, B, C, D), como mostra o diálogo a seguir:

Professora: Qual a medida do lado do quadrado?

Aluno: 200.

Professora: Qual a medida (do segmento) do centro do quadrado até o ponto A?

Aluno: 100.
Professora: Quanto o ponto A está marcando no eixo x (isto é, qual a abscissa do ponto A)?
Aluno: 100.
Professora: Qual a medida (do segmento) do centro do quadrado até o ponto B?
Aluno: 100.
Professora: Quanto o ponto B está marcando no eixo x (isto é, qual a abscissa do ponto B)?
Aluno: -100.

Todos responderam a estas questões corretamente, sem dificuldades. Após as perguntas referentes ao ponto B, não era necessário fazer as perguntas para os pontos C e D, pois bastava apontar para os pontos que eles informavam a ordenada y de cada ponto.

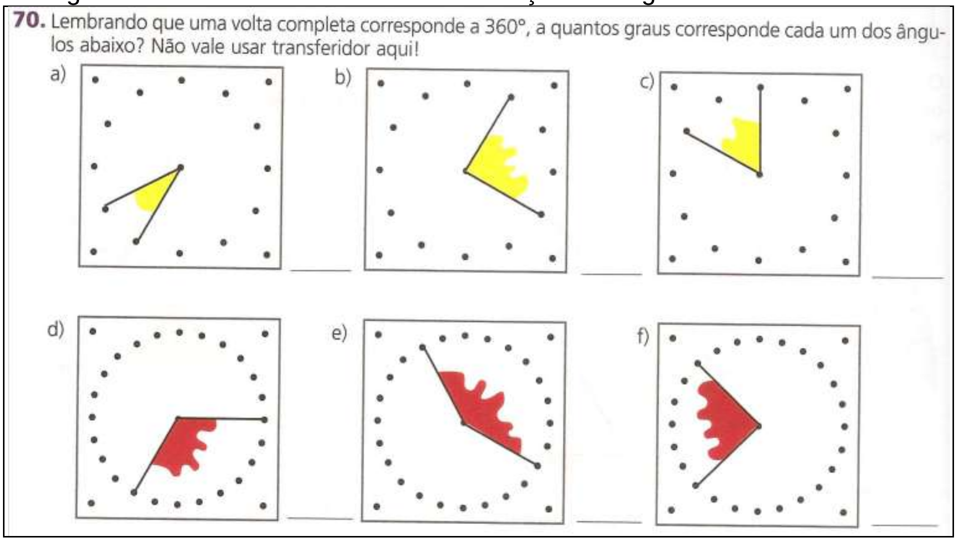
Nesta atividade, notamos que o problema deixou de ser a estratégia para construir a figura, mas sim a representação da figura no plano cartesiano e a identificação das coordenadas dos vértices do quadrado, dada a medida do seu lado. Ou seja, depois de construído o esquema para a construção de figuras a partir das coordenadas de seus vértices, esta tarefa demonstrou ser uma situação em que “o sujeito dispõe das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação.” (VERGNAUD, 1993, p. 2).

Aula 5 – 23/10 (1 hora-aula)

As turmas pareceram compreender a ideia de ângulo, bem como as medidas dos ângulos de 360°, 180° e 90°, visto que, tendo a informação de que uma volta completa mede 360°, afirmaram que meia-volta mede 180° e ¼ de uma volta corresponde a 90°.

No exercício da Figura 38, os alunos apresentaram muitas dúvidas, pois não haviam construído o esquema referente à relação entre a volta completa e sua divisão em partes iguais, diferentes de 180° e 90°.

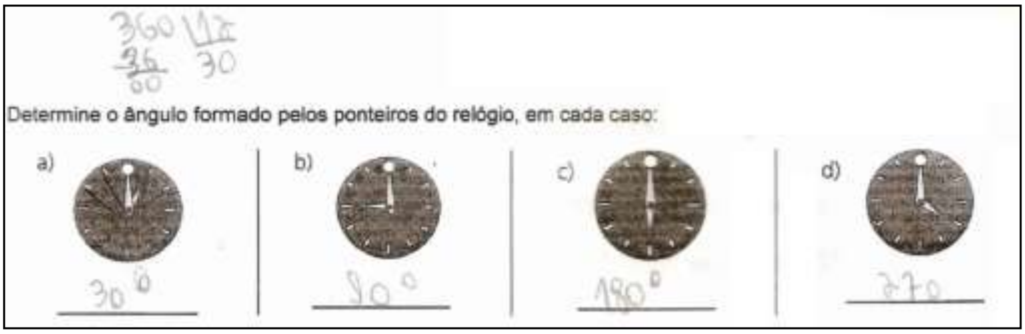
Figura 38: Primeira atividade sobre medição de ângulos sem transferidor.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 88.

Com a finalidade de auxiliá-los na visualização de tal relação, foi proposta uma atividade similar, porém com uma abordagem conhecida, que consistia em encontrar a medida do ângulo compreendido entre os ponteiros de um relógio (Figura 39).

Figura 39: Atividade sobre medição de ângulos sem transferidor – Resolução do aluno K.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 287.

Do ponto de vista matemático, qual a diferença entre essas duas atividades? Nenhuma. Porém, do ponto de vista da aprendizagem, há uma diferença significativa: a situação. O conhecimento da divisão do relógio em 12 horas remete a uma situação em que o estudante reconheça a necessidade da divisão da circunferência em 12 partes iguais, ou seja, da divisão de 360° por 12, o que gera a medida do ângulo entre cada intervalo de hora, a saber, 30°. Assim, a tarefa de encontrar a medida de cada ângulo converte-se em encontrar quantas horas (intervalos) há entre os ponteiros. Em outras palavras, uma situação complexa foi vista como uma combinação de situações elementares (VERGNAUD, 1993, p. 17).

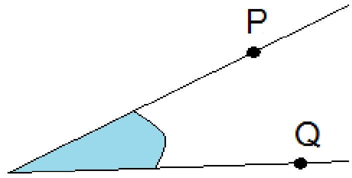
Após a atividade da Figura 39, voltamos para a atividade da Figura 38, que foi concluída com sucesso por grande parte dos estudantes.

Aulas 6 e 7 – 24 e 25/10 (4 horas-aula)

Nesta aula, foi feita a apresentação do transferidor como ferramenta para medir ângulos.

Muitos alunos confundiram-se com as numerações externas e internas do transferidor, pois tinham dificuldade em identificar quando medimos no sentido horário ou anti-horário. Para evitar confusões, foi convencionada a medição no sentido horário, ignorando, assim, os números internos (após certificar que todos os transferidores possuíam as graduações maiores no sentido horário). Assim, para posicionar o transferidor para medir o ângulo da Figura 40, foi proposta a seguinte estratégia:

Figura 40: Medição de ângulo com transferidor.



Professora: Em qual sentido vamos medir o ângulo?

Classe: Horário!

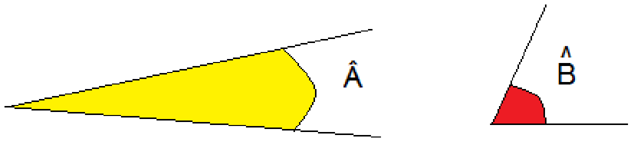
Professora: Qual é o sentido que vamos usar: de Q para P ou de P para Q?

Classe: De P para Q.

Professora: Então, posicionamos o zero maior (numeração externa) na linha de P, com centro no vértice do ângulo e vemos onde a linha de Q está marcando no transferidor.

Um equívoco recorrente foi a relação estabelecida pelos estudantes entre o tamanho da marcação do ângulo com a sua medida: quanto mais aberta a marcação do ângulo, maior é sua medida. Por isso, foram propostas questões, como por exemplo, para a Figura 41, “quem é maior: Â ou $\hat{B}$?”.

Figura 41: Comparação de ângulos.



Fonte: TROVON; REIS, 2009a, p. 92.

A grande maioria dos alunos utilizou o transferidor para se certificar sobre qual era maior, enquanto que apenas três alunos (das turmas juntas) responderam que era Â. Apresentou-se o raciocínio que dispensa o transferidor, apenas olhando para a abertura de cada ângulo: como é visível que $\hat{B}$ é mais aberto do que Â, a medida de $\hat{B}$ é maior do que a medida de Â.

Aula 8 – 29/10 (2 horas-aula no CONTRA-TURNO)

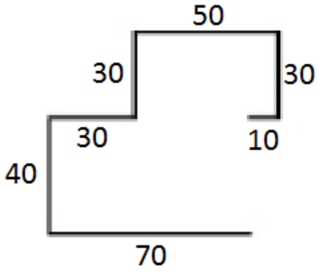
Foi a segunda oficina LOGO, cujo tema era ângulos. Participaram os alunos A, Y e J da turma 62 e os alunos B, K, L, G, W, F e N da turma 61.

A maioria dos alunos demonstrou facilidade em compreender as funções dos comandos **PF**, **PT**, **PD** e **PE**. Novamente, o entrave foi na elaboração da estratégia para construir as figuras solicitadas. A seguir, serão analisadas as observações sobre cada atividade.

Atividade 1 – Construção de um caminho

A atividade consistia na construção de uma trajetória composta apenas por segmentos perpendiculares entre si, como mostra a Figura 42.

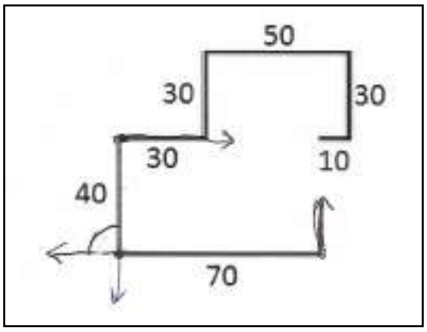
Figura 42: Atividade 1 da segunda oficina LOGO.



Fonte: http://www.edumat.com.br/wp-content/uploads/2008/11/slogo.pdf

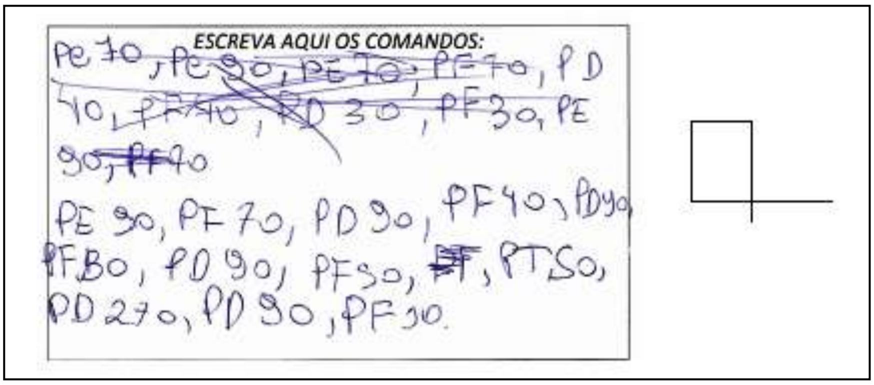
Os alunos A, G, L e W apresentaram dificuldade para resolver a atividade, pois não compreendiam como organizar os comandos para construir o desenho solicitado, confundindo as medidas dos lados com as medidas dos ângulos. Por exemplo, para fazer o lado que mede 40, após fazer o lado medindo 70, a aluna A executou **PD 40**, ao invés de **PD 90**. Fica evidente, nesse caso, que não estava clara para esses alunos a identificação na figura dos ângulos retos como a quarta parte de uma volta completa. Percebendo que os estudantes demonstraram facilidade em identificar a medida de um ângulo a partir da visualização de uma (semi)circunferência, foi proposto um prolongamento de alguns segmentos, com flechas indicando a orientação da Tartaruga em cada etapa, para permitir a visualização do ângulo de giro, como mostra a Figura 43.

Figura 43: Orientação para o ângulo de giro na atividade 1 da primeira oficina (flechas feitas pela professora).



Esta estratégia, em princípio, permitiu aos estudantes a construção do esquema necessário para traçar um caminho no xLOGO, tanto que todos, cada um no seu tempo, concluíram a atividade. Alguns alunos, que cometeram equívocos semelhantes, fizeram o registro de suas tentativas, mas, anotaram apenas parte do procedimento que resultou no desenho solicitado, como mostra a Figura 44.

Figura 44: Registro da aluna F referente à atividade 1 da segunda oficina LOGO e respectiva representação gráfica no xLOGO.



Atividade 2 – Construção de um quadrado

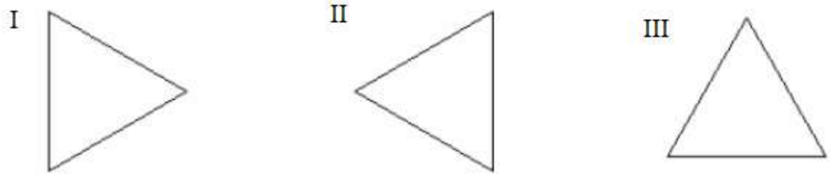
Nesta atividade, foi proposta a construção de um quadrado de lado 60, que todos os alunos fizeram sem dificuldades, visto que requeria esquemas semelhantes aos necessários para atividade anterior, pois também envolvia apenas ângulos retos. A aluna A usou três comandos **PE 90** seguidos para rotacionar a Tartaruga e fazer o próximo lado. Disse a ela que estava correto, mas havia uma maneira mais econômica de se fazer:

Professora: Você girou para a esquerda! E se você girasse para direita?
Aluna A (após pensar uns instantes): Gira 90°. Ah, é só *dar* um **PD 90**!

