

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONALIZANTE EM ENSINO DE MATEMÁTICA

EDUARDO MELIGA POMPERMAYER

**SOLUÇÕES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO FACEBOOK – UMA
ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

PORTO ALEGRE

2014

EDUARDO MELIGA POMPERMAYER

**SOLUÇÕES DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NO FACEBOOK – UMA
ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

PORTO ALEGRE

2014

EDUARDO MELIGA POMPERMAYER

**INTERAÇÕES NO FACEBOOK – UMA ANÁLISE SOB A PERSPECTIVA DA
TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Dissertação de Mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

BANCA EXAMINADORA

Dra. Aline Silva de Bona

Instituto Federal do Rio Grande do Sul

Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghueti

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dra. Maria Lucia Faria Moro

Universidade Federal do Paraná

RESUMO

Este trabalho apresenta a análise de uma atividade realizada através de um grupo na rede social *Facebook*, a qual foi realizada com alunos de um curso pré-vestibular popular de Porto Alegre. O Objetivo geral deste grupo era discutir e desenvolver conceitos matemáticos. A pesquisa realizada tem como objetivo principal responder a seguinte pergunta: **Como o aluno organiza a resolução de problemas de matemática em termos de esquemas via rede social *Facebook*?** As respostas se encontram ao longo das análises das discussões realizadas no grupo do *Facebook*. Essas análises foram realizadas sob o olhar da teoria dos campos conceituais. Também são apresentadas justificativas para a utilização de tecnologia de informática no ensino de matemática, baseando-se principalmente nas ideias de Seymour Papert. No fim do trabalho é apresentado um tutorial sobre como criar um grupo na rede social e algumas considerações importantes sobre cuidados que se deve ter ao se criar uma proposta semelhante.

Palavras chave: Rede social *Facebook*; Ensino e Aprendizagem de Matemática; Campos Conceituais; Tecnologias Digitais Online

ABSTRACT

This paper presents the analysis of an activity performed by a group on the social network Facebook. The activity was carried out with students of a popular pre-university course of Porto Alegre. The overall goal of this group was to discuss and develop mathematical concepts. The research aims to answer the following question: **How does the student to organize the resolution of math problems by schemes on social network?** The answers lie along the analyzes of the discussions on the Facebook group. These analyzes were performed under the gaze of the Conceptual Fields Theory. Justifications for the use of computer technology in teaching mathematics, relying mainly on the ideas of Seymour Papert are also presented. After work a tutorial on how to create a group on the social network and some considerations it deems important to create a similar proposal is submitted.

Keywords: social network *Facebook*, Teaching and Learning of Mathematics; Conceptual Fields; Online Digital Technologies

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: O problema dos Dezesesseis Fósforos	36
Figura 2: jogo "O Lobo e a Ovelha"	37
Figura 3: problema de lógica	38

LISTA DE EXTRATOS

Extrato 1: discussão entre o Aluno A e o Aluno B.....	30
Extrato 2: discussão entre professor e alunos C e D	32
Extrato 3: discussão entre alunos E e F	34
Extrato 4: discussão entre o professor e o aluno 1.....	41
Extrato 5: discussão entre o professor e o aluno 1.....	45
Extrato 6: discussão entre o professor e o aluno 1.....	48
Extrato 7: discussão entre o professor e o aluno 1.....	52
Extrato 8: discussão entre o professor e os alunos 1 e 2.....	56
Extrato 9: discussão entre o professor e o aluno 1.....	59
Extrato 10: discussão entre o professor e os alunos 1 e 3.....	63
Extrato 11: discussão entre professor e alunos 1 e 4.....	66
Extrato 12: discussão entre o professor e os alunos 1 e 5.....	70
Extrato 13: discussão entre os alunos 1, 6 e 7.....	72
Extrato 14: discussão entre o professor e o aluno 1.....	75
Extrato 15: discussão entre o professor e os alunos 1 e 8.....	78
Extrato 16 discussão entre o professor e os alunos 9 e 10.....	81
Extrato 17: discussão entre o professor e os alunos 9, 11, 12 e 13	85
Extrato 18: discussão entre o professor e os alunos 9 e 14.....	88

SUMÁRIO

1	Introdução.....	9
2	Problema e objetivos	13
3	Fundamentação teórica	14
3.1	Teoria dos campos conceituais	14
3.2	Seymour Papert e os softwares sociais.....	21
4	Procedimentos e materiais	28
4.1	Sujeitos da pesquisa.....	28
4.2	Metodologia: pesquisa-ação	28
4.3	Coleta de dados.....	30
4.4	O grupo do <i>Facebook</i>	31
4.5	A elaboração e desenvolvimento da proposta a partir de experiências anteriores	35
5	Análise dos dados.....	40
5.1	Discussões	40
5.1.1	Discussão 1	40
5.1.2	Discussão 2.....	44
5.1.3	Discussão 3.....	47
5.1.4	Discussão 4.....	51
5.1.6	Discussão 6.....	58
5.1.7	Discussão 7.....	62
5.1.9	Discussão 9.....	68
5.1.11	Discussão 11.....	74
5.1.12	Discussão 12.....	77
5.1.13	Discussão 13.....	80
5.1.14	Discussão 14.....	83
5.1.15	Discussão 15.....	87
6	Conclusões e comentários.....	90
7	Referências Bibliográficas	93
	Apêndice I.....	95
	Apêndice II.....	99

1 Introdução

Este trabalho é fruto de experiências vividas durante os anos de trabalho em sala de aula. Desafios e jogos que buscassem desenvolver o raciocínio lógico e/ou o pensamento matemático estiveram presentes nas propostas didáticas adotadas pelo autor deste trabalho. Ao utilizar esse tipo de atividade com jovens com idades entre 12 e 17 anos, obteve-se uma boa receptividade. Aliando-se a essas propostas, buscaram-se tecnologias que auxiliassem e facilitassem o ensino e a aprendizagem de matemática, bem como, o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Durante o período de tempo lecionando em uma escola particular de Porto Alegre, ocorreu a oportunidade de utilizar um ambiente de aprendizagem virtual chamado Portal Educandus¹. Almeida (2003, p.331) define ambiente de aprendizagem virtual como:

“Ambientes digitais de aprendizagem são sistemas computacionais disponíveis na internet, destinados ao suporte de atividades mediadas pelas tecnologias de informação e comunicação. Permitem integrar múltiplas mídias, linguagens e recursos, apresentar informações de maneira organizada, desenvolver interações entre pessoas e objetos de conhecimento, elaborar e socializar produções tendo em vista atingir determinados objetivos.”

Com este ambiente, surgiu a oportunidade de relacionar o uso de jogos e desafios com essa tecnologia de comunicação, tentando criar um espaço onde os alunos pudessem discutir conceitos e ideias matemáticas. Primeiramente, esta atividade foi realizada com jovens com idades entre 11 e 12 anos. No entanto, esses estudantes não interagiram² com o ambiente. No capítulo sobre o desenvolvimento da proposta de trabalho, serão levantadas algumas hipóteses sobre a não interação desse grupo como ambiente virtual. Mas, vale ressaltar que esta discussão não será aprofundada, uma vez que esse não é o objetivo deste trabalho.

¹ O Portal Educandus é um ambiente de aprendizagem virtual pago. Em seu ambiente ele oferece um espaço personalizado, com conteúdos, ferramentas e serviços exclusivos aos usuários. Pode ser acessado em www.educandus.com.br.

² Neste trabalho interação será compreendida como a troca entre os usuários e o ambiente em questão. Ou seja, se há uma participação efetiva deles nas atividades.

Posteriormente, esse proposta foi implementada com estudantes de ensino médio de um pré-vestibular popular. Foi criado um grupo na rede social denominada *Facebook*, onde se poderia discutir com os alunos os desafios propostos. Esses alunos possuíam idades entre 17 e 20 anos. Com este grupo de alunos, houve uma maior interação com o ambiente virtual. No decorrer da atividade ocorreram modificações na proposta inicial de trabalho. No início do trabalho, foram lançados problemas pelo professor, que eram discutidos com os alunos, buscando possíveis soluções. Porém, com o passar do ano letivo, os estudantes começaram a sentir a necessidade de resolver exercícios de vestibular ou do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), uma vez que estavam em um curso que os preparavam para esses exames. Com isso, os próprios estudantes passaram a propor as atividades a serem resolvidas.

O fato de os problemas serem propostos pelo próprio grupo e não pelo professor que coordenava o estudo foi encarado com muita naturalidade por todos. A ideia principal, ao apresentar a proposta, era exatamente criar um ambiente em que os alunos discutissem matemática não somente com o professor, mas entre eles. Para isso acontecer de uma maneira natural, nada mais razoável do que eles discutirem algo do seu interesse, neste caso, questões preparatórias para os exames mencionados. Vale ressaltar que o grupo do *Facebook* se tornou, em alguns momentos, uma extensão da sala de aula, pois a maior parte das questões envolvia conceitos e teorias matemáticas que haviam sido estudados em aula. Contudo, devido à falta de tempo durante o período de aula, não era possível dedicar mais tempo à realização de exercícios que auxiliassem na experimentação desses conceitos e teorias.

É importante destacar a função do *Facebook* e o porquê da escolha dessa rede social para a realização da proposta. Uma grande parte dos jovens possui um perfil nessa rede social, e estão frequentemente conectados através de seus computadores, celulares ou *tablets*. Ou seja, é algo presente no seu cotidiano. Veen e Vrakking (2009, p.29) destacam que:

As crianças de hoje passam horas de seu dia assistindo à televisão, jogando no computador e conversando nas salas de bate-papo. Ao fazê-lo, elas processam quantidades enormes de informação por meio de uma grande variedade de tecnologias e meios. Elas se comunicam com amigos e outras pessoas de maneira muito mais intensa do que as gerações anteriores, usando a televisão. O MSN, os telefones celulares, os IPODs, os blogs, os Wikis, as salas de bate-papo da internet, os jogos e outras

plataformas de comunicação. Usam esses recursos e essas plataformas em redes técnicas globais, tendo o mundo como quadro de referências.

O *Facebook* envia notificação ao usuário sobre qualquer atividade que aconteça em seu perfil, em um grupo ou publicação que esteja participando ou “seguindo”. Ou seja, toda nova publicação sobre alguma questão levantada era seguida de uma notificação recebida por todos os integrantes da respectiva discussão, podendo o mesmo verificar o que havia sido adicionado. Esta ferramenta possui um papel de extrema relevância, pois estimula os estudantes a participarem das discussões. Em ambientes que não possuem esse tipo de ferramenta, cria-se a dependência de os participantes lembrarem-se de verificar novas publicações ou atualizações.

O *Facebook* permite que os estudantes interajam em tempo real mesmo estando a quilômetros de distância. “Se as crianças jogam no computador, podem se comunicar com qualquer pessoa que esteja, com elas, disposta a resolver um problema ou responder a uma determinada questão.” (VENN & VRAKING, 2009, p. 28).

A partir de então começou a elaboração deste trabalho. No próximo capítulo serão apresentados os problemas e os objetivos. No capítulo 3 a fundamentação teórica. Na seção 3.1 será apresentada a teoria dos campos conceituais que servirá de base para análise dos dados dessa pesquisa. A visão de Vergnaud acrescenta subsídios para a identificação de elementos presentes nas discussões realizadas pelos alunos, como as formas de representar, os esquemas utilizados e conceitos e conhecimentos empregados na resolução dos problemas. Na seção 3.2 serão discutidas ideias de Papert com o fim de justificar as vantagens que a tecnologia informática pode trazer ao ensino. Nessa seção ainda serão apresentadas ideias sobre *softwares* sociais e dados de outra pesquisa já realizada utilizando o *Facebook*.

No capítulo 4, serão descritos os procedimentos e materiais utilizados nessa pesquisa. Serão apresentados os sujeitos, a metodologia de pesquisa, como se deu a coleta de dados, como se caracterizava o grupo do *Facebook* e como foi elaborada essa proposta, fazendo um resgate de experiências anteriores do autor.

No capítulo 5, teremos a análise dos dados coletados. Cada seção deste capítulo será referente à análise de um extrato de discussão³ diferente.

Por fim, no capítulo 6, serão apresentadas as conclusões e considerações sobre a pesquisa e atividade realizada. Após seguem os apêndices. O primeiro contém um tutorial com orientações, para a criação de um grupo no *Facebook*, importantes ao elaborar uma estratégia de trabalho semelhante a que será apresentada neste texto. No segundo apêndice temos uma coletânea de atividades utilizadas no trabalho com uma breve justificativa da escolha de cada uma.

³ Extrato de discussão consiste na reprodução dos diálogos realizados pelos participantes do grupo acerca de determinado problema. Esses são reproduzidos integralmente sem modificações. Os nomes e fotos dos perfis dos participantes serão omitidos.

2 Problema e objetivos

Acreditava-se, através de experiências anteriores, que era possível utilizar o *Facebook* como uma ferramenta para auxiliar na aprendizagem para a compreensão de conceitos matemáticos. Então, surgiu o seguinte questionamento, que norteou esta pesquisa:

Como o aluno organiza a resolução de problemas de matemática em termos de esquemas via rede social *Facebook*?

Este seria o desafio e a parte mais interessante da pesquisa, pois seria necessária uma análise das discussões e a observação das diversas maneiras de representação e comunicação utilizadas pelos integrantes do grupo.

Com a proposta definida, iniciou-se a busca por uma fundamentação teórica que possibilitaria uma análise do material construído no grupo. Para interpretar os conceitos, estratégias de resolução, formas de representação e linguagem utilizadas pelos alunos, optou-se pela teoria dos campos conceituais de Gérard Vergnaud (1993), uma vez que, os elementos apresentados nessa teoria são coerentes com o tipo de atividade realizada, por exemplo, a importância apresentada para a representação utilizada na resolução de problemas. Nessa teoria encontramos aspectos que têm importante relevância no trabalho realizado. Os “esquemas”, a representação e como cada aluno se depara com cada situação vivenciada são pontos que serão tratados neste trabalho e a teoria de Vergnaud traz subsídios para essa análise.

Com o objetivo de justificar como a utilização do computador pode auxiliar no ensino, buscou-se as ideias de Seymour Papert (2008). Papert foi um dos pioneiros a defender as grandes vantagens que um computador poderia trazer acrescentar. Além disto, mostrou-se necessário aprofundar o estudo sobre a utilização de redes sociais e suas possíveis contribuições ao ensino.

O próximo capítulo traz uma discussão e elementos da teoria de Vergnaud, buscando subsídios para as posteriores análises.

3 Fundamentação teórica

Neste capítulo serão apresentadas discussões sobre as teorias que embasam este trabalho. A primeira a ser apresentada será a teoria dos campos conceituais que será base para as posteriores análises dos dados. Como a atividade proposta pelo autor utiliza o computador e redes sociais virtuais, serão apresentados referenciais teóricos com o objetivo de ambientar o trabalho, justificando como o uso de tais elementos pode colaborar para o ensino de matemática.

3.1 Teoria dos campos conceituais

De acordo com Gérard Vergnaud, a teoria dos campos conceituais foi desenvolvida “para tentar melhor compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento.”(VERGNAUD, 96, p.11) E ainda, de acordo com o próprio Vergnaud, a principal finalidade da teoria dos campos conceituais

(...) é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre os conhecimentos, em crianças e adolescentes, entendendo-se por “conhecimentos”, tanto as habilidades quando as informações expressas. (VERGNAUD, 1993, p. 1)

Durante o trabalho realizado no grupo do *Facebook* o mediador⁴ ou os próprios alunos propuseram problemas a serem resolvidos. “É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança.” (Vergnaud, 1993, p. 1).

No desenvolvimento do trabalho foi possível identificar fatos que puderam ser interpretados pela teoria de Vergnaud. Na teoria dos campos conceituais. Um é a definição de “esquema”.

Chamemos 'esquema' a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória. (VERGNAUD, 1993, p.2)

⁴ O mediador é o autor dessa pesquisa. Bem como, participante do grupo que será alvo da análise realizada. Esse ainda, era professor em um curso pré-vestibular dos alunos que integravam o grupo do *Facebook*.

Por exemplo, um exemplo de esquema é quando um sujeito, ao se deparar, com uma função de segundo grau do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ onde é necessário desenhar seu gráfico. Ele pode adotar o esquema de analisar os coeficientes desta função. Dependendo destes o gráfico dessa função terá uma concavidade voltada para cima ou para baixo; cortará o eixo das ordenadas de forma crescente, decrescente ou no vértice da parábola; e o ponto em que essa parábola corta o eixo das ordenadas. Esses procedimentos constituem os “esquemas” que ele utiliza para resolver certo tipo de problema. Podemos verificar que, “O esquema não organiza somente a conduta observável, mas também o pensamento subjacente.” (VERGNAUD, 2009, p.21)

Vergnaud traz ainda uma segunda definição de “esquema”, sendo essa uma definição analítica:

Definição 2: é formada necessariamente por quatro componentes:

- um objetivo, subjetivos e antecipações.
 - regras em ação de tomada de informações e de controle.
 - invariantes operatórias: conceitos em ação e teoremas em ação.
 - possibilidades de inferência em situação.
- (VERGNAUD, 2009, p.21)

É possível assim observar melhor as componentes de um esquema. Para exemplificar podemos trazer o seguinte problema: Qual é a área do triângulo cujos vértices são os pontos de intersecção da parábola $y = x^2 - x - 2$ com o eixo das abscissas e o ponto (5;4)?

O sujeito pode criar vários esquemas para resolver o problema. Como o objetivo é encontrar a área do triângulo ele pode querer fazer um esboço do problema a partir da lei da função e, para isso ele deve analisar os coeficientes da mesma. “A parte intencional do esquema que é o objetivo é essencial na organização da atividade.” (VERGNAUD, 2009, p.22) Esse objetivo se subdivide em outros objetivos menores que formam uma sequência hierárquica a ser seguida que podem dar lugar a antecipações realizadas pelo sujeito.

No exemplo apresentado, ao decidir fazer um desenho para visualizar a situação podemos tomar como subobjetivos marcar no plano o ponto (5;4),

esboçar a parábola, assim verificando o valor de cada um dos coeficientes e por fim determinar os pontos de intersecção com o eixo das abscissas.

A definição 2 ajuda a entender o que seriam classes de situações que possuem objetivos e subobjetivos semelhantes. Por exemplo, uma questão onde se pergunte quais são os pontos em que a função do exemplo anterior intercepta o eixo das abscissas seria uma situação semelhante à anterior. Apesar de que para essa segunda questão um sujeito que dispõe das competências necessárias não precisaria fazer o esboço do gráfico para resolvê-la, podemos ter outro sujeito que não tem tais competências. Esse segundo sujeito pode optar por fazer o esboço para enxergar tal situação, realizando ações visando a busca de informações e de controle semelhantes nas duas situações. Claro que aqui cada sujeito poderá fazer adaptações em seus teoremas e conceitos em ação (serão definidos na pesquisa desse trabalho) na busca por adaptações coerentes com a situação em questão.

Identificação das semelhanças e observações referentes a dois tipos de situações, ou ainda, observações ao longo do desenvolvimento em um problema permitem ao sujeito realizar suas inferências.

Assim podemos trabalhar o conceito de situação. É importante distinguir aqui dois tipos de situações.

(...) 1) classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação.

2) classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso. (VERGNAUD, 1993, p. 2)

Esses dois tipos de situações podem ser exemplificadas com situações que ocorreram durante a realização do trabalho. Para o primeiro caso de situação podemos pegar um problema que um estudante consegue resolvê-la sem hesitar. Ou seja, a partir do seu repertório de conhecimentos para dado conceito que é trabalhado no problema ele o resolve quase que imediatamente. Para esse caso temos um “comportamento altamente automatizado, organizado por um só esquema.” (VERGNAUD, 1993, p. 2)

Para a segunda classe de situação o sujeito não consegue resolver o problema, o que o leva a procurar outras maneiras para chegar a uma solução, mediante processo de reflexão. Nestes casos ele busca, muitas vezes, o auxílio de outras fontes de conhecimento a fim de adquirir outras ferramentas que o auxiliem na resolução. Aqui esse sujeito não possuía um repertório de conhecimentos suficiente para a solução do problema, o que o faz buscar novas maneiras de resolvê-lo, assim criando esquemas ou readaptando esquemas que ele já utilizava em situações semelhantes. Algumas vezes o aluno não obtém sucesso e necessita que alguém o auxilie na resolução. Também pode ocorrer que ele necessite buscar informações que possibilitem a resolução do problema.

Retomemos o exemplo no qual se questiona quais são os pontos que a função de segundo grau $y = x^2 - x - 2$ corta o eixo das abscissas. Não existe uma única maneira de resolver esta questão; um aluno que apresente condutas relativas à primeira situação, ou seja, tem um conjunto de competências necessárias para resolver o problema, pode simplesmente utilizar a fórmula de Bhaskara e de uma maneira quase que automatizada resolvê-la. Mas, ainda podemos ter uma situação diferente, aquela em que um estudante não consiga identificar que os pontos necessários para a resolução o problema são os zeros da função. Por mais que esse aluno tenha domínio sobre a fórmula de Bhaskara, irá explorar outros meios de resolver a questão, sendo que um desses pode ser fazendo o esboço do gráfico com o objetivo de identificar os pontos pedidos.

É importante discutir sobre os termos conhecimentos-em-ação, teoremas-em-ação e conceitos-em-ação. Esses teoremas, conhecimentos e conceitos não são acabados, ou seja, podem ser constantemente modificados. Eles vêm de experiências anteriores, são organizados na solução de situações anteriormente experimentadas, que no momento que se achar conveniente podem ser adaptadas a outras situações. Quando o estudante se depara com um problema, ele busca em suas experiências anteriores, esquemas. Podemos dizer que ele faz inferências que possibilitam adaptar esses esquemas utilizados anteriormente para chegar à solução de um novo problema. No exemplo em que o sujeito se depara com uma função do segundo grau ele

pode criar o esboço do gráfico por ser algo que provavelmente ele já vivenciou em situações anteriores semelhantes. Esses conhecimentos nem sempre são formais e/ou enunciado de maneira exata com isso o termo “em ação” pode também justificar tal fato. Ou seja, é o que se sabe fazer, mas nem sempre se sabe explicar como.

A representação é outro conceito importante de ser abordado neste trabalho visto que essa se dá via uma rede social. Como os alunos se deparam seguidamente com problemas inéditos é importante destacar que:

A solução de problemas muito novos é impossível sem a linguagem, sobretudo quando essa solução evoca conceitualizações novas e a transformação de certos elementos em objetos de pensamento bem identificados. (VERGNAUD, 1993, p. 24)

A linguagem tem as funções de comunicação, representação, auxílio ao pensamento e a organização da ação. (VERGNAUD, 1993) Essa última se apoia na função de representação, e o que é representado são os elementos da ação do sujeito, a ação e suas relações. A linguagem e os símbolos matemáticos têm, pois, um papel na conceitualização e na ação. De acordo com Vergnaud (1993, p. 26): "sem os esquemas e as situações, elas não teriam sentido"

O estudo da formação e do funcionamento das competências complexas na educação e no trabalho requer uma atenção maior ao conteúdo dos diálogos, em razão das diferenças de competência e de ponto de vista entre os interlocutores. Mas ela demanda ao menos um mínimo de atenção às formas de enunciação utilizadas. (VERGNAUD, 2009, p. 31)

Neste trabalho teremos a intensa comunicação entre todos os participantes do grupo, ou seja, teremos vários interlocutores e cada um com o seu ponto de vista e competências. Assim, será imprescindível uma análise cuidadosa do conteúdo dos diálogos para tentarmos entender quais os esquemas utilizados pelos participantes de cada diálogo.

O mediador teve um papel importante uma vez que em muitos casos ele interviu para nortear ou aprimorar a discussão visando sempre que fiquem claros os objetivos em cada atividade realizada. Vergnaud reforça isso ao comentar que:

O mediador tem, igualmente, como responsabilidade escolher situações para oferecer ao aprendiz que esclareçam o objetivo da atividade,

contribuir com a organização da atividade, inclusive com a tomada de informações e de controle, de fazer aparecer, ao menos parcialmente os teoremas em ação pertinentes, de facilitar as inferências em situação. (VERGNAUD, 2009, p. 31)

Por isso notaremos a importância do mediador em muitos casos para que os estudantes possam desenvolver seus esquemas para a resolução de cada atividade. Claro que existe uma diferença entre os propósitos do mediador e o significado que ele pretende dar em função dos seus conhecimentos e o significado que o aluno toma para a situação que depende dos conhecimentos dele agora.

Em resumo, a apropriação de uma cultura por um indivíduo depende necessariamente de sua própria atividade, o que compreende seu próprio trabalho de construção ou reconstrução dos conceitos constitutivos dessa cultura. Ele depende também fortemente da ajuda que ele recebe do meio em que está inserido e, portando, da qualidade das mediações de que ele se beneficia. (VERGNAUD, 2009, p. 34)

Outra ideia que é importante destacar referente à linguagem é a questão de conseguir verbalizar, no caso do trabalho realizado, escrever de forma clara, os conhecimentos em ação utilizados. Por exemplo, nem sempre se consegue explicar com palavras a utilização de um procedimento ou outro, apenas acredita-se que é o mais correto a ser adotado. Aqui é importante ressaltar o cuidado de não pensar que isso ocorre apenas com aprendizes, e também que ele o faz apenas como uma tentativa de se chegar a uma resposta sem ter obtido alguma antecipação que esse seria o caminho mais correto.

