



Evento	Salão UFRGS 2013: SIC - XXV SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2013
Local	Porto Alegre - RS
Título	Teorema de Birkhoff e Aplicações
Autor	Marcelo Santos da Silva
Orientador	FLAVIA MALTA BRANCO

Num sentido bem amplo podemos dizer que a teoria ergódica é o estudo do comportamento de sistemas dinâmicos do ponto de vista probabilístico. Este "ponto de vista", por sua vez, está intimamente ligado à evolução temporal de sistemas modelados por ações de grupos sobre os espaços, como por exemplo: espaço de medida, ou de probabilidade, munido de uma transformação que preserva a medida.

O objetivo deste trabalho foi estudar um dos principais resultados desta teoria, o teorema de Birkhoff, e algumas de suas consequências. Este teorema é uma versão mais forte do teorema da recorrência de Poincaré. Enquanto esse último afirma, sobre determinadas condições, que para quase todo ponto x de um conjunto mensurável E a órbita de x "retorna" uma infinidade de vezes a este conjunto, o teorema de Birkhoff nos dá uma resposta mais precisa dizendo qual é a frequência com que este ponto retorna ao conjunto E . Sob certas condições esta frequência torna-se exatamente a medida de E .

Apresentamos duas aplicações do teorema de Birkhoff em teoria de números. Definimos um número real y como balanceado se a frequência de cada algarismo em sua expansão decimal é equidistribuída, ou seja, se cada algarismo figura na expansão decimal de y com uma frequência de um décimo. Na primeira aplicação, mostramos que, salvo um conjunto de medida nula, todos os números reais são balanceados. Resultado esse devido a Borel. Uma segunda consequência interessante é a seguinte, se considerarmos a sequência a_n das potências de 2, podemos definir uma nova sequência de forma que cada elemento de b_n é o primeiro algarismo de a_n . Então, para um algarismo não nulo k , podemos aplicar o teorema de Birkhoff e obter a frequência com que k aparece na sequência b_n . Curiosamente o dígito 1 é o que mais figura como primeiro algarismo das potências de 2.