Atividade 3 – Construção de triângulos equiláteros

Esta atividade consistia em construir triângulos equiláteros de lado 150 em diferentes posições (Figura 45).

Figura 45: Atividade 2 da segunda oficina LOGO.



As estratégias utilizadas pelos estudantes para encontrar a medida do ângulo de giro da Tartaruga foram variadas. Após tentativas com os comandos **PE** e **PD**, o aluno F deduziu que o ângulo externo de um triângulo equilátero mede 120°, tanto que executou diretamente **PD 120**. Os alunos B e K usaram vários giros (20°, 30°, 40°, etc.) para acertar o ângulo externo, e quando terminaram a atividade e chamaram-me para mostrar, perguntei se não havia uma maneira mais simples de mandar a *tat* executar quatro comandos **PD 30** seguidos. O aluno K exclamou "**PD 120**!" e admirou-se por não ter pensado nessa possibilidade enquanto estava construindo o primeiro triângulo. No momento de desenhar o próximo triângulo, disse para si mesmo: "*já sei que é 120°*", ou seja, já havia construído o esquema para desenhar um triângulo equilátero.

Os alunos que apresentavam dificuldade para encontrar a medida do ângulo externo foram orientados a identificar a medida do ângulo interno com um transferidor antes de partir para as construções no *xLOGO*. Em seguida, foi proposto um raciocínio utilizando ângulos suplementares, sem mencionar esta nomenclatura (que não foi abordada em sala de aula), por meio do prolongamento de um dos lados do triângulo e do seguinte diálogo:

Professora: Quanto mede o ângulo interno?
Aluno: 60°!
Professora: Se juntarmos esses dois ângulos (apontando para o ângulo de 60° e seu suplementar), quanto teremos?
Aluno: 180°.
Professora: Por quê?
Aluno: Porque *dá* meia volta.
Professora: Então ...
Aluno: ... o ângulo *de fora é* 120°!
Professora: Por quê?
Aluno: Porque 120+60 dá 180.

Para construir os demais triângulos, a grande maioria dos estudantes reutilizou o procedimento do primeiro triângulo, apenas trocando cada comando **PD** por **PE** para obter o triângulo II e inserindo um comando de giro de 90° no início do primeiro ou do segundo procedimento para obter o triângulo III. Apenas a aluna N começou a construir o terceiro triângulo do início (Figura 46), o que exigiu o cálculo da medida do ângulo complementar de 60° (Figura 47), sob orientação similar ao diálogo acima.

Figura 46: Procedimentos da aluna N para a atividade 2 da segunda oficina LOGO.

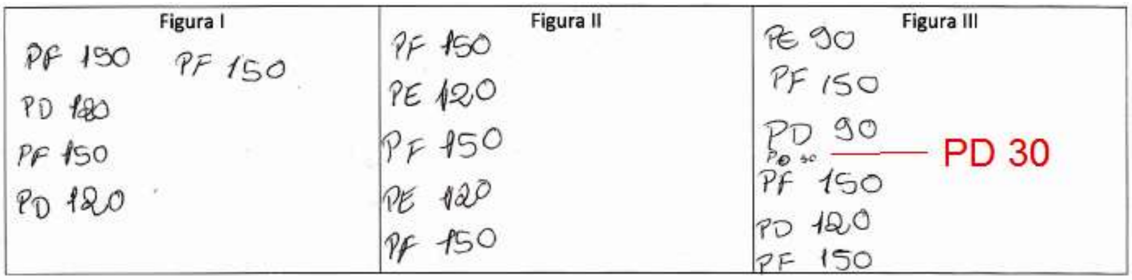
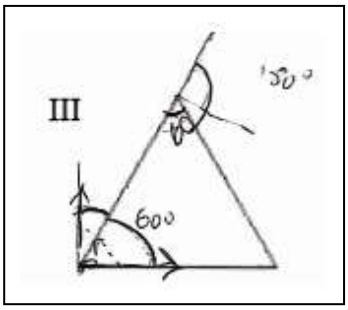


Figura 47: Estratégia da aluna N para o procedimento do terceiro triângulo (as flechas e as marcações de ângulos foram feitas pela professora).

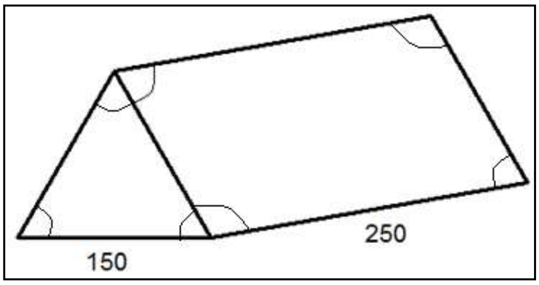


Se ela constatou que do triângulo I para o II bastava trocar cada comando **PD** por um comando **PE**, o que a impediu de reconhecer que os três triângulos são idênticos? É possível que uma resposta esteja na diferença entre os níveis de complexidade de percepção das transformações geométricas. Em outras palavras, a reflexão que transforma o triângulo I no triângulo II pode parecer, para esta aluna, mais visível do que a rotação que associa o triângulo III ao triângulo I ou II.

Atividade 4 – Construção de um "telhado"

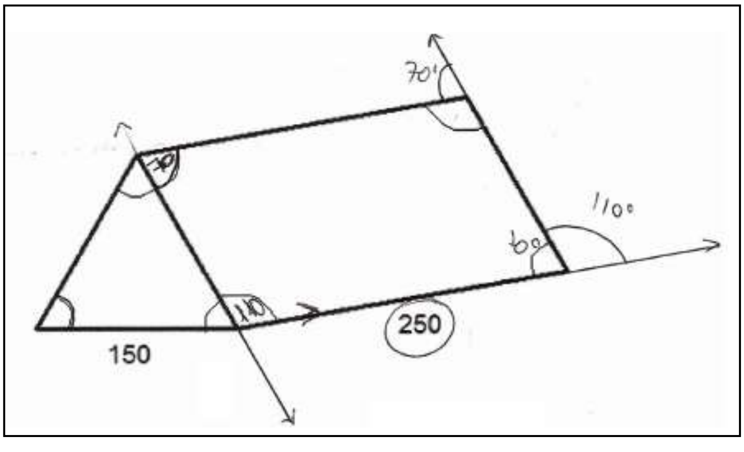
Esta atividade consistia na construção da Figura 48, que envolve o primeiro triângulo da atividade 3 e um paralelogramo com um lado coincidente com um dos lados do triângulo.

Figura 48: Atividade 4 da segunda oficina LOGO.



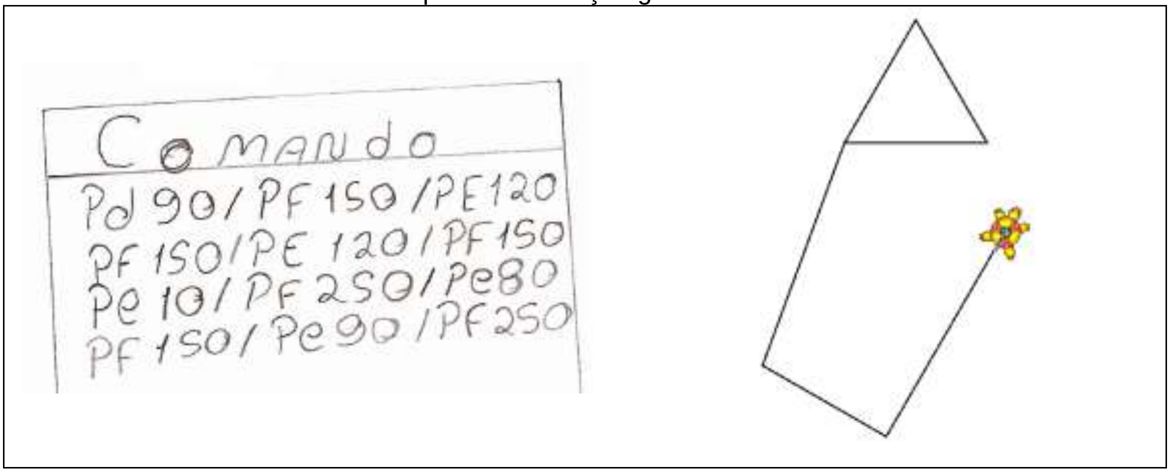
Neste momento, o impasse não estava mais na estratégia para traçar o desenho, mas sim em encontrar as medidas dos ângulos de giro a serem executados pela Tartaruga, isto é, dos ângulos externos, pois, ao contrário dos polígonos regulares, tais ângulos não são todos congruentes. A única orientação necessária foi lembrá-los do artifício de prolongar os lados do paralelogramo, com uma flecha indicando a direção da Tartaruga, para facilitar o reconhecimento e o cálculo do ângulo externo (Figura 49).

Figura 49: Medidas dos ângulos envolvidos na atividade 4 da segunda oficina LOGO.



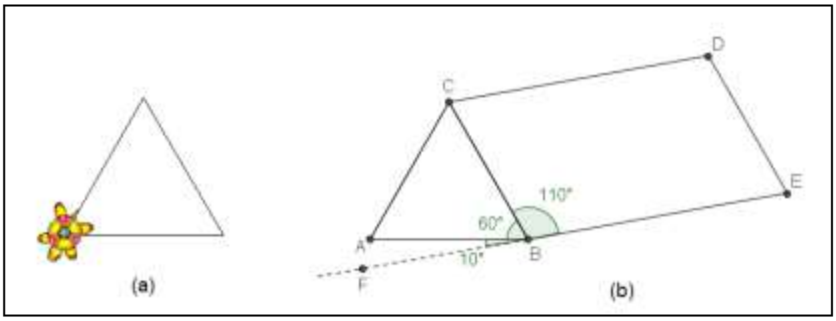
Pela questão do tempo dedicado pela maioria dos alunos às atividades anteriores, uma parcela dos alunos não pôde iniciar esta atividade e outra parcela apenas finalizou a busca pelas medidas dos ângulos indicados na figura. Apenas os alunos B e K conseguiram avançar um pouco na elaboração do procedimento (Figura 50), porém não concluíram esta atividade.

Figura 50: Procedimento incompleto do aluno B para a atividade 4 da segunda oficina LOGO e respectiva resolução gráfica no xLOGO.



Os seis primeiros comandos do procedimento acima referem-se à construção do triângulo equilátero, que o aluno B aproveitou do terceiro triângulo da atividade 3. Até este ponto, a Tartaruga está sobre um dos vértices do triângulo e direcionada paralelamente a um dos lados, como mostra a Figura 51a. Embora o procedimento incompleto registrado tenha gerado apenas parte da figura solicitada, vemos que o aluno utilizou um giro de 10° para a esquerda. Esta é a medida do ângulo $A\hat{B}F$, sendo que a semirreta $\overrightarrow{BF}$ é o prolongamento do segmento $\overline{EB}$ (Figura 51b). Cabe ressaltar que o aluno não solicitou auxílio para encontrar essa medida.

Figura 51: Desdobramento do procedimento do aluno B para a atividade 4 da segunda oficina LOGO.



Façamos uma breve comparação entre as quatro atividades. As atividades 1 e 2 auxiliaram na elaboração do esquema que permite a identificação do ângulo de giro quando este for reto. A terceira atividade mostrou-se uma situação mais complexa, pois o ângulo externo do triângulo não é igual ao ângulo interno, como ocorre no quadrado. A atividade 4, porém, foi além, pois os estudantes estavam imersos numa situação que exigiu uma reorganização do pensamento para solucionar um problema mais geral, ou seja, identificar o ângulo de giro para qualquer trajeto, como, por exemplo, na forma de um paralelogramo. Tal reorganização abrange tentativas, medições e cálculos. Logo, como mencionado no Capítulo 4, esta atividade possibilitou que o aluno passasse de uma situação na qual não dispõe para uma na qual dispõe das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato (VERGNAUD, 1993, p. 2).

Em alguns casos, principalmente para os alunos A e W, em vez de desfazer uma sequência de comandos, sugeri que limpassem a tela, o que causou descontentamento. Quando a Tartaruga não fazia o movimento esperado, W dizia: "*que bicho chato*". Tais exclamações eram respondidas na forma de defesa da Tartaruga, enfatizando que ela "*é muito obediente*", apenas executa os comandos que damos a ela. Em muitos desses momentos, os estudantes questionavam sobre possibilidades de desfazer um último comando, para não ter que começar do zero. Esse fato ratifica a posição de Papert (1988, p. 141 e 142) acerca do benefício que a experiência do computador proporciona às crianças, pois elas passam a buscar corrigir os seus erros, em vez de desconsiderar tudo o que já foi feito. Eles encontraram a solução após diálogos como descrito a seguir:

Professora: O que você quer desfazer?
Aluna A: Eu dei um **PD 30**.
Professora: E como faz para voltar para o lugar onde estava?
Aluna A: Com um **PE 30**!