“...os experts mais experimentados não são capazes de colocar em palavras uma boa parte dos conhecimentos que eles utilizam na ação e que são justamente significativas de suas expertises.” (VERGNAUD, 2009, p. 31)

A experimentação é fundamental para a construção do conhecimento. Atividades que façam o sujeito trabalhar competências são de grande importância para o desenvolvimento dessas. “A experiência é incontornável. Não podemos esperar encontrar unicamente pela formação uma competência tão rica e adaptativa quanto aquela constituída no decorrer da experiência” (VERGNAUD, 2009, p. 18)

A compreensão do processo de aprendizagem “passa notadamente pela análise dos erros, das hesitações e dos desfuncionamentos, assim como pela identificação das diferentes etapas pelas quais se constrói uma forma nova de

organização da atividade.” (VERGNAUD, 2009, p.14) Ao se deparar com uma questão como nos exemplos apresentado anteriormente, nem sempre se tem a certeza de que o esquema utilizado levará à resposta correta da questão. Quando isso não acontece é necessário analisar todos os passos realizados e reformular as antecipações, os questionamentos e as inferências procurando localizar o erro para modificá-lo e transformá-lo em um acerto. Outra possibilidade é recomeçar tudo do início, porém neste caso podemos acabar cometendo o mesmo erro ou outro não cometido anteriormente.

Ainda é importante uma breve apresentação de como a teoria dos campos conceituais define conceito. Uma vez que nas situações que serão analisadas os participantes estarão trabalhando conceitos.

Vergnaud definiu conceito da seguinte maneira:

Conceito = def (S,I,L)

S conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

I conjunto de invariantes operatórios que estruturam as formas de organização da atividade (esquemas) suscetíveis de serem evocados por essas situações.

L Conjunto das representações linguísticas e simbólicas (algébrica, gráficas ...) que permitem representar os conceitos e suas relações e, conseqüentemente, as situações e os esquemas que elas evocam. (VERGNAUD, 2009, p.29)

Aqui temos o que precisamos para compreender um campo conceitual: determinada categorias de situações em que o conceito faça sentido, esquemas que possibilitem a resolução do problema e as formas de representar, a linguagem que justifique a solução do problema buscando representar o conceito (gráfica, algébrica, etc...). Com isso devemos nos dar conta que “um conceito não se desenvolve em uma única categoria de situações, mas em certa variedade, que pode ser muito grande.” (VERGNAUD, 2009, p.28)

As ideias abordadas neste capítulo serão retomadas na análise dos dados. Além disso, vale ressaltar que este trabalho apresenta uma atividade com o constante uso do computador. Para tal é importante trazermos elementos teóricos que justifiquem o uso desse recurso, bem como, o uso das

redes sociais, levando em consideração que a atividade ocorrerá no software social *Facebook*. Esses pontos serão apresentados no item seguinte.

3.2 Seymour Papert e os softwares sociais

Seymour Papert foi um dos pioneiros na defesa do uso do computador no ensino, tanto de matemática como de outras áreas da ciência. Ele propõe ideias inovadoras quanto ao rumo que o uso desse tipo de tecnologia pode fornecer para o sistema de ensino. Ele diferencia dois grupos de pessoas com posturas opostas a essas novas propostas. De acordo com Papert (2008) existem os *Schoolers*⁵, que, apesar de reconhecerem que a escola atual tem problemas e se mostrarem dispostos a resolvê-los, são avessos a grandes mudanças. Para esse grupo de pessoas, a escola necessita de mudanças imediatas e urgentes. Diante disto, preferem saber como o uso de computadores, por exemplo, poderia resolver de imediato alguns desses problemas.

De outro lado existem os *Yearners*⁶, que anseiam por algo diferente ao ensino. Porém, são muitas vezes travados pelos “obstáculos a mudanças na educação, como recursos financeiros, políticas, o imenso poder dos interesses implícitos de burocratas da escola ou a falta de pesquisas científicas sobre novas formas de aprender” (PAPERT, 2008, P.18-19). O autor destaca que muitos *Yearners* conseguem driblar a escola, criando pequenos oásis de aprendizagem em suas salas de aula.

Apesar de Papert ter escrito essas ideias há 20 anos e se referir à realidade da educação americana, podemos ver problemas muito semelhantes no ensino brasileiro, no qual um currículo com uma grande quantidade de conteúdos acaba fazendo com que o professor fique preso a ele, não tendo o tempo necessário para trabalhar cada assunto. De acordo com o autor, “dar-se

⁵ O neologismo *Schooler* é uma forma verbal infinitiva do substantivo *School* (Escola), que neste texto tem o significado aproximadamente de “defensores da instituição escolar na sua estrutura atual”. (PAPERT, 2008. P. 17)

⁶ “O neologismo *yearner* origina-se do verbo em inglês *yearn* – desejar fortemente algo difícil de torna-se realidade, como ânsia de liberdade por pessoas que vivem em um regime autoritário.” (PAPERT, 2008. P. 17)

tempo a si mesmo” é um princípio muito importante para o aprendizado de matemática.

“Entretanto, a Escola flagrantemente o transgride por suas maneiras de retalhar o tempo: "Peguem seus livros... resolva 10 exercícios no final do Capítulo 18... triiim... o sinal tocou, fechem seus livros". Imagine um executivo, um neurocirurgião ou um cientista que tivesse que trabalhar com uma agenda tão fragmentada.” (PAPERT, 2008. P.92)

Papert sempre defendeu o uso de computador, não apenas como uma ferramenta, como por exemplo, usá-lo como uma calculadora ou um editor de texto apenas como meio diferente para redigir um texto. Ele argumenta que:

Eles deveriam servir as crianças como instrumentos para trabalhar e pensar novas ideias. A última coisa no mundo que eu desejava ou precisava era de um programa de exercício e prática dizendo-me para fazer uma soma ou escrever certa palavra! Por que deveríamos impor tal coisa às crianças? (PAPERT, 2008, p. 158)

“A sociedade tem muitos meios de resistir a mudanças fundamentais e ameaçadoras.” (PAPERT, 1988, p. 17) As mudanças propostas são grandes e necessitariam de novas concepções quanto à aprendizagem, ensino e a organização da escola. Exigiriam mudanças nas relações entre professores, alunos e toda comunidade escolar, ou seja, vão além das mudanças de materiais e metodologias.

Porém, a partir das experiências profissionais do autor deste trabalho não foi possível notar grandes mudanças nos métodos de ensino apesar do advento da informática e principalmente da internet. A rede mundial de dados, na maioria dos casos, se torna apenas um meio rápido de consulta. Apenas a presença dessas tecnologias no ambiente escolar, não significa uma mudança no modo de ensinar. Mas, sim, formas pelas quais essas tecnologias são empregadas que pode trazer acréscimos qualitativos ao ensino.

“As tecnologias digitais condicionam o modo de fazer atual, mas as mudanças não ocorrem simplesmente pela sua presença na escola, e criam condições para que a produção intelectual se dê por caminhos e formas que não eram possíveis sem ela.” (BONA, 2012, p. 89).

Ou seja, as tecnologias digitais têm potencial para modificar o modo como a escola é organizada atualmente; porém, nem sempre isso é fácil de alcançar.

“Os sistemas educacionais são difíceis de serem transformados; podemos dizer o mesmo da prática de seus atores. A forma de ‘fazer escola’ e formar professores, há muitas gerações, imprimem às instituições uma inércia enorme e mesmo aversão a mudanças em sua estrutura.” (GOMES et al., 2012, p.101)

Essa inércia e aversão a mudanças por parte dos sistemas educacionais foram percebidas na prática pelo autor do trabalho. Isso vai ao encontro do que Veen e Vrakking (2009, p. 90) destacam:

“O que pode hoje ser visto na educação é uma luta; uma luta para encaixar a nova tecnologia em um velho modelo; uma luta até mesmo para servir às demandas de mudanças da sociedade no modelo existente. E essa luta não está obtendo resultado.”

É importante observar que os autores destacam que isto não significa que não existam exemplos que apresentam êxito na implementação de ambientes de aprendizagem eletrônica.

Saber utilizar novas tecnologias de uma forma similar às propostas por Papert pode ser um caminho para a melhora do ensino de um modo geral, a fim de modificar, ao menos em parte, o sistema educacional. Milani (2001) reafirma a ideia que se bem empregada, a tecnologia informática pode trazer grandes contribuições para o ensino. Mas, ainda de acordo com a autora, para isso são necessárias algumas mudanças na estrutura do ambiente escolar. “O computador exige que o aluno tenha participação ativa. A utilização da informática favorece, ao mudar o “estilo” das aulas, a mudança de papéis do aluno e do professor.” (MILANI, 2001, p. 176)

Vale ressaltar que há uma diferença no que as novas gerações aprendem, “visto que passamos a mudar nossas demandas como sociedade e também por causa do uso cada vez maior de tecnologia.” (VENN & VRAKING, 2009, p. 90). E, nesta nova demanda de aprendizagem, o computador exerce um papel fundamental.

“Quando o computador é usado como ferramenta, a aula não é igual para todos. Cada aluno pode construir seus conhecimentos segundo seu próprio estilo de aprendizagem, expressar suas ideias ou resolver um problema de acordo com seu grau de conhecimento e interesse, no seu ritmo.” (MILANI, 2001, p. 176)

Ou seja, saber usar o computador e todas as suas ferramentas, de forma que o aluno tenha um papel mais ativo na construção de seu conhecimento, pode ser uma forma de aperfeiçoar o ensino de Matemática.

A obra de Papert é anterior à expansão da internet como meio massivo de comunicação e, de mesmo modo, à propagação das redes sociais. Era seu desejo que com a utilização das tecnologias houvesse uma melhora nos resultados e compreensão dos conceitos.

É fundamental, visto os objetivos deste trabalho e atual importância da internet na vida social, discutirmos aspectos dos *softwares sociais*.

Adota-se hoje o termo software social para uma gama maior de recursos de mediação de interações, que vão além do interesse de desempenhar uma tarefa ou alcançar determinado objetivo. O software social se constitui em um número de tecnologias empregadas para a comunicação entre pessoas e grupos por meio da internet. Utilizados através de websites ou aplicativos, o software social visa à comunicação e organização de informações. O suporte dado à interação estimula que pessoas com interesses semelhantes compartilhem diferentes ideias. (GOMES et al., 2012. p. 16).

No Brasil existem softwares sociais de relacionamento, onde o mais popular desses é o *Facebook* e, anterior a este, se pode destacar o *Orkut*. Existem outros tipos de *softwares* sociais: os de mensagens instantâneas como *MSN messenger* ou *Hangouts*; sites de mídia como o *YouTube*⁷ ou *Flickr*. “Os diversos tipos de softwares sociais têm na sua essência proporcionar a junção de grupos de pessoas, para troca de informação e experiências.” (GOMES et al., 2012. p. 16)

Todas as ferramentas e recursos que esses softwares disponibilizam têm como objetivo a aproximação virtual dos usuários. “Os softwares sociais têm como característica a geração de ambientes virtuais colaborativos para interação social.” (GOMES et al., 2012. p. 17) Isso facilita o encontro de pessoas com interesses em comum e possibilita a comunicação entre elas, aumentando, assim, a sua interação.

Já é comum o uso de plataformas colaborativas nas práticas educacionais. Podemos destacar o Moodle que é um software que tem

⁷ YouTube site de compartilhamento de vídeo. Flickr site que permite compartilhamento de fotografias. Ebay é um site de que permite que os usuários vendam os mais variados itens.

características semelhantes às apontadas para um software social. Além disso, ele apresenta elementos que visam uma colaboração entre os usuários. Porém, esses softwares apresentam algumas características que limitam as possíveis interações ou troca de conhecimentos e mídias.

Como alternativa, o uso de software social ou redes sociais na educação vem sendo apontado como uma tendência para impulsionar transformações nos paradigmas educacionais e na prática da formação à distância ao longo da vida. (GOMES et al., 2012. p. 17).

As redes sociais, em particular, permitem interligar pessoas, objetos e seus vínculos mútuos. Essas têm diferentes propósitos, são desenvolvidas principalmente para partilhar conteúdos de diferentes tipos, como vídeos, imagens, notícias. Uma das vantagens das redes sociais é promover a colaboração e disseminação desses conteúdos em círculos sociais. Isso cria formas de interações ricas, não apenas de uma maneira linear, mas que abrangem uma grande quantidade de usuários.

Com a expansão das redes sociais virtuais, as novas formas de comunicação e interação também tenderam a crescer. Destacando-se a facilidade de interação e comunicação, bem como a informalidade na aquisição do conhecimento. (GOMES et al., 2012. p. 18)

As redes sociais virtuais estão presentes no cotidiano de muitos estudantes, podendo se tornar aliadas importantes para o desenvolvimento do ensino de diversas áreas. “O processo educativo se aproveita deste tipo de participação social em ambientes que propiciam a interação, a colaboração e a avaliação.” (GOMES et al., 2012. p. 19) As redes sociais virtuais têm uma grande participação nas interações que ocorrem atualmente na internet, criando um ambiente no qual é possível a geração e aquisição de conhecimento. Diante de tal quadro, se torna importante a busca na área de educação por maneiras de se trabalhar e desenvolver propostas pedagógicas a fim de explorar todo potencial desses softwares.

Em seu trabalho, Bona (2012) analisa e busca compreender o processo de aprendizagem cooperativa dos conceitos de Matemática no espaço de aprendizagem digital. A análise foi realizada com alunos do segundo ano do médio técnico integrado em informática. O ambiente digital de aprendizagem escolhido é o mesmo que o adotado neste trabalho, o *Facebook*. A autora traz

considerações e conclusões acerca da atividade realizada, que vem a colaborar na justificativa dos procedimentos escolhidos para a proposta de ensino-aprendizagem que é o objeto principal deste trabalho.

Para a justificativa da escolha do *Facebook* como ambiente de aprendizagem digital, Bona (2012) apresenta falas dos alunos que apontam os motivos pelos quais eles preferiram utilizar essa ferramenta em particular. Estes motivos são: o fato de o *Facebook* ser um ambiente que eles acessam todos os dias e já o dominam; por apresentar várias fontes de informação e meios de comunicação; a possibilidade de criar um grupo privado onde somente eles podem ter acesso às informações e facilidade de se comunicar com os membros do grupo. Inicialmente apenas dois alunos, de um total de vinte e quatro, se mostraram resistentes à ideia de utilizar o *Facebook*. Porém, como relata a autora, algum tempo depois acabaram compartilhando da opinião dos colegas uma vez que obtiveram bons resultados a partir da experiência vivida na atividade virtual.

Tais fatos mostram o quanto é importante o ensino se aproximar da realidade do estudante e romper barreiras que estão presentes devido à resistência por mudanças nas práticas escolares. Através das falas dos alunos, é possível notar que a rede social faz parte dos seus cotidianos e que pode ser explorada como uma ferramenta que os auxiliem nas suas aprendizagens.

De acordo com Bona (2012, p. 88) “é fundamental incorporar as tecnologias digitais *online* a sala de aula, devido ao dinamismo viabilizado por tais recursos.” A autora ainda chama atenção que a ideia de movimento e constante mudança de vontade e curiosidades desses estudantes estão ligadas a estes viverem em uma cultura digital, o que faz com que eles pensem de uma forma mais complexa. Isso retoma o que foi apontado anteriormente, que o aluno de hoje aprende de uma maneira diferente de gerações anteriores e reforçar a idéia de que os softwares sociais podem ser utilizados em prol do ensino.

Quanto aos resultados apresentados por Bona (2012) é interessante destacar alguns que chamam a atenção para a potencialidade de atividades

realizadas via *Facebook*. Estas podem possibilitar alterações positivas, pelo menos parcialmente, à inércia nas transformações do sistema educacional.

“A definição do espaço de aprendizagem digital da Matemática é satisfatória e adequada ao uso que se faz do *Facebook* – este espaço mobiliza o processo de aprender a aprender Matemática dos estudantes, pois eles se envolvem com os colegas até entender como se resolver o problema.” (BONA, 2012, p. 228)

Ao apontar esse resultado, a autora reforça que, através da rede social, os alunos se engajam no processo de construção de um conceito matemático. Ao resolverem os problemas com seus colegas, mesmo de forma não presencial, eles se motivam a se envolver em todo o processo, até alcançar o êxito.

Ainda quanto aos seus resultados Bona (2012, p. 229) destaca que:

“o professor pode, neste espaço digital, traçar planejamento de forma a realmente transformar sua prática docente ou intervenções transformadoras, apropriando-se de recursos interessantes aos estudantes para propiciar a estes momentos de aprendizagem significativa, sejam presencias ou online, individuais ou coletivas.”

Aqui a autora aponta as possibilidades que o *Facebook* abre ao professor de forma a enriquecer a aprendizagem matemática. Esse ponto será discutido mais adiante neste trabalho; porém, vale ressaltar o quanto é importante o professor estar atento a estes recursos que o ambiente virtual permite serem explorados. A falta de cuidado ao não propiciar a experimentação de maneiras novas e diferentes aos estudantes pode tornar o ambiente apenas um espaço de resolução de problemas. Para exemplificar, podemos destacar que é possível publicar diversas mídias no *Facebook*, como vídeos e imagens, para enriquecer o aprendizado. Ou ainda, o professor pode convidar os alunos a experimentarem softwares que os auxiliem na construção de seu conhecimento.

Neste capítulo discutiu-se o referencial teórico para a análise e para justificar o uso dos meios adotados na realização da atividade. No próximo capítulo serão apresentadas as características da atividade, como se deu sua elaboração, os sujeitos da pesquisa, a coleta de dados e metodologia de pesquisa.

4 Procedimentos e materiais

Nesta parte do trabalho serão apresentados dados importantes para o desenvolvimento da pesquisa. Iniciaremos com a apresentação dos sujeitos da pesquisa.

4.1 Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada com alunos de um pré-vestibular popular. Todos os alunos são oriundos de escola pública com a idade variando entre 15 e 60 anos. Para a pesquisa, foram convidados a participar de forma aberta alunos de três turmas, uma do turno vespertino com cerca de 100 alunos e duas do turno noturno, uma destas com cerca de 100 alunos e a outra, com cerca de 40 alunos. No final do ano letivo o grupo do *Facebook* apresentava cerca de 80 integrantes, mas nem todos os membros eram participantes efetivos, ou seja, não foram todos que participavam das discussões. Na análise dos dados serão apresentados dados de 14 desses alunos, ressaltando que não são os únicos a participarem das atividades no grupo, mas parte dos que em suas participações ou parte delas apresentaram elementos suficientes para a analisadas.

4.2 Metodologia: pesquisa-ação

A metodologia de trabalho é uma pesquisa qualitativa colaborativa do tipo pesquisa-ação, segundo Thiollent (2011) e Fiorentini & Lorenzato (2009). Esta metodologia foi escolhida uma vez que nesta atividade realizada o pesquisador está introduzido no ambiente a ser estudado.

A pesquisa-ação é um tipo especial de pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitam a melhoria das práticas e a maior liberdade de ação e aprendizagem dos participantes. (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p. 112)

Existe uma cooperação entre o professor-pesquisador e os estudantes participantes do grupo. “Na pesquisa-ação os pesquisadores desempenham um papel ativo no equacionamento dos problemas encontrados, no

acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas em função dos problemas.” (THIOLENT, 2011, p. 21)

O pesquisador, durante as discussões realizadas no grupo do *Facebook*, teve um papel importante em saber mediar, corrigir ou nortear as discussões. Isso fez com que ele também exercesse o papel de auxiliar na resolução de problemas, compartilhando suas ideias a respeito das soluções. Thiollent ainda define a pesquisa-ação da seguinte forma:

“... é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.” (THIOLENT, 2011, p. 20)

Ainda é importante ressaltar que um dos objetivos dessa pesquisa é apresentar uma ferramenta que auxilie no ensino, primeiramente de matemática, mas podendo ser expandida a outras áreas. A pesquisa-ação faz com que os pesquisadores em educação tenham condições de produzir informações e conhecimentos que auxiliem de forma mais efetiva, inclusive ao nível pedagógico. “Tal orientação contribuiria para o esclarecimento das microssituações escolares e para a definição de objetivos de ação pedagógica e de transformações mais abrangentes.” (THIOLENT, 2011, p. 85)

A análise realizada neste trabalho refere-se a um grupo específico e inserido em uma realidade em particular. O autor não tem intenção de criar uma generalização a partir deste estudo. Esse é um objetivo normalmente adotado em pesquisas que são orientadas a partir de práticas: a não generalização. Thiollent (2011) destaca que é possível alcançar certo nível de generalização a partir da pesquisa-ação, mas para isso é necessária a experiência em várias pesquisas. “Mas, quando o objetivo da pesquisa-ação consiste em resolver um problema prático e formular um plano de ação, a forma de raciocínio utilizada consiste em particularização e não generalização.” (THIOLENT, 2011, p. 111)

Neste trabalho o pesquisador esteve inserido no trabalho realizado. Isso faz com que a escolha pela pesquisa-ação como metodologia de pesquisa seja uma escolha justificada.

Com a metodologia de estudo adotada passou-se à coleta de dados e à posterior análise destes. Esses dois itens serão analisados em capítulos seguintes.

4.3 Coleta de dados

A coleta de dados ocorreu integralmente no grupo do *Facebook*. Uma vez que era realizada uma postagem, apenas o autor dela ou o mediador poderiam apagá-las. Com isso, todo material produzido ficava salvo na própria rede social. Além disso, a fim de prevenir contra algum problema que ocasionasse a perda dos dados, as postagens foram copiadas para um arquivo de texto (formato MS word).

O critério para a seleção das discussões a serem analisadas foi qualitativo. Por existir uma grande quantidade de postagens no grupo, o autor optou por selecionar aquelas que ele acreditou serem discussões produtivas. Entendendo essas como as que apresentavam uma quantidade suficiente de elementos que pudessem ser interpretados a partir da teoria de Vergnaud.

Evitaram-se assim as postagens que se caracterizavam principalmente por aquelas em que não havia uma interação entre os alunos. Isso ocorria principalmente quando algum membro do grupo apenas resolvia a questão e não se seguia uma discussão, encerrando ali o problema sem mais debates. Segue um exemplo (extrato 1) de um desses casos:

Aluno A: dúvida de progressão aritmética:

A sequência (3m; m+5 ;5) é uma progressão aritmética. Sua razão é?

[Curtir](#) · [Seguir publicação](#) · [10 de novembro de 2012 às 17:03](#)

[Visualizado por 102](#)

Aluno B: iguala : $m+5 - 3m = 5 - m +5$, , $-2m +5 = -m$, , $-m +2m =5$, , $m =5$, , depois toca na formula da razão $a_2 - a_1$, , $R= 5+5 - 3.5$, , $R=-5$. Deve ser isso

[12 de novembro de 2012 às 18:12](#) · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#)

Extrato 1: discussão entre o Aluno A e o Aluno B

Para a utilização desse material, foi solicitada a autorização a todos os alunos que tiveram suas publicações analisadas ou aparecem de alguma forma neste trabalho. Essa autorização se deu por uma carta enviada por email pelos estudantes. No caso dos que eram menores de idade a carta foi enviada pelos seus responsáveis legais. Todas essas autorizações estão em posse do autor desse trabalho estando à disposição de quem tiver o interesse em acessá-las.

No próximo item serão apresentados a caracterização e os mecanismos de funcionamento do grupo do *Facebook*, indicando recursos que foram essenciais para a realização da atividade.

4.4 O grupo do *Facebook*

Na rede social *Facebook* é possível criar grupos de discussões. Esses grupos podem ser fechados ou públicos; ou seja, alguns são apenas para quem é convidado ou autorizado a participar e outros, livres para quem quiser fazer parte. Nesses grupos, os participantes podem publicar todo conteúdo que desejarem, como textos, imagens, vídeos ou links. Todos os membros do grupo podem comentar essas publicações. A organização da rede social quanto às discussões traz uma facilidade para organizar os debates, pois as discussões ficam separadas e é fácil identificar os comentários realizados por cada componente.

O grupo foi criado em 1° de Junho de 2012. Optou-se por um grupo fechado, no qual os alunos convidados para participar eram do curso pré-vestibular popular Universidade Já. O convite foi realizado de forma aberta em sala de aula, explicando que seria um local onde poderíamos discutir matemática e lógica. Assim, aqueles que tivessem interesse em participar, poderiam ingressar no grupo.

Primeiramente, o grupo contava com cerca de 50 alunos, tendo atualmente, março de 2013, mais de 100 participantes. No início, o objetivo era a resolução de desafios pelos alunos, que eram propostos pelo professor, este atuando como mediador do grupo. Esses problemas visavam criar

possibilidades para o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático. No extrato 2 podemos ter um exemplo de uma dessas discussões.

Professor: E aí? depois de ontem se convenceram que raciocínio lógico ajuda na UFRGS? Vamos lá:

Partilha Justa

Um camponês e seu amigo compraram um barril de oito litros de cerveja. Eles queriam dividir a cidra equivalentemente entre si, mas só tinham uma jarra de 5 litros e outra de 3 litros. Como conseguiram fazer a divisão?

Fonte: Mais Atividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt.

