

Introdução ao Modellus



Versão 1.11 (Julho de 1996)

© Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

Vitor Duarte Teodoro

João Paulo Duque Vieira

Filipe Costa Clérigo

Versão adaptada por:

Rejane Maria Ribeiro Teixeira

Eliane Angela Veit

Departamento de Física

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

A primeira parte deste manual foi extraída da publicação “Experiências com modelos matemáticos em Física e Matemática: Introdução ao *Modellus*” de V. D. Teodoro, J. P. D. Vieira e F. C. Clérigo e de atividades redigidas por V.D. Teodoro para o 9º e 10º ano do ensino médio ministrado em Portugal.

As atividades apresentadas na segunda parte deste manual foram originalmente elaboradas pelo Prof. Vitor Duarte Teodoro para a versão 1.0 do *Modellus*, executável nos sistemas computacionais portugueses, e por nós adaptadas para a versão 1.11, executável nos sistemas brasileiros. Esta versão, assim como exemplos e textos interessantes, estão disponíveis no endereço:

<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>

Agradecemos ao Prof. Vitor Duarte Teodoro, que gentilmente cedeu este material, e nos dispomos a auxiliar o leitor na utilização do *Modellus*, através de nossos endereços eletrônicos.

Rejane Maria Ribeiro Teixeira
rejane@if.ufrgs.br

Eliane Angela Veit
eav@if.ufrgs.br

Porto Alegre, novembro de 1999

Índice da Primeira Parte

Experiências com modelos matemáticos em Física e Matemática

Introdução ao *Modellus*

Vitor Duarte Teodoro, João Paulo Duque Vieira e Filipe Costa Clérigo

(Adaptado por Rejane Ribeiro Teixeira e Eliane Angela Veit)

1. Sobre o Modellus.....	5
2. O que é o Modellus.....	6
3. Pré-requisitos e instalação do Modellus.....	7
4. Exemplos incluídos no disquete.....	7
5. Informações úteis para a construção de Modellus.....	11
6. Atividades sugeridas.....	16

Índice da Segunda Parte

Funções e Descrição de Movimentos no Espaço: uma breve introdução com o *Modellus*

Vitor Duarte Teodoro

1.	Uma bola que se move.....	29
2.	Que história conta o Papai Noel que anda?.....	37
3.	Lançar uma bola para o ar, com uma parábola... ..	44
4.	Experiências com vetores.....	58
5.	Equações paramétricas do movimento.....	65
6.	Radianos, Graus e Rotações.....	77
7.	Rotação, seno de um ângulo e co-seno de um ângulo.....	81

1. Sobre o Modellus

Este texto é dirigido a professores de Matemática e de Ciências Físico-Químicas, e a alunos dos anos terminais do ensino secundário e do ensino superior. *Modellus* foi concebido por Vitor Duarte Teodoro com a colaboração de João Paulo Duque Vieira e Filipe Costa Clérigo e programado na linguagem C++ por João Paulo Duque Vieira e Filipe Costa Clérigo. Os autores autorizam a cópia do programa para fins educativos, em Portugal. Qualquer comentário ou sugestão sobre o programa pode ser enviada por correio eletrónico para vdt@mail.fct.unl.pt ou por correio normal para Vitor Duarte Teodoro, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2825 Monte de Caparica. Está disponível na Internet um servidor de apoio ao programa, com documentação, forums de discussão, exemplos, *download* de novas versões, etc. O endereço na Internet é

<http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus>

Modellus recebeu o primeiro prêmio no concurso de *software* da revista *Computers in Physics*, da *American Physical Society* (1996).

Agradecimentos: o desenvolvimento deste programa só foi possível graças ao ambiente de permanente estímulo intelectual durante o Projeto MINERVA (1985-1994), criado pela maioria dos professores dos vários níveis de ensino que nele colaboraram. O apoio de empresas informáticas (ICL, IBM, Olivetti, Cebit, Unisys) e do DEP-GEF (Ministério da Educação), nomeadamente através da atribuição de prêmios a outros títulos de software, foi também de fundamental importância. Um agradecimento especial é devido a Miguel Sousa Lobo, co-autor de *Dinamix*.

2. O que é o Modellus

2.1 Experiências com modelos matemáticos...

O computador tornou-se, nas últimas três décadas, num instrumento essencial na investigação, em praticamente todas as áreas científicas. Por várias razões, essa mudança não se deu ainda na aprendizagem das Ciências e da Matemática. Com a crescente acessibilidade a computadores pessoais cada vez mais potentes e com interfaces de fácil utilização, parece ter chegado a hora de tornar o computador um instrumento fundamental para aprender Ciências e Matemática.

A idéia-base na concepção do *Modellus* é a de permitir a alunos e professores realizar **experiências com modelos matemáticos**. A complexidade de muitos dos modelos matemáticos é, muitas vezes, apenas aparente. Na realidade, o que é frequentemente complexo é o processo de cálculo, não o *significado* dos modelos. *Modellus* encarrega-se de resolver a complexidade dos cálculos, libertando o utilizador para refletir sobre o significado dos modelos e das suas implicações.

2.2. Computadores em Ciências e Matemática: instrumento de medida, de cálculo, de modelação e de simulação...

Das várias modalidades de utilização do computador no ensino das Ciências e da Matemática, há a destacar a utilização como **instrumento de medida/aquisição de dados** (com sensores e software adequado para a aquisição de dados e a respectiva representação) e a **modelação**, além da utilização como instrumento de **cálculo** e de **simulação**. Estas várias modalidades são complementares e podem ser implementadas no mesmo programa. *Modellus* é, simultaneamente, uma ferramenta de modelação, de simulação e de cálculo.

As versões seguintes do *Modellus* terão também algumas funcionalidades de aquisição de dados, por exemplo, a possibilidade de funcionar como osciloscópio, um equipamento hoje indispensável em qualquer laboratório. *Modellus* permite investigar a grande maioria dos temas estudados em Matemática e Física, e uma boa parte dos temas de outras ciências (desde a Biologia à Economia) que envolvam modelos quantitativos.

2.3 Modellus: um produto da investigação na educação em Ciências e Matemática

Modellus é o resultado de mais de dez anos de investigação e desenvolvimento em software educativo exploratório realizado na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (Monte de Caparica, Almada). A oferta deste programa às escolas traduz o empenho da FCT em colaborar na renovação do ensino e da aprendizagem das Ciências e da Matemática, uma renovação que se afigura cada vez mais imprescindível.

2.4 Modellus: um sistema de autor...

Uma característica importante do *Modellus* é a possibilidade de funcionar como «sistema de autor», isto é, permitir ao professor preparar a representação de um «modelo» complexo que pode ser utilizado por alunos que ainda não disponham dos conhecimentos necessários para compreender a natureza matemática do modelo. Por exemplo, um professor de Física pode preparar um modelo sobre o movimento da Lua em torno da Terra, utilizando equações diferenciais, e utilizá-lo com alunos do 8.º ano de escolaridade, que apenas têm acesso às animações, estando o modelo inacessível aos alunos.

2.5 Uma vasta gama de utilizações...

Uma outra característica importante do *Modellus* é a possibilidade da sua utilização desde o ensino básico (e.g., relações de proporcionalidade) até tópicos avançados (e.g., resolução de sistemas de equações diferenciais ordinárias) em todas as disciplinas que envolvam modelos quantitativos (com funções, equações diferenciais, integrações, iterações, etc.). Deste modo, o aluno pode familiarizar-se gradualmente com o programa.