Dessa forma, eles perceberam que, para desfazer um comando (básico), basta executar o comando inverso e que para apagar um risco na tela gerado por um **PF 50**, por exemplo, basta executar **UB** (*useborracha*) **PT 50** e ligar o lápis novamente com o comando **LP**.

Nesta oficina, por envolver mudanças de direção e rotação, os alunos recorreram muito mais às movimentações corporais do que na primeira oficina, na qual a Tartaruga apenas transladava-se na tela. Na turma 62, houve uma divisão: enquanto que o aluno J se apoiava no desenho, fazendo conjecturas mentais, o aluno Y fazia movimentos com a mão e o braço, imitando os movimentos que Tartaruga deveria executar para construir cada desenho (Figura 52); a aluna A intercalava entre essas duas formas de raciocínio.

Figura 52: Aluno Y movimentando as mãos (à esquerda) e aluno J (à direita).

6.3 Percepção dos alunos

Na seção anterior, foram analisadas observações e considerações sobre as atividades propostas em um ambiente LOGO a estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental, os respectivos processos de resolução e as soluções apresentadas pelos alunos. O objetivo de tais análises consiste em validar a hipótese de que a utilização da linguagem LOGO auxilia a aprendizagem de conteúdos de Geometria.

Consideremos, agora, o encerramento da experiência didática, a saber, as respostas dos estudantes ao questionário, preenchido ao final da segunda oficina, que teve por objetivo conhecer as opiniões dos alunos a respeito do xLOGO. As questões eram as seguintes:

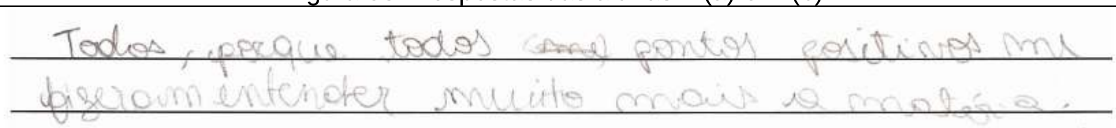
1. *Quais são os pontos positivos do xLOGO? Por quê?*
2. *Quais são os pontos negativos do xLOGO? Por quê?*
3. *Você percebeu conteúdos de matemática na realização das atividades? Quais?*
4. *A utilização do xLOGO auxiliou você na compreensão dos conteúdos de Geometria? Por quê?*
5. *Qual sua opinião sobre o xLOGO?*
6. *Você gostaria que suas aulas de Matemática utilizassem o xLOGO com mais frequência? Acha que pode ajudar na compreensão de outros conceitos de Matemática? Quais?*

As respostas dos alunos foram organizadas nas seguintes categorias: Pontos positivos e opiniões sobre o xLOGO; Pontos negativos do xLOGO; e Conteúdos de Matemática.

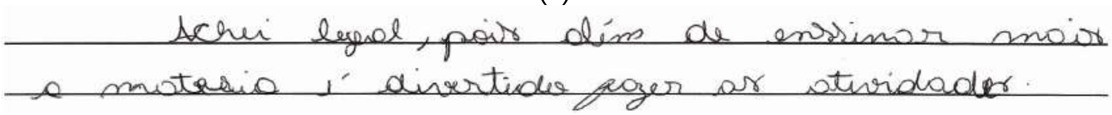
6.3.1 *Pontos positivos e opiniões sobre o xLOGO*

A primeira questão visa o apontamento dos pontos positivos do xLOGO e a quinta solicita a opinião acerca do programa. Todos os estudantes afirmaram que gostaram do xLOGO, principalmente pelo fato de sua utilização tornar a compreensão do conteúdo mais fácil, como mostra a Figura 53.

Figura 53: Respostas das alunas L (a) e A (b).



(a)



(b)

A resposta da aluna A chama a atenção para o aspecto da diversão, como também mostra a Figura 54. Temos, portanto, um indicativo de que o computador, por ser considerado pelos estudantes como objeto de lazer, faz com que o relacionamento com o estudo assuma um novo tom quando entra em contato com áreas que são consideradas interessantes, pois regiões mentais “frias” são aquecidas através do contato com regiões mentais “quentes” (PAPERT, 1994, p. 88 e 89). Em outras palavras, é importante para a aprendizagem estabelecer conexões entre o que se deseja aprender e o que se gosta (PAPERT, 1994, p. 125).

Figura 54: Resposta do aluno J.

me ajudou muito, porque é facil de mexer, e é uma maneira de nós nos divertirmos aprendendo.

Temos, ainda, outra perspectiva: a satisfação em poder colocar, visualizar e manipular no computador o conteúdo estudado na sala de aula tradicional (Figura 55a). Nesse contexto, o estudante tem a sua frente situações que, além de chamarem muito mais a atenção do que uma aula tradicional (Figura 55b), requerem esquemas mais complexos dos que os envolvidos nas meras repetições de exercícios (Figura 55c), proporcionando uma representação do objeto de estudo que, por fim, permite que o conhecimento estudado se torne um conceito (VERGNAUD, 2009, p. 29).

Figura 55: Resposta dos alunos W (a), Y (b) e L (c).

MECHER NO NOT BOCK O CONTEUDO

(a)

Muito bom, ele poderia ser usado em aula.

(b)

Eu acho que ajudará muito mais, do que o conteúdo em aula.

(c)

Voltemos o foco para a afirmação do aluno J (Figura 54) sobre a facilidade de “mexer” no software, que se deve ao fato, já mencionado anteriormente, dos comandos básicos fazerem referência a movimentos corporais e “é com o nosso corpo que pensamos” (VERGNAUD, 1996, p. 11). Para outros estudantes, porém, tal facilidade entra em conflito com os poucos pontos negativos apontados por eles, que serão destacados a seguir.

6.3.2 Pontos negativos do xLOGO

Enquanto que a maioria declarou não ter encontrado pontos negativos para o xLOGO (segunda questão), o aluno B considerou extensos os procedimentos para executar tarefas simples (Figura 56). Uma pequena parcela registrou que a facilidade apontada pelo aluno J cessa no momento de corrigir os erros na programação que não gera o resultado desejado (Figura 57).

Figura 56: Resposta dos alunos B.

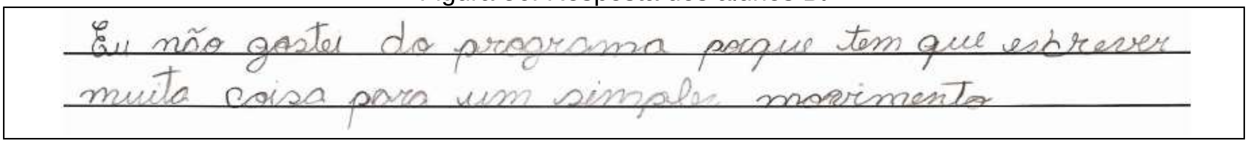
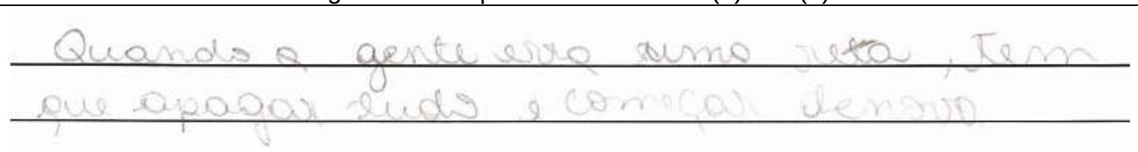
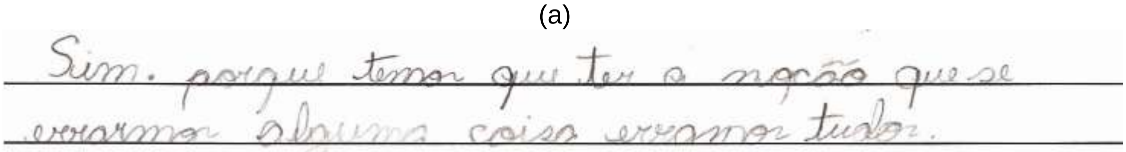

Eu não gostei do programa porque tem que escrever muita coisa para um simples movimento

Figura 57: Resposta dos alunos L (a) e B (b).


Quando a gente erra uma reta, Tem que apagar tudo e começar denovo

(a)


Sim. porque temos que ter a noção que se errarmos alguma coisa erramos tudo.

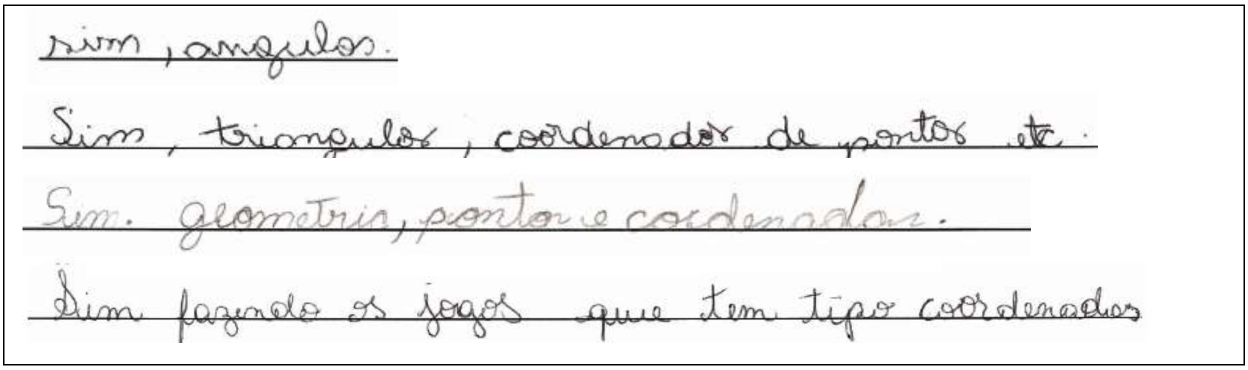
(b)

A afirmação do aluno B (Figura 57b) retrata o pensamento presente na escola de que algo está certo ou errado, ou seja, “aquilo que nós vemos como um bom programa com um pequeno *bug*, a criança vê como ‘errado’, ‘ruim’, ‘um erro’” (PAPERT, 1988, p. 141). Na maioria dos ambientes escolares, enfatiza-se o resultado, em vez do raciocínio do procedimento utilizado para encontrá-lo. Outra evidência da valorização do produto no lugar do processo, discutida a seguir, é a percepção dos conteúdos de matemática presentes na realização das atividades das oficinas.

6.3.3 Conteúdos de matemática

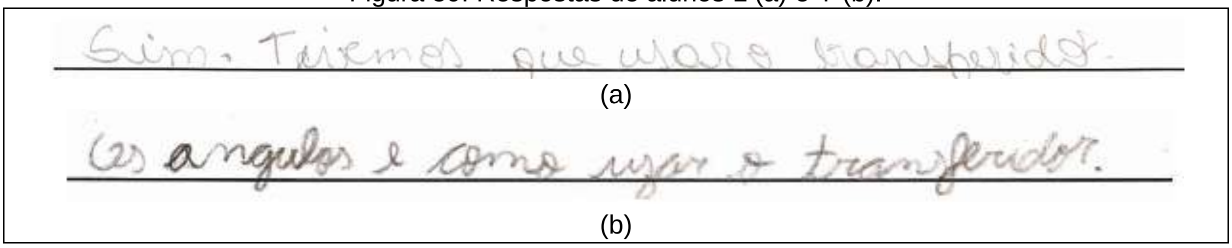
Na terceira pergunta, os estudantes foram convidados a identificar conteúdos de matemática utilizados durante as tarefas no xLOGO. A questão era a seguinte: "*Você percebeu conteúdos de matemática na realização das atividades? Quais?*" Os conteúdos apontados foram: coordenadas de ponto, ângulos e geometria (Figura 58). Observe que, em uma das respostas dadas, o aluno menciona a palavra "jogo", que, nesse caso, assume o sentido de atividade.

Figura 58: Respostas de alunos para a terceira questão.


sim, angulos.
Sim, triangulos, coordenador de pontos etc.
Sim. geometria, pontos e cordenadas.
Sim fazendo os jogos que tem tipo coordenadas

Dentre as respostas dadas, cabe destacar a concepção do uso do transferidor como conteúdo de matemática, registrada pelos alunos L e Y (Figura 59).

Figura 59: Respostas de alunos L (a) e Y (b).


Sim. Tivemos que usar o transferidor.
(a)
Os angulos e como usar o transferidor.
(b)

É possível notar dois aspectos. O primeiro diz respeito à utilidade de um transferidor, isto é, embora os estudantes já tivessem manuseado o transferidor em sala de aula, a afirmação da aluna L demonstra uma diferença entre utilizar um transferidor por ser esta a proposta de uma atividade e o fazer porque foi necessário para agilizar a conclusão de uma atividade, que poderia ser feita sem essa ferramenta, por meio de tentativas. O segundo aspecto é que essa necessidade provocou uma aprendizagem: o aluno Y diz ter aprendido como usar o transferidor durante a oficina.