[Curtir](#) · [Parar notificações](#) · 1 de julho de 2012 às 13:22

Visualizado por 106

Aluno C: Há a possibilidade de um ter ficado com a jarra de 5 litros, mas só com 4 litros dentro e o outro ficou com o barril.

1 de julho de 2012 às 13:55 · [Curtir](#)

Professor: Não, cada um tem que ficar com 4 litros!

1 de julho de 2012 às 14:03 · [Curtir](#)

Aluno C: Pois então a jarra teria ficado com 4 litros dentro e o barril com os outros 4. Se não for isto não sei onde está o erro.

1 de julho de 2012 às 14:07 · [Curtir](#)

Professor: A sim, é isso mesmo!

1 de julho de 2012 às 14:09 · [Curtir](#)

Aluno D: Um colocou na jarra de cinco litros e preencheu com quatro litros e restante da bebida ficou no barril os outros quatro litros.

6 de julho de 2012 às 15:42 · [Curtir](#)

Professor: Como ele vai saber quanto é 4 litros? Não pode haver dúvidas!

6 de julho de 2012 às 15:43 · [Curtir](#)

Extrato 2: discussão entre professor e alunos C e D

Após algum tempo do início da atividade no grupo do *Facebook*, foi levantado pelos estudantes, o interesse por discutir questões de vestibular, visto que a data das provas se aproximava e este era o objetivo maior dos integrantes do grupo. Assim, alguns alunos começaram a publicar questões de vestibulares e do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e isso acabou motivando outros colegas a fazerem o mesmo. Nesse ponto, a função do professor que coordenava o grupo passou a ser um pouco diferente, uma vez

que a maior parte material publicado não era proveniente de suas postagens e ele sequer chegava a participar de algumas publicações. As discussões dos próprios alunos eram suficientes para resolver os problemas. Isso foi encarado de maneira muito positiva e visto como uma evolução importante nas discussões do grupo. No extrato 3, podemos ver um exemplo do que se considera ser essa evolução, onde o professor não está presente na discussão do problema.

Aluno E:

Alguém me ajuda a resolver isso
Cheguei até aqui só
 $18 = 2/3 \log_{10}(M_0)$

QUESTÃO 139

A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina-cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. Disponível em: <http://earthquake.usgs.gov>. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina-cm)?

- A $10^{-5,10}$
- B $10^{-5,73}$
- C $10^{12,00}$
- D $10^{21,66}$
- E $10^{27,00}$

Curtir (desfazer) · Parar notificações · 23 de outubro de 2012 às 01:29

Visualizado por 106

Você curtiu isso.

Aluno F: EU SEI

23 de outubro de 2012 às 01:47 · [Curtir](#)

Aluno E: Manda heheheh

23 de outubro de 2012 às 01:47 · [Curtir](#)

Aluno F: $7,3 = -10,7 + 2/3 \log mo$ (em cima) e 10 (em baixo)

23 de outubro de 2012 às 01:53 · [Curtir](#)

Aluno F: $7,3+10,7=2/3 \log Mo$ 10

23 de outubro de 2012 às 01:54 · [Curtir](#)

Aluno F: $3.18/2 = \log Mo$ 10

23 de outubro de 2012 às 01:54 · [Curtir](#)

Aluno F: $27=\log Mo$ 10

23 de outubro de 2012 às 01:54 · [Curtir](#)

Aluno F: $Mo= 10$ na 27

23 de outubro de 2012 às 01:55 · [Curtir](#)

Extrato 3: discussão entre alunos E e F

Os participantes do grupo começaram a utilizar métodos para apresentar da melhor maneira possível cada exercício, muitos utilizavam o próprio fórum para resolver a questão passo a passo, como podemos ver no extrato 3, outros preferiam apenas explicar como resolver e alguns poucos utilizavam o recurso de imagem.

Em algumas das questões em que o coordenador do grupo acreditou ser necessária uma intervenção maior para o fechamento ou resolução foi utilizado um recurso de vídeo. Era criado esse vídeo com o auxílio de um *tablet*, onde se apresentava a ideia ou até mesmo a resolução da questão. Todos esses recursos, os utilizados pelos alunos e pelo professor, enriqueceram o trabalho, fazendo com que o grupo se tornasse mais atrativo a todos os que o acessavam.

A partir deste material, que será realizada a análise de pontos considerados importantes como, por exemplo, os esquemas que os sujeitos da pesquisa utilizavam para resolver os problemas, bem como as formas de representar, que apareciam nas discussões e conceitos matemáticos trabalhados nesses debates.

Após o término do período de vestibulares o número de postagens do grupo praticamente ficou nulo. Acredita-se que isso seja um processo natural, visto que o objetivo dos alunos era a aprovação no vestibular; e, passado esse processo de seleção, seu interesse pelo grupo diminuiria.

A partir deste ponto já seria possível darmos início a análise dos dados. Porém, o autor acredita ser importante apresentar um breve histórico de como se deu a construção da atividade aplicada, mostrando o que levou a criação dessa bem como o modo como foi estruturada.

4.5 A elaboração e desenvolvimento da proposta a partir de experiências anteriores

A proposta didática desenvolvida neste trabalho surgiu a partir de experiências em sala de aula. Em sua prática escolar, o autor deste trabalho sempre propôs desafios que envolviam matemática ou raciocínio lógico, obtendo bom retorno dos alunos para esse tipo de atividade. Eles realmente se empenhavam em realizar o que era proposto.

Aqui apresentamos que modelo de atividade era trabalhada. Um exemplo é o *problema da pérola mais leve*, retirado do livro *o Homem que Calculava* de Malba Tahan (2006):

“Um mercador de Benares, na Índia, dispunha de oito pérolas iguais - na forma, no tamanho e na cor. Dessas oito pérolas, sete tinham o mesmo peso; a oitava, entretanto, era um pouquinho mais leve que as outras. Como poderia o mercador descobrir a pérola mais leve e indicá-la, com toda a segurança, usando a balança apenas duas vezes, isto é, efetuando apenas duas pesagens? É esse o problema, ó calculista! Queira Allah inspirar-te a solução mais simples e mais perfeita!” (TAHAN, 2006, p.227)

Outro exemplo de problemas que atraíam o interesse dos alunos eram os que tinham como objetivo mover partes de uma determinada figura a fim de formar um novo desenho, com características diferentes da inicial. Um desses problemas é o problema dos *Dezesseis Fósforos* (figura 1) retirado do livro *Incríveis passatempos matemáticos* de Ian Stewart (2010, p. 19). O problema propõe o seguinte: “Dezesseis fósforos estão dispostos formando cinco quadrados idênticos. Movendo exatamente dois fósforos, reduza o número de quadrados para 4. Todos os fósforos devem ser usados, e cada fósforo deve fazer parte de um dos quadrados.”

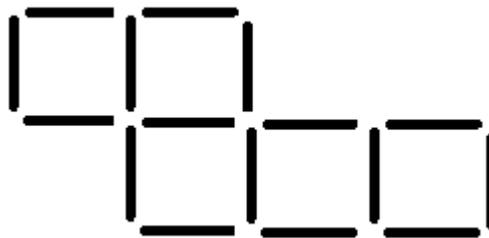


Figura 1: O problema dos Dezesseis Fósforos

Os alunos sempre se mostraram desafiados e eram extremamente engajados e participativos quando era proposto esse tipo de atividade. Tanto no primeiro como no segundo exemplo apresentados, se estabelecia um ambiente de pesquisa em sala de aula. Havia a participação da maioria dos alunos, os quais trocavam informações e discutiam o que poderia e não poderia ser feito para a resolução dos problemas. Foi considerado como muito produtivo quando o grupo discutia o porquê de certa estratégia não poder ser utilizada. Para isto, era necessário que retomassem as hipóteses iniciais dos problemas a todo instante.

Em alguns momentos foram utilizados recursos digitais, como computador acoplado a um projetor multimídia, para a resolução desses problemas, pois alguns necessitavam de manipulação para melhor organizar o raciocínio. Um aplicativo em linguagem flash, por exemplo, pode tornar essas atividades mais simples de se organizar na busca por uma solução.

Um exemplo desse tipo de atividade é o problema *O Lobo e a Ovelha*, cujo objetivo é de atravessar para o outro lado do rio o lobo, a ovelha e a couve. Porém, só se pode transportar um deles no barco de cada vez e não se pode deixar a ovelha sozinha com o lobo ou a couve sozinha com a ovelha (figura 2).



Figura 2: jogo "O Lobo e a Ovelha".

Fonte: www.rachacuca.com.br

Esse tipo de atividade foi realizada, na maioria das vezes, com alunos com idades entre 12 e 14 anos. Com isso foi possível verificar o que sugere Piaget (1996, p. 6):

“...é precisamente a partir dos 10 anos que os colaboradores do nosso inquérito consideram o trabalho por "equipes" como o mais fecundo, acontecendo mesmo que certo número de educadores reserva esse método para crianças de 10 a 15 anos.” (PIAGET, 96)

Outro tipo de atividade que apresentava uma grande receptividade durante as aulas e que também favorecia o ambiente de pesquisa e discussão, eram os problemas de lógica, que os alunos costumavam chamar de “desafio do Einstein”. Esses problemas apresentavam vários graus de dificuldades, com o objetivo era colocar cada item em sua posição correta a partir de proposições que acompanhavam o problema (figura 3). Para realizar essa atividade era utilizado um computador ou *tablet* em conjunto com um projetor, melhorando a visualização do problema.

	Casal 1	Casal 2	Casal 3	Casal 4	Casal 5
Gravata	<input type="text"/>				
Noivo	<input type="text"/>				
Noiva	<input type="text"/>				
Lua de Mel	<input type="text"/>				
Noivado	<input type="text"/>				
Conheceram	<input type="text"/>				

O casal que noivou por mais tempo está ao lado do que noivou durante 2 anos.

O casal que se conheceu na Praia vai passar a lua de mel em Recife.

O noivo da gravata Azul está em algum lugar à esquerda do de gravata Branca.

A noiva Caroline está em uma das pontas.

Na terceira posição está o casal que se conheceu na Igreja.

Édson conheceu a sua noiva durante uma Festa.

O casal que vai passar a lua de mel em Curitiba está em algum lugar entre o Cássio e o Édson, nessa ordem.

O noivo da gravata Verde está ao lado do casal que noivou durante 1 ano.

Thomas conheceu a sua noiva na Praia.

Mayara está em algum lugar à direita do noivo da gravata Verde.

Em uma das pontas está o casal que se conheceu na Faculdade.

O noivo da gravata Amarela está em algum lugar entre o casal que noivou por 3 anos e o noivo da gravata Verde, nessa ordem.

O noivo da gravata Vermelha noivou durante 5 anos.

Wagner é o noivo com maior tempo de noivado.

Na primeira posição está o casal que vai passar a lua de mel em Recife.

Karen está exatamente à esquerda do casal que noivou durante 2 anos.

O casal que vai pra Florianópolis está exatamente à direita do casal que se conheceu na Praia.

O casal que vai passar a lua de mel em Belo Horizonte está na quarta posição.

Caroline está ao lado do casal composto por Cássio e sua noiva.

Wagner está entre o casal que noivou durante 3 anos e Adriano, nessa ordem.

A noiva Viviane está na quarta posição.

Figura 3: problema de lógica.

Fonte: www.rachacuca.com.br

Um dos objetivos dessas atividades era o de auxiliar no ensino de matemática, fazendo com que os alunos desenvolvessem o pensamento lógico e matemático, aperfeiçoando a sua forma de pensar matemática e o raciocinar. Para isso foi criada uma proposta de trabalho que utilizasse esse tipo de atividade através de um ambiente de aprendizagem virtual.

A primeira proposta de trabalho utilizando um ambiente virtual foi desenvolvida através de um ambiente de aprendizagem virtual denominado Portal Educandus. Essa atividade foi realizada com alunos de 6º série (7º ano). O objetivo era fazer com que os alunos resolvessem as atividades propostas e discutissem as diferentes maneiras de resolução, através do fórum do ambiente virtual. Entretanto, não existiu uma interação desses estudantes com o ambiente, eles não apresentavam discussões nos fóruns, se prendiam apenas a tentar resolver o exercício e, no momento em que um deles apresentava uma solução, os outros perdiam o interesse pelo desafio. Outro fato ocorrido foi que em alguns momentos a discussão perdia o foco, se direcionando para tópicos não correlacionados com o problema.

É possível levantar algumas hipóteses para a não interação no ambiente. Um deles seria o próprio ambiente virtual, o qual não atraía o aluno e não apresentava uma ferramenta que facilitasse as discussões. Outro motivo

pode ter sido o próprio grupo que participou da proposta, talvez não fosse do interesse deles realizar tal atividade via ambiente virtual. Vale ressaltar que a mesma turma se empenhou na realização de tarefa similar em sala de aula, sem o recurso de um ambiente virtual, utilizando apenas o quadro, giz, computador e projetor. Mas esses aspectos não serão aprofundados nesse trabalho, visto que não é esse o objetivo.

Embora os resultados obtidos não atendessem às expectativas iniciais, ainda existia a inquietação acerca da possibilidade dessa proposta ser mais produtiva com outro grupo de alunos e/ou em um ambiente virtual que apresentasse outras características. Com isso, surgiu a ideia de realizar a proposta através do *Facebook*, criando um grupo de discussões. Porém, devido à faixa etária do grupo de alunos em questão, tornou-se inviável a realização da proposta através desta rede social, uma vez que o *Facebook* só permite cadastro de jovens a partir de treze anos. Diante disto, surgiu a ideia de se realizar uma tarefa similar com alunos de um pré-vestibular popular. A proposta seria a mesma, resolver problemas de matemática e raciocínio lógico e discutir suas soluções através do fórum do grupo.

Então, iniciou-se o trabalho com os estudantes do curso pré-vestibular Universidade Já. Os dados obtidos na atividade realizada por este grupo de estudantes que serão o objeto de análise deste trabalho, análise essa que será apresentada no capítulo seguinte.

5 Análise dos dados

Neste capítulo será apresentada a análise dos dados que foram coletados durante a pesquisa em questão. Para isso foram selecionadas discussões realizadas no grupo do *Facebook*.

Os diálogos foram reproduzidos na forma original, mantendo inclusive eventuais erros de gramática, ortografia ou digitação. Cada aluno será identificado pela palavra *aluno*, seguida de um número, mantendo a mesma identificação por aluno nas diversas discussões apresentadas.

O professor que participa do grupo será identificado pela palavra *professor*. Vale lembrar que ele se trata do autor desta dissertação.

5.1 Discussões

5.1.1 Discussão 1

Aluno 1: Slide 13 : como faço pra achar os pontos da intersecção da parábola com eixo das abscissas?

(UFRGS) A área do triângulo cujos vértices são (5; 4) e os pontos de intersecção da parábola $y = x^2 - x - 2$ com o eixo das abscissas é

- (A) 3. (C) 6. (E) 12.
 (B) 4. (D) 8.

[Curtir](#) · · Seguir (desfazer) publicação · 15 de setembro de 2012 às 15:59

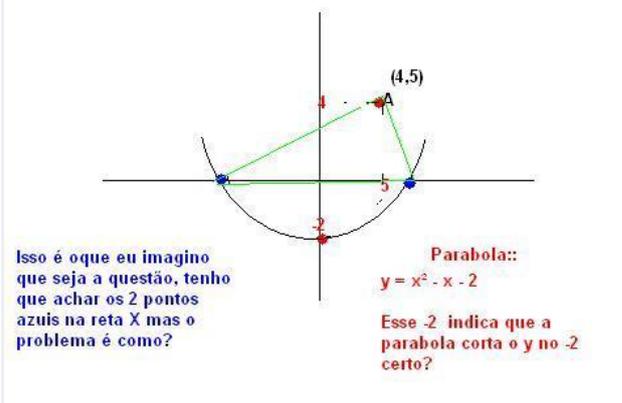
[Visualizado por 108](#)

Professor: O que são os pontos em que qualquer função corta o eixo das abscissas (eixo x)?

15 de setembro de 2012 às 16:01 · [Curtir](#)

Aluno 1: Tipo pra achar a area do triângulo da questão 13 tem que ter os pontos da parábola que cortam o eixo x, mas o que não to conseguindo é encher/ar achar esses pontos.

<http://imageshack.us/a/img6/7027/questao13r.jpg> (Isso é oque eu encherço até agora)



Isso é o que eu imagino que seja a questão, tenho que achar os 2 pontos azuis na reta X mas o problema é como?

Parabola::
 $y = x^2 - x - 2$
 Esse -2 indica que a parabola corta o y no -2 certo?

15 de setembro de 2012 às 16:27 · [Curtir](#) · [Remover visualização](#)

Professor: Ta, ok, o y o corte no eixo y ta certo. Olha a pergunta de novo: o que são os pontos em que a parábola (ou qualquer outro gráfico de função) corta o eixo X?

15 de setembro de 2012 às 16:32 · [Curtir](#)

Aluno 1: O sor essa ai não deu mesmo, tem algum video, pagina com alguma coisa parecida com isso?

15 de setembro de 2012 às 20:32 · [Curtir](#)

Professor: Cara são as raízes! Usa bhaskara para encontrar. como é no eixo x o y é zero! e ai vai ter os três pontos!

15 de setembro de 2012 às 21:44 · [Curtir](#)

Aluno 1 Finalmente consegui, era achar a soma e produto pra achar os 2 pontos depois calcular um triangulo grande e tirar a parte que tu nao quer e ai da 6 .

16 de setembro de 2012 às 11:29 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#)

Professor: é ou so fazer base vezes altura e dividir por 2!

Extrato 4: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: função do 2º grau, plano cartesiano, áreas de figuras planas.

A questão apresentada pelo *aluno 1* foi retirada de um slide trabalhado pelo professor durante uma aula de exercícios. Notamos que o aluno não compreendeu que, para resolver a questão, era necessário calcular os zeros da função. Na primeira parte do diálogo, o professor questiona o aluno com o objetivo de que ele compreenda que os pontos de intersecção da função com os eixos da abscissa são os zeros da função.

Na primeira resposta do aluno temos alguns elementos que nos permitem realizar uma análise do ponto de vista da teoria dos campos conceituais. Primeiro, temos que trazer a ideia de *esquema* discutida por Vergnaud. “Chamemos 'esquema' a organização invariante do comportamento para uma classe de situações dada.” (VERGNAUD. 1993, p.2). Apesar de estarmos na primeira discussão, veremos que também é possível identificar,

em outros dados do *aluno 1*, os *esquemas* utilizados para uma classe de situações que envolvem problemas semelhantes ao da discussão 1.

Na figura elaborada pelo *aluno 1*, são estabelecidas algumas estratégias adotadas por ele para a resolução do problema. Vimos que ele esboça o problema a fim de visualizar o que está sendo pedido no exercício, esboço realizado em software de edição de imagens. Além disso, o aluno mostra que possui competências que o auxiliam na resolução da questão, uma vez que o mesmo demonstrou saber que essa parábola tem concavidade para cima, que o termo independente é onde a parábola intercepta o eixo das ordenadas e que, apesar de ter escrito as coordenadas do ponto (5;4) de forma invertida, soube marcar esse ponto corretamente no plano cartesiano. Algumas destas informações não são necessárias para a resolução da questão. Todavia, podemos inferir que estas são organizações invariantes de comportamento desse aluno para questões que envolvam funções do 2º grau ou plano cartesiano.

Para o *aluno 1*, do ponto de vista da teoria de Vergnaud, este problema se encaixa nas classes de situações em que o sujeito não dispõe de um conjunto suficiente de competências necessárias para sua resolução, o levando a hesitação e reflexão. Este fato fica mais evidente quando observamos a seguinte fala do aluno 1: “Tipo pra achar a area do triângulo da questão 13 tem que ter os pontos da parabola que cortam o eixo x, mas o que não to conseguindo é encher/achar esses pontos.”. Vemos que ele não consegue encontrar os pontos necessários, e que para isso teve que refletir acerca da questão, o que provavelmente o levou a hesitações.

Inicialmente o professor ajuda nessa reflexão de maneira a não dar a resolução do problema sem que o aluno explore-o mais, a fim de buscar compreender os conceitos que lhe faltam para a resolução. Podemos inferir que o principal conhecimento que faltou ao aluno é saber que os pontos, que ele entende que precisa encontrar, são os zeros da função. Após ele desistir da resolução da questão e querer buscar outros recursos para a resolução da mesma, o professor responde a questão, compartilhando seu conhecimento. Ainda assim, vale destacar que o professor sugeriu um método de resolução e

o aluno utilizou outro, o método de soma e produto, reforçando a ideia de que o aluno realmente não entendia que os pontos de intersecção da parábola com o eixo das abscissas são os zeros da função, apesar dele saber como calculá-los. Pode-se pensar que, pelo fato de o *aluno 1* ter utilizado em situações anteriores a essa o método de soma e produto, ele identificou esse, como sendo um recurso que lhe permitiria chegar a solução.

Na última fala do aluno, não fica claro qual o raciocínio que ele utilizou para encontrar a área do triângulo, uma vez que, conhecendo os zeros da função, ele poderia calcular a área da figura geométrica utilizando a fórmula da área. Entretanto, ele parece ter decomposto alguma outra figura para chegar à área desejada, mostrando um conhecimento bem desenvolvido quanto ao que representa a área de uma figura e como se pode chegar neste valor. Isso reforça a importância do esquema que o aluno utiliza, uma vez que esse é a representação do que ele entende do problema e o quanto é fundamental para o desenvolvimento do seu conhecimento. Além disso, o esquema organiza o pensamento adjacente, além da parte observável. A parte observável é o que podemos identificar a partir das suas representações, já o pensamento adjacente é o que se utiliza para chegar a essas representações. Nesta discussão temos uma figura que representa a parte observável do esquema do *aluno 1*. A partir dessa figura, podemos verificar alguns pensamentos adjacentes como, por exemplo, para esboçar a parábola com concavidade para cima, ele provavelmente observou o coeficiente do termo quadrático da função e, ao ver que este coeficiente se tratava do número 1 (um), sendo positivo, a concavidade era para cima.

Nesta discussão notamos alguns dos elementos destacados por Vergnaud, principalmente a ideia de esquema. Vale ainda lembrar que toda essa discussão se tornou pública aos outros participantes do grupo, ou seja, também lhes foi propiciado que se apropriassem das ideias discutidas e do esquema criado para a resolução da questão.

Vale ressaltar que nesta discussão o professor-pesquisador deu a resposta ao aluno o que não foi interessante para pesquisa, uma vez que criar oportunidades para que o aluno busque novos conhecimentos a partir de suas experiências seria mais interessante. A partir dessa atividade o pesquisador

começou a ter mais cuidado com esse tipo de situação. Nas conclusões deste trabalho será novamente discutido esse tipo de situação considerando alternativas que podem ser tomadas nesses casos.

5.1.2 Discussão 2

Aluno 1: Botei os dados na fórmula achei um 5 e a única alternativa que tinha 5 seria meu chute e aí sor? <http://img820.imageshack.us/img820/6738/questaof.jpg>
<http://img820.imageshack.us/img820/6738/questaof.jpg>

(UFRGS) Uma equação da reta que contém os pontos (1, 2) e (-3, -1) é da seguinte forma, sendo a um real conveniente,

(A) $ax - y + 2 = 0$.

(B) $ax - 2y + 3 = 0$.

(C) $ax - 3y + 4 = 0$.

(D) $ax - 4y + 5 = 0$.
 (E) $ax - 5y + 6 = 0$.

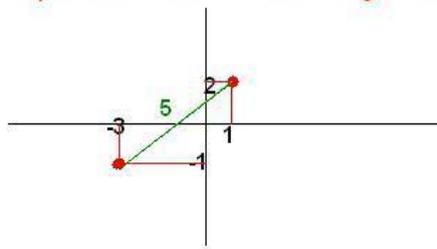
Ta o que seria esse "a" afinal no gráfico?

$$D = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1-2)^2}$$

$$D = \sqrt{16 + 9}$$

$$D = \sqrt{25}$$

$$D = 5$$



[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\) publicação](#) · [Compartilhar](#) · 12 de setembro de 2012 às 20:13

[Visualizado por 108](#)

Professor: Tem que usar a fórmula de reta que passa por dois pontos! Tenta aí, se não conseguir me avisa.

12 de setembro de 2012 às 23:04 · [Curtir](#)

Aluno 1: Se o valor de "a" não tiver importância achei (D) $3x - 4y + 5 = 0$

<http://img339.imageshack.us/img339/3822/resoluao.jpg>

$$\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ -3 \\ -1 \end{array} = 0$$

$$\begin{array}{cc|c} x & y & 0 \end{array} \begin{array}{c} x \\ y \end{array}$$

$$-1 + 2x - 3y - (-6 + y - x) = 0$$

$$-1 + 2x - 3y + 6 - y + x = 0$$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

13 de setembro de 2012 às 14:50 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#) · [Remover visualização](#)

Professor: Isso mesmo!

13 de setembro de 2012 às 15:29 · [Curtir](#)

Extrato 5: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: geometria analítica, equação da reta que passa por dois pontos.

Esse exercício foi trabalhado em aula pelo professor. Podemos notar que o *aluno 1* opta por criar uma imagem, na qual podemos ver os cálculos realizados, para visualizar o que representa o problema sugerido.