3. Pré-requisitos e instalação do **Modellus**

3.1 O utilizador do *Modellus* deve estar suficientemente familiarizado com o ambiente Windows 3.1 (ou Windows 95 ou Windows 98).

3.2 Para instalar o *Modellus* é necessário dispor de um computador compatível com um processador 486 ou Pentium e um mínimo de 4 Mb de RAM (8 Mb de preferência) e cerca de 3 Mb de espaço em disco disponível.

3.3 A instalação é feita executando o arquivo INSTALAR. Durante a instalação é criado um diretório MODELLUS, na raiz do disco duro, com vários sub-diretórios com exemplos (MAT_BAS, com exemplos de Matemática em nível do ensino básico; MAT_SEC, exemplos de Matemática para o ensino secundário; MAT_SUP, exemplos de Matemática para o ensino superior; FIS_BAS, exemplos de Física para o ensino básico; FIS_SEC, exemplos de Física para o ensino secundário; FIS_SUP, exemplos de Física para o ensino superior; QUIM_SEC exemplos de Química para o ensino secundário e superior) bem como dois diretórios (IMAGENS e FUNDOS) onde se encontram algumas imagens utilizadas em diversos modelos.

4. Exemplos incluídos no disquete

4.1 Como ver os exemplos: menu «Modelo», opção «Ler...»

Uma vez instalado o programa, executa-se o arquivo «Modellus» e seleciona-se o primeiro menu, **Modelo**, opção **Ler...** Em seguida entra-se num dos vários diretórios e carrega-se um arquivo. Para executar o exemplo, utiliza-se o primeiro botão da esquerda da janela **Controlo**, o botão «Começar», semelhante ao botão «Play» de um gravador de vídeo ou áudio:

Nota: o texto de alguns modelos só é acessível através da indicação de uma *password*, no menu **Modelo**, opção **Password**. A *password* é «m», em todos os modelos que acompanham o disquete e que a solicitam. Esta *password* pode ser, evidentemente, alterada.

4.2 Lista de exemplos

Diretório: ARTE (Matemática, ensino secundário, experiências de «arte matemática»)

Arquivo	Descrição
A1.MDL	«Experiência» com funções trigonométricas
A2.MDL	«Experiência» com funções trigonométricas
A3.MDL	«Experiência» com a função quadrática
SOL.MDL	Um «Sol» com funções trigonométricas

Diretório: MAT_BAS (Matemática, ensino básico)

Arquivo	Descrição
PROP_DIR.MDL	Representação gráfica de uma relação de proporcionalidade direta
PROP_INV.MDL	Representação gráfica de uma relação de proporcionalidade inversa

Diretório: MAT_SEC (Matemática, ensino secundário)

Arquivo	Descrição
CIRCUNF.MDL	Construir uma circunferência com duas funções
COSENO1.MDL	Gráfico da função co-seno
DER1.MDL	Sobre o conceito de derivada
DERIV1.MDL	Derivada e declive (função quadrática)
DERIV2.MDL	Derivada e declive (função co-seno)
ELIPSE1.	Construir uma elipse com duas funções
EQ_DIF1.MDL	Comparação de duas equações diferenciais simples
EQ_V_RE.MDL	Equação vectorial e equação reduzida da reta
F_SINUD.MDL	Estudo de uma função senoidal
FUN_QUA2.MDL	Estudo dos zeros da função Quadrática
FUN_QUAD.MDL	Estudo da função quadrática
HIPERB1.MDL	Sobre hipérbolas
INEQ1.MDL	Resolução gráfica de um sistema de duas inequações
INTEGR1.MDL	Introdução ao conceito de integral
RADIANO.MDL	Introdução ao conceito de radiano
RECTAV.MDL	Animação da equação vectorial de uma reta
RECTAV2.MDL	Comparação da equação vectorial da reta com a respectiva equação reduzida
SERIE1.MDL	Sobre limites
SOL_EQ.MDL	Resolução gráfica de equações trigonométricas
SOM_VECT.MDL	Soma de vetores num plano
SUC_E.MDL	Sobre sucessões
SUCCESS1.MDL	Sobre sucessões
SUCCESS2.MDL	Sobre sucessões

Diretório: MAT_SUP (Matemática, ensino superior)

Arquivo	Descrição
CARDOID.MDL	Um «coração» com equações paramétricas
CHAP676.MDL	Uma equação diferencial representando um reator químico com alimentação constante
CHAP677.MDL	Uma equação diferencial representando um reator químico com alimentação oscilante
CHAP679.MDL	Resolução de um sistema de cinco equações diferenciais ordinárias
INTEG1.MDL	Cálculo de uma integral pela regra de Simpson
INTEGR.MDL	Cálculo de uma integral
INTEGR1.MDL	Cálculo de uma integral
LORENZ.MDL	Equações de Lorenz
SOL_NEWT.MDL	Solução de uma equação pelo método de Newton-Raphson

Diretório: FIS_BAS (Física, ensino básico)

Arquivo	Descrição
ACEL1.MDL	Sobre o conceito de aceleração
CARRO_AC.MDL	Acelerar e travar um carro
GRAFPOS1.MDL	Gráfico posição em função do tempo
LUA.MDL	Velocidade e força gravitacional no movimento da Lua
MOV2DF.MDL	Mover o Papai Noel... até à origem do referencial
POS_DIST.MDL	Posição e distância percorrida
RADIOAC.MDL	Transformação radioativa e meia-vida
RATO1.MDL	Mover o «mouse» do computador e investigar o conceito de coordenada de posição e de velocidade (movimento retilíneo)
RATO2.MDL	Mover o «mouse» do computador e investigar o conceito de coordenada de posição e de velocidade (movimento num plano)

Diretório: FIS_SEC (Física, ensino secundário)

Arquivo	Descrição
CAMPEL1.MDL	Campo elétrico criado por uma carga
CAMPEL2.MDL	Campo elétrico criado por duas cargas
CAMPEP1.MDL	Potencial elétrico criado por uma carga
CAMPGE1.MDL	Energia potencial gravitacional
CAMPGP1.MDL	Potencial gravitacional
CAMPGR1.MDL	Campo gravitacional criado por um planeta
CAMPGR2.MDL	Campo gravitacional criado por dois planetas
CIRC_C.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e um condensador
CIRC_L.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e uma bobina
CIRC_LC.MDL	Oscilador eletromagnético (circuito com um condensador e uma bobina)
CIRC_R.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e um resistor
CIRC_RLC.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador, um resistor, um condensador e uma bobina
CIRC1.MDL	Movimento circular uniforme
CIRC2.MDL	Movimento circular uniforme
CM_MOV1.MDL	Movimento do centro de massa de duas partículas que se movem com diferente velocidade
CM1.MDL	Movimento do centro de massa de um haltere lançado obliquamente
COLIS1.MDL	Colisão perfeitamente elástica a uma dimensão
CONDENS1.MDL	Carga e descarga de um condensador
CORDA.MDL	Movimento de um corpo suspenso numa corda
DESDIST1.MDL	Deslocamento e distância percorrida num movimento circular uniforme
GRAF_E1.MDL	Gráfico da função campo elétrico
GRAF_G1.MDL	Gráfico da função campo gravitacional
GRAFPOS1.MDL	Posição e distância percorrida
GRAV_LUA.MDL	Reprodução do raciocínio de Newton acerca do movimento da Lua em torno da Terra (aplicação do cálculo infinitesimal)
GRAV1.MDL	Velocidade e aceleração no movimento de um satélite
JOGGRA1.MDL	Um jogo de gravitação
JOGGRA2.MDL	Outro jogo de gravitação
KEPLER1.MDL	Segunda lei de Kepler