Como mencionado anteriormente, o propósito desta experiência didática era utilizar o ambiente LOGO como ferramenta de apoio para a aprendizagem de tópicos de Geometria. Embora tenham sido realizadas apenas duas oficinas LOGO – uma para cada tópico –, podemos perceber que o uso do LOGO proporcionou para estes estudantes uma compreensão mais ampla dos conteúdos de Geometria estudados.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em face da apresentação, discussão e análise dos dados coletados durante esta pesquisa, podemos concluir que a utilização da linguagem LOGO se configura como uma ferramenta importante no processo de aprendizagem dos conceitos básicos de Geometria, visto que proporciona um ambiente no qual o estudante, durante a organização de *esquemas* que se fazem necessários na busca de uma solução (não única) para uma *situação*-problema, associa um sentido aos conhecimentos construídos ou não em uma aula tradicional, permitindo que tais conhecimentos se transformem em *conceitos*. Afinal, não faz muito sentido, por exemplo, usar um transferidor simplesmente para medir ângulos de uma figura sem uma finalidade maior.

Além disso, foi perceptível que os estudantes participantes das oficinas LOGO apresentaram uma evolução no que se refere à comunicação de suas ideias, tanto com os colegas quanto com a professora. Após as tentativas de orientar a Tartaruga a fazer o que se deseja, os alunos trocavam ideias com os colegas ou com a professora. O exercício de expressar um pensamento em diferentes linguagens – verbal, corporal e/ou de programação – foi observado pela professora no comportamento dos alunos mesmo após a finalização da experiência.

Não podemos afirmar, contudo, que houve uma aprendizagem por parte de todos os alunos. Por outro lado, os sentimentos dos estudantes em relação aos tópicos de Geometria abordados tornaram-se mais positivos em comparação com o que experimentavam nas aulas regulares. Em outras palavras, a inserção no ambiente LOGO tornou o processo de aprendizagem mais agradável, além de satisfazer a necessidade de uma busca constante por parte dos alunos (pelo menos dos que tive a oportunidade de conviver) por uma resposta à pergunta “*para que eu vou usar isso?*”.

Contudo, temos consciência de que a prática realizada poderia ter sido conduzida de uma forma que oportunizasse uma aprendizagem mais autônoma, na qual o estudante descubra por si um caminho para uma solução de uma situação ou situações, de acordo com a Teoria do Construcionismo de Papert (1994). Essa experiência, no entanto, foi o primeiro passo. Em oficinas futuras, pretendemos seguir por um caminho no qual os conceitos matemáticos sejam construídos pelos alunos ao longo das atividades.

A próxima etapa almejada nesta jornada é a tentativa de implementação em minha escola da ideia de Papert (1994), sobre uma disciplina “Cibernética para crianças”, discutida na seção 3.2. Como a aprendizagem de linguagens de programação não faz parte do currículo escolar das escolas brasileiras, pretendo iniciar um projeto com estudantes do sexto ou sétimo ano do Ensino Fundamental nos moldes das oficinas relatadas neste trabalho, com um enfoque na aprendizagem da programação em LOGO, com o objetivo de investigar os benefícios, em longo prazo, da “ideia de programação estruturada como um princípio matético, ou seja, como uma contribuição à aprendizagem” de uma forma geral (PAPERT, 1988, p. 131).

Iniciativas como essas serão possíveis se cada um, em seu espaço de atuação, mostrar-se disposto a mudanças. Estas mudanças podem não utilizar a linguagem LOGO, mas qualquer outro recurso que utilize programação de computadores. Este trabalho apresenta o início de uma caminhada, uma proposta que transforma o espaço da sala de aula em um ambiente mais propício para a construção de conhecimento matemático.

REFERÊNCIAS

BARANAUSKAS, M.C.C. **Conceitos geométricos através da linguagem LOGO.** Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, 1981. Disponível em http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000052100&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

CAMPOS, S.A. **O Desenho e a Linguagem Computacional LOGO: promovendo o desenvolvimento de processos criativos.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2000. Disponível em http://cutter.unicamp.br/document/index.php?did=10910&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

DIAS, A.G.L. **O Jogo da Tartaruga: um jogo para encenar LOGO**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1998. Disponível em http://cutter.unicamp.br/document/index.php?did=2579&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

DOLCE, O. **Fundamentos de matemática elementar: geometria plana.** In: Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana 8. ed. São Paulo: Atual, 2005.

FERRAZ, G.M.B. **O Uso do Computador na Aprendizagem Escolar de Alunos com Deficiência Mental.** Dissertação (Mestrado em Neurociências) – Programa de Pós-Graduação em Neurologia/Neurociências, Faculdade de Ciências Médicas, Universidade Estadual de Campinas, 1998. Disponível em http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000128864&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

FREIRE, F.M.P. **Enunciação e Discurso: a linguagem de programação Logo no discurso afásico.** Dissertação (Mestrado em Linguística) – Curso de Linguística, Instituto de Estudos da Linguagem, Universidade Estadual de Campinas, 1999. Disponível em http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000199295&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

GARCIA, M.F. **Ambiente LOGO e Interdisciplinaridade: A Concepção dos Professores.** Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1995.

Disponível em http://cutter.unicamp.br/document/index.php?did=17094&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

HOFFMANN, D.S. **Aprender matemática: tornar-se sujeito da sociedade em rede**. Dissertação (Mestrado em Psicologia Social e Institucional) – Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em http://hdl.handle.net/10183/7737 – Acesso em 14/01/2013.

MARTINS, E. F. **Robótica na sala de aula de matemática: os estudantes aprendem Matemática?** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em http://hdl.handle.net/10183/69934 – Acesso em 08/08/2013.

MISKULIN, R.G.S. **Concepções Teórico-Metodológicas sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria.** Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1999. Disponível em http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000246712&opt=4 – Acesso em 06/08/2013.

MOREIRA, A. M. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** In: Investigações em Ensino de Ciências, v.7, n.1, p.7-29, janeiro de 2002. Disponível em http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf - Acesso em 08/04/2013.

PAPERT, S. A. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PAPERT, S. A. **LOGO: computadores e educação**. 3ª ed. São Paulo: Brasiliense, 1988.

PAVANELLO, R.M. **O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1989. Disponível em http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000045423&opt=4 – Acesso em 17/09/2012.

PEREIRA, F. A. **Considerações sobre o Ensino de Geometria: uma proposta didática com a utilização da linguagem LOGO.** In: XVI EBRAPEM - Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2012, Canoas. Anais do XVI EBRAPEM. Canoas: ULBRA, 2012. Disponível em http://matematica.ulbra.br/ocs/index.php/ebrapem2012/xviebrapem/paper/view/421/314 – Acesso em 14/01/2013.

PINTO, A.S. **Scratch na aprendizagem de Matemática no 1º ciclo do Ensino Básico: estudo de caso na resolução de problemas.** Dissertação (Mestrado em Estudos da Criança – Tecnologias de Informação e Comunicação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Instituto de Educação, Universidade do Minho, 2010. Disponível em http://hdl.handle.net/1822/14538 - Acesso em 06/08/2013

SANTOS, R.P. **TATI - Uma interface textual amigável para o Second Life**. RENOTE. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 10, p. 3, 2012. Disponível em http://seer.ufrgs.br/renote/article/view/30865/19221 – Acesso em 14/01/2013.

TROVON, A. L.; REIS, L. F. **Aplicando a Matemática – 7º ano**, 3ª Ed., São Paulo: CPB, 2009a.

TROVON, A. L.; REIS, L. F. **Aplicando a Matemática – 8º ano**, 3ª Ed., São Paulo: CPB, 2009b.

VALENTE, Wagner R. **A matemática: de saber técnico para cultura geral escolar**. In: ____. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). São Paulo: Annablume, 1999. p. 109-128.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. p. 1-26, 1993.

VERGNAUD, G. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. Revista do GEMPA, Porto Alegre, n.4, p. 9-19, 1996.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: MUNIZ, C.A. BITTAR, M. (Orgs.) **A aprendizagem de matemática na perspectiva dos Campos Conceituais.** Curitiba: CRV, p. 13-36, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – PRODUTO TÉCNICO

PARTE 1 - Atividades realizadas nas oficinas LOGO com turmas de 7º ano

A sequência de atividade a seguir foi desenvolvida e implementada como parte da pesquisa referente à dissertação Aprendizagem de tópicos de geometria em ambiente LOGO: uma proposta didática para os Anos Finais do Ensino Fundamental. Ao final de cada oficina, os materiais eram recolhidos para compor os dados para a pesquisa.

PRIMEIRA OFICINA

Tema: Coordenadas Cartesianas de Pontos

PROJETO LOGO – MATEMÁTICA – 6ª SÉRIE (7º ANO)

Vamos utilizar o *xLOGO*, um software utilizado para muitas coisas, inclusive para aprender Geometria. O xLOGO é gratuito e não precisa instalar, é só abrir e usar! Você pode baixar o arquivo do xLOGO no **blog da Profª Flávia**.

Nesse programa, temos uma tartaruga, chamada *tat*, para quem devemos dar todos os comandos para fazer o desejamos, que, no nosso caso, são desenhos geométricos.

1) COORDENADAS DE PONTOS

No xLOGO, existe um plano cartesiano "escondido". Para fazê-lo aparecer ou desaparecer, use os comandos abaixo:

Comando	Código	Função (o que faz?)
eixo	eixo **n**	Traça os eixos x e y com espaçamento igual a **n** passos de tartaruga. Exemplo: **eixo 50** – os eixos aparecem com marcações de 50 em 50 e a *tat* fica na origem do plano cartesiano (figura A).
semeixo	semeixo	Apaga os eixos.
grade	grade **a b**	Exibe uma grade na área de desenho com retângulos de largura **a** e altura **b**. Exemplo: **grade 25 25** – aparece a grade, onde cada quadradinho tem lado 25 (figura B).
semgrade	semgrade	Apaga a grade.

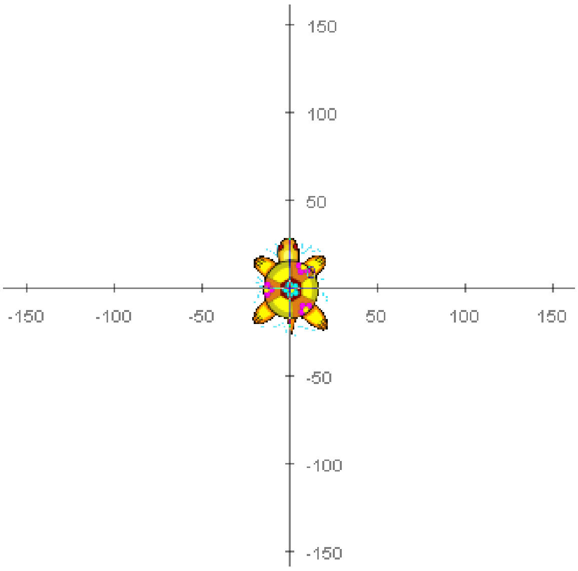


Figura A

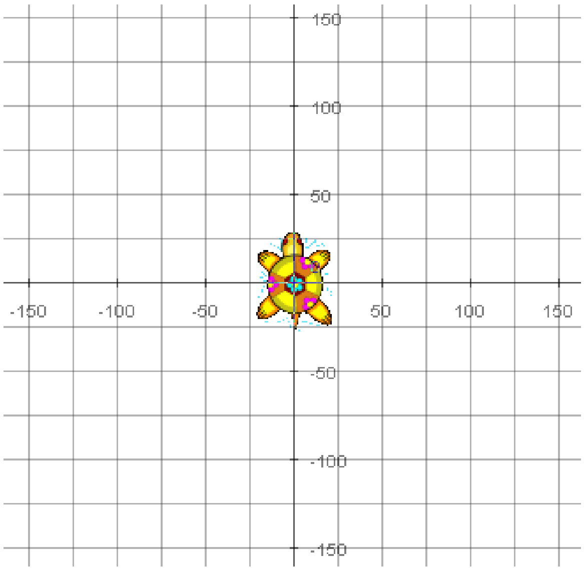


Figura B

E a *tat* conhece as coordenadas de um ponto! Basta usar o comando **mudexy**, informando as coordenadas do ponto para onde a tat deve ir, colocando primeiro a coordenada x seguida pela coordenada y.

Exemplos:

- **mudexy 50 100** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy -30 120** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy 0 (-110)** → a tat vai para o ponto (____ , ____)
- **mudexy 60 0** → a tat vai para o ponto (____ , ____)

Você percebeu que quando a *tat* se move para um ponto, ela faz um risco? Para que isso não aconteça, use o comando **usenada** (ou **un**). Para que a *tat* volte a riscar quando andar, use o comando **uselápis** (ou **ul**).

<u>Exercícios</u>:

1) Observe a figura abaixo:

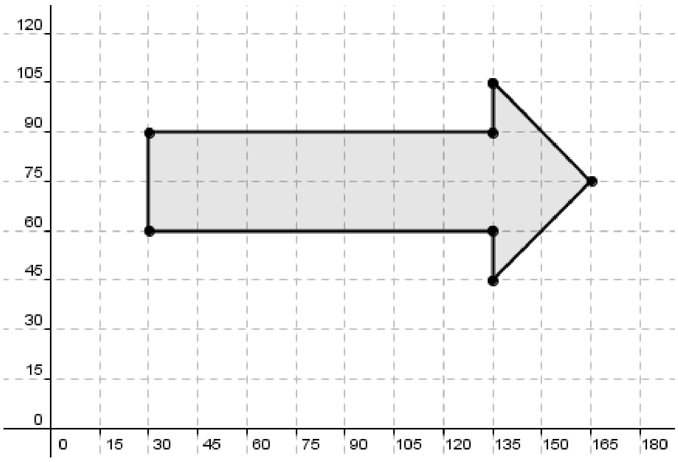
a) Escreva as coordenadas dos pontos que são vértices dela.