Notamos que o aluno aparentemente tem como organização invariante de comportamento, para questões que envolvam problemas no plano cartesiano, esboçar o problema a fim de poder visualizar com mais clareza o que a questão propõe. Ou seja, é o tipo de esquema que ele utiliza nessa classe de situações. Quanto aos cálculos realizados pelo aluno, notamos que ele não entende o que é pedido na questão ou não sabe como resolvê-la, uma vez que a questão quer a equação da reta que passa por dois pontos e ele calcula a distância entre eles. Isso provavelmente é um conhecimento que vem de outras experiências, utilizado para a resolução de uma questão que envolva geometria analítica.

Vale lembrar que de acordo com Vergnaud além de organizar o que é observável o esquema organiza o pensamento adjacente. Neste caso, temos como parte observável o esboço e os cálculos realizados pelo *aluno 1*. O pensamento adjacente a esse esquema, apesar de não ser o correto para a resolução do problema, pode ser identificado pelo fato de, após verificar que existiam dois pontos no plano, o aluno poderia calcular a distância entre eles.

O professor opta por propor o uso de outra fórmula para a resolução do problema. É importante ressaltar que o professor poderia ter trabalhado melhor o problema criando uma discussão mais refinada a fim de tentar entender melhor porque o aluno calculou a distância entre os pontos. Isso provavelmente seria mais proveitoso para o desenvolvimento da pesquisa. Porém, notamos que após o comentário do professor o aluno conseguiu resolver a questão. Aqui podemos levantar a hipótese de que a partir da leitura do comentário do

professor, o aluno fez inferências a fim de compreender o objetivo do problema. Ou seja, ele analisou, reviu os conceitos utilizados e os adaptou para essa situação. Exatamente como é sugerido por Vergnaud em sua teoria. Inferimos que o aluno se apropriou a partir da dica do professor ou de estudos complementares para concluir qual a fórmula necessária para a resolução do problema.

Ainda quanto ao que Vergnaud se refere a esquema, a partir da análise da discussão, podemos interpretar a parte observável, matriz utilizada pelo aluno nos cálculos e, com isso, identificar os caminhos adotados pelo *aluno 1* para tentar resolver a questão.

Podemos notar que, na imagem criada pelo estudante, onde estão descritos os cálculos, temos na terceira coluna da matriz, um zero. Esse zero está incorreto, em seu lugar deveríamos ter o número 1. Porém, isso provavelmente foi apenas um erro de digitação do estudante, uma vez, que seus cálculos estão corretos, levando em conta o número 1 na posição do zero. Ainda poderíamos levantar a hipótese de que o aluno compreenda que na multiplicação com zero, esse exerça a função de um termo neutro, o que só seria verdadeiro no caso de utilizarmos a multiplicação por 1. Porém, através da análise de outras atividades, veremos que a hipótese de apenas um erro de cálculo é a mais provável para o comportamento deste estudante. Aqui ressaltamos os cuidados e a importância que devemos ter com a representação. Além disso, podemos reforçar novamente que o esquema organiza o pensamento adjacente. O estudante sabia exatamente o que estava fazendo, pois apesar do provável erro de digitação, isso não comprometeu a resolução da questão. Ou seja, ele sabia como calcular, apesar de existir, na parte observável do esquema, esse equívoco. O seu pensamento adjacente, saber utilizar a fórmula em questão, foi fundamental para que ele obtivesse êxito no desenvolvimento do problema.

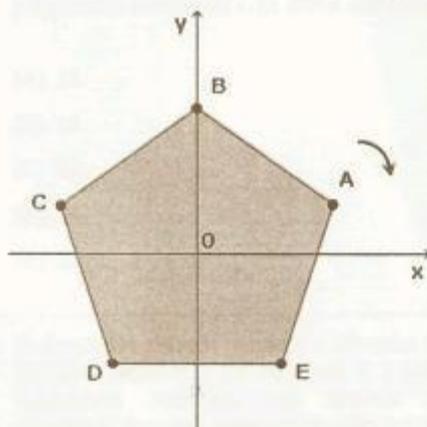
Por fim, é importante destacar os conhecimentos que foram utilizados. Para isso podemos retomar que na primeira tentativa o *aluno 1* aplicou um conhecimento que pode ter sido adquirido em situações anteriores, semelhantes a essa: a distância entre dois pontos no plano. Após, com a

interferência do professor, ele utilizou um conhecimento diferente, a equação da reta definida a partir de dois pontos. Esses são os conhecimentos-em-ação do aluno. Eles não são acabados. Vemos que o estudante os modifica de forma a adaptá-los às questões sugeridas. Neste caso, ele utilizou a fórmula da distância entre dois pontos e, após verificar novos elementos, ele modifica seu pensamento a fim de solucionar o problema. Vergnaud aponta que esse procedimento é parte importante da aprendizagem do sujeito, que a experimentação é fundamental para o desenvolvimento de um conceito.

5.1.3 Discussão 3

Aluno 1: Qual lance dessa aqui? Tipo eu sei o lugar que vai parar o A pela logica vai parar ali no lugar do C, só falta o jeito de achar valores. <http://imageshack.us/a/img9/4374/382011j.jpg>

38. O pentágono regular representado abaixo tem o centro na origem do sistema de coordenadas e um vértice no ponto $(0, 2)$.



Girando esse pentágono, no plano XOY, em torno de seu centro, de um ângulo de 228° no sentido horário, as novas coordenadas do vértice A serão

- (A) $(-\sqrt{3}, 1)$.
- (B) $(\sqrt{3}, -1)$.
- (C) $(-1, \sqrt{3})$.
- (D) $(1, -\sqrt{3})$.
- (E) $(-1, -\sqrt{3})$.

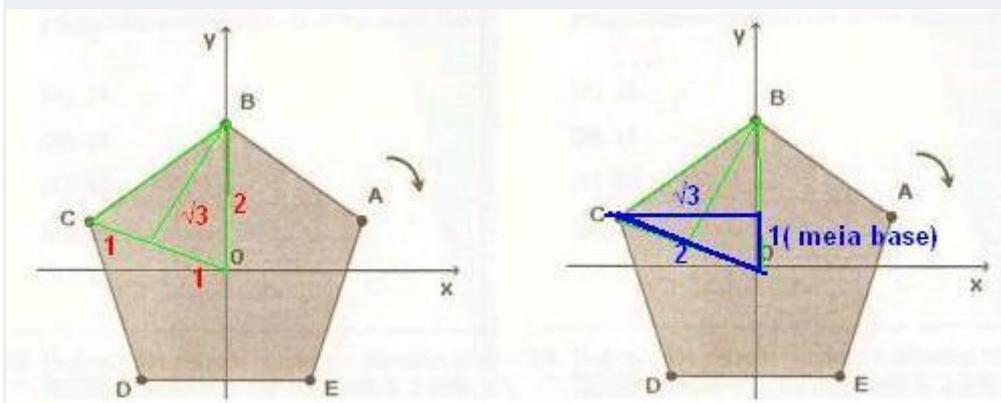
[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · [17 de setembro de 2012 às 19:41](#)

[Visualizado por 108](#)

Professor: Isso, repara que ele te da coordenada do B, faz um triângulo retângulo la no C!

[17 de setembro de 2012 às 19:58](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: "A", <http://imageshack.us/a/img521/6928/38resoluao.jpg>



17 de setembro de 2012 às 21:25 · [Curtir](#) · [Remover visualização](#)

Professor: O segundo desenho, mas o 1 ali foi na sorte! Usa os ângulos, o ponto vai passar do C! É um pentágono, divide 360 por 5, para saber o ângulo do triângulo!

17 de setembro de 2012 às 21:26 · [Curtir](#)

Aluno 1: Deu um ângulo de 30° ai foi so usar $\text{Sen}30^\circ$ e $\text{cos } 30^\circ$ pra achar as coordenadas, mesmo assim deu A .

18 de setembro de 2012 às 19:03 · [Curtir](#)

Professor: Isso ai mesmo! Pode ser que seja o A, vou verificar, mas acho que não, pois o ângulo de A com o eixo seria 18 graus!

18 de setembro de 2012 às 20:22 · [Curtir](#)

Aluno 1: 30° é do outro lado quando gira no comesso A é 18° mesmo

18 de setembro de 2012 às 20:42 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#)

Professor: Isso, eu que estava me confundindo nos nomes dos pontos.

19 de setembro de 2012 às 16:53 · [Curtir](#)

Extrato 6: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: geometria plana, rotação, ângulos, relações trigonométricas.

Nesta discussão, é importante chamar a atenção para a linguagem. Podemos observar um claro exemplo de como uma representação melhor trabalhada, utilizando os termos corretos, pode facilitar a interpretação do que cada participante quis dizer. O que não é o caso observado na discussão 3. Temos uma discussão que fica um pouco confusa devido à falta de clareza na

hora dos participantes se expressarem e tentarem compreender um ao outro, principalmente por parte do professor.

Analisando a discussão, o aluno tem uma ideia clara de onde a rotação deve levar o ponto A. Isso pode ser inferido na primeira fala do *aluno 1*: “Qual lance dessa aqui? Tipo eu sei o lugar que vai parar o A pela logica vai parar ali no lugar do C, só falta o jeito de achar valores.” Com isso o professor compartilha algum conhecimento a fim de auxiliá-lo na resolução do problema. Observado a primeira fala do professor: “Isso, repara que ele te da coordenada do B, faz um triângulo retângulo la no C!”. Ele não deixa claro qual o triângulo retângulo no ponto C, uma vez que temos mais de uma possibilidade. Porém, isso acabou sendo positivo, pois no desenho apresentado pelo aluno temos dois triângulos retângulos distintos com vértices em C. Isso, no ponto de vista da pesquisa, é positivo, afinal o aluno criou mais de uma possibilidade de resolução para o problema.

Na sua segunda participação, o *aluno 1* apresenta os esquemas utilizados para resolver a questão, vemos que ele propõe duas soluções, as duas utilizando triângulos retângulos como sugerido anteriormente. A solução do estudante está correta, mas como o professor não a compreendeu inicialmente, questiona se o valor 1 encontrado foi uma aproximação feita pelo aluno, pois ele escreve “meia base” ao lado desse número, ou se ele utilizou os conhecimentos necessários para determinar este valor. Ao invés de apenas questionar como foram encontrados os valores, o professor sugere novos procedimentos, indicando que o estudante utilize os ângulos do triângulo, deixando mais uma vez a cargo do aluno determinar quais ângulos utilizar.

Em seguida o estudante mostra que realmente soube calcular os valores utilizando os conhecimentos necessários. Podemos inferir isso a partir da seguinte fala do *aluno 1*: “Deu um ângulo de 30° ai foi so usar $\sin 30^\circ$ e $\cos 30^\circ$ pra achar as coordenadas, mesmo assim deu A .” Uma vez que esse é um procedimento correto para resolver o problema.

A discussão poderia ter terminado neste ponto se o professor tivesse interpretado que o aluno apenas queria uma confirmação que o gabarito

correto era a letra A. Mas, ele confunde o A da resposta correta com o A que é vértice do pentágono da figura. Isso se verifica na seguinte fala do professor: “Isso ai mesmo! Pode ser que seja o A, vou verificar, mas acho que não, pois o ângulo de A com o eixo seria 18 graus!” Toda essa situação vai ao encontro do que Vergnaud destaca ao afirmar a importância da linguagem na ação do sujeito. Uma representação mais clara teria facilitado o processo de compreensão e utilização de conceitos neste problema.

Ainda se pode observar, como sugere Vergnaud, conceitos-em-ação utilizados pelo *aluno 1*: noções de relações trigonométricas do triângulo retângulo, rotação, ângulos e propriedades de triângulos. Lembrando que todos esses elementos são adaptados pelo aluno a cada problema que ele se depara, ou seja, eles estão em movimento, sendo modificados a fim de satisfazerem as necessidades do estudante. Por exemplo, em sua primeira fala o *aluno 1* diz saber onde aproximadamente o ponto A ficará após a rotação. Temos por hipótese que o aluno usou uma aproximação utilizando rotação para determinar a possível posição de A. O conceito de rotação é um conceito que ele já possuía antes de resolver a questão, mas ao mesmo tempo ele relata que falta descobrir como encontrar os valores. Ou seja, esse conceito precisa ser acabado, modificado ou completado com novos elementos, exatamente o que caracteriza um conceito-em-ação.

Ainda quanto ao esquema apresentado pelo aluno, temos na parte observável, toda a geometria usada por ele para organizar o seu pensamento, bem como os valores encontrados. Podemos inferir alguns pensamentos adjacentes desse esquema: a ideia de rotação já comentada, uma vez que esta aparece na primeira fala do aluno. Além disso, vemos que ele compreende a definição de seno e cosseno de um ângulo, pois ele utiliza esses elementos para encontrar a resposta.

Podemos notar que tanto nesta discussão como nas discussões 1 e 2 o aluno tem procedimentos de representações semelhantes. Por se tratarem de questões no plano cartesiano, ele prefere fazer um esboço do problema a fim de compreender melhor o que está sendo calculado. Isso mostra que essa é uma classe invariante de comportamento do aluno para esse tipo de situação.

É exatamente isso que Vergnaud estabelece como os esquemas utilizados pelos estudantes, ou seja, é a maneira como eles conseguem interpretar a questão, como eles compreendem o que está acontecendo.

5.1.4 Discussão 4

Aluno 1: Como faz nessa aqui de numeros complexos?<http://imageshack.us/a/img528/91/402009.jpg>

40. Considere o número complexo $z = -\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$ e a seqüência z, z^2, z^3, z^4, \dots . O número de termos distintos dessa seqüência é

(A) 4.
 (B) 5.
 (C) 6.
 (D) 7.
 (E) 8.

<http://imageshack.us/a/img528/91/402009.jpg>
 imageshack.us

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\) publicação](#) · [Compartilhar](#) · [21 de setembro de 2012 às 14:56](#)

[Visualizado por 108](#)

Professor: Essa tem que usar uma propriedade da forma trigonométrica! Todo vez que tu eleva um número complexo a uma potência o ângulo dele (argumento) fica multiplicado pela potência! Bota ele no plano cartesiano e tenta descobrir o ângulo! Se não conseguir avisa

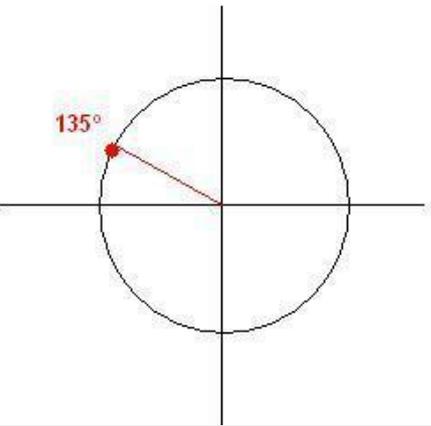
[21 de setembro de 2012 às 15:08](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: achei que o angulo de $-\sqrt{2}/2$ seria 135° ($\sqrt{2}/2 = 45^\circ$) mas como é negativo fica 135° ? Depois daqui que complica <http://imageshack.us/a/img39/9662/resoluao5.jpg> . Esse seria o z sem elevar?

$z = -\sqrt{2}/2 (1 + i)$ $-\sqrt{2}/2 = 135^\circ$ (2º Quadrante)

$\sqrt{2}/2 = 45^\circ \gg$ Como é negativo vai pro 2º Q = 135° ?

$z = 135^\circ + 135^\circ \cdot i$



<http://imageshack.us/a/img39/9662/resoluao5.jpg>

22 de setembro de 2012 às 15:19 · [Curtir](#) · [Remover visualização](#)

Professor: Só cuida uma coisa, tanto o cosseno como o seno seriam negativos então o ângulo é 225° ! Mas a teoria que falta é a seguinte: as potências e raízes de números complexos formam polígonos regulares. Como o ângulo é múltiplo de 45° , tem que ver quantas vezes o 45° entra em 360° . São 8 vezes, ou seja as potências são os vértices de um octógono regular! Ou seja, oito pontos diferentes!

22 de setembro de 2012 às 15:25 · [Curtir](#)

Aluno 1: Última dúvida dessa aí : o seno e cosseno são negativos ao mesmo tempo só no 3º quadrante então?

22 de setembro de 2012 às 15:34 · [Curtir](#)

Professor: Isso! Mas tu pode ver que ele é do 3º quadrante pq a parte real e a imaginária são negativas!

22 de setembro de 2012 às 15:36 · [Curtir](#)

Extrato 7: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: números complexos, forma trigonométrica dos números complexos, representação geométrica dos números complexos, relações trigonométricas, círculo trigonométrico.

Nesta discussão podemos notar uma interferência maior do professor, sendo mais direto em suas participações. Vemos que o *aluno 1* não apresenta nenhum esquema em sua primeira participação, o que não possibilita saber quais conhecimentos ele tem e os que ele ainda não tem para a resolução do problema. Podemos afirmar, apenas, que esta é uma classe de situação na qual o aluno não possui todos os conhecimentos necessários para resolver do

problema. Isso faz com que ele busque novos elementos, buscando entender como resolver essa questão.

Na sua primeira intervenção, o professor já apresenta novos conhecimentos sobre a forma trigonométrica do número complexo. Além disso, sugere ao aluno que ele faça uma representação a fim de facilitar a resolução do problema. Na sequência, o *aluno 1* apresenta um esquema utilizado para representar a situação. Com isso, podemos observar o que o aluno compreende desta questão. Esse é o esquema, como define Vergnaud, utilizado pelo aluno 1 para essa situação. Podemos notar alguns conhecimentos que faltam ao estudante para a resolução da questão. Vemos que ele encontra o valor de $\frac{\sqrt{2}}{2}$, provavelmente para o cosseno de um ângulo.

Provavelmente pois, a partir da parte observável do esquema, não é possível identificar como ele encontrou esse valor, se ele utilizou o procedimento correto ou apenas pelo valor aparecer em evidência na forma algébrica do número complexo. Mas, como o estudante relata que determinou o ângulo sendo de 135° por pertencer ao 2° quadrante, uma vez que o valor é negativo e, pelo cosseno ser negativo no 2° quadrante, isso permite supor que foi utilizado um procedimento pelo menos parcialmente correto. Podemos inferir isso pela seguinte fala do *aluno 1*: “achei que o angulo de $-\sqrt{2}/2$ seria 135° ($\sqrt{2}/2= 45^\circ$) mas como é negativo fica 135° ?”

Neste ponto o professor poderia ter discutido mais sobre o conceito de cosseno com o objetivo de realmente entender todo o procedimento utilizado pelo estudante, uma vez que isso o levou a um erro.

Em relação ao desenvolvimento da pesquisa, o professor-pesquisador deixou escapar uma oportunidade de trabalhar com mais profundidade conceitos referentes à forma algébrica de um número complexo. Do ponto de vista da teoria dos campos conceituais, as inferências realizadas pelo sujeito têm papel fundamental em sua aprendizagem. Além disso, Vergnaud destaca que uma das funções do mediador é facilitar as inferências. Neste caso, deveria ter ocorrido uma preocupação maior com a forma de conduzir a discussão de maneira a possibilitar uma maior reflexão ao estudante.

No passo seguinte o professor apenas faz algumas correções no procedimento, levando em consideração que o *aluno 1* conheça as relações necessárias para determinar o seno e o cosseno do argumento de um número complexo. Devemos notar que não fica claro que o *aluno 1* domina tais relações. O professor acrescenta ainda um novo conhecimento sobre números complexos. O aluno, em sua última participação, apenas tira uma dúvida quando à localização do ângulo e o porquê de ele ser um ângulo no 3º quadrante. Por fim, o professor confirma o que era questionado pelo estudante e mostra outra forma de observar em qual quadrante do plano cartesiano está localizado o número complexo.

Vale destacar como o esquema apresentado pelo *aluno 1* organiza, além da parte que é observável, a imagem que apresenta alguns cálculos e uma representação para o número complexo, o seu pensamento adjacente. Esse pensamento adjacente seria fundamental para entender como o aluno chegou ao ângulo de 135°. Não conseguimos determinar se o aluno utilizou as relações $\sin \theta = \frac{b}{|z|}$ ou $\cos \theta = \frac{a}{|z|}$, para $z = a + bi$, ou simplesmente utilizou o valor $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ que aparece na parte algébrica para determinar o ângulo em questão. Essa parte não é observável e poderia ter sido mais explorada pelo professor.

É possível notar, mais uma vez, o quanto é necessário o cuidado com a representação a ser utilizada, como destaca Vergnaud. É muito importante termos atenção na enumeração de cada elemento, uma vez que cada interlocutor tem competências e pontos de vista diferentes. Nesta discussão fica claro que um cuidado maior com as formas de representação poderia ter refinado a discussão e proporcionado uma certeza maior se o *aluno 1* realmente se apropriou ou não dos novos conceitos propostos pelo professor.

Isso leva à dúvida se o conceito, forma algébrica do número complexo e conhecimentos-em-ação como cosseno, seno, argumento de um número complexo, por exemplo, foram de alguma forma desenvolvidos, completados ou pelo menos um pouco mais refinados, acrescentando novos elementos. Podemos destacar que não ficou claro se o *aluno 1* dominava a forma algébrica

do número complexo e, se após a troca de ideias, ele se apropriou de novos elementos importantes referentes a forma algébrica do número complexo.

5.1.5 Discussão 5

Aluno 2: Professor, te liga na questão que caiu no Simulado da PUCRS hoje...

Numa sala de cinema, com o piso horizontal, um espectador, sentado a 18 metros da tela, com os olhos a 1,15 metro acima do piso, avista o topo da tela segundo um ângulo de 30° .

Dados: $\text{tg } 30^\circ = 0,57$

$\text{Sen}30^\circ = 0,5$

$\text{Cos}30^\circ = 0,86$

Na situação apresentada, a altura h do ponto mais alto da tela até o piso é, aproximadamente, de _____

- A) 9,11
- B) 10,26
- C) 11,41
- D) 15,48
- E) 16,63

COMO SE FAZ ISSO?

[Curtir \(desfazer\)](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · 27 de setembro de 2012 às 21:13 próximo a [Porto Alegre](#)

[Visualizado por 108](#)

Você curtiu isso.

Aluno 1: C - <http://imageshack.us/a/img27/5725/puc1.jpg>

Numa sala de cinema, com o piso horizontal, um espectador, sentado a 18 metros da tela, com os olhos a 1,15 metro acima do piso, avista o topo da tela segundo um ângulo de 30° .

Dados: $\text{tg } 30^\circ = 0,57$

$\text{Sen}30^\circ = 0,5$

$\text{Cos}30^\circ = 0,86$

Na situação apresentada, a altura h do ponto mais alto da tela até o piso é, aproximadamente, de _____

- A) 9,11
- B) 10,26
- C) 11,41
- D) 15,48
- E) 16,63

COMO SE FAZ ISSO?

[Curtir](#) · [Comentar](#) · há 2 minutos



27 de setembro de 2012 às 21:58 · [Curtir \(desfazer\)](#) · 2 · [Remover visualização](#)

Aluno 2: uau heim kkk... Nunca q eu ia conseguir fazer isso IDSAODIOASP... Obrigada Aluno 1

27 de setembro de 2012 às 22:40 · [Curtir \(desfazer\)](#) · 2

Professor: Ba, muito bommm! Fiquei mega feliz em ver isso! Vamos no ajudar assim mesmo! Perfeito Aluno 1! Ficou claro Aluno 2?

28 de setembro de 2012 às 13:37 · [Curtir](#) · 1

Aluno 2 Mesmo achando essa conta muito pro meu cérebro... DISAOPDIOPAS eu entendi, vamos ver o resultado quando eu me animar para fazer ela kk

28 de setembro de 2012 às 13:38 · [Curtir](#)

Extrato 8: discussão entre o professor e os alunos 1 e 2

Assuntos abordados nesta discussão: relações trigonométricas no triângulo retângulo.

Esta discussão apresenta uma característica diferente das anteriores, não temos a intervenção do professor na resolução do problema. A questão é proposta pelo *aluno 2*. Pode-se observar que a ideia dele era pedir um auxílio ao professor, uma vez que o citou na publicação. Porém, o que vemos é o *aluno 1* tomando a frente e resolvendo a questão. O *aluno 1* apresenta o esquema que utilizou para resolver a questão, de modo que os outros estudantes pudessem se apropriar de todos os conhecimentos empregados na questão.

Esse esquema tem uma precisão quanto à maneira como o aluno enxerga a questão. Ele consegue representar como se organizou para o desenvolvimento da questão, a partir da imagem que produziu em um editor de imagens. Podemos observar, inclusive, o pensamento adjacente empregado na questão, como, por exemplo, aplicar as relações trigonométricas do triângulo retângulo e identificar que, para este caso, a mais apropriada é a tangente. A partir da teoria de Vergnaud, é possível identificar o provável comportamento invariante do aluno a essa classe de situações, criar uma imagem onde possa visualizar o triângulo retângulo necessário para a resolução desse tipo de situação.

Devemos destacar que essa situação tem perspectivas diferentes para os dois estudantes que participam da discussão. Para o *aluno 2*, esse

problema se caracteriza como uma situação em que ele não possui um conjunto de competências necessárias para a resolução da questão, provavelmente por isso ele veio buscar auxílio no grupo, uma vez que nesse tipo de situação o aluno precisa refletir e buscar novos conhecimentos para resolver o problema. Já o *aluno 1*, possuía um conjunto de competências necessárias para a resolução da questão. Isso fez com que, provavelmente, a resolução deste problema se tornasse algo quase que mecânico. Essas são as duas classes de situações apontadas por Vergnaud.