Diretório: FIS_SEC (Cont.) (Física, ensino secundário)

Arquivo	Descrição
M_REL_1.MDL	Movimento relativo: ver a paisagem a andar...
MOMENT1.MDL	Investigação do movimento de rotação de uma barra onde é exercida uma força de valor constante na extremidade
MOMENT2.MDL	Investigação do movimento de rotação de uma barra controlando o momento da força
MOV_R_AV.MDL	Lançamento de uma caixa de um avião em movimento
MOV_REL1.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV_REL2.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV_REL3.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV_REL4.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV_REL5.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV_REL6.MDL	Experiências sobre movimento relativo
MOV2DF.MDL	Mover o Papai Noel...
MOVCIRC1.MDL	Movimento de uma partícula na extremidade do ponteiro dos segundos
MOVCIRC2.MDL	Vetor-posição, velocidade e aceleração no movimento circular uniforme
MOVREC1.MDL	Vetor-posição e equações paramétricas num movimento retilíneo
MOVREC2.MDL	Três casos de movimento retilíneo
NAT_QUED.MDL	A queda do Papai Noel...
ONDAEM.MDL	Representação de uma onda eletromagnética
OSCILAH.MDL	Um oscilador horizontal
OSCILAV.MDL	Um oscilador vertical
OSCIOSC.MDL	Investigar um osciloscópio
PARAQ1.MDL	Movimento de um pára-quedista, sem abrir o pára-quedas
PARAQ2.MDL	Movimento de um pára-quedista, antes e depois de abrir o pára-quedas
PEND_CON.MDL	Pêndulo cônico
PENDULO1.MDL	Pêndulo simples, forças, aceleração, componentes da aceleração e velocidade
PLANO30.MDL	Movimento num plano, com e sem atrito
PRJ_MESA.MDL	Lançamento de uma esfera de uma mesa
PRJ_RESI.MDL	Projétil, com resistência do ar
PRJBAS1.MDL	Lançamento de uma bola de basquete
PRJTEN1.MDL	Lançamento de uma bola de ténis
PROD_FEM.MDL	Lei de Faraday e produção de força eletromotriz
PROJ_AC.MDL	Aceleração e velocidade no movimento de um projétil
PROJ_EN.MDL	Energia no movimento de um projétil
PROJ0.MDL	Lançamento horizontal de um projétil
PROJ1.MDL	Velocidade, aceleração e força no movimento de um projétil
PROJ2.MDL	Equações paramétricas e movimento de um projétil
PROJ45.MDL	Lançamento de um projétil a 45°
PTOLOMEU.MDL	Representação do movimento de um planeta, segundo Ptolomeu
QUEDANAT.MDL	A aterrizagem do Papai Noel...
RADIANO.MDL	Sobre o conceito de radiano
ROTAC1.MDL	Movimento de rotação com aceleração angular constante
SAT_ESCA.MDL	Um estudo sobre a velocidade de escape de um satélite
SATELITE.MDL	Colocar um satélite em órbita
VECDES1.MDL	Vetor deslocamento num movimento retilíneo
VEL1.MDL	Sobre o conceito de velocidade
VEL2.MDL	Velocidade e aceleração num lançamento vertical, para cima
VEL4.MDL	Velocidade e vetor-posição no movimento de um projétil

Diretório: FIS_SUP (Física, ensino superior)

Arquivo	Descrição
3BPROB.MDL	Uma experiência sobre o problema dos três corpos
FORC_OSC.MDL	Um estudo do oscilador forçado
LISSAJOU.MDL	Figuras de Lissajous
CIRC_C.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e um condensador
CIRC_L.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e uma bobina
CIRC_LC.MDL	Oscilador eletromagnético (circuito com um condensador e uma bobina)
CIRC_R.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador e um resistor
CIRC_RLC.MDL	Circuito de corrente alternada com um gerador, um resistor, um condensador e uma bobina
CONDENS1.MDL	Carga e descarga de um condensador
GRAV_LUA.MDL	Reprodução do raciocínio de Newton acerca do movimento da Lua em torno da Terra (aplicação do cálculo infinitesimal)
IO_IO_PL.MDL	Um iô-iô com planetas...

Diretório: QUIMICA (Química, ensino secundário e superior)

Arquivo	Descrição
ORBITAIS.MDL	Funções de onda
R_ABIR.MDL	Reação irreversível
R_ABRE.MDL	Reação reversível e equilíbrio químico

5. Informações úteis para a construção de modelos

5.1 Sintaxe dos modelos

1. Cada linha deve ter uma única expressão.

2. Uma linha pode ter apenas o nome de uma variável. O primeiro valor desta variável é 0, por defeito, mas pode ser alterado na janela **Condições**. Quando o modelo está sendo executado, o valor dessa variável pode ser alterado, controlando um objeto (partícula, vetor, barra, ponteiro, valor, em qualquer janela de animação). Ver, por exemplo, o arquivo GRAFPOS1.MDL no diretório FIS_SEC.

3. O nome de uma variável só pode conter caracteres alfanuméricos, começando por uma letra. O interpretador dos modelos distingue entre maiúsculas e minúsculas.

4. Para interpretar um modelo, pressiona-se o botão **Interpretar**, na janela **Modelo**. A atribuição de valores aos parâmetros e aos valores iniciais só pode ser feita depois do modelo estar interpretado.

5. Para escrever potências utilize «^» ou o primeiro botão no topo da janela **Modelo**. Uma raiz quadrada pode ser obtida pressionando o botão respectivo ou utilizando a tecla «#». Se o argumento da raiz quadrada for uma expressão com mais do que um elemento, escreve-se um «(» depois de escrever o símbolo da raiz, e termina-se a expressão com «)». As frações obtêm-se utilizando a tecla «/». Se o numerador ou o denominador contiver mais do que um elemento, utilizam-se parêntesis para iniciar e terminar o numerador ou o denominador.

6. O símbolo de multiplicação, que se obtém pressionando «*», deve ser sempre escrito.

7. Os números π ($\pi = 3.1415926535897932384623536\dots$) e e (a base dos logaritmos naturais ou neperianos ($e = 2.71828182845904523536\dots$)) são obtidos pressionando o respectivo botão no topo da janela **Modelo** ou escrevendo «PI» ou «e». Estes símbolos não podem ser utilizados para designar outras variáveis ou parâmetros. « π » surge na janela **Modelo** como **PI** :

$$x = 10 \times \sin(2 \times PI \times f \times t)$$

$$h = e^t$$

8. As variáveis e os parâmetros são escritos em *itálico (verde)*, os números em negro e as funções em **negrito**.

$$x = 10 \times \sin(2 \times PI \times f \times t)$$

$$h = e^t$$

9. As funções devem ser indicadas num modo explícito. Ex.:

$$y = A \times \cos(w \times t)$$

$$y2 = \frac{1}{2} \times (e^t - e)$$

$$y3 = t^2 + \frac{\ln(t)}{\text{sen}(t)^2}$$

10. Para calcular a derivada de uma função, esta deve já estar definida em qualquer linha anterior. Pode-se calcular derivadas de derivadas, derivando a variável a que corresponde a derivada de ordem inferior. Ex.:

$$x = A \times \cos(w \times t)$$

$$vx = \frac{dx}{dt}$$

$$ax = \frac{dvx}{dt}$$

11. Não é possível calcular a derivada de uma função que não seja uma função explícita da variável em relação à qual se está calculando a derivada.