____

____

____

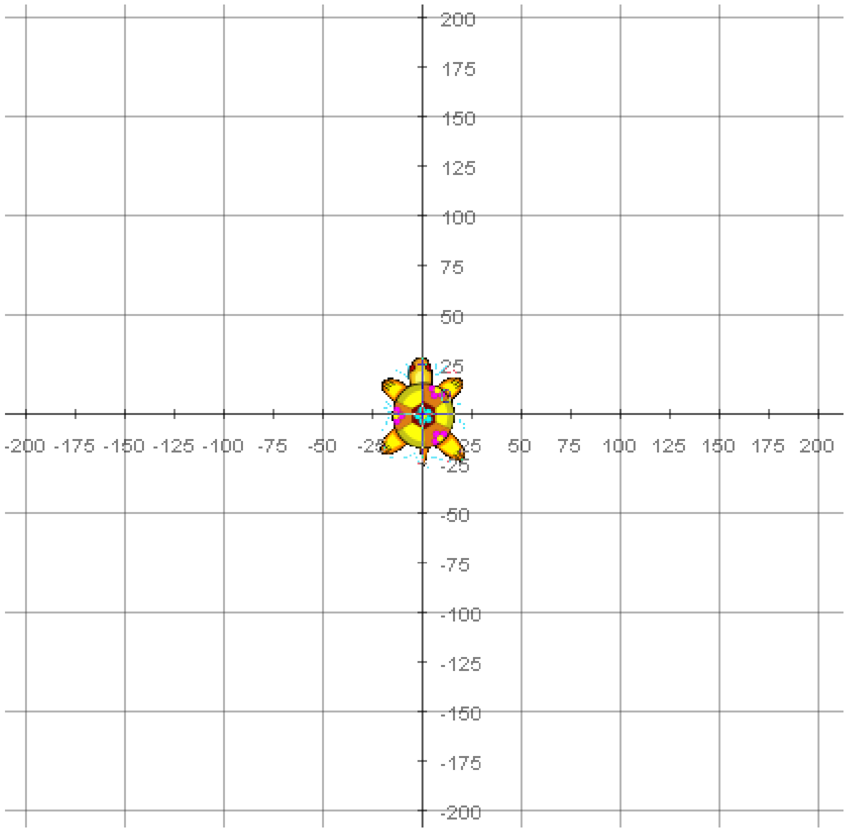
b) Utilizando o comando **mudexy**, crie um procedimento para desenhar a figura no xLOGO.



2) Utilizando o comando **mudexy**, crie no xLOGO um procedimento para desenhar um retângulo com 175 de comprimento e 100 de largura.

Dica: Use a figura abaixo como auxílio e escreva os comandos no seu caderno.

3) Utilizando o comando **mudexy**, crie no xLOGO um procedimento para desenhar um quadrado de lado 200, cujo centro do quadro coincida com a origem do plano cartesiano.
Dica: Use a figura abaixo como auxílio e escreva os comandos no seu caderno.



SEGUNDA OFICINA

Tema: Ângulos

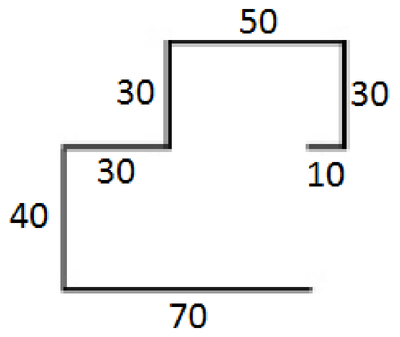
PROJETO LOGO – MATEMÁTICA – 6ª SÉRIE (7º ANO)

2) Conhecendo mais o xLOGO – ÂNGULOS

Hoje vamos conhecer os comandos básicos do xLOGO.

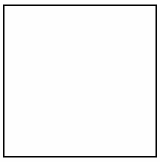
Comando	Código	Função (o que faz?)
parafrente	pf **n**	Move a *tat* para frente **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pf 100
paratrás	pt **n**	Move a *tat* para trás **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pt 150
paradireita	pd **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pd 30
paraesquerda	pe **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pe 40
usenada	un	A *tat* não riscará a tela ao se mover.
uselápis	ul	A *tat* riscará a tela ao se mover.
useborracha	ub	A *tat* apagará o que ela encontrar ao passar por cima.
lápispinta	lp	A *tat* utiliza lápis para riscar com sua cor normal (preta). É o contrário do comando ub.
limpedesenho	ld	Limpa todos os desenhos na tela e coloca a *tat* de volta no centro.
limpetexto	lt	Limpa tudo que estiver escrito na linha de comandos e no histórico.

<u>Exercício 1</u>: Execute os comandos necessários para a *tat* reproduzir os desenhos abaixo.



ESCREVA AQUI OS COMANDOS:

Exercício 2: Crie um procedimento no xLOGO para construir um quadrado cujo lado mede 60.

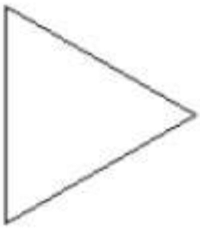


ESCREVA AQUI OS COMANDOS:

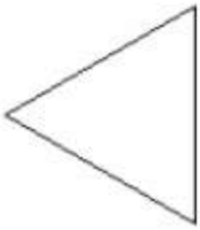
Exercício 3:

a) Com um transferidor, encontre a medida de cada um dos ângulos internos dos triângulos abaixo.
b) Crie um procedimento no xLOGO para construir cada um dos triângulos equiláteros de lado 150 abaixo.

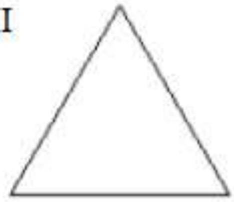
I



II



III

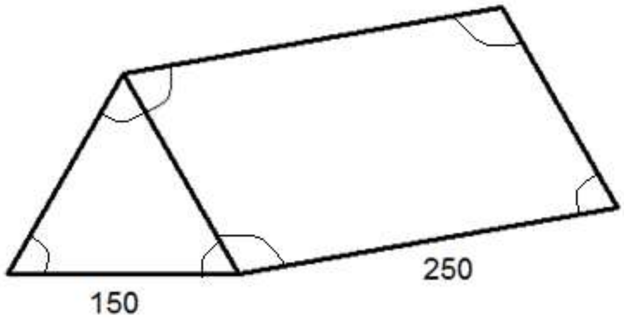


ESCREVA AQUI OS COMANDOS:

Figura I	Figura II	Figura III

Exercício 4:

a) Com um transferidor, encontre a medida de cada um dos ângulos internos da figura abaixo.
b) Crie um procedimento no xLOGO para construir a figura abaixo, formada por paralelogramo e um triângulo equilátero.



PARTE 2 - Atividades realizadas nas oficinas LOGO com turmas de 8º e 9º anos

Serão apresentados a seguir os materiais entregues para os estudantes de oitavo e nono anos com as atividades realizadas durante as oficinas do Projeto xLOGO, realizado de 01/09/2011 a 06/10/2011. O software escolhido também foi o xLOGO. O projeto foi desenvolvido nos mesmos moldes das oficinas da experiência didática deste trabalho, sendo que as oficinas eram realizadas no horário de aula regular (com duração de duas horas-aula cada) e com as turmas completas, razão pela qual os estudantes se organizavam em duplas.

Os conteúdos abordados durante o projeto foram: para oitavo ano, Ângulos Complementares e Suplementares, Ângulos em Triângulos e Polígonos, Polígonos Regulares, Círculos e Circunferências; para nono ano, Triângulos Retângulos (Teorema de Pitágoras, demais Relações Métricas, Trigonometria). Muitas das figuras a serem construídas foram retiradas de atividades dos livros didáticos utilizados pela escola (TROVON; REIS, 8º e 9º anos, 2009).

Nas turmas de oitavo ano, foram realizadas seis oficinas semanais, realizadas quase sempre em uma quinta-feira. Com a turma de nono ano, foram apenas quatro oficinas, devido aos feriados do mês de setembro e outras atividades da Escola que eram realizadas nos dias de oficina. Nas semanas em que não haveria oficina, a apresentação da tarefa era feita com a utilização de projetor multimídia na sala de aula, onde eram dadas as instruções para a realização da atividade, que deveria ser feita em casa ou na escola. A primeira oficina, para ambas as séries, foi destinada a familiarização com o programa.

A entrega de cada Tarefa, no final da respectiva oficina ou em data posterior, poderia ser feita de duas maneiras: registro em uma folha branco do(s) procedimento(s) construído(s) para a Tarefa; ou por e-mail para a professora, copiando o(s) procedimento(s) no xLOGO e colando no corpo do texto do e-mail.

Todo o material a seguir, incluindo endereço para download do software xLOGO, foi disponibilizado para os estudantes no blog institucional da professora (http://blog.educacaoadventista.org.br/prof_flavia_mat).

OFICINAS PARA O 8º ANO

Primeira Oficina

Tema: Familiarização com os comandos básicos.

PROJETO LOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

Vamos começar o nosso Projeto de Matemática usando o *xLOGO*, um software utilizado para muitas coisas, inclusive para aprender Geometria. O xLOGO é gratuito e não precisa instalar, é só abrir e usar! Você pode baixar o arquivo do xLOGO no **blog da Profª Flávia**.

OFICINA 1: Conhecendo o xLOGO

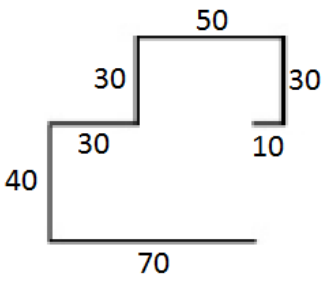
Nesse programa, temos uma tartaruga, chamada *tat*, para quem devemos dar todos os comandos para fazer o desejamos, que, no nosso caso, são desenhos geométricos.

COMANDOS BÁSICOS DO xLOGO

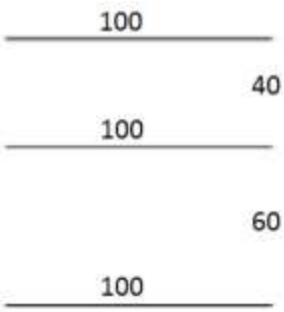
Comando	Código	Função (o que faz?)
parafrente	pf **n**	Move a *tat* para frente **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pf 100
paratrás	pt **n**	Move a *tat* para trás **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pt 150
paradireita	pd **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pd 30
paraesquerda	pe **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pe 40
usenada	un	A *tat* não riscará a tela ao se mover.
uselápis	ul	A *tat* riscará a tela ao se mover.
useborracha	ub	A *tat* apagará o que ela encontrar ao passar por cima.
lápispinta	lp	A *tat* utiliza lápis para riscar com sua cor normal (preta). É o contrário do comando ub.
limpedesenho	ld	Limpa todos os desenhos na tela e coloca a *tat* de volta no centro.
limpetexto	lt	Limpa tudo que estiver escrito na linha de comandos e no histórico.
círculo	circ R	Desenha um círculo de raio **R** (a tat é o centro do círculo). Exemplo.: circ 80
arco	arco R a b	Desenha um arco de círculo de raio **R** ao redor da tat entre os ângulos **a** e **b** dela (a tat é o centro do círculo). Exemplo: arco 150 20 80

Exercício: Execute os comandos necessários para a *tat* reproduzir os desenhos abaixo.

a)



b)



Usando o Editor

Podemos programar a *tat* para fazer os desenhos que queremos! Clique no botão **Editor** para abrir a janela que podemos chamar de "cérebro da *tat*", pois é aí que vamos ensiná-la a fazer os desenhos que queremos, vamos ensiná-la um **procedimento** (uma sequência de comandos para fazer alguma coisa).

Com a janela **Editor** aberta, devemos:

1. escrever a palavra *aprenda*
2. dar um espaço
3. escrever o nome que quisermos dar para o procedimento (vamos escolher o nome *desenho*)
4. ir para a próxima linha (dar um Enter)
5. escrever a sequência de comandos que a *tat* deve seguir para fazer o desenho (os comandos podem ser escritos um embaixo do outro ou todos na mesma linha mas separados por espaços)
6. ir para a próxima linha (dar um Enter)
7. escrever a palavra *fim*, para a *tat* entender que as instruções para o desenho terminaram

Por fim, clicamos no botão que tem a *tat* (à esquerda do botão com um círculo vermelho) para gravar o procedimento que ensinamos e fechar o Editor. Para a *tat* desenhar o que acabamos de ensiná-la, na linha de Comandos escrevemos o nome do procedimento *desenho* e damos um Enter.