Observamos que o *aluno 1* apresenta um esquema semelhante ao utilizado na discussão 3. Uma vez que ele desenha triângulos retângulos e aplica as relações trigonométricas. Neste esquema, podemos observar que ele apresenta o conceito de tangente e o utiliza. Isso é mais um exemplo de conceito-em-ação, uma vez que a opção por este modo de resolução do problema pode vir de experiências anteriores do *aluno 1*. Ele apenas se adaptou utilizando os dados necessários para a resolução do problema em questão.

Quanto à importância da linguagem, tanto à materna quanto à matemática, para o ensino, esse exemplo mostra o como essa pode facilitar a aprendizagem. Em momento algum o *aluno 1* escreve algo, ele apenas apresenta o seu esquema de forma precisa. E, a partir disso, podemos inferir pela seguinte fala do *aluno 2*: “Mesmo achando essa conta muito pro meu cérebro... DISAOPDIOPAS eu entendi, vamos ver o resultado quando eu me animar para fazer ela kk.”, que ele pode ter se apropriado de elementos que o auxiliem para a resolução do problema através da interpretação do esquema apresentado pelo colega.

5.1.6 Discussão 6

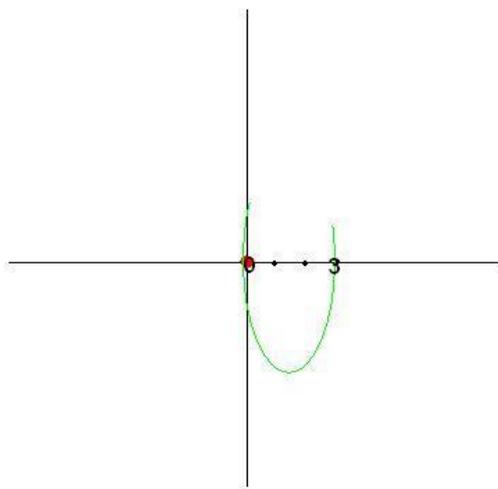
Aluno 1: Na primeira função eu consegui : $(f(x) = x^2 - 3x + 0)$ (c) , ai achei o x_1 e x_2 pra ver onde cortaria o eixo , $x_1=3$ e $x_2=0$ e como o $C=0$ vai cortar o Y no 0 tbm. Até ai acho que tudo bem mas não to conseguindo por o $\log(x+1)$ no grafico. Eai? <http://imageshack.us/a/img607/7977/20066.jpg>

06. Definindo funções convenientes e traçando seus gráficos num mesmo sistema de coordenadas, verifica-se que o número de soluções da equação

$$\log(x+1) = x^2 - 3x \text{ é}$$

$x^2 - 3x + 0$	$x_1 = -b/a$	$x_2 = c/a$
	$x_1 = -3/1$	$x_2 = 0/1$
	$x_1 = 3$	$x_2 = 0$

- (A) 0.
- (B) 1.
- (C) 2.
- (D) 3.
- (E) 4.



<http://imageshack.us/a/img607/7977/20066.jpg>

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · [Compartilhar](#) · 29 de setembro de 2012 às 18:13

Visualizado por 108

Professor: Tem que fazer o gráfico de $\log(x+1)$ e desenhar por cima!

29 de setembro de 2012 às 21:21 · [Curtir](#)

Professor: são duas coisas independentes, o que tu fez, e agora o do log.

29 de setembro de 2012 às 21:22 · [Curtir](#)

Aluno 1: O sor não teria que ter a base do logaritmo ali? Não entendi muito bem ainda a parte do log

30 de setembro de 2012 às 21:40 · [Curtir](#)

Professor: Se a base não está escrita ela é: ____?

1 de outubro de 2012 às 08:12 · [Curtir](#)

Aluno 1: Ficaria $\log_{10}(\text{base})(x+1)$, continuo não conseguindo ver o grafico disso. Mas não teria como dar um chute se fosse o caso que as duas funções se encontram em 2 pontos só? Porque a primeira corta o X no 0 e no 3 e como elas tao igualadas elas não se encontrariam nos pontos que a primeira cortou o X?

[1 de outubro de 2012 às 16:15](#) · [Curtir](#)

Professor: Nada de chute rapaz!
Da uma olhada no gráfico de logarítmo.

[1 de outubro de 2012 às 16:36](#) · [Curtir](#)

Professor: Mas com sou muito legal!heheheh
<http://www.showme.com/sh/?h=YnpEsdM>

[Questão log e função | ShowMe](#)

www.showme.com

Questão log e função by Eduardo Meliga Pompermayer - October 1, 2012

[1 de outubro de 2012 às 16:37](#) · [Editado](#) · [Curtir](#) · [Remover visualização](#)

Extrato 9: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: função do 2º grau, função logarítmica, plano cartesiano.

Podemos observar nesta discussão, no que diz a respeito à maneira de representar, entre elementos já apresentados anteriormente, um novo. Esse novo elemento é notado na representação utilizada pelo professor: um vídeo explicando a questão de forma detalhada ao final da discussão.

É importante salientar que, ao apresentar o vídeo com a resolução, o professor-pesquisador deixa de discutir conceitos com o estudante, e isso não é interessante para a análise dos dados. Porém, analisaremos essa discussão a fim de exemplificar algumas das vantagens das redes sócio virtuais.

A discussão começa com o aluno propondo uma questão e apresentando o esquema que elaborou para a resolução do problema, apontando o que ele necessita para finalizá-la. Vemos claramente que ele mesmo percebe qual conhecimento ou conceito necessário lhe falta. Neste caso, conhecimento sobre gráficos de logaritmos. Isso pode ser observado a partir da seguinte fala do aluno: "Na primeira função eu consegui : $(fx) = x^2 - 3x + 0$ (c) , ai achei o x_1 e x_2 pra ver onde cortaria o eixo , $x_1=3$ e $x_2=0$ e como o $C=0$ vai cortar o Y no 0 tbm. Até ai acho que tudo bem mas não to conseguindo por o log (x+1) no grafico. Eai? " Inicialmente o professor busca apenas orientar

o aluno a buscar novos conhecimentos ou aprimorar os que já possui, a fim de conseguir finalizar o problema.

Nesta primeira participação do aluno, podemos enumerar alguns conceitos-em-ação. Vemos que apesar de não formalizar como os coeficientes da função de 2º grau influenciam no seu gráfico, ele utiliza tais elementos para construir o gráfico. Esses são conceitos que vêm de experiências anteriores do aluno e ele os modifica de acordo com cada situação, da forma que melhor possa auxiliá-lo.

Vale observar que o aluno se utiliza da soma e produto para o cálculo das raízes da equação, o que pode ser observado na imagem criada pelo aluno. Neste ponto, podemos ficar em dúvida se ele utiliza o procedimento da maneira correta ou não. Isso ocorre quando ele iguala um dos zeros da função à soma ($x_1 = -\frac{b}{a}$) e outro ao produto dos zeros ($x_2 = \frac{c}{a}$). Essa dúvida provavelmente passou despercebida pelo professor quando ocorreu a discussão. Do ponto de vista da pesquisa, teria sido mais produtivo se o professor-pesquisador tivesse discutido mais com o estudante no sentido de investigar a existência de outras hipóteses de pensamento dele.

Na segunda participação, o *aluno 1* questiona acerca de novos conceitos, saber qual a base do logaritmo, ou seja, ele pesquisou e trouxe novos elementos que possam utilizar na resolução dos problemas. Isso provavelmente surgiu de suas inferências. O seu insucesso fez com que ele buscasse em experiências anteriores elementos semelhantes que pudessem auxiliá-lo neste problema. Ele está completando seu conhecimento, o que na teoria adotada é um conhecimento-em-ação. Vale ressaltar que, de acordo com Vergnaud, a possibilidade de o aluno deduzir pelo raciocínio novos conhecimentos é um dos elementos da definição analítica de esquema.

Na sua intervenção o professor busca que o aluno reflita a fim de esclarecer a dúvida apresentada no comentário anterior do estudante. O que se mostrou satisfatório, uma vez que pela seguinte fala do aluno: “Ficaria $\log_{10}(\text{base})(x+1)$, continuo não conseguindo ver o gráfico disso. Mas não teria como dar um chute se fosse o caso que as duas funções se encontram em 2

pontos só? Porque a primeira corta o X no 0 e no 3 e como elas tao igualadas elas não se encontrariam nos pontos que a primeira cortou o X?”, podemos verificar que ele já soube determinar a base do logaritmo. Ele pode apenas ter inferido isso pelo comentário do professor, ou foi a partir desse comentário que ele buscou em outras fontes qual seria a base do logaritmo nesse caso. Vergnaud destaca que o mediador deve exercer essa função, de facilitar as inferências. Ainda a partir desta fala do estudante, podemos identificar que ele começa a buscar uma maneira “mais fácil” de resolver a questão. Isso se dá provavelmente pela frustração gerada pelos insucessos na resolução. Para evitar isso o professor incentiva que ele pesquise sobre gráfico de logaritmo.

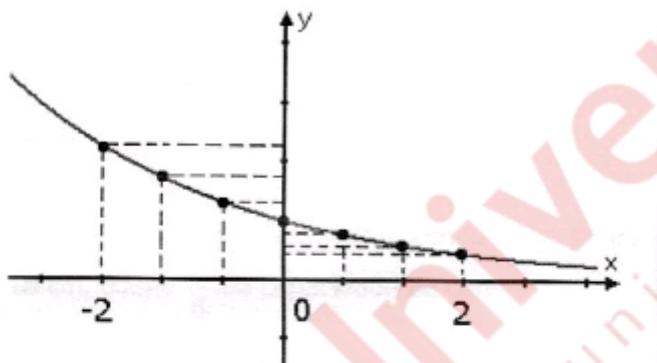
Por fim, o professor, com intuito de compartilhar o conhecimento que faltava ao estudante, explica através de um vídeo, como resolver a questão, apresentando os conhecimentos necessários para completar a resolução do aluno. Este vídeo é uma nova forma de representação, uma vez que ele utilizou de tecnologia com o objetivo de tornar o mais didático possível a explicação sobre o gráfico de $y = \log(x+1)$. O vídeo pode ser acessado em: <http://www.showme.com/sh/?h=YnpEsdM>. Esse vídeo foi produzido através de um *tablet*, com o auxílio de uma caneta própria e um aplicativo específico para a elaboração de tal material. Assim, o professor pode resolver a questão e compartilhá-la com os estudantes.

Aqui vemos que o professor teve uma preocupação maior com a representação, uma vez que explicar todo procedimento pelo fórum poderia ser muito mais complicado, frustrando ainda mais o aluno. No vídeo, torna-se muito mais fácil a enumeração de cada elemento e a utilização da fala faz com que a compreensão se torne mais simples. Isso é uma das vantagens apontadas das redes sociais virtuais, uma vez que elas são elaboradas para facilitar a divulgação desse tipo de conteúdo. Porém, esse procedimento não foi tão interessante do ponto de vista da pesquisa, pois deixou de se discutir mais sobre a questão, limitando assim os dados para a compreensão do raciocínio do estudante e, conseqüentemente, a própria análise ficou prejudicada.

5.1.7 Discussão 7

Aluno 1: Qual o esquema disso aqui? <http://imageshack.us/a/img145/327/382008.png> . Só vi que o $a_1 = -2$ e o $a_4 = 0$.

- 38.** Uma seqüência de pontos foi tomada sobre o gráfico da função exponencial de base a , como indica a figura abaixo.



Considerando-se que as abscissas dos pontos da seqüência estão em progressão aritmética crescente, suas ordenadas estão em progressão

- (A) aritmética de razão a .
- (B) aritmética de razão $\frac{2}{3}a$.
- (C) geométrica de razão $\frac{2}{3}$.
- (D) geométrica de razão $\frac{2}{3}a$.
- (E) geométrica de razão $a^{\frac{2}{3}}$.

<http://imageshack.us/a/img145/327/382008.png>

imageshack.us

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · [Compartilhar](#) · 4 de Outubro às 20:46

Aluno 3: Aluno 1 a questão é a seguinte

4 de Outubro às 21:12 · [Curtir](#)

Aluno 3: \wedge = ELEVADO NA POTENCIA

X = MULTIPLICADO POR

$$A_1 = A^{-2}$$

$$A_4 = A^0 = 1$$

$$A_4 = A_1 \times Q^3$$

$$1 = A^{-2} \times Q^3$$

$$Q^3 = 1/A^{-2}$$

$$Q^3=A2$$

$$Q=A^{2/3}$$

4 de Outubro às 21:12 · [Curtir](#)

Aluno 1: Ta a formula então é $a_f(\text{final}) = a_1(\text{inicial}) \times Q^3$? (esse q seria a razão? Mas porque ta elevado a 3?) Só isso ae que não entendi

4 de Outubro às 21:18 · [Curtir](#)

Aluno 3: sim é esse o raciocínio Aluno 1.

4 de Outubro às 21:29 · [Curtir](#)

Aluno 3: Aluno 1 o Q^3 é do exercício, eu só isolei ele. Veja: $A4=A1 \times Q^3$

4 de Outubro às 21:31 · [Curtir](#)

Professor: O q^3 sai de que o $A4$ é o $A1$ multiplicado por q três vezes, por isso que fica q^3

4 de Outubro às 21:53 · [Curtir](#)

Aluno 1: Não seria pq é $Q^{(n-1)}$ $Q^{(4-1)}$? Achei mais facil de entender assim

4 de Outubro às 21:55 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#)

Aluno 3: Pode ser assim também

4 de Outubro às 21:56 · [Curtir](#)

Professor: isso mesmo!

4 de Outubro às 21:56 · [Curtir](#)

Professor: Muito bom Aluno 1 e Aluno 3. Mandaram muito bem na discussão gostei de ver! O Aluno 1 acho que agora com o face tu pode por as fotos direto no grupo, nem precisa usar o site aquele. da uma tentada depois! abração

4 de Outubro às 21:58 · [Curtir](#)

Extrato 10: discussão entre o professor e os alunos 1 e 3

Assuntos abordados nesta discussão: função exponencial, progressões aritméticas, progressões geométricas.

Esta discussão ocorre entre o *aluno 1* e o *aluno 3*. O *aluno 3*, apesar de ter realizado o curso pré-vestibular no ano anterior e de ter obtido sua aprovação no vestibular da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, continuou participando do grupo do *Facebook*.

Vemos que, para essa questão, o *aluno 1* apresenta apenas o enunciado do problema e duas conclusões, diferentemente de outras questões onde ele apresentou esquemas utilizando imagens. Isso ocorre provavelmente por se tratar de uma classe de situações diferente das anteriores, onde o *aluno 1* entende que uma visualização geométrica não irá auxiliá-lo na organização de seu raciocínio. Ou ainda, por essa já estar presente no enunciado do problema. Isso vem ao encontro da teoria dos campos conceituais, pois para essa classe de situações, o aluno apresenta um novo comportamento invariante.

Já o *aluno 3*, utiliza um esquema um pouco diferente para a resolução do problema. Ele faz o desenvolvimento da questão utilizando o próprio fórum do grupo. Em sua primeira participação, ele apresenta duas explicações: “^=ELEVADO NA POTENCIA” e “X = MULTIPLICADO POR”. Isso mostra uma preocupação com a representação e enumeração dos elementos. Vale lembrar que, de acordo com Vergnaud, algumas das funções da linguagem é auxiliar o pensamento e organizar a ação, podemos então inferir que é exatamente o que o *aluno 3* está fazendo, ao se preocupar em apresentar esses elementos.

A resolução diretamente no fórum é outro tipo de representação que pode ser usada no grupo a fim de resolver os problemas e tornar as explicações claras aos que as leem. A partir do esquema apresentado pelo *aluno 3* em sua primeira participação, pode-se identificar, como sugere Vergnaud, que esse é, provavelmente, o comportamento invariante do aluno para essa classe de situação. Ainda nos possibilita entender como o aluno vê a questão, como ele elabora o seu raciocínio a fim de resolver o problema. Por traz da parte observável, vale lembrar que esse esquema organiza o pensamento adjacente. Podemos inferir quais são alguns desses pensamentos. Ao definir $a_1 = a^{-2}$, $a_4 = a^0 = 1$ e $a_4 = a_1 \cdot q^3$, o aluno mostra que soube identificar que a função exponencial pode ser representada como $y = a^x$, e que os termos de uma progressão geométrica são representados como $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Esses são conhecimentos que organizam o raciocínio do aluno, mas não aparecem na parte observável do esquema, ou seja, são adjacentes a esse.

O *aluno 3* traz um teorema, a fórmula do termo geral da progressão geométrica, que ele não apresenta formalmente, apenas o aplica na questão. Na seguinte fala do *aluno 1*: “Ta a formula então é $a_f(\text{final}) = a_1(\text{inicial}) \times Q^3$? (esse q seria a razão? Mas porque ta elevado a 3?) Só isso ae que não entendi.”, podemos verificar que ele não compreende este procedimento. Apesar de entender parte do conceito aplicado, ele não tem esse conceito totalmente acabado, necessitando ser mais experimentado. Logo em seguida, o *aluno 3* tenta explicar melhor o procedimento: “Aluno 1 o Q^3 é do exercício, eu só isolei ele. Veja: $A_4 = A_1 \times Q^3$ “. Porém, não o descreve de uma maneira mais detalhada, apenas diz que “é do exercício”. A partir dessa expressão, podemos considerar que esse é um conceito que ele adquiriu em experiências anteriores e o aplica da maneira que melhor convém em novas situações. Isso é o que Vergnaud define como um conceito-em-ação. Vemos que o *aluno 3* não soube colocar em palavras o conhecimento que utilizou na resolução da questão, isso é apontado por Vergnaud como algo normal de ocorrer, uma vez que pessoas já bem experimentadas, em certas situações, acabam se deparando com o mesmo problema.

Aqui podemos observar claramente duas classes de situações apresentadas por Vergnaud: na primeira temos o *aluno 1*, que não possui um conjunto de competências necessárias para a resolução do problema, o que o faz hesitar e buscar novos conhecimentos para resolvê-la; no segundo momento, temos o *aluno 3*, que possui um desses conjuntos de competências, suficiente para resolver o problema, o que faz que a resolução seja provavelmente um processo praticamente automatizado, utilizando um comportamento invariante, esquema, que ele provavelmente o adapta a toda situação semelhante a esta, como Vergnaud sugere na teoria dos campos conceituais.

Em seguida, temos a participação do professor, que tem o objetivo de deixar mais claro o porquê do procedimento adotado pelo *aluno 3* ao *aluno 1*. Na fala seguinte, o *aluno 1* apresenta um outro raciocínio semelhante ao do *aluno 3* e do professor: “Não seria pq é $Q^{(n-1)}$ $Q^{(4-1)}$? Achei mais facil de entender assim“. Vale ressaltar que q^{n-1} é um termo da fórmula do termo geral

da progressão geométrica ($a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$). Provavelmente a explicação do *aluno 3* e do professor não se mostrou clara e ele buscou outro modo que fosse mais acessível a sua compreensão. Esse pode ser considerado um conceito-em-ação, pois apesar do aluno não o descrever com clareza ele é capaz de aplicá-lo no auxílio da resolução do problema.

Por fim, a partir da seguinte fala do *aluno 3*: “Pode ser assim também”, podemos inferir que ele compreende o raciocínio do *aluno 1*, apenas confirmando que também é correto.

5.1.8 Discussão 8

Aluno 4: ae gurizada tava resoendo um exercico de logaritimo e nãoe entendi muito bem .
É o seguinte $\log x \ 9/4 = 1/2$ **faço a regra da orelha onde fica** $\log x \ 1/2 = 9/4$ **dai na resolução a ficou assim** $\log x \ (1/2)^2 = (9/4)^2$ **onde o resultado e** $\log x \ (1/2)^2 = 81/16$ **minha duvida é pq o logaritimo foi elevado ao quadrado**

[Curtir \(desfazer\)](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · 13 de outubro de 2012 às 19:50 próximo a [Porto Alegre](#)
 Visualizado por 109

Você curtiu isso.

Aluno 1: Tem que elevar os 2 lados pra tirar o expoente 1/2 do X. <http://imageshack.us/a/img854/9929/logaritmo.jpg>

$$\log 9/4 = 1/2$$

X

$$9/4 = x^{1/2}$$

$$9/4^2 = x^{1/2} \cdot 2(\text{fica } 2/2 = 1)$$

$$9/4^2 = x^1$$

$$x = 81/16$$

14 de outubro de 2012 às 11:46 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#) · [Remover visualização](#)

Professor: Isso mesmo que o aluno 1 fez!

14 de outubro de 2012 às 13:55 · [Curtir](#)

Extrato 11: discussão entre professor e alunos 1 e 4

Assuntos abordados nesta discussão: logaritmos.

Esta questão é proposta pelo *aluno 4*. Primeiro é importante ter atenção à expressão “regra da orelha”, uma regra mnemônica relativa à definição de logaritmo. Vemos que ela não é estranha ao *aluno 1*. Isso acontece por ser uma brincadeira realizada durante as aulas pelo professor, logo isso não se torna uma linguagem estranha aos participantes do grupo, o que seria diferente para um membro externo. Mas vale ressaltar que essa expressão ajuda a organizar a ação e auxilia o pensamento do aluno, exatamente funções que a linguagem exerce de acordo com a teoria dos campos conceituais.

O *aluno 4* apresenta uma dificuldade em aplicar a definição de logaritmo, uma vez que ele carrega o logaritmo durante toda resolução. Isso pode ser observado na seguinte participação deste aluno: “É o seguinte $\log x \frac{9}{4} = \frac{1}{2}$ faço a regra da orelha onde fica $\log x \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$ dai na resolução a ficou assim $\log x (\frac{1}{2})^2 = (\frac{9}{4})^2$ onde o resultado e $\log x (\frac{1}{2})^2 = \frac{81}{16}$ minha duvida é pq o logaritmo foi elevado ao quadrado”. Podemos assim verificar que esse conceito não está bem acabado e precisa ser completado, as experimentações possibilitam esse complemento de ideias. Porém, o aluno o aplica neste problema, isso vem de experiências anteriores do estudante, onde ele aplicou um procedimento semelhante. Tais características são de um conceito-em-ação.

Já o *aluno 1* parece ter esse conceito bem claro, o que faz com que a resolução seja algo quase que automatizado a ele. Isso pode ser inferido a partir do esquema apresentado por esse aluno. Notamos que essa discussão é posterior à discussão 7, mesmo assim ele utiliza um esquema próprio para a resolução: criar uma imagem com o desenvolvimento do problema, ao invés de utilizar um esquema similar ao utilizado pelo *aluno 3* na discussão 7. Podemos notar que cada aluno cria suas ferramentas para se fazer claro, ou seja, cada aluno cria os seus esquemas e formas de linguagem e após os compartilham com os demais. E ainda, esse esquema é a maneira como esse aluno vê o problema em questão. É exatamente isso que Vergnaud classifica como o comportamento invariante para uma classe de situações. Essa maneira de

resolver vem de experiências anteriores e ele apenas faz adaptações quando necessário.

Vale ressaltar que nem sempre a linguagem ou esquema utilizado por um aluno podem ser claros aos outros. Nesta discussão a resolução do *aluno 1* pode se tornar confusa a alguém que não domine bem as competências necessárias para a resolução do problema. O *aluno 1* não toma cuidado ao separar os valores referentes aos expoentes e bases das potências, o que faz com que, em alguns momentos, possamos confundir qual base corresponde a qual expoente. Vale ressaltar que para o *aluno 1* isso ficou claro uma vez que esse esquema também organiza o seu pensamento adjacente, que, neste caso, podemos verificar que ele compreende o que é base e o que é expoente na resolução.

5.1.9 Discussão 9

Aluno 5: Perdi uma parte da aula de Estatística e sou leeeeeeeenta em Matemática...alguém me ajuda nessas? Valeu.