12. Para calcular a variação em qualquer variável, utiliza-se o operador « Δ », que se obtém pressionando o botão respectivo no topo da janela **Modelo** ou pressionando a tecla « Δ ». O argumento de « Δ » é uma variável, não uma expressão. Para calcular *taxas de variação*, divide-se a variação numa variável pela variação noutra variável. Ex.:

$$x = 10 \times \text{sen}(2 \times t)$$

$$\text{variacao}x = \Delta x$$

$$\text{taxa} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

13. A variável independente é designada por t , por defeito. Pode utilizar-se outra letra, como por exemplo x , pressionando o botão **Opções...** na janela **Controlo**. Na caixa de diálogo do botão **Opções...** pode-se ainda definir o domínio da variável independente, a precisão dos resultados nas várias janelas, o passo da variável independente, o modo de exprimir ângulos (radianos ou graus) e se o modelo é iterativo.

14. Os *modelos iterativos* não têm qualquer variável independente explícita (neste tipo de modelos, a barra na janela «Controlo» representa apenas o número de passos).

15. Pode escrever-se equações iterativas em modelos «normais». Ex:

$$y = 2 \times t^2$$

$$\text{soma} = \text{soma} + y \times \Delta t$$

$$Py = \frac{2}{3} \times t^3$$

16. Qualquer equação com derivadas (equação diferencial) deve ser escrita como uma *taxa instantânea de variação igual a uma expressão, variável ou parâmetro*. Ex.:

$$\frac{dx}{dt} = vx$$

$$\frac{dw}{dt} = 5$$

$$\frac{dh}{dt} = k \times t^2$$

17. Pode-se escrever equações com derivadas de derivadas escrevendo cada taxa instantânea de variação em linhas diferentes. Ex.:

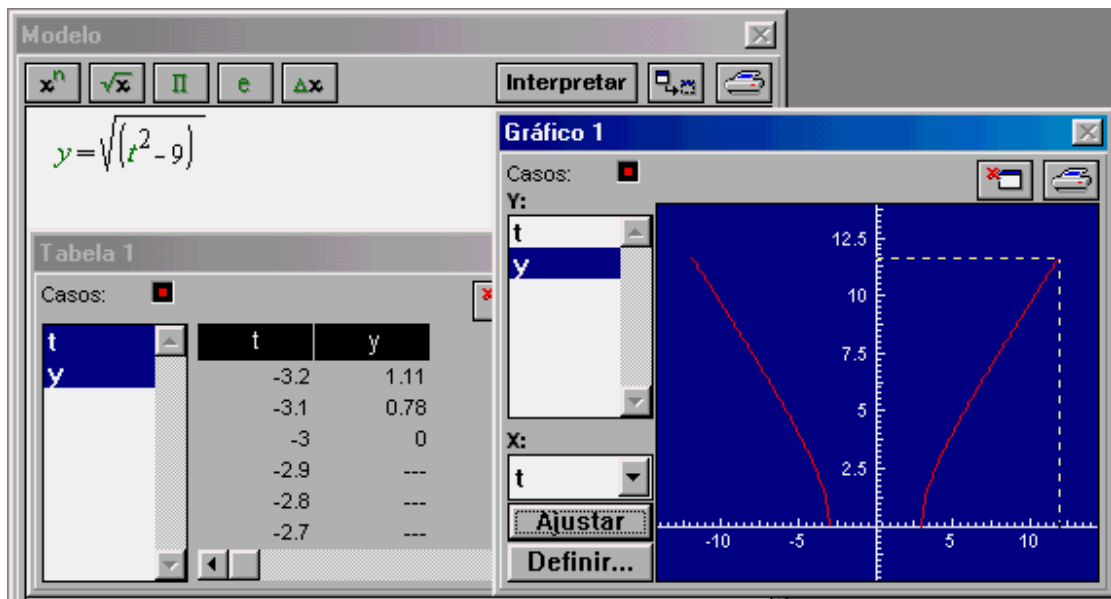
$$\frac{dx}{dt} = vx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}xx$$

18. *Modellus* resolve as equações com derivadas utilizando um método numérico (chamado método de Runge-Kutta de 4.^a ordem), sendo 0.1 o «passo», por defeito. Este método dá soluções exatas para a maioria das equações. Se necessário (por exemplo, quando o intervalo da variável independente é muito pequeno), deve-se modificar o passo para valores inferiores ao intervalo que a variável independente vai tomar.

19. *Modellus* reconhece números entre $-10 \text{ E}60$ (-10×10^{60}) e $10 \text{ E}60$ (10×10^{60}). Valores inferiores ao passo, em 7 ordens de grandeza, são considerados como sendo 0, para efeitos de verificação em cálculos impossíveis.

20. O programa não pára quando encontra um número imaginário (raiz quadrada de um número negativo) numa das variáveis. Esse número aparece como «-» nas tabelas e nas janelas de animação e não é representado nas janelas de gráficos. E.g.:



21. Para escrever comentários na janela **Modelo**, começar uma linha com «;».

5.2 Funções reconhecidas na janela «Modelo»

função	Descrição	sintaxe (exemplo)
sqrt ()	raiz quadrada	sqrt (2)
sin () ou sen ()	seno	sin (2 π <i>f t</i>)
cos ()	co-seno	cos (2 π <i>f t</i>)
tan ()	tangente	tan (5)
sec ()	secante	sec (2)
arcsin () ou arcsen ()	arco seno	arcsin (0.5)
arccos ()	arco co-seno	arccos (0.5)
arctan ()	arco tangente	arctan (0.5)
ln ()	logaritmo natural	ln (5)
log ()	logaritmo decimal	log (10)
rnd ()	número aleatório [gera números aleatórios entre 0 e 100]	rnd (100)
abs ()	módulo ou valor absoluto	abs (- 5)

5.3 Instruções de controle reconhecidas na janela «Modelo»

Instrução (exemplo)	Instrução
if (<i>t</i> < 10) then ($\alpha = 0.5$)	Se a variável <i>t</i> for menor que 10, a variável α é 0.5. Note-se que se não existir outra instrução, a variável α será sempre 0.5
if (<i>t</i> > 10) then ($\alpha = 0.5$)	Se a variável <i>t</i> for maior que 10, a variável α é 0.5
if (<i>t</i> <> 10) then ($\alpha = 0.2$)	Se a variável <i>t</i> for diferente de 10, a variável α é 0.2
if (<i>t</i> = 10) then ($\alpha = 0.5$)	Quando <i>t</i> é 10, α é 0.5. Note-se o duplo igual, «= =»
if (<i>t</i> >= 10) then ($\alpha = 0.2$)	Se a variável <i>t</i> for maior ou igual a 10, a variável α é 0.2
if (<i>t</i> <= 10) then ($\alpha = 0.2$)	Se a variável <i>t</i> for menor ou igual a 10, a variável α é 0.2. Note-se que se não existir outra instrução, a variável α será sempre 0.2
if ((<i>t</i> > 10) and (<i>r</i> < 5)) then ($\alpha = 0.5$)	Se a variável <i>t</i> for maior que 10 e a variável <i>r</i> for menor que 5, a variável α será 0.5
if ((<i>t</i> > 10) or (<i>r</i> < 5)) then ($\alpha = 0.5$)	Se a variável <i>t</i> for maior que 10 ou a variável <i>r</i> for menor que 5, a variável α será 0.5

6. Atividades sugeridas

Os modelos correspondentes às atividades sugeridas abaixo estão na pasta Atividades, que deve ser copiada do disquete para o subdiretório c:\Modellus\Atividades.