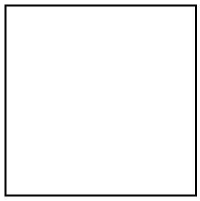
Para ensinar outro procedimento, depois da palavra *fim*, dê um Enter e, na linha seguinte, comece o próximo procedimento: escreva aprenda, etc. Para salvar os seus procedimentos no computador, você deve clicar no **menu Arquivo >> Guardar como**. Para abrir o arquivo depois, você deve estar com o xLOGO aberto e ir no **menu Arquivo >> Abrir** e procurar o arquivo na pasta onde você salvou.

Atividades – Tarefa O1

1. Construa:

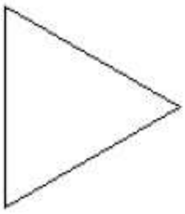
a) um quadrado.

b) um quadrado cujo perímetro mede 204.

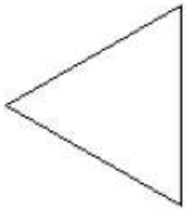


2. Construa triângulos equiláteros de lado 150 em cada uma das posições abaixo:

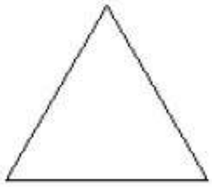
a)



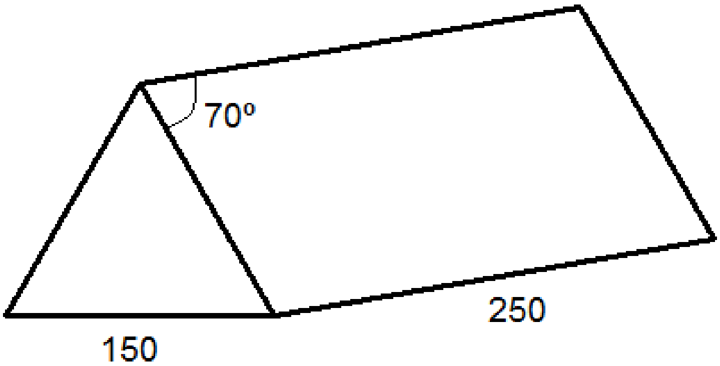
b)



c)



3. Desenha a figura abaixo, formada por paralelogramo e um triângulo equilátero.



Segunda Oficina

Tema: Ângulos.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

OFICINA 2: Aplicando os conhecimentos – Ângulos

Atividades – Tarefa O2

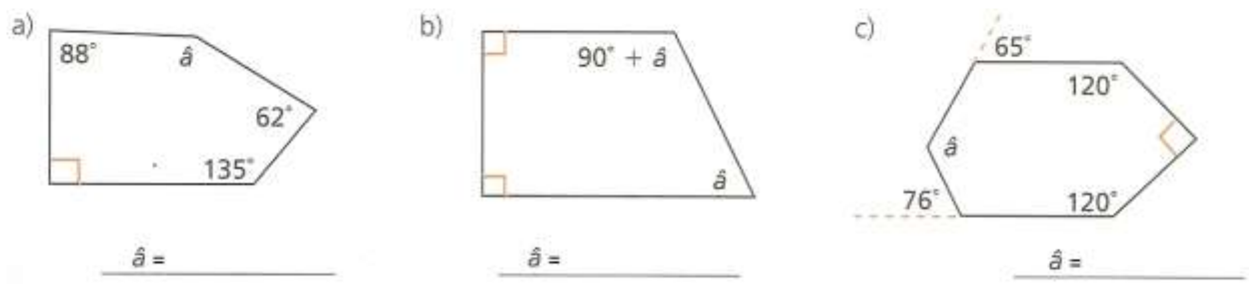
1) *(exercício 36, página 74)* Um ciclista saiu pedalando no sentido norte percorreu 100 metros. Em seguida, virou 38º para a direita, depois virou 57º para a esquerda e, finalmente, girou 9º para a direita. Supondo que a *tat* é o ciclista e que cada metro percorrido é um passo dela, faça o solicitado abaixo:

a) Crie um procedimento que represente a trajetória do ciclista.

b) Para voltar a pedalar no sentido norte, quantos graus e para qual lado o ciclista deve virar?

2) *(exercício 49, página 79)* Em cada item, determine a medida do ângulo â e crie um procedimento para desenhar a figura.

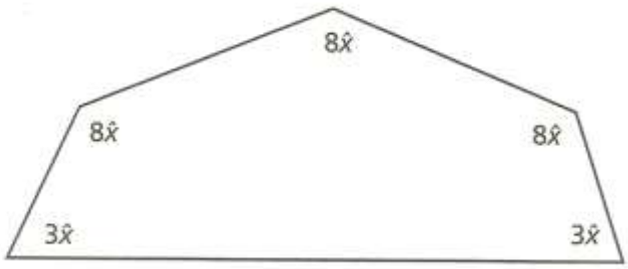
Para saber a medida dos lados, meça cada lado com uma régua e multiplique as medidas por 10 para facilitar a visualização (ao multiplicar as medidas por 10, estamos, na verdade, medindo em milímetros!).



3) *(exercício 50, página 79)* Descubra o valor de x para encontrar a medida de um dos ângulos internos do polígono abaixo. Depois, crie um procedimento para desenhá-lo.

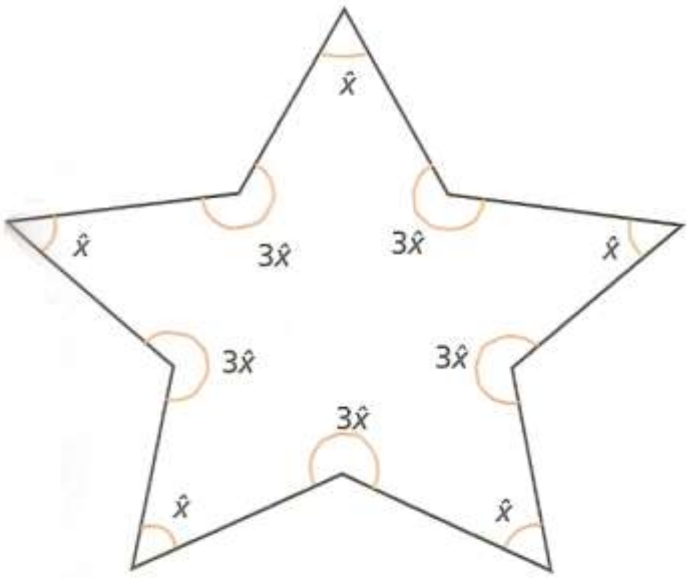
Para saber a medida dos lados, meça cada lado com uma régua e multiplique as medidas por 10 para facilitar a visualização.

$\hat{x} =$



4) *(Desafio, página 81)* Descubra o valor de x para encontrar a medida de um dos ângulos internos da estrela abaixo. Depois, crie um procedimento para desenhá-la.

Para saber a medida dos lados, meça cada lado com uma régua e multiplique as medidas por 10 para facilitar a visualização.



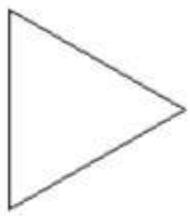
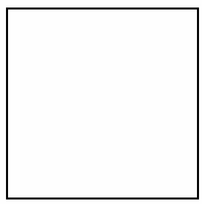
Terceira Oficina

Tema: Polígonos regulares.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

OFICINA 3: Polígonos regulares

Na tarefa O1, construímos quadrados e triângulos equiláteros. Vamos relembrar os procedimentos para fazê-los (vamos supor que o lado de cada figura mede 100, por exemplo):

Figura	**Procedimento (não é a única resposta!)**
	aprenda triangulo pf 100 pd 120 pf 100 pd 120 pf 100 pd 120 fim
	aprenda quadrado pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 fim

Note que tem algumas sequências de comandos que se repetem:

- no triângulo, a sequência **pf 100 pd 120** se repete **3 vezes**
- no quadrado, a sequência **pf 100 pd 90** se repete **4 vezes**

Será que existe uma maneira de simplificar as coisas, para não termos de ficar repetindo várias vezes a mesma sequência de comandos? Tem sim! Quando queremos que uma determinada sequência de comandos seja repetida **n vezes**, é mais fácil e prático usar o comando **repita**:

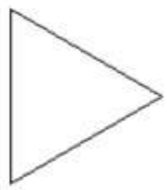
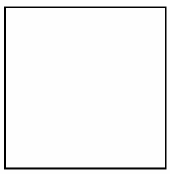
repita n [*sequência de comandos a ser repetida n vezes*]

ou seja:

1. escrevemos **repita**
2. damos um espaço
3. colocamos o nº de vezes que queremos que a sequência de comandos se repita
4. damos um espaço
5. abrimos colchetes
6. escrevemos a sequência de comandos a ser repetida
7. fechamos colchetes

Atividades – Tarefa O3

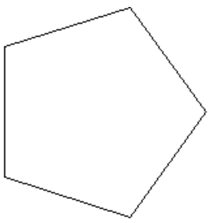
1) Usando o Editor, ensine a *tat* a desenhar o triângulo equilátero e o quadrado, criando os procedimentos triangulo e quadrado abaixo. Em seguida, refaça esses procedimentos usando, agora, o comando **repita** e preencha a tabela abaixo (os procedimentos estão com outros nomes para não perder os que já foram feitos).

Figura	Procedimento	Procedimento com o comando repita
a) 	aprenda triangulo pf 100 pd 120 pf 100 pd 120 pf 100 pd 120 fim	aprenda triangulo2 fim
b) 	aprenda quadrado pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 pf 100 pd 90 fim	aprenda quadrado2 fim

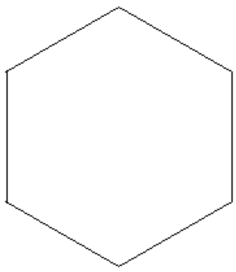
2) Usando o Editor, crie um procedimento usando o comando **repita** para desenhar cada um dos polígonos regulares abaixo.

Dicas:
1. Para achar as medidas dos ângulos internos, use a fórmula da soma dos ângulos internos de um polígono.
2. Lembre-se de que os ângulos internos **NÃO** são os ângulos que a tat gira para fazer o polígono. A tat desenha os polígonos por fora, então precisamos dos ângulos de fora para fazer os giros! Lembre-se dos ângulos suplementares!
3. Se não conseguir fazer os procedimentos direto com o comando **repita**, tente fazer comando por comando e, depois, veja como usar o comando **repita**.

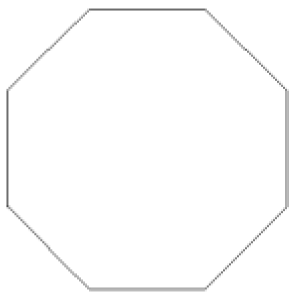
a) Pentágono de lado 70



b) Hexágono de lado 80



c) Octógono de lado 50



Quarta Oficina

Tema: Uso de cores, conciliando Matemática e Arte.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

OFICINA 4: Usando Cores

No xLOGO, existem comandos para alterar a cor do lápis e do fundo. São eles:

Comando	Código	O que faz?
mudecordofundo	mudecf **n**	Muda a cor do fundo da tela para a cor número **n**.
mudecordolápis	mudecl **n**	Muda a cor do lápis para a cor número **n**
pinte	pinte	Pinta a região onde a tat estiver (funciona como o baldezinho do Paint para pintar figuras)

TABELA DE CORES BÁSICAS

Número	Cor	Número	Cor	Número	Cor
0	preto	6	ciano	13	laranja
1	vermelho	7	branco	14	salmão
2	verde	8	cinza escuro	15	roxo
3	amarelo	9	cinza claro	16	marrom
4	azul	10	marrom escuro		
5	rosa	11	verde escuro		

Exemplos:

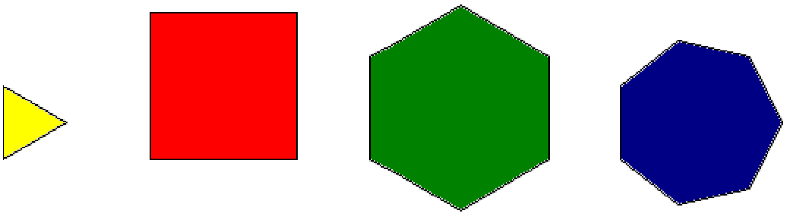
Procedimento	Resultado de cada comando do Procedimento
a) aprenda exemplo1 circ 100 mudecl 3 pinte fim	 → Desenha uma circunferência de raio 100 → Muda a cor do lápis para AMARELO. → Pinta a circunferência
b) aprenda exemplo2 mudecl 1 circ 150 mudecl 3 pinte fim	 → Muda a cor do lápis para VERMELHO. → Desenha uma circunferência vermelha de raio 150 → Muda a cor do lápis para AMARELO. → Pinta a circunferência
c) aprenda exemplo3 arco 200 0 80 mudecl 11 pinte fim	 → Desenha um arco de raio **200** entre os ângulos **0°** e **80°** → Muda a cor do lápis para VERDE ESCURO. → Pinta a tela, porque a tat não está dentro numa figura fechada.