12) (Mack-2003) A média das notas de todos os alunos de uma turma é 5,8. Se a média dos rapazes é 6,3 e a das moças é 4,3, a porcentagem de rapazes na turma é:

- a) 60%
- b) 65%
- c) 70%
- d) 75%
- e) 80%

13) (UFMG-1998) A média das notas na prova de Matemática de uma turma com 30 alunos foi de 70 pontos. Nenhum dos alunos obteve nota inferior a 60 pontos. O número máximo de alunos que podem ter obtido nota igual a 90 pontos é:

- a) 13
- b) 10
- c) 23
- d) 16

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · 16 de outubro de 2012 às 20:48
 Visualizado por 108

Aluno 1: 12) Media das notas (M_a) = $\frac{S_r(\text{soma notas dos rapazes}) + S_m(\text{soma mulheres})}{r + m}$ (rapazes e mulheres) <http://imageshack.us/a/img24/1932/mediaritmetica.jpg>

$$Ma = \frac{Sr + sm}{r + m}$$

$$5,8 = \frac{6,3r + 4,3m}{r + m}$$

$$\begin{aligned} 5,8r + 5,8m &= 6,3r + 4,3m \\ 5,8r - 6,3r + 5,8m - 4,3m &= 0 \\ -0,5r + 1,5m &= 0 \\ 1,5m &= 0,5r \end{aligned}$$

$$r = \frac{1,5m}{0,5}$$

$$r = 3m$$

2

$$\text{MediaR} = \frac{sr}{r}$$

1

$$6,3 = \frac{Sr}{r}$$

$$Sr = 6,3.r$$

$$\frac{4,3 = Sm}{m}$$

$$Sm = 4,3.m$$

$$\begin{aligned} r + m &= 100\% \\ 3m + m &= 100 \\ 4m &= 100 \\ m &= 100/4 \\ m &= 25\% \end{aligned}$$

$$R = 75\%$$

3

<http://imageshack.us/a/img24/1932/mediaaritmetica.jpg>

imageshack.us

16 de outubro de 2012 às 22:52 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [2](#) · [Remover visualização](#)

Aluno 1: 13) Se a media foi 70 e quer saber o maximo que tirou 90 já imagina que pra isso acontecer teve que ter o maximo com 60 tbm. E pra confirmar era só fazer $90 \cdot 10 + 60 \cdot 20 = 2100$ <http://imageshack.us/a/img38/3882/media2c.jpg>

$$(Ma) 70 = \frac{90.n + (30-n) \cdot 60}{30}$$

n= quantos tiraram 90
total - n = o resto que tirou 60

$$2100 = 90n + 1800 - 60n$$

$$2100 - 1800 = 90n - 60n$$

$$300 = 30n$$

$$n = \frac{300}{30}$$

$$n = 10$$

obs:

#Como quer saber o maximo que tirou 90 o resto tirou 60(minimo)

<http://imageshack.us/a/img38/3882/media2c.jpg>

imageshack.us

17 de outubro de 2012 às 00:03 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#) · [Remover visualização](#)

Professor: E ai aluno 5, conseguiu entender? Achei muito boa a explicação do aluno 1!

17 de outubro de 2012 às 13:25 · [Curtir](#) · [1](#)

Aluno 5: Siim sor! Eu ja agradecei ele... valeu aluno 1! vou perguntar mais, tá?

18 de outubro de 2012 às 21:33 · [Curtir](#)

Aluno 1: denada

18 de outubro de 2012 às 21:38 · [Curtir](#)

Extrato 12: discussão entre o professor e os alunos 1 e 5

Assuntos abordados nesta discussão: média aritmética, porcentagem,

Nesta discussão, o *aluno 1* utiliza um esquema similar ao usado na discussão anterior, porém, vemos que ele apresenta um cuidado maior na escrita, enumerando os elementos e dividindo cada passo da resolução em etapas. Isso fica fácil de verificar na seguinte fala: “Media das notas (Ma)= Sr (soma notas dos rapazes) + Sm (soma mulheres)/ $r + m$ (rapazes e mulheres)”. Fica claro que ele se preocupou mais com a maneira de representar o seu esquema de resolução. Isso vai ao encontro da teoria de Vergnaud quando esta se refere à importância da linguagem no ensino matemático. Isso ainda traz subsídio para reforçar a ideia de que a linguagem e os símbolos matemáticos tem um papel importante na organização da ação.

Sobre o esquema do aluno, por ser uma questão apenas analítica, podemos notar que ele segue o mesmo modelo utilizado na discussão anterior, ou seja, mais uma evidência de um comportamento invariante para uma classe de situações utilizada pelo *aluno 1*. Este é o esquema que ele utiliza para essa classe de situação, adaptando-o a cada nova situação que ele se depara.

O aluno utiliza, mesmo sem formalizar, por mais de uma vez, o conceito de média aritmética. Esse é um conceito que ele provavelmente aprimorou a partir de experiências anteriores e, nesta questão, ele o adaptou a fim de resolvê-la. Isso é o que Vergnaud chama de conceito-em-ação.

É notório como a questão tem perspectivas diferentes aos dois alunos envolvidos na questão. No caso do *aluno 5*, fica claro que ele não tinha um conjunto de competências necessárias para a resolução. Já o *aluno 1* tem, aparentemente, um conjunto de competências necessárias para a resolução

da questão, tendo que, provavelmente, adaptá-las para essa nova situação. Ele pode ter passado por momentos de recuar e refazer seu raciocínio, porém isso tudo baseado em experiências anteriores que possibilitaram que ele obtivesse êxito na resolução. Isso Vergnaud traz como parte importante do desenvolvimento do conhecimento, pois é a partir dessas experimentações que o aluno constrói seus conceitos.

Ainda podemos notar na primeira fala do *aluno 5*: “Perdi uma parte da aula de Estatística e sou leeeeeeeenta em Matemática...alguém me ajuda nessas?Valeu.“, que o grupo se tornou um local de busca de novos conhecimentos, uma vez que a aluno, ao perder parte do conteúdo na aula, procurou o grupo a fim de complementar o seu estudo.

5.1.10 Discussão 10

Aluno 6: Me ajudem ae quem puder, por favor.

Questão da Unidade 1, Mat D, pg 02, exercício 18.

"Um reservatório contendo 120 litros de água apresentava um índice de salinidade de 12%. Devido à evaporação, esse índice subiu para 15%. Determinar, em litros, o volume de água evaporada."

Eu achei 2,4 Litros, mas nas repostas diz que a certa é a D, mas não há opções abaixo do exercício.

[Curtir](#) · [Seguir publicação](#) · [27 de outubro de 2012 às 13:05](#) próximo a [Porto Alegre](#)

[Visualizado por 108](#)

Aluno 1: Isso me lembra quimica (formula da concentração) . $120 \cdot 12\% = 15\% \cdot X$ então $x=96$. Ae iria subtrair o volume de água após a evaporação do volume inicial , $120-96 = 24$ litros evaporados

[27 de outubro de 2012 às 13:37](#) · [Curtir \(desfazer\)](#) · [2](#)

Aluno 7: ou to viajando

[27 de outubro de 2012 às 13:52](#) · [Curtir](#)

Aluno 7: Fiz de novo e viajei, é 24 litros mesmo.

[27 de outubro de 2012 às 14:00](#) · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#)

Aluno 6: com regra de três, achei 150 :S

[29 de outubro de 2012 às 19:10](#) · [Curtir](#)

Aluno 7: tem que usar regra de três inversa, pois quanto maior a salinidade, menos água. É tipo o de trabalhadores e o número de dias.

29 de outubro de 2012 às 19:30 · [Curtir](#)

Aluno 6: puts, pior néah XD, li o comentario, aí sim consegui fazer. Vlw aos dois ae

29 de outubro de 2012 às 21:07 · [Curtir](#)

Extrato 13: discussão entre os alunos 1, 6 e 7

Assuntos abordados nesta discussão: proporcionalidade, grandezas inversamente proporcionais, regra de três.

Podemos observar que essa é uma discussão que acontece apenas entre alunos, sem a participação do professor. Os estudantes utilizam diretamente o fórum do grupo como ferramenta para a troca de ideias, ou seja, não trazem outros recursos para suas representações, como gráficos e imagens.

É importante salientar, nesta questão, os conhecimentos e conceitos-em-ação utilizados pelos alunos. Na primeira fala do *aluno 1*: “Isso me lembra química (formula da concentração) . $120 \cdot 12\% = 15\% \cdot X$ então $x=96$. Ae iria subtrair o volume de água após a evaporação do volume inicial , $120-96 = 24$ litros evaporados.“, ele traz um conhecimento estudado em química, concluindo que esse conhecimento poderia ser adaptado a esta questão. Provavelmente devido a experiências anteriores que obteve ao trabalhar problemas semelhantes durante o estudo da química. Ele percebeu as semelhanças entre os problemas e adaptou esse conhecimento para resolver a questão. Exatamente como Vergnaud apresenta em sua teoria como sendo uma forma de construir conhecimento, a partir de experimentações e adaptando esses conceitos inacabados em novas situações.

O *Aluno 7* utiliza um conhecimento diferente, adaptado de suas experiências do estudo da matemática, utilizando a regra de três para a resolução do problema. Em sua última fala: “tem que usar regra de três inversa, pois quanto maior a salinidade, menos água. É tipo o de trabalhadores e o número de dias.“, ele desenvolve o conceito de grandezas inversamente proporcionais, mesmo sem o formalizar. Nesta fala fica claro, quando ele menciona outro problema que traz uma ideia semelhante, que esse conceito

vem de experiências anteriores. Ele apenas o adaptou para esta questão. Ou seja, esse é o esquema que ele utiliza para situações semelhantes a essa. É o seu comportamento invariante à certa classe de situações. Podemos observar também, a partir das primeiras falas do *aluno 7*: “ou to viajando” e “Fiz de novo e viajei, é 24 litros mesmo.”, que ele refletiu sobre a questão. Provavelmente, ele havia chegado a uma resposta diferente e, a partir do comentário do colega, ele refez a questão, fazendo inferência e corrigindo o rumo de modo a encontrar a resposta correta. Percebemos que ele complementou seus conhecimentos-em-ação. A partir da experimentação, ele pode aprimorar esse conhecimento, exatamente como sugere Vergnaud, reforçando a ideia de como as experimentações são fundamentais para a construção de conceitos.

Na última fala do *aluno 6*: “puts, pior néah XD, li o comentario, aí sim consegui fazer. Vlw aos dois ae.”, podemos notar que, grandezas inversamente proporcionais era o conceito que ele deixou de aplicar na questão, fazendo com que ele não conseguisse chegar na resposta certa. A partir da troca de ideias com seus colegas, ele pode se apropriar de novos elementos de modo que pode resolver a questão.

Todos esses conhecimentos e conceitos: concentração química, regra de três e grandezas inversamente proporcionais, apresentados pelos alunos que participaram da discussão, são exemplos dos conhecimentos-em-ação e conceitos-em-ação definidos por Vergnaud. Eles são adaptados de experiências anteriores e se completam ou modificam ao serem usados em novas situações.

5.1.11 Discussão 11

Aluno 1: Tem metodo miguelão pra resolver isso?

41. Se $\cos x - \sin x = \frac{1}{2}$, então $\sin(2x)$ é igual a

- (A) 0,125.
- (B) 0,25.
- (C) 0,5.
- (D) 0,75.
- (E) 1.

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\)](#) publicação · [13 de novembro de 2012 às 17:19](#)

[Visualizado por 100](#)

Professor: Dica: Eleva a expressão ao quadrado!

[13 de novembro de 2012 às 17:37](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: O sor $2\cos x \cdot \sin x = -3/4$, tem alguma daquelas identidades trigonométricas pra $2\cos x \cdot \sin x$?

[14 de novembro de 2012 às 17:32](#) · [Curtir](#)

Professor: Não! Mas isso ai é o $\sin(2x)$ heheheh! só da uma ocnfirida no cálculo, pelas minhas contas deu $1/2$. o $\cos^2(x) + \sin^2(x)$ tu substituiu por 1 certo? não ficou $1/2 - 1$?

[14 de novembro de 2012 às 17:35](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: elevei o $1/2$ ao quadrado tbm pra ficar elevado nos 2 lados ae ficou $1/4 - 1$

[14 de novembro de 2012 às 17:41](#) · [Editado](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: Ahhh certo botei errado é $2\sin x \cdot \cos x = -3/4$ (se elevar o $1/2^2$).Mas eai oque faz com $2\sin x \cdot \cos x$?

[14 de novembro de 2012 às 17:38](#) · [Curtir](#)

Professor: eu viajei!

[14 de novembro de 2012 às 17:42](#) · [Curtir](#)

Professor: na verdade fica: $-2\sin x \cdot \cos x = -3/4$ que multiplicando por -1 fica: $2\sin x \cdot \cos x = 3/4$. E ainda $\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$, logo a resposta é $3/4$!

[14 de novembro de 2012 às 17:43](#) · [Curtir](#)

Aluno 1: Tá so fiquei em duvida no $\sin(2x) = 2\sin x \cdot \cos x$. Isso é daquelas regras que é sempre assim e deu? $\sin(5x) = 5\sin x \cdot \cos x$, seria isso o $\sin(5x)$?

[14 de novembro de 2012 às 17:47](#) · [Curtir](#)

Professor: Não! $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$, ok? $\sin(2x)$ pode ser $\sin(x+x) = \sin x \cdot \cos x + \sin x \cdot \cos x = 2\sin x \cdot \cos x$

[14 de novembro de 2012 às 17:48](#) · [Curtir](#)

Professor: Agora foi aluno 1?

14 de novembro de 2012 às 18:48 · [Curtir](#)

Aluno 1: Entendi já o porque do $\text{sen}(2x)=2\text{sen}x.\text{cos}x$ vlw sor. Mas $\text{sen}(3x)$ seria $\text{sen}x.\text{cos}x + \text{sen}x.\text{cos}x + \text{sen}x.\text{cos}x=3\text{sen}x.\text{cos}x$?

14 de novembro de 2012 às 18:51 · [Curtir](#)

Professor: Nunca parei para pensar nisso, mas acredito que não vai seguir essa lógica! Os número pares acho que pode achar uma lógica.

14 de novembro de 2012 às 18:54 · [Curtir](#)

Extrato 14: discussão entre o professor e o aluno 1

Assuntos abordados nesta discussão: equações trigonométricas, relações trigonométricas, soma de arcos.

É importante explicarmos o termo “método miguelão” utilizado pelo *aluno 1*. Esse termo vem de uma brincadeira praticada por um dos professores do pré-vestibular: se refere a uma maneira mais simples ou rápida para resolver uma questão. Logo, esse termo não é estranho aos participantes do grupo.

Vemos, em sua segunda participação, que o aluno apresenta uma resolução para o problema após uma sugestão do professor. Se o aluno utilizou o procedimento sugerido pelo professor, em algum momento ele aplicou a relação $(\text{sen } x)^2 + (\text{cos } x)^2 = 1$ na resolução do problema. Considerando ter utilizado este teorema para a resolução da questão, ele já o conhecia, uma vez que ele não apresenta nenhum questionamento acerca desse. Ou seja, é um conhecimento que vem de experiências anteriores e o estudante identificou que pode ser aplicado nesta situação.

Em seguida o professor tenta corrigir os cálculos do aluno: “Não! Mas isso ai é o $\text{sen}(2x)$ heheheh! só da uma ocnfirida no cálculo, pelas minhas contas deu $1/2$. o $\text{cos}^2(x)+\text{sen}^2(X)$ tu substituiu por 1 certo? não ficou $1/2 - 1$?” Porém, havia também um erro nos cálculos do professor. Provavelmente por uma falta de atenção no momento em que resolvia o problema. Mas vemos que o próprio aluno corrige uma parte do erro praticado pelo professor: “e levei o $1/2$ ao quadrado tbm pra ficar elevado nos 2 lados ae ficou $1/4 - 1$ ”. Depois de observar o seu erro o professor apresenta o cálculo correto e acrescenta um

novo conceito, $\text{sen}(2x) = 2\text{sen}(x) \cdot \text{cos}(x)$, para a resolução do problema. Vemos aqui uma importante modificação na relação professor aluno, onde os dois constroem um conhecimento juntos, rompendo uma ideia de verticalização do conhecimento que geralmente encontramos em sala de aula. Além disso, o professor corrige um erro de sinal ocorrido nas resoluções anteriores do *aluno 1*. Isso pode ser inferido a partir da seguinte fala do professor: “na verdade fica: $-2\text{sen}x.\text{cos}x=-3/4$ que multiplicando por -1 fica: $2\text{sen}x.\text{cos}x=3/4$. E ainda $\text{sen}(2x)=2\text{sen}x.\text{cos}x$, logo a resposta é $3/4!$ ”.

Na fala seguinte do *aluno 1*: “Tá so fiquei em duvida no $\text{sen}(2x)=2\text{sen}x.\text{cos}x$. Isso é daquelas regras que é sempre assim e deu? $\text{Sen}(5x) = 5\text{sen}x.\text{cos}x$, seria isso o $\text{sen}(5x)?$ ”, mostra que ele fica em dúvida sobre esse novo conceito introduzido. O professor explica de forma mais detalhada a fim de facilitar a compreensão do estudante: “Não! $\text{sen}(a+b)=\text{sen}a.\text{cos}b+\text{sen}b.\text{cos}a$, ok? $\text{sen}(2x)$ pode ser $\text{Sen}(x+x)=\text{sen}x.\text{cos}x+\text{sen}x.\text{cos}x=2\text{sen}x.\text{cos}x$.”

Na última fala do *aluno 1*: “Entendi já o porque do $\text{sen}(2x)=2\text{sen}x.\text{cos}x$ vlw sor. Mas $\text{sen}(3x)$ seria $\text{sen}x.\text{cos}x + \text{sen}x.\text{cos}x + \text{sen}x.\text{cos}x=3\text{sen}x.\text{cos}x ?$ ”, ele tenta criar uma recorrência ou generalização sobre a soma dos senos, algo que o professor mostra nunca ter pensado em verificar, e nesse momento o professor-pesquisador deixa em aberto ao aluno a busca por esse conhecimento. Devemos notar que o aluno busca aqui uma antecipação: provavelmente ele quer entender se o conhecimento desenvolvido nessa questão pode, no futuro, ser adaptado a uma questão similar. Ou seja, ele tenta antecipar uma situação que possa ocorrer em situações posteriores. Vergnaud destaca que a partir da experimentação que se constrói um conhecimento e em novas experimentações ele poderá adaptar esse a fim de resolver problemas semelhantes. Que foi o que o *aluno 1* fez, já prevendo se numa situação futura ele poderia adaptar esse conhecimento.

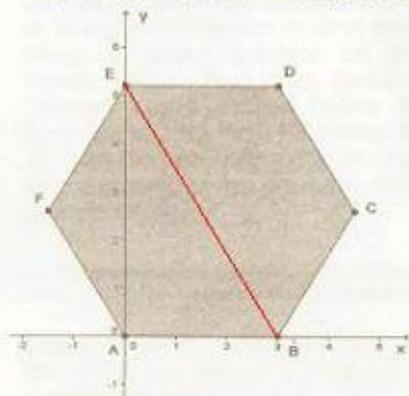
Aqui também podemos notar novamente o que Vergnaud ressalta com relação à importância da representação e enumeração dos elementos, uma vez que, ao não verificar com calma seus cálculos, o professor pode ter provocado certa confusão no pensamento do aluno. Assim como, no momento em que o

professor soube enumerar os elementos, ao explicar novos conceitos, isso provavelmente facilitou a compreensão do aluno. Esse segundo olhar é referente à seguinte fala do professor: “Não! $\text{sen}(a+b)=\text{sena}.\text{cosb}+\text{senb}.\text{cosa}$, ok? $\text{sen}(2x)$ pode ser $\text{Sen}(x+x)=\text{senx}.\text{cosx}+\text{senx}.\text{cosx}=2\text{senx}.\text{cosx}$.”

5.1.12 Discussão 12

Aluno 1: Qual o metodo miguelão pra resolver isso?

47. No hexágono regular representado na figura abaixo, os pontos A e B possuem respectivamente, coordenadas (0,0) e (3,0).



A reta que passa pelos pontos E e B é

- (A) $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$.
- (B) $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$.
- (C) $y = -3x + \sqrt{3}$.
- (D) $y = -3x + 3\sqrt{3}$.
- (E) $y = -3x + 3$.

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\) publicação](#) · 22 de novembro de 2012 às 18:23

Visualizado por 105

Professor: Dicas, Olha o triângulo retângulo ABE. E lembra se é hexágono regular tu pode dividir em 6 triângulos equiláteros.

26 de novembro de 2012 às 10:19 · [Curtir](#)

Aluno 1: Ah já tinha conseguido :como todos lados valem 3 da pra fazer um triangulo com E, F e outro ponto imaginario (I) entre 2 e 3 na reta do y, e olhando o Y(e) é $2x$ a altura do triangulo E,F,I que formou ali ($3\sqrt{3}$). E com o pontos de E e B pelo determinante fica $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ (A).

26 de novembro de 2012 às 11:40 · [Curtir](#)

Professor: Eu faria assim: inclinação da reta é tangente do ângulo dela com o eixo x. O Ângulo EBA é 60° , pelos triângulos equiláteros. logo o ângulo da reta com x é 120° . $\text{tag } 120^\circ = -\sqrt{3}$. E pelos triângulos tu consegue que EB = 6. E do triângulo EBA sai, por tangente ou pitágoras o que AE = $3\sqrt{3}$. $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ (A).

26 de novembro de 2012 às 11:47 · Curtir

Aluno 8: E seu fizer assim: Eu sei que $y=mx+n$. Descobrimo o "m" achando a $\text{tg}120^\circ$ fica $y=-\sqrt{3}x+n$. Ai aplico o ponto B para achar o n, que fica $0=-\sqrt{3} \cdot (3)+n \implies n=3\sqrt{3}$. Resultado: $y=-\sqrt{3}x+3\sqrt{3}(A)$.. Não lembro bem dessa matéria. Não sei se é válido aplicar o B sempre, ou se deu certo por coincidência

26 de novembro de 2012 às 22:12 · Curtir

Extrato 15: discussão entre o professor e os alunos 1 e 8

Assuntos abordados nesta discussão: geometria analítica, equação reduzida da reta, trigonometria.

Esta é mais uma questão proposta pelo *aluno 1*, onde ele busca um método mais rápido para resolver a questão. Na sua primeira participação o professor mostra possíveis caminhos para resolver a questão.

Na sua segunda participação, o *aluno 1* relata: "Ah já tinha conseguido :como todos lados valem 3 da pra fazer um triangulo com E, F e outro ponto imaginario (I) entre 2 e 3 na reta do y, e olhando o Y(e) é 2x a altura do triangulo E,F,I que formou ali ($3\sqrt{3}$). E com o pontos de E e B pelo determinante fica $y=-\sqrt{3}x + 3\sqrt{3} (A)$.".Através deste relato, é possível concluir que ele já havia obtido êxito na resolução da questão antes de verificar a explicação do professor e apresenta sua resolução. Podemos verificar que, inicialmente, esse aluno não conseguiu resolver a questão e, isso fez com que ele refletisse acerca do problema, hesitando e corrigindo procedimentos. Vergnaud destaca como sendo tal procedimento muito importante para a compreensão de conceitos.

A maneira como o aluno apresentou sua resolução não foi clara para o professor. Com a linguagem utilizada ficou difícil entender o raciocínio do aluno. Porém, mesmo assim podemos ver alguns conceitos-em-ação utilizados pelo *aluno 1*. Quando relata que utilizou um determinante para resolver, ele se refere à fórmula para encontrar a equação de uma reta que passa por dois pontos, ou seja, ele não formaliza esse conceito, mas o aplica no problema. Vale lembrar que esse conceito foi trabalhado na discussão 2. Podemos então deduzir que o aluno se apropriou desse conceito a partir de uma experiência anterior e, no momento que se deparou com uma situação semelhante, utilizou novamente o conceito, adaptando-o. Vergnaud destaca isso como sendo um processo importante para a construção do conhecimento.

O professor apresenta, em seguida, outra abordagem para resolver a questão. Após a resolução do professor, o *aluno 8* sugere uma alternativa para resolver o problema: “: E seu fizer assim: Eu sei que $y=mx+n$. Descobrimo o "m" achando a $\text{tg}120^\circ$ fica $y=-\sqrt{3}x+n$. Ai aplico o ponto B para achar o n, que fica $0=-\sqrt{3} \cdot (3)+n \implies n=3\sqrt{3}$. Resultado: $y=-\sqrt{3}x+3\sqrt{3}(A)$.. Não lembro bem dessa matéria. Não sei se é válido aplicar o B sempre, ou se deu certo por coincidência.” Esta alternativa de resolução é semelhante à sugerida pelo professor. Podemos ressaltar que o *aluno 8* utiliza o fato de a inclinação de uma reta ser a tangente do ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas. Apesar de não explicar este conceito detalhadamente, o *aluno 8*, o utiliza, ou seja, podemos considerar este fato como sendo um pensamento adjacente ao seu esquema. Ele utiliza também o conceito de equação reduzida da reta, apresentando esta como $y=mx+n$, onde m é o coeficiente angular e n o coeficiente linear. Novamente ele utiliza conceitos na resolução da questão, sem os explicitá-los. Estes são pensamentos adjacentes, os quais não são identificados na parte observável do esquema. Isso vai ao encontro do que Vergnaud define como esquemas que, além de organizar toda parte observável da resolução, o esquema organiza também todo o pensamento adjacente ao problema.

Também na fala do *aluno 8*, ele destaca: “Não lembro bem dessa matéria. Não sei se é válido aplicar o B sempre, ou se deu certo por coincidência.” Aqui podemos inferir que esse conhecimento se trata de um conhecimento-em-ação, uma vez que o aluno não o tem acabado. Nota-se que está em dúvida se pode sempre utilizar esse método. Porém, ele provavelmente já o utilizou em experiências anteriores, semelhantes a essa, e agora apenas adaptou para o problema em questão.

Temos três maneiras diferentes de resolver o problema, cada uma sugerida por uma pessoa diferente. Do ponto de vista da teoria dos campos conceituais, existir esses três olhares diferentes vêm de experimentações distintas, que possibilitaram o desenvolvimento desse conhecimento a cada um dos membros da discussão. Cada um dos sujeitos usou conhecimentos adquiridos a partir experiências anteriores. Como essas experiências foram

singulares, faz com que eles adaptem seu conhecimento de formas distintas para resolver o problema.

5.1.13 Discussão 13

Professor:

Férias? Só de aulas. Aqui não!

Quantos anos tem Pocahontas?