6.1 Co-seno de ângulos e vetores

6.1.1 COSENO1.MDL

Entre que valores varia o co-seno de um ângulo?

- a Executar o modelo e utilizar o «*mouse*» (com o botão esquerdo pressionado) para deslocar a extremidade superior da hipotenusa (lado azul). Observar como varia o triângulo, o comprimento de cada um dos seus lados e o quociente entre o cateto vermelho e a hipotenusa.
- b Como se pode definir o co-seno de um ângulo?
- c Em que condições o co-seno do ângulo é negativo?
- d Em que condições o co-seno do ângulo é positivo?
- e Pode o co-seno do ângulo ser maior do que 1? Por quê?
- f Pode o co-seno do ângulo ser menor do que -1 ? Por quê?
- g Que ângulo tem co-seno nulo? Por quê?

6.1.2 COSENO2.MDL

Definição de co-seno de um ângulo.

- a Executar o modelo e observar como varia o triângulo, o comprimento de cada um dos seus lados e o quociente entre o cateto azul e a hipotenusa.
- b Qual é o ângulo entre a hipotenusa e o cateto azul?
- c À medida que o triângulo fica menor, todos os lados do triângulo diminuem. E o que acontece ao quociente do comprimento do cateto azul pela hipotenusa?
- d Como se pode definir o co-seno de um ângulo?
- e Utilizar os pequenos botões coloridos no topo esquerdo da janela de animação para ver outras situações (ângulos de 45° e 60°).

6.1.3 VETOR1.MDL

Componentes de um vetor e módulo do vetor.

- a Observar como se calcula o módulo do vetor. Em que teorema se baseia esse cálculo?
- b Quais são as componentes do vetor?
- c Pegar na extremidade (flecha) do vetor (com o «*mouse*» e utilizando o botão esquerdo) e observar como varia o módulo do vetor à medida que variam as componentes do vetor?
- d Em que condições ambas as componentes do vetor são negativas?
- e Pode o módulo do vetor ser negativo? Por quê?
- f Pode a componente segundo o eixo dos xx ser negativa? Exemplificar.
- g Pode a componente segundo o eixo dos yy ser negativa? Exemplificar.

6.1.4 SOMA_VE.MDL

Soma de dois vetores.

- a Executar o modelo. Depois de executado, manipular a extremidade (flecha) do vetor amarelo (ou do vetor azul) e observar o vetor soma.
- b Como se pode aumentar o módulo do vetor soma sem aumentar o módulo de qualquer das parcelas (isto é, o módulo dos vetores amarelo e azul)?
- c Em que condições a soma de dois vetores é nula?
- d Em que condições a soma de dois vetores, com um certo módulo, tem o menor módulo possível?

6.2 Movimentos e forças

6.2.1 MOVREC1.MDL

Movimento retilíneo com velocidade constante. Representação da velocidade, da distância percorrida e dos gráficos distância percorrida em função do tempo e módulo da velocidade em função do tempo, gráficos de $s(t)$ e $v(t)$.

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Que tipo de trajetória tem o Papai Noel neste movimento?
- c Qual é a distância percorrida pelo Papai Noel num segundo?
- d E em 5 segundos?
- e Como se pode calcular a distância percorrida ao fim de t segundos?
- f Qual é a magnitude da velocidade (ou rapidez) média do Papai Noel?
- g E qual é o módulo ou magnitude da velocidade do Papai Noel em cada instante?
- h Qual é o módulo da aceleração do Papai Noel? Por quê?
- i Caracterizar a resultante das forças sobre o Papai Noel.

6.2.2 MOVREC2.MDL

Movimento retilíneo com aceleração constante. Representação da velocidade, da aceleração e da distância percorrida e dos gráficos distância percorrida em função do tempo, módulo da velocidade em função do tempo e módulo da aceleração em função do tempo.

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Que tipo de trajetória tem o Papai Noel neste movimento?
- c Qual é a distância percorrida pelo Papai Noel em 14 segundos?
- d Qual é a distância percorrida pelo Papai Noel nos primeiros 5 segundos?
- e Controlando a barra de tempo, indicar a distância percorrida pelo Papai Noel nos primeiros 10 segundos.
- f Qual é o módulo da velocidade do Papai Noel ao fim de 14 s?
- g Qual é o módulo da velocidade do Papai Noel ao fim de 5 s?
- h Qual é o módulo da velocidade do Papai Noel ao fim de 10 s?
- i Caracterizar a aceleração (direção, sentido e módulo) do Papai Noel.
- j Como se pode calcular a velocidade do Papai Noel ao fim de t segundos?
- k Como se pode calcular a distância percorrida ao fim de t segundos?

6.2.3 QUEDA1.MDL, QUEDA2.MDL, QUEDA3.MDL, QUEDA4.MDL

Distância percorrida, velocidade e aceleração na queda de uma bola.

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Que tipo de trajetória tem a bola neste movimento?
- c Qual é a distância percorrida pela bola em 3 segundos?
- d Qual é a distância percorrida pela bola no primeiro segundo?
- e Qual é a distância percorrida pela bola nos primeiros 2 segundos?
- f Qual é o módulo da velocidade da bola ao fim de 3 s?
- g Qual é o módulo da velocidade da bola ao fim de 2 s?
- h Qual é o módulo da velocidade da bola ao fim de 1 s?
- i Caracterizar a aceleração (direção, sentido e módulo) da bola.
- j Caracterizar a força (direção, sentido e módulo) que se exerce na bola.
- k Como se pode calcular a velocidade da bola ao fim de t segundos?
- l Como se pode calcular a distância percorrida ao fim de t segundos?

6.2.4 X_V_S_1.MDL, V_A_1.MDL

Posição, módulo da velocidade e distância percorrida num movimento retardado e depois acelerado.

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Como varia a distância percorrida pelo Papai Noel?
- c Como varia o módulo da velocidade do Papai Noel nos primeiros 10 segundos?
- d Como varia o módulo da velocidade do Papai Noel após os primeiros 10 segundos?
- e Caracterizar a direção e o sentido da aceleração nos primeiros 10 segundos.
- f Caracterizar a direção e o sentido da aceleração após os primeiros 10 segundos.
- g Calcular o módulo da aceleração, tendo em conta os dados do gráfico tempo-velocidade.
- h A posição do Papai Noel é a distância ao ponto de partida. Como varia a posição ao longo de todo o movimento?
- i Qual dos gráficos, tempo-posição ou tempo-distância percorrida, nos dá mais informações sobre o movimento? Por quê?