<u>Exercícios</u>:

1) Usando o Editor, crie um procedimento para desenhar cada um dos polígonos regulares abaixo (em todos, o contorno é preto):

Dica: Primeiro, faça o polígono e, depois, coloque a *tat* dentro dele para poder pintar (não necessariamente bem no centro do polígono).

a) um triângulo de lado 50 pintado de amarelo
b) um quadrado de lado 100 pintado de vermelho
c) um hexágono de lado 80 pintado de verde
d) um heptágono de lado 70 pintado de azul

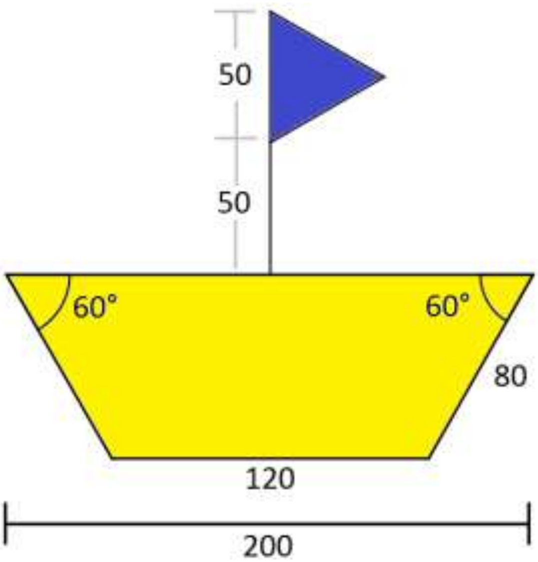


2) Edite os procedimentos do exercício anterior para mudar a cor do contorno:

a) do triângulo para vermelho
b) do quadrado para azul
c) do hexágono para rosa
d) do heptágono para cinza claro

<u>Atividade – Tarefa O4</u>

Usando o Editor e o comando **mudecl**, crie um procedimento para desenhar o barquinho abaixo pintado com as cores solicitadas (a bandeirinha azul é um triângulo equilátero):



Quinta Oficina

Tema: Circunferências e Círculos.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

OFICINA 5: Circunferências e Círculos

Já vimos que no xLOGO existe um comando para desenhos circunferências, é o comando **circ**. Existem também o comando arco para desenhar arcos (pedaços de circunferências).

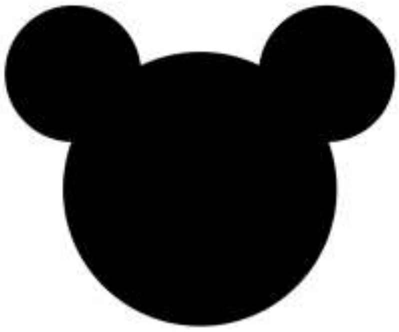
Exemplos: **circ 110** desenha uma circunferência de raio 110.
arco 135 0 90 desenha um arco de raio 135 e 90° (metade da metade de uma circunferência)

<u>Exercício</u>:

Usando o Editor, desenhe as figuras abaixo (sobre as medidas, você decide quais são as mais apropriadas):

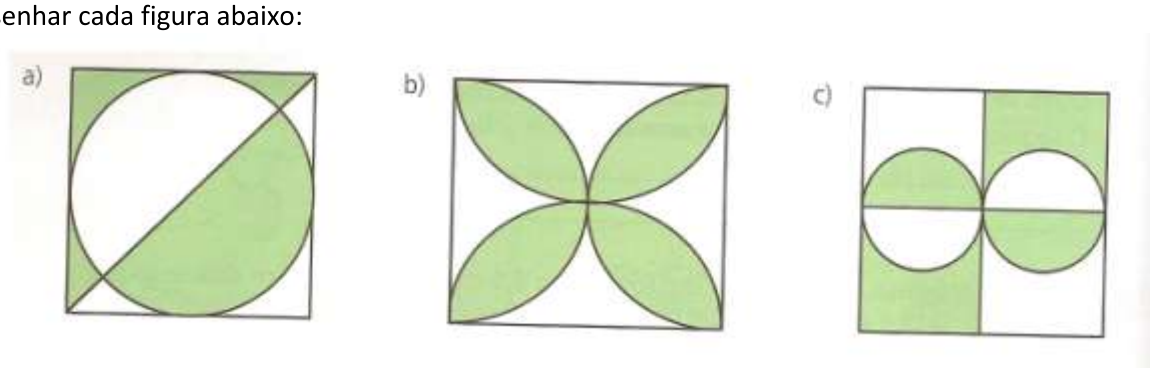
a) um alvo

b) o Mickey



<u>Atividade – Tarefa O5</u>

(Exercício 15, página 142) Usando o Editor e o comando **mudecl**, crie um procedimento para desenhar cada figura abaixo:



Sexta Oficina

Tema: Trabalho Final, com o objetivo de construir um cenário composto por figuras geométricas estudadas durante as oficinas anteriores.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 7ª SÉRIE (8º ANO)

OFICINA 6: TRABALHO FINAL – FIGURAS GEOMÉTRICAS

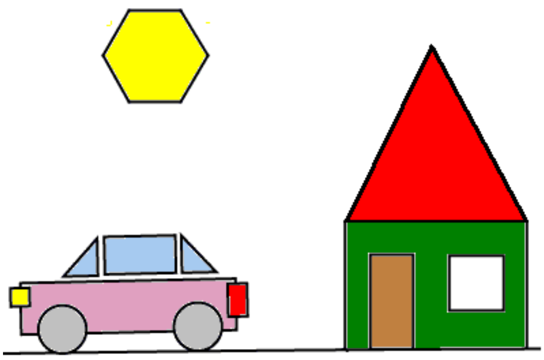
COMANDO (exemplo)	O que faz?
pf 100	A tat anda 100 passos **para frente**.
pt 100	A tat anda 100 passos **para trás**.
pd 65	A tat gira 65° **para direita**.
pe 65	A tat gira 65° **para esquerda**.
un	A tat não **usa nada** para desenhar.
ul	A tat **usa lápis** para desenhar.
circ 130	A tat desenha uma **circunferência** de raio 130 e ela fica no centro.
repita 7 [pd 45 pf 35]	A tat **repete** 7 vezes a sequência de comandos que está dentro do colchetes.
mudecl 6 OU **mudecl** rosa	A tat **muda a cor do lápis** para rosa. Para as cores básicas, você pode colocar o código da cor ou o nome.
pinte	A tat **pinta** a região onde ela estiver dentro.

<u>TRABALHO FINAL – ENTREGA NO DIA 11/10/2011</u>

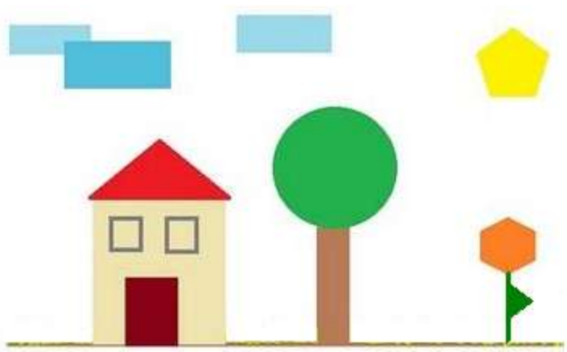
Usando o Editor e os comandos que aprendemos, crie um procedimento para desenhar a figura abaixo com as cores desejadas (sobre as medidas, você decide quais são as mais apropriadas).

É obrigatório o uso do comando **mudecl** para mudar a cor do lápis. Não vale mexer no Menu do programa para fazer isso!

Turma 71:



Turma 72:



OFICINAS PARA O 9º ANO

Primeira Oficina

Tema: Familiarização com os comandos básicos.

PROJETO LOGO – MATEMÁTICA – 8ª SÉRIE (9º ANO)

Vamos começar o nosso Projeto de Matemática usando o *xLOGO*, um software utilizado para muitas coisas, inclusive para aprender Geometria. O xLOGO é gratuito e não precisa instalar, é só abrir e usar! Você pode baixar o arquivo do xLOGO no **blog da Profª Flávia**.

OFICINA 1: Conhecendo o xLOGO

Nesse programa, temos uma tartaruga, chamada *tat*, para quem devemos dar todos os comandos para fazer o desejamos, que, no nosso caso, são desenhos geométricos.

COMANDOS BÁSICOS DO xLOGO

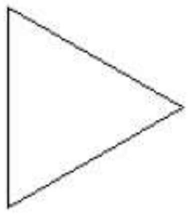
Comando	Código	Função (o que faz?)
parafrente	pf **n**	Move a *tat* para frente **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pf 100
paratrás	pt **n**	Move a *tat* para trás **n** passos na direção que ela está apontando. Exemplo: pt 150
paradireita	pd **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pd 30
paraesquerda	pe **k**	Gira a *tat* **k** graus para a direita em relação à direção que ela está apontando. Exemplo: pe 40
usenada	un	A *tat* não riscará a tela ao se mover.
uselápis	ul	A *tat* riscará a tela ao se mover.
useborracha	ub	A *tat* apagará o que ela encontrar ao passar por cima.
lápispinta	lp	A *tat* utiliza lápis para riscar com sua cor normal (preta). É o contrário do comando ub.
limpedesenho	ld	Limpa todos os desenhos na tela e coloca a *tat* de volta no centro.
limpetexto	lt	Limpa tudo que estiver escrito na linha de comandos e no histórico.
círculo	circ R	Desenha um círculo de raio **R** (a tat é o centro do círculo). Exemplo.: circ 80
arco	arco R a b	Desenha um arco de círculo de raio **R** ao redor da tat entre os ângulos **a** e **b** dela (a tat é o centro do círculo). Exemplo: arco 150 20 80

Exercício: Execute os comandos necessários para a *tat* construir os desenhos abaixo:

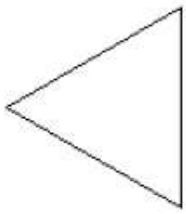
1. Construa um quadrado.

2. Construa triângulos equiláteros de lado 150 em cada uma das posições abaixo:

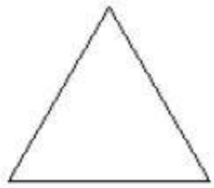
a)



b)

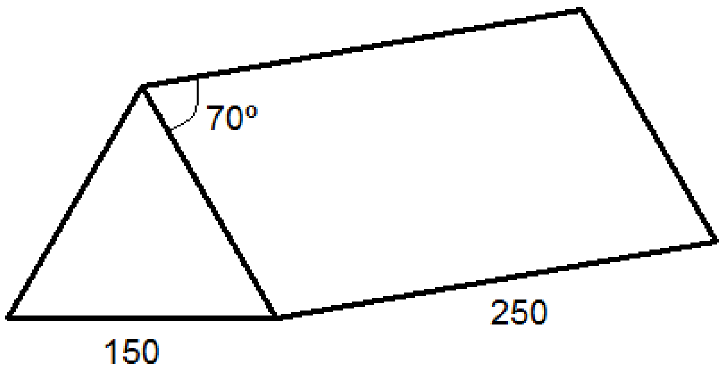


c)



<u>Atividades – Tarefa O1</u>

Construa a figura abaixo, formada por paralelogramo e um triângulo equilátero.



Segunda Oficina

Tema: Uso do Editor de procedimentos, Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 8ª SÉRIE (9º ANO)

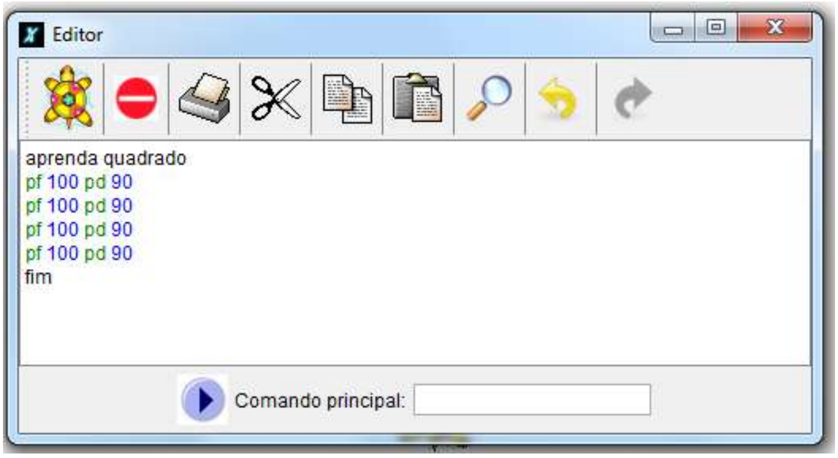
OFICINA 2: Usando o Editor / Triângulos Retângulos

Usando o Editor

Podemos programar a *tat* para fazer os desenhos que queremos! Clique no botão **Editor** para abrir a janela que podemos chamar de "cérebro da *tat*", pois é aí que vamos ensiná-la a fazer os desenhos que queremos, vamos ensiná-la um **procedimento** (uma sequência de comandos para fazer alguma coisa).