O lavrador Smith e sua esposa têm quinze filhos nascidos com intervalos de ano e meio. Pocahontas, a mais velha, admite ser oito vezes mais velha que o capitão John Jr., o mais novo de todos.

Quantos anos tem Pocahontas?

Vamos discutir por aqui mesmo.

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\) publicação](#) · 15 de julho de 2012 às 18:11

Visualizado por 108

Aluno 9: 24 anos

16 de julho de 2012 às 11:13 · [Curtir](#)

Professor: E como chegamos lá?

16 de julho de 2012 às 11:13 · [Curtir](#)

Aluno 9: Digamos que ela nasceu em 1988 (Coloquei um ano só para facilitar o entendimento).

Segundo o enunciado ela tem 14 irmãos, sendo que o intervalo entre o nascimento de cada um é de 1 ano e 6 meses.

O irmão mais novo, conseqüentemente, nasceu quando ela tinha 21 anos (em 2009) [$14 \times 1,5 = 21$].

Para a proporção de ela ser 8 vezes mais velha do que ele ser verdadeira, ele deve ter 3 anos (em 2012) o que faz com que ela tenha 24 anos.

[2009]

John => 0 ano

Pocahontas => 21 anos

$0 \times 8 = 0$

[2010]

John => 1 ano

Pocahontas => 22 anos

$1 \times 8 = 16$

[2011]

John => 2 anos

Pocahontas => 23 anos

$2 \times 8 = 16$

[2012]

John => 3 anos

Pocahontas => 24 anos

$3 \times 8 = 24$

16 de julho de 2012 às 11:24 · [Curtir \(desfazer\)](#) · 1

Professor: Boa a resolução do aluno 9, mas tem outras maneiras. alguém fez?

16 de julho de 2012 às 11:26 · [Curtir](#)

Aluno 10: eu..acho..q..quando..ele..nasce..ela..tem..22anos..e..4..meses.fiquei confuso nesse troço,,,pq o certo nao seria contar 1ano e 6seis meses de cada irmao?..não..seria...fazer fazer $8 \times 1,6$ e depois somar com a

idade dela ...

18 de julho de 2012 às 19:14 · Curtir (desfazer) · 1

Professor: Cuidado, um ano e 6 meses significa 1,5 anos e não 1,6!

19 de julho de 2012 às 08:08 · Editado · Curtir · 1

Professor: <http://www.showme.com/sh/?h=ZP2hirI>

Handwritten mathematical work showing a system of equations and their solutions:

$$\begin{array}{l} \frac{1}{J} \quad 15 \\ \quad \quad P \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} P = 8J \\ J + 21 = P \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} J + 21 = 8J \\ 21 = 8J - J \\ 21 = 7J \\ \frac{21}{7} = J = 3 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} P = 8 \cdot 3 \\ P = 8 \cdot 3 \\ P = 24 \end{array} \right.$$

Pocahontas

21 de julho de 2012 às 13:43 · Curtir · 2 · Remover visualização

Extrato 16 discussão entre o professor e os alunos 9 e 10

Assuntos abordados nesta discussão: equação do 1º grau, aritmética dos números Racionais.

Nesta discussão o problema a ser resolvido é proposto pelo professor. É um desafio com o intuito de desenvolver o raciocínio lógico e matemático. Inicialmente, o *aluno 9* apresenta a resposta do problema. O professor, por sua vez, pede que o aluno descreva como chegou a tal resultado. Aqui vemos que o professor-pesquisador tem a intenção de provocar os alunos a explicarem os seus raciocínios, de modo que esse seja partilhado com os outros membros do grupo.

Podemos notar que o *aluno 9* apresentou um esquema de resolução utilizando apenas o fórum do grupo. Esse esquema se mostra claro e eficiente, de modo que as estratégias que ele utilizou para chegar à resposta se tornam claras a partir de sua explicação. Porém, é importante ressaltar que após

determinar a diferença de idade entre os dois sujeitos do problema o aluno se utiliza de um método de tentativa e erro, uma vez que ele vai testando os valores até chegar ao resultado final. Sob a perspectiva da teoria dos campos conceituais esse método de resolver provavelmente vem de experiências anteriores, onde neste momento foram feitas algumas adaptações para o novo problema. Além disso, temos que esse é o seu comportamento invariante para essa classe de situação.

Com respeito à participação do *aluno 10*, pode-se observar que claramente existe um conhecimento incompleto que é necessário para resolver a questão. É um erro corriqueiro o fato de os estudantes confundirem o que significa 6 meses em relação a um ano ou ainda o que significa trinta minutos em relação a uma hora. Muitos apresentam dificuldades em passar uma fração de ano ou hora para a representação decimal. O professor explicou a maneira de representar o período em questão para a forma decimal. Não temos um retorno do *aluno 10* sobre esse ponto, logo não fica claro se esse conhecimento foi completado. Do ponto de vista da pesquisa, seria interessante o professor-pesquisador ter instigado mais o aluno a discutir acerca dessa dúvida. A dificuldade do estudante provavelmente vem do fato de ele não ter experiência suficiente sobre este assunto, por isso se torna importante que o aluno seja experimentado, a fim de desenvolver esse conhecimento.

Por fim, não havendo mais participação dos alunos, o professor apresenta uma resolução do problema através de um vídeo explicativo, semelhante ao utilizado na discussão 6. Do ponto de vista de um pesquisador, seria mais produtivo discutir acerca do problema buscando formas alternativas de resolvê-lo.

5.1.14 Discussão 14

Aluno 11:

No chute não vale.

28. Um painel é formado por dois conjuntos de sete lâmpadas cada um, dispostos como na figura 1 abaixo. Cada conjunto de lâmpadas pode ser aceso independentemente do outro, bem como as lâmpadas de um mesmo conjunto podem ser acesas independentemente umas das outras, formando ou não números.

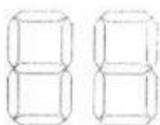


Figura 1



Figura 2

Estando todas as lâmpadas apagadas, acendem-se, ao acaso e simultaneamente, cinco lâmpadas no primeiro conjunto e quatro lâmpadas no segundo conjunto. A probabilidade de que apareça no painel o número 24, como na figura 2, é

- (A) $\frac{1}{735}$
 (B) $\frac{1}{700}$
 (C) $\frac{1}{500}$
 (D) $\frac{1}{250}$
 (E) $\frac{1}{200}$

[Curtir](#) · [Seguir \(desfazer\) publicação](#) · [7 de dezembro de 2012 às 07:37](#)

[Visualizado por 99](#)

Aluno 12: aluno 11 é letra E?

[7 de dezembro de 2012 às 08:48](#) · [Curtir](#)

Aluno 11: Segundo o gabarito, não.

[7 de dezembro de 2012 às 08:58](#) · [Curtir](#)

Aluno 12: é entao nao sei fazer ela

[7 de dezembro de 2012 às 09:01](#) · [Curtir](#)

Aluno 11: hahaha. Eu fui fazer e acertei no chute, não vale.

[7 de dezembro de 2012 às 09:14](#) · [Curtir](#)

Aluno 12: KKK

[7 de dezembro de 2012 às 09:18](#) · [Curtir](#)

Aluno 13: Eu achei A , é A a resposta?

[7 de dezembro de 2012 às 10:35](#) · [Curtir](#)

Professor: O Gabarito é A aluno 13. Agora quero ver explicar!

7 de dezembro de 2012 às 12:54 · [Curtir](#)

Aluno 9: A chance do primeiro numero ser 2 é de $1/21$ e a do segundo ser 4 é $1/70$ e dai basta multiplicar as frações

7 de dezembro de 2012 às 13:10 · [Curtir](#)

Professor: $1/70? 21 \times 70 = 1470$, não fechou! acho q ditou algo errado! Mas como chegou no 21?

7 de dezembro de 2012 às 13:13 · [Curtir](#)

Aluno 9: <http://img803.imageshack.us/img803/295/94878440.jpg>

$$C_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7!}{(7-2)! \cdot 2!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 2}$$

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6}{2}$$

$$C_{7,2} = 21$$

Temos 21 possíveis combinações ligando 5 das 7 lâmpadas, sendo que somente uma das cominações é a que nos interessa.

Para 4 lâmpadas temos a seguinte situação:

$$C_{7,4} = \frac{7!}{(7-4)! \cdot 4!}$$

$$C_{7,4} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}$$

$$C_{7,4} = 7 \cdot 5$$

$$C_{7,4} = 35$$

Neste caso também só nos interessa uma das 35 combinações.

$$\frac{1}{21} * \frac{1}{35} = \frac{1}{735}$$

<http://img803.imageshack.us/img803/295/94878440.jpg>

img803.imageshack.us

7 de dezembro de 2012 às 13:41 · [Editado](#) · [Curtir \(desfazer\)](#) · [1](#) · [Remover visualização](#)

Professor: Agora simmm!Mas sou chato! Pq combinação?

7 de dezembro de 2012 às 15:11 · [Curtir](#)

Aluno 9: Pq eu não sei fazer de outro jeito...

7 de dezembro de 2012 às 15:12 · [Curtir](#) · [1](#)

Professor: uhuhuhuh

7 de dezembro de 2012 às 15:18 · [Curtir](#)

Aluno 13: É combinação pq a ordem não importa.

7 de dezembro de 2012 às 15:52 · [Curtir \(desfazer\)](#) · [2](#)

Extrato 17: discussão entre o professor e os alunos 9, 11, 12 e 13

Assuntos abordados nesta discussão: análise combinatória.

Esta questão foi proposta pelo *aluno 11*. Inicialmente temos apenas uma discussão descontraída entre dois alunos, sendo que nenhum dos dois conseguiu chegar à resposta correta do problema, ou seja, esse problema se encaixa na classe de situações em que eles não possuem um conjunto de competências necessárias para a resolução do problema. Isso faz com que eles reflitam, refaçam procedimentos e busquem novas competências para conseguir resolver o problema, como sugere Vergnaud. Podemos inferir isso a partir das falas dos alunos, como quando o *aluno 12* questiona: “*aluno 11* é letra E?” Ou seja, ele tentou resolver a questão, porém sem sucesso, sendo necessário buscar novos elementos com o intuito de solucionar o problema.

O primeiro a apresentar a resposta correta é o *aluno 13*. O professor tenta estimulá-lo a desenvolver a questão, porém quem toma a iniciativa para tal é o *aluno 9*. Inicialmente este aluno apresenta uma solução incorreta para o problema: “A chance do primeiro numero ser 2 é de $1/21$ e a do segundo ser 4 é $1/70$ e dai basta multiplicar as frações.” No entanto, já podemos identificar alguns conceitos utilizados pelo *aluno 9*. Ele identifica que, por serem eventos

independentes, teremos que multiplicar a probabilidade de ocorrer o primeiro evento (aparecer no primeiro painel o número 2) pela probabilidade de ocorrer o segundo evento (aparecer no segundo painel o número 4). O que ocorreu aqui foi provavelmente um erro de cálculo ou um conceito mal aplicado. E, esta situação, pode auxiliar o aluno a completar esse conceito ou corrigir seu erro. Vergnaud traz que, um dos elementos que define conceito, é o conjunto de situações que dá sentido a ele. Logo, essa situação pode fazer parte deste conjunto. De acordo com Vergnaud, podemos caracterizar isso como um conceito-em-ação, uma vez que ele está sendo modificado ou completado. Ainda vale ressaltar que o aluno não explica o porque e nem o formaliza, apenas aplica tal conceito, isso provavelmente vem de experiências anteriores e ele o adapta para o problema em questão.

O professor questiona a resolução do *aluno 9* e esse apresenta uma nova resolução para o problema. Nesta nova resolução, podemos identificar um esquema muito claro utilizado pelo aluno. Este esquema é o comportamento invariante que ele aplica quando se depara com este tipo de situação, mostrando o procedimento de resolução adotado e enumerando os elementos, fazendo com que se torne fácil a sua aplicação.

Ainda temos um conceito-em-ação utilizado pelo *aluno 9*. Ele não explica porquê utilizou combinação para resolver o problema. O professor o questiona e, mesmo assim, ele não consegue verbalizar o motivo de tal escolha: “Pq eu não sei fazer de outro jeito...” O aluno sabe que neste caso deve usar combinação, devido a situações semelhantes a esta, que ele tenha vivenciado e, agora, adapta tal conceito para o novo problema. Isso é apontando por Vergnaud, uma vez que muitas vezes sujeitos, mesmo que muito experimentados, em certos conceitos não conseguem verbalizar os seus procedimentos. Podemos verificar que a ideia de combinação matemática é também um pensamento adjacente ao esquema. Esse pensamento ajuda a organizar a ação do sujeito, mas não está presente o porquê de sua escolha na parte observável.

Outro ponto importante utilizado pelo *aluno 9* em sua resolução, é o fato de que para calcular as possibilidades do primeiro painel, ele utiliza a

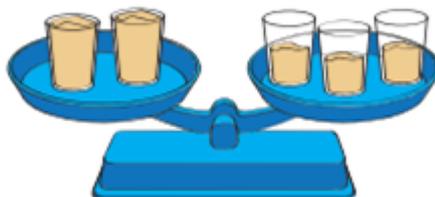
combinação de 7 elementos, 2 a 2, e não de 7 elementos, 5 a 5, uma vez que serão usadas 5 das 7 lâmpadas. Esse é outro conceito que ele não formaliza, mas utiliza. Ele se utiliza da propriedade $C_{n,p} = C_{n,n-p}$. Esse procedimento vem de experiências anteriores e ele apenas o aplica no problema. Ou seja, é algo já experimentado pelo aluno e que ele percebe que pode ser aplicado a essa situação. Vale destacar que este é outro pensamento adjacente ao esquema.

No final, observamos que o *aluno 13* apenas resume de maneira informal o motivo de se utilizar combinação matemática em tal questão: “É combinação pq a ordem não importa.” Notamos que foi algo em que o *aluno 9* não obteve sucesso e, a partir do conceito compartilhado pelo colega, talvez ele possa, mesmo de forma informal, desenvolver uma melhor descrição do seu procedimento.

5.1.15 Discussão 15

Professor: <http://img577.imageshack.us/img577/471/balana.png>

A balança da figura está equilibrada. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Os copos do prato da esquerda estão completamente cheios e os copos do prato da direita estão cheios até metade de sua capacidade. Qual é o peso, em gramas, de um copo vazio?



- (A) 50
- (B) 125
- (C) 175
- (D) 200
- (E) 250

<http://img577.imageshack.us/img577/471/balana.png>
img577.imageshack.us

Curtir · Seguir (desfazer) publicação · Compartilhar · 6 de agosto de 2012 às 22:44

Visualizado por 108

Professor: E ai alguém conseguiu? Vamos la galeraaa!

11 de agosto de 2012 às 20:42 · [Curtir](#)

Aluno 9: D

11 de agosto de 2012 às 21:31 · [Curtir](#)

Professor: E ai, mais alguém? Como chegou la aluno 9?

12 de agosto de 2012 às 18:42 · [Curtir](#)

Aluno 14: $2X+3/2X = 1400 \dots X=400 \dots$ jogando na mesma formula $800+2X(\text{peso do copo}) = 600+3X(\text{pesos do copo}) \dots X=200$

14 de agosto de 2012 às 09:39 · [Curtir \(desfazer\)](#) · 1

Professor: Boa aluno 14. Alguém mais explica de outra maneira?

14 de agosto de 2012 às 12:41 · [Curtir](#) · 1

Extrato 18: discussão entre o professor e os alunos 9 e 14

Assuntos abordados nesta discussão: equação do 1º grau, sistemas de equações.

Temos, nesta discussão, uma questão proposta pelo professor. Inicialmente, vemos que os alunos não apresentam nenhuma resolução para o problema. Com isto, o professor busca motivar os alunos a participem da discussão. O *aluno 9* apresenta uma resposta, porém sem a resolução. O professor questiona mais uma vez e o *aluno 14* toma a iniciativa de resolver o problema.

Em sua resolução o *aluno 14* utiliza equações do primeiro grau: “ $2X+3/2X = 1400 \dots X=400 \dots$ jogando na mesma formula $800+2X(\text{peso do copo}) = 600+3X(\text{pesos do copo}) \dots X=200$.” Ele não chega a justificar o porque de ter utilizado tal conhecimento. Apenas o faz. Vemos então, mais um caso de um conhecimento-em-ação. Essa escolha vem de experiências anteriores, semelhantes a esta e ele as adapta para a nova situação.

É importante destacar algumas observações sobre a resolução do *aluno 14*. Ele utiliza a letra x em duas situações diferentes. Na primeira, se observa que ele determina x como sendo a quantidade de farinha em cada copo, não

deixando clara tal suposição. Na segunda, ele utiliza o x como sendo o peso de cada copo, deixando claro tal observação.

O aluno também utiliza a frase “jogando na mesma formula”, o qual não foi o procedimento adotado. Ele criou uma equação diferente da anterior, utilizando agora o peso da farinha e o peso dos copos.

Esses detalhes são na verdade, conhecimentos-em-ação utilizados pelo aluno em questão. Vergnaud também destaca que muitas pessoas têm grande dificuldade em verbalizar esses conhecimentos. E, novamente, é importante chamar a atenção para a importância da representação clara e enumeração dos elementos. Ambos organizam a ação, auxiliando o pensamento. Neste caso, o aluno teria obtido mais clareza na representação das suas ideias utilizando letras diferentes para o peso da farinha e dos copos. Facilitando o entendimento do seu raciocínio por pessoas que viessem a ler sua resolução. Este fato reforça a importância da linguagem na construção do conhecimento, exatamente como sugere Vergnaud.

6 Conclusões e comentários

A partir das análises realizadas, pode-se observar as diferentes maneiras utilizadas pelos estudantes para resolver problemas e representar suas formas de resolução. O olhar sob a teoria dos campos conceituais possibilitou identificar com mais clareza as invariantes nos comportamentos de certo aluno a certas classes de situações. Também ajudou a observar a linguagem e as maneiras de representação que estudantes podem utilizar em uma rede social.

A rede social *Facebook* mostrou-se um ambiente com grande potencial para a troca de conhecimentos. Por se tratar de um instrumento presente no cotidiano de muitos estudantes, alguns desses o utilizaram como mais uma fonte de estudo e troca de ideias.

As diferentes mídias e formas de representar que podem ser utilizadas na rede social se tornam instrumentos com grande potencial no auxílio do desenvolvimento do conhecimento dos estudantes. O *Facebook* mostrou-se um grande facilitador na divulgação desses meios. É possível compartilhar e utilizar esses recursos com uma grande facilidade, a rede social é compatível com a maioria dos recursos disponibilizados pelo computador ou pela internet.

E, principalmente, a facilidade de comunicar-se com colegas e professores mostrou-se primordial para o andamento do trabalho, uma vez que eles tinham a possibilidade de contatar mais de uma pessoa através de um dispositivo conectado à internet, sem a necessidade de sair do ambiente que se encontravam. Ainda foi possível verificar uma linguagem que se adapta ao contexto de uma rede social, sendo uma linguagem mais livre comparada com a sala de aula. Isso colaborou para, ao que parece, uma maior liberdade dos estudantes de expressarem suas dúvidas e pensamentos. Aparentemente, eles se sentiam mais livres para interagir a partir do *Facebook* comparado com seu comportamento em sala de aula.

Todos esses meios estão à disposição de educadores e estudantes. Na educação “a mudança virá pela utilização de meios técnicos para eliminar a natureza técnica da aprendizagem da escola.”(PAPERT, 2008, p.64) Isso significa que não necessariamente a tecnologia trará mudanças, mas sim como a utilizar para o desenvolvimento do ensino.

Ao final dessa pesquisa já existem outros grupos semelhantes ao da atividade apresentada. Esses grupos têm características e objetivos diferentes. Cabe a cada interessado ingressar no que melhor se adaptar aos seus objetivos, ou ainda, criar o seu próprio grupo.

O papel de professor-pesquisador ajudou a entender alguns pontos importantes que devem ser levados em conta por professores que optarem por realizar um trabalho semelhante.

A observação sobre um desses pontos é pertinente ao final deste trabalho. Se o professor ou estudante, ao realizar uma atividade semelhante, tem como objetivo o desenvolvimento do conhecimento matemático, alguns cuidados devem ser tomados. O saber instigar o processo de pesquisa e a busca pelo conhecimento podem ser muito mais enriquecedores do que apenas repassar aos demais as respostas e procedimentos para resolução dos problemas. Podemos retomar a discussão 1 analisada neste trabalho. Nesta discussão o professor poderia ter ajudado o estudante de uma maneira diferente. Ao invés de dar a resposta do problema, ele poderia ter sugerido que o aluno revisasse os conteúdos, indicado uma vídeo-aula ou, até mesmo, proposto o uso de um software, como o Geogebra, para o auxílio da compreensão do problema. Este fato pode ser observado no decorrer desta pesquisa. Casos nos quais ocorreu uma maior reflexão sobre o problema, pode se perceber trocas de ideias mais produtivas para o desenvolvimento de conceitos e conhecimento entre os participantes. Em situações contrárias a essa, corre-se o risco de o ambiente se tornar apenas um espaço para a resolução de problemas, o que não deixa de ser um objetivo válido, mas diferente do proposto neste trabalho.

Retomando o objetivo principal do trabalho:

Como o aluno organiza a resolução de problemas de matemática em termos de esquemas via rede social *Facebook*?

Além de conseguir responder a essa pergunta, utilizando a teoria de Vergnaud, foi apresentada uma ferramenta de ensino que pode ser adaptada a qualquer área de conhecimento, adequando seus objetivos aos interesses de cada professor ou pesquisador que se interessar em utilizá-la, não somente a matemática.

É possível ainda afirmar que a atividade obteve resultados positivos para boa parte dos alunos que participavam das discussões. O grupo do *Facebook* tornou-se um ambiente de pesquisa e troca de conhecimento. Assim, essa rede social tem grande potencial para auxiliar o ensino de matemática. Vale ressaltar que um dos pontos que alavancam este potencial é o fato de o *Facebook* estar presente na vida social do estudante, e assim, o grupo sobre matemática ser mais um espaço dentro da rede social. Diferente de um ambiente que é proporcionado por uma instituição de ensino, o que muitas vezes pode levar à visão de algo imposto ou obrigatório, o que acaba desestimulando o uso dessas ferramentas.

Muitas propostas de ensino já foram objetos de pesquisa, como por exemplo: Robótica na Sala de Aula de Matemática: Os Estudantes Aprendem matemática? (MARTINS, 2012); Uma Proposta de Ensino de Probabilidade no Ensino Médio. (RIBEIRO, 2012); O Uso de Problemas no Ensino e Aprendizagem de Funções Exponenciais e Logarítmicas na Escola Básica. (SILVA, 2012). E a solução de problemas matemáticos no *Facebook* sob o olhar da teoria dos campos conceituais, apresentada neste trabalho, tem a intenção de se juntar a esse conjunto de propostas de ensino, colaborando com o desenvolvimento de formas de ensino diferenciadas.

7 Referências Bibliográficas

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. **Educação a distância na internet: abordagens e contribuições dos ambientes digitais de aprendizagem.** *Educação e Pesquisa*. São paulo, v.29, n.2, p. 327-340 jan/dez, 2003

BOLT, Brian. **Actividades Matemáticas.** Ed. Gradiva, 1991

BOLT, Brian. **Mais Actividades Matemáticas.** Ed. Gradiva, 1992

BONA, Aline S. D. **Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o Aprender a Aprender por Cooperação.** Tese (Doutorado em Informática na Educação). Programa de Pós-Graduação Interdisciplinar de Novas tecnologias. Porto Alegre: UFRGS, 2012.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S.. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

GOMES, Alex S.; SOUZA, Ricardo J.; SIQUEIRA, Rodrigo. Softwares sociais no contexto do ensino. **Educar com o Redu.** Recife: Redu, Educational Technology, 2012. p. 11-20.

GOMES, Alex S.; SOUZA, Ricardo J.; SIQUEIRA, Rodrigo. Resistência ao uso de TIC no ensino. **Educar com o Redu.** Recife: Redu, Educational Technology, 2012. p. 100-102.

MARTINS, Elisa F. **ROBÓTICA NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: OS ESTUDANTES APRENDEM MATEMÁTICA?**, 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MILANI, E. A informática e a comunicação matemática. Em K. S. Smole & M. I. Diniz (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática**, p. 176-200. Porto Alegre: Artmed, 2001.

OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Prova nível 3, 2011. Disponível em <http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n3-2011.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2013.

OBMEP. **Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas.** Prova nível 1, 2012. Disponível em <http://www.obmep.org.br/provas_static/pf1n1-2012.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2013.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática.** Ed., rev. Porto Alegre, RS: Artmed, 2008. 220p.

PIAGET, J. **O trabalho por equipes na escola: bases psicológicas**. Trad. Luiz G. Fleury. Revista de Educação. São Paulo: Diretoria do Ensino do Estado de São Paulo. vol. XV e XVI, 1936. p. 4-16.

RACHA CUCA. Disponível em: www.rachacuca.com.br. Acesso em: 10 out. 2013.

RIBEIRO, Rossano E. S. **UMA PROPOSTA DE ENSINO DE PROBABILIDADE NO ENSINO MÉDIO**, 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SILVA, Rodrigo S. da **O USO DE PROBLEMAS NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS E LOGARÍTMICAS NA ESCOLA BÁSICA**, 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

STEWART, Ian. **Incríveis passatempos matemáticos**. Tradução Diego Alfaro, revisão técnica Samuel Jurkiewicz. Rio de Janeiro: Zahar, 2010.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 67^o ed. Rio de Janeiro: Record, 2006.