6.2.5 MOV_H1.MDL

Qual é a «história» deste movimento? (Observando o gráfico do módulo da velocidade em função do tempo).

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Descrever este movimento.
- c Como varia o módulo da velocidade ao longo do tempo?
- d Como varia o módulo da aceleração ao longo do tempo?
- e Como varia a aceleração ao longo do tempo?
- f Como varia a resultante das forças ao longo do tempo.
- g Esboçar o gráfico do módulo da aceleração em função do tempo.
- h Esboçar o gráfico da distância percorrida em função do tempo.

6.2.6 MOV_H2.MDL

Qual é a «história» deste movimento? (Observando o gráfico do módulo da aceleração em função do tempo).

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Descrever este movimento.
- c Como varia o módulo da velocidade ao longo do tempo?
- d Como varia o módulo da aceleração ao longo do tempo?
- e Como varia o sentido da aceleração ao longo do tempo?
- f Caracterizar o sentido e o módulo da resultante das forças ao longo do tempo.
- g Esboçar o gráfico do módulo da velocidade em função do tempo.
- h Esboçar o gráfico da distância percorrida em função do tempo.

6.2.7 MOV_H3.MDL

Qual é a «história» deste movimento? (Observando o gráfico da distância percorrida em função do tempo).

- a Executar o modelo e observar com atenção as grandezas e os gráficos.
- b Descrever este movimento.
- c Como varia o módulo da velocidade ao longo do tempo?
- d Como varia o módulo da aceleração ao longo do tempo?
- e Como varia o sentido da aceleração ao longo do tempo?
- f Caracterizar o sentido e o módulo da resultante das forças ao longo do tempo.
- g Esboçar o gráfico do módulo da velocidade em função do tempo.
- h Esboçar o gráfico do módulo da aceleração em função do tempo.

6.2.8 LANCAM1.MDL

Posição relativa das direções da força e da velocidade e das direções da aceleração e da velocidade no movimento de uma bola de basquete. Que relação há entre a velocidade de uma bola lançada para um cesto de basquete e a trajetória? E entre a aceleração e a trajetória?

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Que tipo de trajetória descreve a bola?
- c Descrever a posição relativa entre a velocidade da bola e a trajetória.
- d Descrever a posição relativa entre a aceleração da bola e a trajetória.
- e Caracterizar a direção e o sentido da força gravitacional na bola.
- f Que aconteceria à bola se, num determinado instante do movimento, deixasse de haver força gravitacional?

6.2.9 MOVCIRC1.MDL

Movimento circular uniforme: o módulo da velocidade é constante, mas a velocidade varia em direção. É possível calcular o módulo da velocidade, utilizando os dados da tela.

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Descrever trajetória do movimento.
- c Descrever a velocidade do movimento.
- d Que sentido («para dentro da trajetória?»; «para fora?») tem a aceleração deste movimento?
- e Se as grandezas estiverem indicadas em unidades SI, qual é a distância percorrida ao fim de uma volta?
- f E ao fim de meia volta?
- g E ao fim de um quarto de volta?
- h Qual é o módulo da velocidade?
- i Como se pode verificar que o módulo da velocidade é constante?

6.2.10 PARAQ1.MDL

Velocidade de um pára-quedista em queda livre, antes de abrir o pára-quedas.

- a Executar o modelo e observar o movimento, as grandezas e o gráfico.
- b Descrever a trajetória do movimento.
- c Descrever a velocidade do movimento.
- d Que significa afirmar que a velocidade terminal do pára-quedista é 55 m/s?
- e Caracterizar a resultante das forças quando se atinge a velocidade terminal.
- f O que acontece com a força de resistência do ar ao longo da queda?
- g O que acontece com a energia cinética do pára-quedista ao longo da queda?
- h Esboçar o gráfico da resultante das forças em função do tempo.
- i Esboçar o gráfico da aceleração em função do tempo.
- j Esboçar o gráfico da distância percorrida em função do tempo.

6.2.11 PLANO30.MDL

Movimento acelerado num plano inclinado. Representação da aceleração e da velocidade, bem como da distância percorrida.

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Descrever a velocidade do corpo.
- c Descrever a aceleração do corpo.
- d Descrever a distância percorrida pelo corpo.
- e Esboçar o gráfico da distância percorrida em função do tempo.
- f Esboçar o gráfico da velocidade em função do tempo.
- g Esboçar o gráfico da aceleração em função do tempo.
- h Esboçar o gráfico da resultante das forças em função do tempo.

6.2.12 PUXAR1.MDL

Que relação há entre força e aceleração em um movimento retilíneo?

- a Executar o modelo. Utilizar a barra azul para aumentar ou diminuir a intensidade da força exercida pela mão no carrinho.
- b O que acontece com a velocidade do carrinho quando a força é nula?
- c O que acontece com a aceleração do carrinho quando a força é nula?
- d Que relação há entre o sentido da força e o sentido da aceleração?
- e Que expressão matemática traduz a relação entre força e aceleração?
- f Como se pode verificar que a massa do carrinho é 0,5 kg, tendo em conta os dados da tela?

6.2.13 ATRITO1.MDL

Atrito estático e atrito cinético num plano horizontal.

- a Executar o modelo e observar as grandezas.
- b Descrever verbalmente a situação apresentada.
- c Qual é a intensidade ou módulo da força normal?
- d Qual é a intensidade máxima da força de atrito estático?
- e Calcular o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa?
- f Qual é a intensidade da força de atrito, após o bloco iniciar o movimento?
- g Calcular o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa.

6.3 Energia e trabalho

6.3.1 QUEDA_W1.MDL

Cálculo do trabalho da força gravitacional na queda de uma bola.

- h Executar o modelo e observar com atenção o movimento da bola e as grandezas representadas.
- i Como varia a velocidade da bola ao longo da queda?
- j De que altura foi a queda?
- k Qual é o peso da bola, em newtons?
- l Qual é a massa da bola, em quilogramas?
- m Qual é o trabalho da força gravitacional, durante a queda? Como se calcula?

6.3.2 TRAB_G1.MDL

Cálculo do trabalho de uma força pelo processo gráfico (força de intensidade constante).

- a Executar o modelo e observar o movimento, as grandezas e o gráfico.
- b Que tipo de movimento tem o carrinho? Por quê?
- c Qual é o módulo do deslocamento ao fim de 6 s?
- d Qual é o trabalho da força ao fim de 6 s?
- e Que relação há entre o trabalho da força e a área assinalada em amarelo no gráfico $F(s)$?

6.3.3 TRAB_G2.MDL

Cálculo do trabalho de uma força pelo processo gráfico (força de intensidade crescente, de acordo com a lei de Hooke).

- a Executar o modelo e observar o movimento, as grandezas e o gráfico. Admite-se que se puxa o carrinho sem movimentos bruscos.
- b É constante ou variável a intensidade da força exercida pela mola no carrinho à medida que se puxa o carrinho? E a força exercida pela mão?
- c Por que motivo não se pode aplicar a equação $W = F s \cos \theta$ para calcular o trabalho da força exercida pela mão (ou pela mola)?
- d Qual é o módulo do deslocamento ao fim de 0,95 s?
- e Que relação há entre o trabalho da força exercida pela mão e a área assinalada em amarelo no gráfico $F(s)$?
- f Qual é o trabalho da força ao fim de 0,95 s?