Exemplo: Vamos criar um procedimento para fazer um quadrado de lado igual a 100. Com a janela **Editor** aberta, devemos:

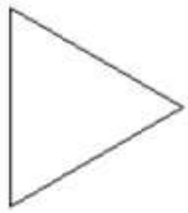
1. escrever a palavra *aprenda*
2. dar um espaço
3. escrever o nome que quisermos dar para o procedimento (vamos escolher o nome *quadrado*)
4. ir para a próxima linha (dar um Enter)
5. escrever a sequência de comandos que a *tat* deve seguir para fazer o desenho (os comandos podem ser escritos um embaixo do outro ou todos na mesma linha mas separados por espaços)
6. ir para a próxima linha (dar um Enter)
7. escrever a palavra *fim*, para a *tat* entender que as instruções para o desenho terminaram



Por fim, clicamos no botão que tem a *tat* (à esquerda do botão com um círculo vermelho) para gravar o procedimento que ensinamos e fechar o Editor. Para a *tat* desenhar o que acabamos de ensiná-la, na linha de Comandos escrevemos o nome do procedimento *desenho* e damos um Enter.

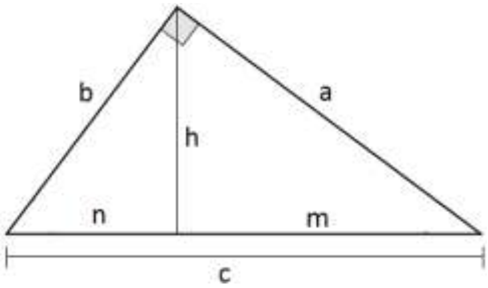
Para ensinar outro procedimento, depois da palavra *fim*, dê um Enter e, na linha seguinte, comece o próximo procedimento: escreva aprenda, etc. Para salvar os seus procedimentos no computador, você deve clicar no **menu Arquivo >> Guardar como**. Para abrir o arquivo depois, você deve estar com o xLOGO aberto e ir no **menu Arquivo >> Abrir** e procurar o arquivo na pasta onde você salvou.

Exercício: Crie um procedimento para desenhar um triângulo equilátero cujo lado mede 150, conforme a figura ao lado.



Triângulos Retângulos

Lembre-se de que num triângulo retângulo, valem as seguintes igualdades:



Hipotenusa: c

Catetos: a, b

Teorema de Pitágoras:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Outras igualdades:

$a^2 = c.m$ $\quad b^2 = c.n$

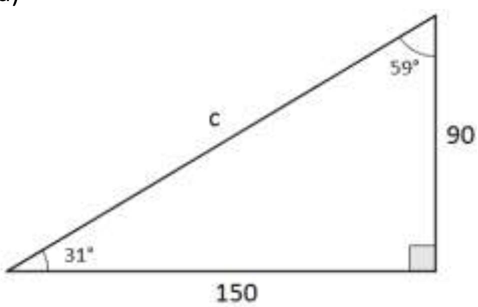
$c.h = a.b$ $\quad h^2 = m.n$

Atividade – Tarefa O2

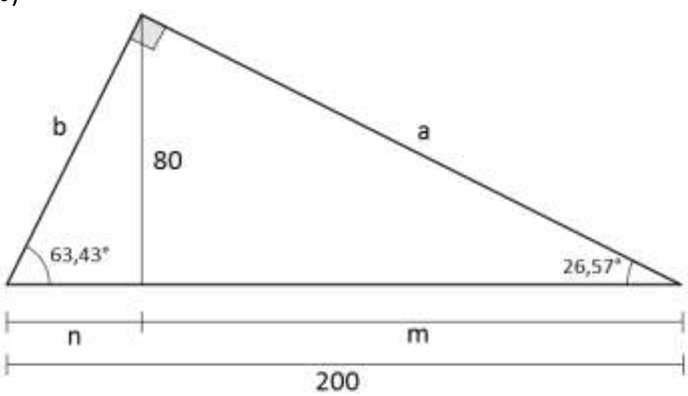
Desenhe os **triângulos** abaixo.

ATENÇÃO: Em resultados com muitas casas decimais, considere só até a 2ª casa depois da vírgula. Por exemplo, para o número 85,9463 escreva só 85,94. E para colocar números com vírgula no xLogo, ao invés da vírgula, colocamos um ponto. Por exemplo, escrevemos 342.57 ao invés de escrever 342,57.

a)



b)



Terceira Oficina

Tema: Uso de Cores, conciliando Arte e Matemática (Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo).

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 8ª SÉRIE (9º ANO)

OFICINA 4: Usando Cores

No xLOGO, existem comandos para alterar a cor do lápis e do fundo. São eles:

Comando	Código	O que faz?
mudecordofundo	mudecf **n**	Muda a cor do fundo da tela para a cor número **n**.
mudecordolápis	mudecl **n**	Muda a cor do lápis para a cor número **n**
pinte	pinte	Pinta a região onde a tat estiver (funciona como o baldezinho do Paint para pintar figuras)

TABELA DE CORES BÁSICAS

Número	Cor	Número	Cor	Número	Cor
0	preto	6	ciano	13	laranja
1	vermelho	7	branco	14	salmão
2	verde	8	cinza escuro	15	roxo
3	amarelo	9	cinza claro	16	marrom
4	azul	10	marrom escuro		
5	rosa	11	verde escuro		

Exemplos:

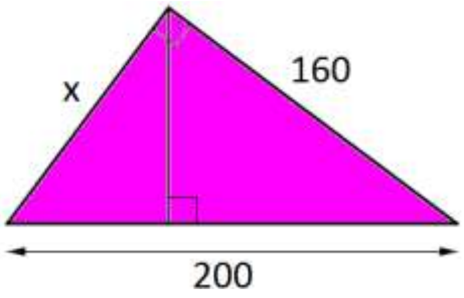
Procedimento	Resultado de cada comando do Procedimento
a) aprenda exemplo1 circ 100 mudecl 3 pinte fim	 → Desenha uma circunferência de raio 100 → Muda a cor do lápis para AMARELO. → Pinta a circunferência
b) aprenda exemplo2 mudecl 1 circ 150 mudecl 3 pinte fim	 → Muda a cor do lápis para VERMELHO. → Desenha uma circunferência vermelha de raio 150 → Muda a cor do lápis para AMARELO. → Pinta a circunferência
c) aprenda exemplo3 arco 200 0 80 mudecl 11 pinte fim	 → Desenha um arco de raio **200** entre os ângulos **0°** e **80°** → Muda a cor do lápis para VERDE ESCURO. → Pinta a tela, porque a tat não está dentro numa figura fechada.

Exercícios:

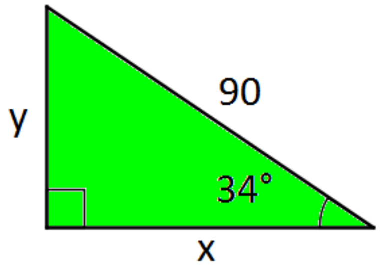
1) Usando o Editor, crie um procedimento para desenhar cada um dos triângulos abaixo pintados com as cores solicitadas. Você precisa encontrar os valores de x e de y em cada caso.

Dica: Primeiro, faça o triângulo e, depois, coloque a *tat* dentro dele para poder pintar.

a)



b)



sen 34° = 0,5592

cos 34° = 0,8290

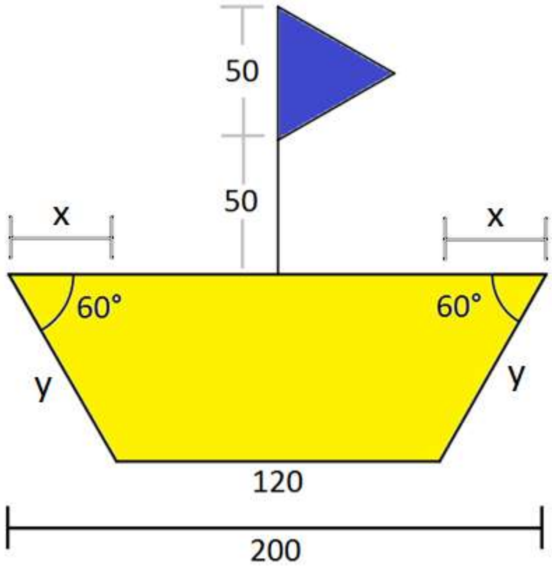
tg 34° = 0,6745

2) Acrescente um comando em cada um dos procedimentos do exercício anterior para mudar a cor do contorno do triângulo:

a) do item (a) para azul
b) do item (b) para vermelho

Atividade – Tarefa 03

Encontre os valores de x e de y para desenhar o barquinho abaixo pintado com as cores solicitadas:



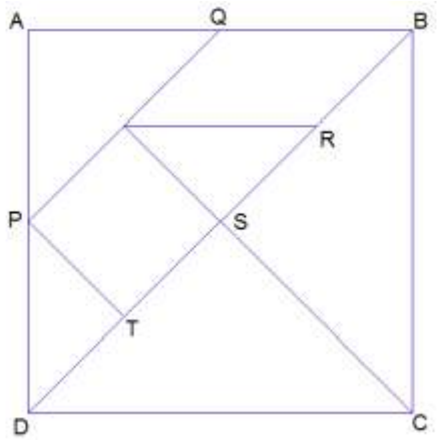
Quarta Oficina

Tema: Trabalho Final, com o objetivo de utilizar as Relações Métricas do Triângulo Retângulo para construir o Tangran.

PROJETO XLOGO – MATEMÁTICA – 8ª SÉRIE (9º ANO)

OFICINA 4: TRABALHO FINAL – TANGRAM

O TANGRAM é um quebra-cabeça chinês (figura abaixo).



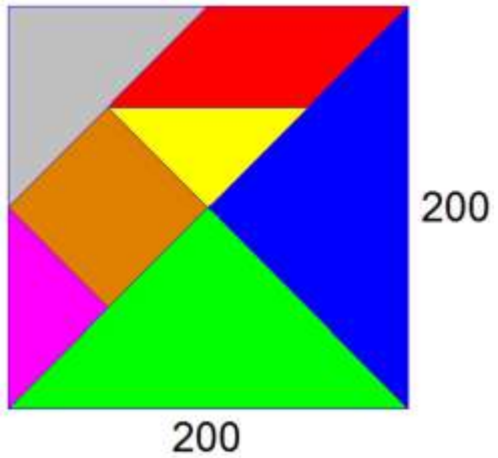
São 7 peças: 5 triângulos retângulos, 1 quadrado e 1 paralelogramo. As peças se encaixam e formam um quadrado maior.

Além disso:

- O ponto Q divide o segmento AB ao meio.
- O ponto P divide o segmento AD ao meio.
- O ponto S divide o segmento BD ao meio.
- O ponto R divide o segmento BS ao meio.
- O ponto T divide o segmento SD ao meio.

<u>TRABALHO FINAL</u>

Calcule as medidas dos lados e dos ângulos internos de cada peça do TANGRAM abaixo e desenhe-o pintado com as cores indicadas.



APÊNDICE B – Questionário discente sobre o LOGO

PROJETO LOGO – MATEMÁTICA – 6ª SÉRIE (7º ANO)

QUESTIONÁRIO (Se necessário, utilize o verso desta folha.)

ALUNO(A): ____ TURMA: ______

1. **Quais são os pontos positivos do xLOGO? Por quê?**

____

____

____

____

2. **Quais são os pontos negativos do xLOGO? Por quê?**

____

____

____

____

3. **Você percebeu conteúdos de matemática na realização das atividades? Quais?**

____

____

____

____

4. **A utilização do xLOGO auxiliou você na compreensão dos conteúdos de Geometria? Por quê?**

____

____

____

5. **Qual sua opinião sobre o xLOGO?**

6. **Você gostaria que suas aulas de Matemática utilizassem o xLOGO com mais frequência? Acha que pode ajudar na compreensão de outros conceitos de Matemática? Quais?**

APÊNDICE C – Termo de Consentimento Informado

Cachoeirinha, 17/10/2012.

Srs. Pais,

No mês de outubro, será realizada com as turmas de 6ª série a pesquisa intitulada "*APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ATRAVÉS DA LINGUAGEM LOGO*", desenvolvida pela Profª Flávia Pereira, como requisito para elaboração da sua dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática pela UFRGS, sob a orientação da Profª Drª Márcia Notare, que pode ser contatada através do e-mail marcia.notare@gmail.com.

A participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Os objetivos estritamente acadêmicos do estudo são:

- Investigar se a utilização da Linguagem LOGO (uma linguagem de programação de computadores) auxilia na compreensão de conteúdos geométricos;
- Analisar as diferentes formas de resolução dos problemas utilizadas pelos estudantes dentro do ambiente LOGO.

Os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a), incluindo fotos obtidas durante sua a participação, serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de questionário escrito, bem como da participação em oficinas no núcleo de informática da escola, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota às tarefas desenvolvidas. O(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

As oficinas serão realizadas nos dias 22/10 e 29/10 (segundas-feiras), das __:__ às __:__.

Por norma da UFRGS para pesquisas acadêmicas, o(a) aluno(a) participante deverá entregar o Termo de Consentimento Informado (abaixo) assinado pelo responsável.

- -

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G.______________________, responsável pelo aluno(a) ____, da turma ____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada *APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA ATRAVÉS DA LINGUAGEM LOGO*, desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) FLÁVIA DE ÁVILA PEREIRA. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada pela Profª Drª Márcia Notare, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do e-mail marcia.notare@gmail.com.

____

Assinatura do Responsável