THIOLLET, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18ed. São Paulo: Cortez, 2011.

VEEN, Wim & VRAKKING, Ben. **Homo zappiens: educando na era digital**. (Tradução Vinicius Figueira). Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, Gérard. **Teoria dos Campos Conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1^o Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993. p. 1-26

VERGNAUD, Gérard. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos**. In: Revista n^o 4 - Tempo de romper para fecundar. Porto Alegre, RS: GEEMPA, 1996. p. 9-19.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? In: MUNIZ, Cristiano A., BITTAR, Marilena (Orgs.) **A aprendizagem de matemática na perspectiva dos Campos Conceituais**. Curitiba, PR: Editora CRV, 2009. p. 13-36.

Apêndice I

Tutorial como criar um grupo no *Facebook* e algumas considerações para um bom andamento das atividades realizadas neste ambiente.

Criando o Grupo

1) Ao conectar-se em sua conta no *Facebook* na página inicial clique na palavra grupo que aparece na barra abaixo de sua foto, à esquerda tela.



2) Na tela seguinte aparecerão todos os grupos que você eventualmente participa. Ao lado da palavra grupo aparecerá o botão para criar grupo.



3) Na tela seguinte temos o menu de identificação do grupo. Você deverá colocar o nome do grupo e adicionar membros. Para que o grupo seja criado é necessário adicionar pelo menos um membro. Após, é necessário escolher o nível de privacidade do grupo. Isso deve variar de acordo com os objetivos do grupo, cabe a cada um identificar qual nível melhor se adapta a sua proposta.

Se existir dúvidas sobre cada nível basta clicar em “Saiba mais sobre privacidade de grupos” que será detalhado cada nível de privacidade. Por fim basta clicar no botão “Criar”.

Criar novo grupo

Nome do grupo

Membros

Privacidade

- Aberto**
Qualquer pessoa pode ver o grupo, quem está nele e o que membros publicam.
- Fechado**
Qualquer pessoa pode ver o grupo e quem está nele. Somente membros podem ver as publicações.
- Secreto**
Somente membros podem ver o grupo, quem está nele e o que membros publicam.

[Saiba mais sobre privacidade de grupos](#)

Criar **Cancelar**

4) Na tela principal do grupo, na parte superior, aparecerão as fotos dos perfis de cada membro do grupo. Logo abaixo aparece o menu principal do grupo, onde algumas funções são liberadas apenas ao administrador.

União Matemática

Membros Eventos Fotos Arquivos

Notificações + Criar grupo

Publicar Foto/Video Perguntar Arquivo

Escreva algo...

Porto Alegre

União Matemática **Publicar**

PUBLICAÇÕES RECENTES

aluno 8:
" Manoela decidiu escolher uma senha para seu e-mail trocando de lugar as letras do seu nome. O número da maníaca como ela pode fazer isso

Sobre 126 membros

Grupo fechado
O que as pessoas devem publicar nesse grupo?
Adicionar uma descrição
126 membros (3 novos) · **Convidar por e-mail**

Qual é o assunto deste grupo?
Definir marcações

Na aba principal que aparecerá o nome do grupo podemos observar logo abaixo do botão “Publicar” uma barra digitação, é neste espaço que se

pode digitar o conteúdo que se deseja publicar e ainda adicionar pessoas, local e fotos à publicação em questão. Após clicar no botão “Publicar”, à direita e abaixo da barra de digitação, a postagem aparecerá logo abaixo de “publicações recentes”.

No botão “Foto/Vídeo” é possível publicar vídeos e fotos ao grupo. No botão “Perguntar” é possível criar enquetes a serem respondidas pelos membros do grupo. No botão “Arquivo” é possível carregar arquivos no grupo.

Na barra à direita temos alguns menus de configurações e caracterizações do grupo. Clicando em “Adicionar uma descrição” é possível descrever quais os objetivos e funções do grupo. Já na barra de digitação, logo abaixo de “adicionar uma descrição” é possível adicionar novos membros ao grupo. Ao clicar em “Definir marcações” o administrador pode escolher palavras-chaves que identifiquem o grupo. Essas palavras-chaves serão referência em caso de alguém realizar um procura por grupos no *Facebook*.

Voltando para a parte onde encontramos as abas: Membros, Eventos, Fotos e Arquivos. Nestas abas iremos encontrar todos os membros pertencentes ao grupo, eventos a serem realizados pelo grupo, as fotos e arquivos presentes nas publicações do grupo respectivamente.

Outra ferramenta interessante que o *Facebook* disponibiliza é marcação de pessoas nas postagens. Por exemplo, se temos o interesse de marcar alguém com intuito de chamar a atenção para um comentário ou discussão essa ferramenta se torna muito útil, uma vez que a pessoa marcada receberá uma notificação em seu perfil. A partir dessa notificação o usuário pode acessar diretamente a discussão ou comentário aos quais foi marcado. Para realizar essa marcação basta colocar o símbolo “@” e digitar o nome da pessoa. Só é possível marcar pessoas que estão adicionadas como amigos no *Facebook*.

Considerações Importantes

Ao criar um grupo é importante estabelecer objetivos que caracterizem o grupo. Adicionar uma descrição que identifique com clareza quais as funções e

objetivos do grupo pode ser fundamental para que não ocorra um desvio no foco das discussões. Os mediadores de grupos têm papel importante para que não ocorra esse possível desvio de foco. Por exemplo, o grupo que foi objeto de pesquisa desse trabalho o objetivo era discutir termos matemáticos, então o professor tinha como objetivos instigar o debate entre os alunos. Já em grupo que o objetivo seja apenas a resolução de problemas não é necessária essa preocupação. E esses cuidados devem ser guiados de acordo com o objetivo de cada grupo.

Logo, cabe ao criador ou administrador do grupo ter esse olhar. Isso fará com que o grupo crie uma identidade e caminhe naturalmente para os objetivos determinados inicialmente.

Apêndice II

Aqui será apresentada uma coletânea de problemas, sugeridos pelo professor, utilizados na atividade. Esses se encontram divididos em algumas categorias de acordo com o objetivo pretendido ao escolher cada problema. Será apresentada uma breve justificativa pela escolha e quais os objetivos de cada categoria de atividades.

A primeira categoria contempla da atividade 1 à atividade 3. O objetivo dessas é desenvolver o raciocínio lógico, bem como a visualização geométrica. Na atividade 2, mais especificamente, o objetivo de desenvolver a capacidade de aplicar conhecimentos referentes a operações com número Racionais.

A segunda categoria abrange da atividade 4 à atividade 12. Nessa categoria temos como principal objetivo o desenvolvimento do raciocínio lógico. Ainda, essas atividades apresentam características que facilitam a retomada de hipóteses iniciais. Ao realizar a atividade sempre é importante retomar as condições impostas pelo problema, o que é, por muitas vezes, importante ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

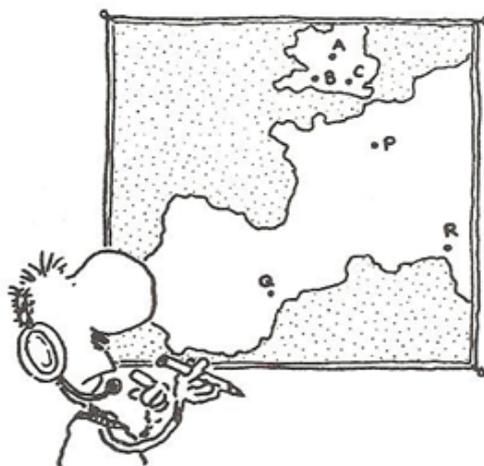
A terceira categoria é composta pelas atividades 13, 14, 15 e 16. Aqui temos o objetivo de trabalhar o raciocínio lógico e conceitos matemáticos. Essas atividades permitem a exploração de conceitos como operações com números Reais e equações do primeiro grau. Esses são aplicados nas situações sugeridas pelos problemas, o que faz com que seja necessária a adaptação de cada conceito de acordo com o problema.

Por fim, a última categoria contém as atividades 17 e 18, onde temos questões da Olimpíada Brasileira de Matemática da Escola Pública. O objetivo da atividade 17 é trabalhar o conceito de equação do primeiro grau e sistema de equações lineares, visando a capacidade de o aluno aplicar e adaptar esses conhecimentos à situação em questão. Na atividade 18 o objetivo é trabalhar lógica matemática, evidenciando como a construção de tabelas lógicas pode auxiliar na resolução de problemas.

Atividade 1 – O pesadelo do controlador aéreo

O pesadelo do controlador aéreo

Com o aumento de voos de férias para o continente, um controlador é responsável por traçar as rotas de um número sempre crescente de aviões que partem do sul da Inglaterra para outros aeroportos do continente. Foi levantado um problema particularmente exasperante por três companhias que operam a partir dos aeroportos A, B e C e que queriam voos diretos para os aeroportos P, Q e R.



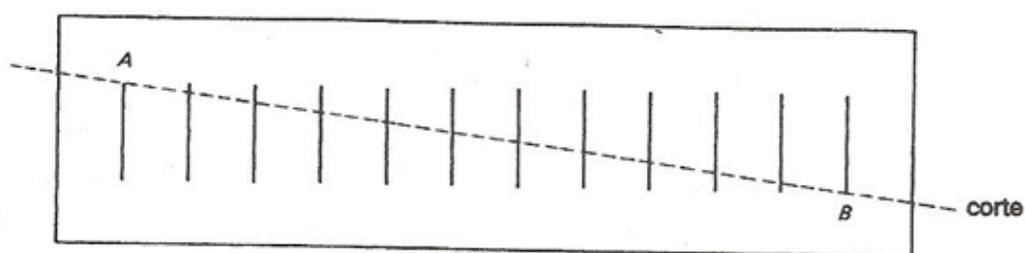
Como existia uma grande densidade de tráfego nestas rotas, era importante que nenhuma destas linhas de passagem se cruzassem. Sobrevoar um aeroporto estava fora de questão. Consegue encontrar nove linhas de voo que resolvem o problema do controlador?

Fonte: Mais Actividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt

Atividade 2 – As linhas desaparecidas

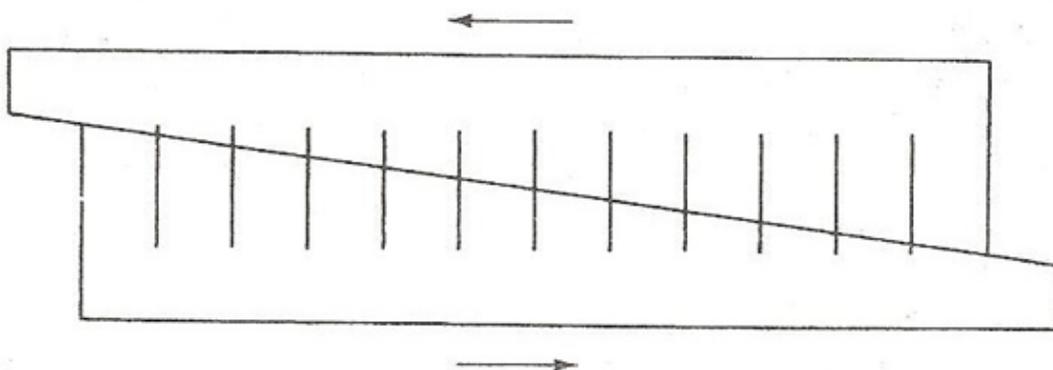
As linhas desaparecidas

Numa folha de papel desenhe 12 linhas, cada uma com 3 centímetros de comprimento e com uma distância de 2cm entre cada linha, como mostra a figura. Depois corte o papel, cuidadosamente, em dois, seguindo a linha AB, que une o extremo superior da primeira linha com o extremo inferior da última linha.



(a)

Agora faça deslizar os dois pedaços de papel até que as linhas de cima fiquem bem no prolongamento das de baixo, como mostra a figura seguinte.

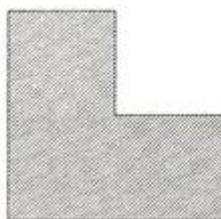


Quantas linhas existem agora? Como explica o aparente desaparecimento?

Fonte: Mais Actividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt

Atividade 3 – Dividindo a figura

Mostre como dividir a figura abaixo em quatro peças idênticas.



Fonte: Mais Actividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt

Atividade 4 – Lâmpadas



O objetivo é ascender todas as lâmpadas ao mesmo tempo. Ao clicar em cada lâmpada ele ascende três das cinco. Se uma dessas já se encontra acesa, ao clicar em uma lâmpada que tem o número dessa ela se apagará. Esse problema faz com que o aluno antecipe seus passos. Ele deve pensar quais as consequências futuras de cada escolha que realizar.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/jogos/lampadas/>

Atividade 5 – Nadadores Olímpicos.

	1° Raia	2° Raia	3° Raia	4° Raia
Touca	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Pais	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Especialidade	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Medalhas	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Suco	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Idade	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

- O nadador mais velho do grupo conquistou o maior número de medalhas.
 Quem usa a touca Azul está em alguma raia à esquerda do nadador com 19 anos.
- O nadador com 20 anos está em uma das raias das pontas.
 Quem gosta de beber limonada está exatamente à esquerda de quem é especialista em nado Crawl.
- O atleta que bebe suco de Maracujá está em alguma raia à direita de quem usa a touca Azul.
- Na segunda raia está o nadador que bebe suco de Laranja.
 O mais velho dos nadadores está na raia número 3.
 Quem ganhou 3 medalhas está na segunda raia.
 Quem ganhou 5 medalhas está posicionado exatamente à esquerda de quem gosta de suco de Laranja.
- O especialista em nado Peito está na raia número 2.
 O especialista em nado Costas está exatamente à direita de quem conquistou 3 medalhas.
- O Brasileiro conquistou o maior número de medalhas entre os 4 nadadores.
 O nadador da China está exatamente à esquerda do nadador do Brasil.
 O nadador dos EUA conquistou 5 medalhas.
 Na última raia está o nadador com a touca branca.
 O especialista em nado Borboleta está ao lado de quem usa a touca Azul.
 O nadador Estadunidense está usando a touca verde.

Nesta atividade são apresentadas proposições, as quais devem ser consideradas para preencher os campos corretamente. O problema induz o estudante a ter cuidado ao completar uma das lacunas, embasado em uma afirmação, não contradizer outra das proposições.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/logica/problemas/nadadores-olimpicos/>

Atividade 6 – O Teste de Einstein

	1ª Casa	2ª Casa	3ª Casa	4ª Casa	5ª Casa
Cor	<input type="text"/>				
Nacionalidade	<input type="text"/>				
Bebida	<input type="text"/>				
Cigarro	<input type="text"/>				
Animal	<input type="text"/>				

Dicas:

- O Norueguês vive na primeira casa.
- O Inglês vive na casa Vermelha.
- O Sueco tem Cachorros como animais de estimação.
- O Dinamarquês bebe Chá.
- A casa Verde fica do lado esquerdo da casa Branca.
- O homem que vive na casa Verde bebe Café.
- O homem que fuma Pall Mall cria Pássaros.
- O homem que vive na casa Amarela fuma Dunhill.
- O homem que vive na casa do meio bebe Leite.
- O homem que fuma Blends vive ao lado do que tem Gatos.
- O homem que cria Cavalos vive ao lado do que fuma Dunhill.
- O homem que fuma BlueMaster bebe Cerveja.
- O Alemão fuma Prince.
- O Norueguês vive ao lado da casa Azul.
- O homem que fuma Blends é vizinho do que bebe Água.

Mesma ideia da atividade 5, porém com um nível de dificuldade maior.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/teste-de-einstein/>

Atividade 7 – O Lobo e a Ovelha

O objetivo é atravessar o lobo, a ovelha e a couve para o lado oposto da margem. Só se pode carregar um deles de cada vez, sendo que sem a presença do homem o lobo come a ovelha e a ovelha come a couve. Neste problema o aluno necessita retomar as hipóteses iniciais a todo instante para não acabar perdendo o desafio.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/jogos/o-lobo-e-a-ovelha/>

Atividade 8 – Missionários e Canibais



Mesma ideia e objetivos da atividade anterior, com um grande de dificuldade superior. A regra é que não podemos deixar mais canibais que missionários em uma das margens. Na balsa entram apenas duas pessoas por vez.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/jogos/missionarios-e-canibais/>

Atividade 9 – Atravessar o rio



Para iniciar clique no círculo....
As regras são as seguintes:

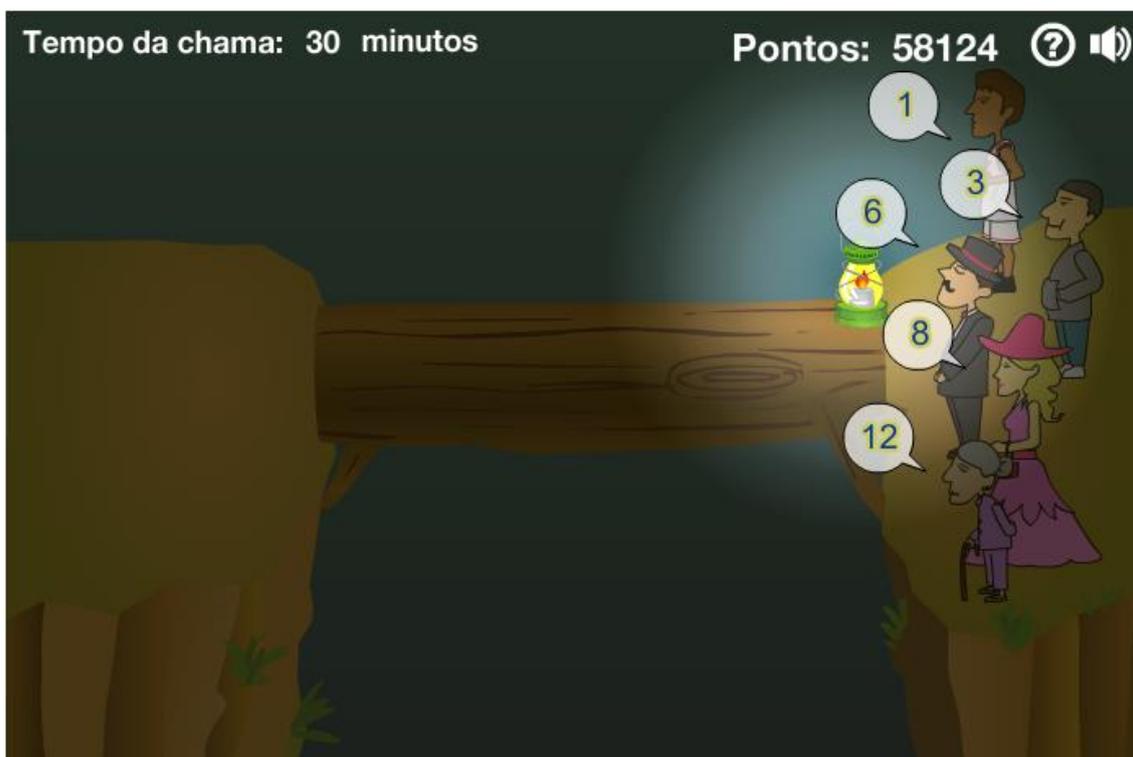
- 1 - Somente o pai, a mãe e o policial sabem pilotar o barco;
- 2 - A mãe não pode ficar sozinha com os filhos;
- 3 - O pai não pode ficar sozinho com as filhas;
- 4 - O prisioneiro não pode ficar sozinho com nenhum integrante da família;
- 5 - O barco só pode transportar 2 pessoas por vez.
- 6 - Você pode ir e vir com as pessoas quantas vezes precisar.

Clique nos bonequinhos para colocá-los dentro do barco e depois na alavanca vermelha para atravessar...

Segue a mesma ideia e objetivos das atividades 7 e 8. Neste caso temos um número de hipóteses iniciais maior, o que eleva o grau de dificuldade da atividade.

Disponível em: <http://www.portalchapeco.com.br/~jackson/rio.htm>

Atividade 10- Ponte Escura



Semelhante as três atividades anteriores, porém com novos elementos. Novamente o objetivo é atravessar todos para o outro lado. A ponte suporta apenas dois de cada vez, além disso, a lanterna só dura 30 minutos e cada personagem leva um tempo determinado para atravessar a ponte. Aqui o estudante deverá realizar inferências sobre o tempo gasto quando dois personagens atravessam a ponte juntos. A partir disso, traçar estratégias que o leve ao êxito do desafio.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/jogos/ponte-escura/>

Atividade 11 – Jarros

Resetar

Decanting Puzzle

Voltar

Junte 4 unidades em um dos jarros



Encher

0

qtde
8

0

qtde
5



Esvaziar

Este desafio está dividido em seis níveis de dificuldade. Sempre com o objetivo de juntar certo número de unidades em um dos jarros. Além de sempre retomar o objetivo inicial, o estudante deverá realizar antecipações referentes aos seus passos, verificar as consequências desses às etapas seguintes.

Disponível em: <http://rachacuca.com.br/jogos/jarros/>

Atividade 12 – O problema das pérolas

Um joalheiro tem um problema, ele possui oito pérolas exatamente iguais em cor e tamanho. No entanto, uma delas é falsa e pesa menos que as outras sete. Como descobrir qual é a falsa fazendo apenas duas pesagens numa balança de pratos?

Obs: Balança de pratos é aquela que para se obter o equilíbrio os dois lados devem ter o mesmo peso em seus pratos.

O problema faz com que o aluno verifique frequentemente a hipótese inicial. Ele deverá criar a sua própria estratégia para resolver o problema.

Fonte: O Homem que Calculava. (Adaptado). Autor: Malbha Tahan

Atividade 13 – Dividindo a colheita

Depois de apanharem 770 castanhas, três meninas dividiram-nas de modo que as quantidades recebidas mantivessem a mesma proporção que suas idades. Cada vez que Mary ficava com quatro castanhas, Nellie tirava três, e por cada seis que Mary recebia, Susie ficava com sete. Quantas castanhas recebeu cada menina?

O objetivo dessa atividade é trabalhar o conceito de proporção, o aplicando a situação em questão.

Fonte: Actividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt

Atividade 14 – Partilha Justa

Um camponês e seu amigo compraram um barril de oito litros de cerveja. Eles queriam dividir a cidra equivalentemente entre si, mas só tinham uma jarra de 5 litros e outra de 3 litros. Como conseguiram fazer a divisão?

Mesmo objetivo da atividade 11, porém agora sem o auxílio do computador para resolvê-lo.

Fonte: Mais Actividades Matemáticas. Autor: Brain Bolt.

Atividade 15 – Quantos anos tem Pocahontas?

O lavrador Smith e sua esposa têm quinze filhos nascidos com intervalos de ano e meio. Pocahontas, a mais velha, admite ser oito vezes mais velha que o capitão John Jr., o mais novo de todos. Quantos anos tem Pocahontas?

Fonte: Incríveis Passatempos matemáticos. Autor: Ian Stewart

O objetivo desta atividade é trabalhar o conceito de equação do primeiro grau, aplicando de forma a resolver o problema. Será trabalhando ainda operações com número Racionais e a representação na forma decimal.

Atividade 16 – O problema das maçãs

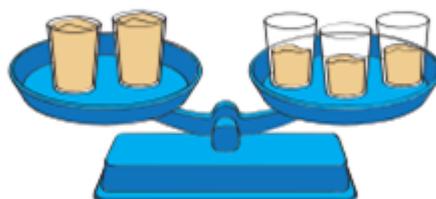
Em uma sala existe uma cesta com maçãs. O menino entra na sala e retira metade das maçãs mais meia maçã. Ele repete isso por três vezes, após a terceira vez não sobram maçãs na cesta! Quantas maçãs haviam na cesta no início?

Essa atividade tem o objetivo de se trabalhar diferentes estratégias para resolver o problema. Sendo essa utilizando equações do primeiro grau ou um raciocínio mais direto para a resolução do problema.

Fonte: Incríveis Passatempos matemáticos. Autor: Ian Stewart

Atividade 17 – Questão OBMEP - 2012

A balança da figura está equilibrada. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Os copos do prato da esquerda estão completamente cheios e os copos do prato da direita estão cheios até metade de sua capacidade. Qual é o peso, em gramas, de um copo vazio?



- (A) 50
- (B) 125
- (C) 175
- (D) 200
- (E) 250

O objetivo desta atividade é trabalhar os conceitos: equação do primeiro grau e sistemas lineares de primeiro grau. Além disso, busco desenvolver a importância da representação e enumeração dos elementos na matemática.

Fonte: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Atividade 18 – Questão OBMEP - 2011

Quatro times disputaram um torneio de futebol em que cada um jogou uma vez contra cada um dos outros. Se uma partida terminasse empatada, cada time ganhava um ponto; caso contrário, o vencedor ganhava três pontos e o perdedor, zero. A tabela mostra a pontuação final do torneio. Quantos foram os empates?

Time	Pontos
Cruzinthians	5
Flameiras	3
Nauritiba	3
Greminese	2

- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

Esta atividade busca introduzir o conceito de tabela lógica de duas entradas. Mostrando como essa pode ajudar a resolver problemas de forma mais direta.

Fonte: Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).