6.3.4 TRAB_Q1.MDL

Trabalho da força gravitacional numa queda livre.

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Que tipo de movimento tem o corpo? Por quê?
- c Qual é a intensidade da força gravitacional?
- d Qual é o módulo do deslocamento ao fim de 1 s?
- e Qual é o trabalho da força gravitacional ao fim de 1 s?
- f Esquematizar um gráfico que relacione a intensidade da força gravitacional com a distância percorrida e assinalar a área que corresponde ao trabalho da força.

6.3.5 TRAB_S1.MDL

Trabalho da força gravitacional no lançamento de uma bola (subida).

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Que relação há entre o sentido da força e o sentido da velocidade neste movimento?
- c Qual é a intensidade da força gravitacional?
- d Qual é o módulo do deslocamento ao fim de 2 s?
- e Qual é o trabalho da força gravitacional ao fim de 2 s?
- f Que trabalho realizaria a força gravitacional durante a queda?
- g Qual seria o trabalho total da força gravitacional no percurso de subida e descida?

6.3.6 TRAB1.MDL

Cálculo do trabalho de uma força constante.

- a Executar o modelo. Observar atentamente a situação representada.
- b Que características tem a força aplicada: direção, sentido, módulo (ou magnitude)?
- c Qual é a distância percorrida pelo carrinho nos 6,0 s?
- d O carrinho acelerou ou manteve constante a velocidade? Justificar.
- e Controlando a barra de tempo (janela de *Controlo*), indicar o trabalho realizado pela força nos primeiros 3,0 s?
- f Qual foi o trabalho realizado pela força nos primeiros 6,0 s?
- g O que acontece com a energia cinética do carro?

6.3.7 PUXAR2.MDL

Trabalho de uma força e variação de energia cinética.

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Qual é o módulo do deslocamento do carrinho ao fim de 10 s?
- c Qual é o módulo da força aplicada no carrinho?
- d Calcular o trabalho da força aplicada no carrinho.
- e Que relação há entre a variação de energia cinética e o trabalho da força aplicada no carrinho?
- f Por que podemos considerar que a força aplicada no carrinho é igual à resultante das forças aplicadas no carrinho?
- g Calcular a velocidade que o carrinho atingiu ao fim de 10 s.

6.3.8 BASK1.MDL

Transformações de energia no lançamento vertical de uma bola.

- a Executar o modelo. Observar o movimento e os gráficos.
- b O que acontece ao módulo (magnitude) da velocidade da bola enquanto sobe?
- c O que acontece ao módulo (magnitude) da velocidade da bola enquanto desce?
- d O que acontece com a energia cinética da bola enquanto sobe?
- e O que acontece com a energia cinética da bola enquanto desce?
- f Em que condições se considera que a energia potencial do sistema bola-Terra é nula?
- g O que acontece com a energia potencial enquanto a bola sobe?
- h O que acontece com a energia potencial enquanto a bola desce?
- i Como se comporta a energia mecânica? Por quê?

6.3.9-a QUEDA_E1.MDL

Transformação de energia potencial em energia cinética na queda de uma bola.

- a Executar o modelo e observar o movimento, as grandezas e os gráficos.
- b De que altura cai a bola?
- c Consideram-se forças de resistência neste modelo?
- d Que equação permite calcular o módulo da velocidade ao fim de t segundos? Explicar como surge essa expressão, tendo em conta que a aceleração da gravidade, g , mede a taxa de variação da velocidade com o tempo.
- e Calcular a velocidade da bola nos instantes $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.
- f Que equação permite calcular a altura da bola em cada instante? Utilizar essa equação para calcular a altura da bola nos instantes $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.
- g Que equação permite calcular a energia cinética da bola em cada instante? Utilizar essa equação para calcular a energia cinética da bola nos instantes $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.
- h Que equação permite calcular a energia potencial da bola em cada instante? Utilizar essa equação para calcular a energia potencial da bola nos instantes $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.
- i Deduzir uma equação que permita calcular a energia mecânica da bola em cada instante. Utilizar essa equação para calcular a energia mecânica nos instantes $t = 0$ s, $t = 1$ s, $t = 2$ s e $t = 3$ s.

6.3.9-b QUEDA_E1.MDL

Transformação de energia potencial em energia cinética na queda de uma bola sujeita apenas à força gravitacional. Representação gráfica da energia em função do tempo.

- j** Executar o modelo. Observar atentamente a queda e os gráficos da energia cinética da bola em função do tempo e da energia potencial em função do tempo.
- k** O que acontece com a velocidade da bola? Que evidência há na figura que justifique a resposta?
- l** Que valor tinha a energia cinética da bola no início da queda?
- m** Que valor tinha a energia cinética da bola no fim da queda?
- n** Como varia a energia cinética durante a queda?
- o** Que valor tinha a energia potencial da bola no início da queda?
- p** Que valor tinha a energia potencial da bola no fim da queda?
- q** Como varia a energia potencial durante a queda?
- r** Que relação há entre uma variação da energia cinética e a correspondente variação da energia potencial?
- s** Qual é o valor da energia mecânica (= energia cinética + energia potencial) da bola no início da queda?
- t** Qual é o valor da energia mecânica (= energia cinética + energia potencial) da bola no fim da queda?

6.3.10 MOLA_EN1.MDL

A energia potencial armazenada no sistema mola+carrinho é transferida para o carrinho...

- a** Que tipo de energia possui o sistema mola-carrinho quando a mola está comprimida?
- b** Como varia a força aplicada ao carrinho, enquanto a mola está se distendendo?
- c** Qual é a resultante das forças no carrinho depois de sair do contato com a mola?
- d** Como varia a velocidade do carrinho, enquanto este está em contato com a mola?
- e** Como varia a energia cinética do carrinho, enquanto este está em contato com a mola?
- f** Como varia a energia cinética do carrinho após este sair do contato com a mola?
- g** Em que condições a resposta à questão anterior é válida?
- h** Esquematizar um gráfico da energia cinética do carrinho em função do tempo.
- i** Esquematizar um gráfico da energia potencial do sistema carrinho-mola em função do tempo.

6.3.11 PLANO30.MDL

Qual é o trabalho da força gravitacional que atua em um corpo que desce um plano inclinado com atrito desprezível e ângulo de inclinação 30° ?

- a** Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b** Qual é o módulo do deslocamento ao fim de 0,89 s?
- c** Há atrito entre o corpo e o plano?
- d** Das duas forças que atuam no corpo, qual é a que não realiza trabalho? Por quê?
- e** Qual é a intensidade da força gravitacional? E qual é a massa do corpo?
- f** Calcular o trabalho da força gravitacional.
- g** Determinar a direção e o sentido da resultante das forças.
- h** Calcular o módulo da resultante das forças.
- i** Calcular o trabalho da resultante das forças.
- j** Calcular o desnível entre o ponto de partida e o plano horizontal em que o corpo se encontra ao fim de 0,89 s.
- k** Qual é a variação de energia potencial do sistema corpo-Terra?
- l** E qual é a variação da energia cinética do corpo?

6.3.12 PLANO45.MDL

Dissipação de energia no movimento com atrito ao longo de um plano inclinado.

- a Executar o modelo e observar o movimento e as grandezas.
- b Há atrito entre o corpo e o plano? Esse atrito é maior ou menor que a resultante da força normal com a força gravitacional? Por quê?
- c Das três forças que atuam no corpo, qual é a que não realiza trabalho? Por quê?
- d Determinar a direção e o sentido da resultante das forças.
- e Tendo em conta os dados da tela, determinar a variação da energia potencial do sistema corpo-Terra.
- f Tendo em conta os dados da tela, determinar a variação da energia cinética do corpo.
- g Qual foi a variação de energia mecânica?
- h Quanto vale a energia dissipada?
- i Como se manifesta a energia dissipada?

6.3.13 PARAQ1.MDL

Energia mecânica e energia dissipada no movimento de um pára-quedista.

- a Executar o modelo e observar o movimento, as grandezas e os gráficos.
- b O que acontece com a velocidade do pára-quedista à medida que decorre o movimento? Por quê?
- c Qual é o valor da velocidade terminal, antes de abrir o pára-quedas? Ao fim de quanto tempo é atingida?
- d Como varia a energia cinética do pára-quedista?
- e E a energia potencial do sistema pára-quedista-Terra?
- f À medida que decorre o movimento, aumenta a energia dissipada. Por quê?
- g Que relação há entre a energia mecânica e a energia dissipada?

6.4 Energia e calor

6.4.1 ISOBAR1.MDL

Quatro isóbaras.

- a Executar o modelo e observar os gráficos.
- b O que significa «isóbara»?
- c Qual é a variável dependente?
- d As diferentes cores no gráfico correspondem a diferentes valores de que variável?
- e Entre que valores varia a variável independente, T , temperatura (em kelvin)?
- f Que tipo de relação matemática há entre V e T ?
- g Extrapolando os gráficos para valores de $T = 0$, que valor teria V ?

6.4.2 ISOTERM1.MDL

Quatro isotermas.

- a Executar o modelo e observar os gráficos.
- b O que significa «isoterma»?
- c Qual é a variável dependente?
- d As diferentes cores no gráfico correspondem a diferentes valores de que variável?
- e Entre que valores varia a variável independente, V , volume?
- f Que tipo de relação matemática há entre P e V ?
- g Extrapolando os gráficos para valores de $V = 0$, que valor teria P ?
- h Extrapolando os gráficos para valores de $V = \infty$, que valor teria P ?

6.4.3 ISOVOL1.MDL

Quatro isovolumétricas.

- a Executar o modelo e observar os gráficos.
- b O que significa «isovolumétrica»?
- c Qual é a variável dependente?
- d As diferentes cores no gráfico correspondem a diferentes valores de que variável?
- e Entre que valores varia a variável independente, T , temperatura (em kelvin)?
- f Que tipo de relação matemática há entre P e T ?
- g Extrapolando os gráficos para valores de $T = 0$, que valor teria P ?

6.4.4 SOLIDO.MDL

Modelo da agitação das partículas de um sólido.

- a Executar o modelo e observar com atenção.
- b Aumentar a barra que controla a temperatura.
- c Que relação há entre a temperatura e a agitação das partículas?
- d Escrever uma lista das características dos sólidos, a nível microscópico.
- e O que acontece às partículas de um sólido quando o sólido funde?

6.5 Energia e corrente elétrica

6.5.1 CORRENT.MDL

Simulação da velocidade de arraste dos elétrons num condutor metálico.

- a Executar o modelo e observar a simulação.
- b As cores dos «elétrons» não têm qualquer significado. Servem apenas para facilitar a interpretação do modelo.
- c O que significa afirmar que «o movimento dos elétrons é muito rápido, mas a sua progressão é lenta»?
- d Num condutor metálico não percorrido por uma corrente não há movimento de elétrons? E progressão dos elétrons?
- e Este modelo descreve a totalidade das características microscópicas dos condutores metálicos? Fundamentar a resposta.

6.5.2 OHM1.MDL

Um exemplo de aplicação da lei de Ohm.

- a A lei de Ohm traduz uma proporcionalidade, válida para certo tipo de condutores. Explicar o significado desta afirmação.
- b Executar o modelo. Utilizar a barra vermelha para aumentar ou diminuir a intensidade da corrente.
- c Construir uma tabela de valores de I e de V , a d.d.p. nas extremidades do condutor.
- d Calcular o valor da resistência R do condutor.
- e A resistência R do condutor utilizado neste modelo depende da intensidade da corrente? Fundamentar a resposta.
- f A resposta à questão anterior é válida para todo o tipo de condutores? Como se designam os condutores em que não é válida?

6.5.3 ASS_PAR.MDL

Cálculo da resistência equivalente da associação de dois resistores em paralelo.

- a A partir da equação $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ deduzir a equação utilizada neste modelo.
- b Executar o modelo e modificar o valor de R_1 ou R_2 . Observar como varia o valor da resistência equivalente da associação.
- c Para a gama de valores que R_1 e R_2 podem tomar, qual é o valor máximo da resistência equivalente?
- d Para a gama de valores que R_1 e R_2 podem tomar, qual é o valor mínimo da resistência equivalente?

6.5.4 ASS_SER.MDL

Cálculo da resistência equivalente da associação de dois resistores em série.

- a Executar o modelo e modificar o valor de R_1 ou R_2 . Observar como varia o valor da resistência equivalente da associação.
- b Para a gama de valores que R_1 e R_2 podem tomar, qual é o valor máximo da resistência equivalente?
- c Para a gama de valores que R_1 e R_2 podem tomar, qual é o valor mínimo da resistência equivalente?

6.5.5 JOULE_R.MDL

Lei de Joule: relação entre a energia dissipada num resistor e a resistência do condutor, mantendo constantes a intensidade da corrente e o intervalo de tempo.

- a Executar o modelo e observar o gráfico.
- b Qual é a variável dependente?
- c Qual é a variável independente?
- d Entre que valores varia a variável independente?
- e Que tipo de relação matemática há entre E e R ?

6.5.6 JOULE_I.MDL

Lei de Joule: relação entre a energia dissipada num resistor e a intensidade da corrente, mantendo constantes a resistência e o intervalo de tempo.

- a Executar o modelo e observar o gráfico.
- b Qual é a variável dependente?
- c Qual é a variável independente?
- d Entre que valores varia a variável independente?
- e Que tipo de relação matemática há entre E e R ?

6.5.7 JOULE_T.MDL

Lei de Joule: relação entre a energia dissipada num resistor e o intervalo de tempo, mantendo constantes a resistência e a intensidade da corrente.

- a Executar o modelo e observar o gráfico.
- b Qual é a variável dependente?
- c Qual é a variável independente?
- d Entre que valores varia a variável independente?
- e Que tipo de relação matemática há entre E e R ?

6.5.8 CIRC_EN2.MDL

Conservação de energia num circuito constituído por um gerador e um resistor.

- a Executar o modelo e observar os valores das grandezas.
- b Qual é a intensidade da corrente no circuito?
- c Que transferências de energia ocorrem neste circuito?
- d Que relação matemática há entre a energia fornecida ao circuito pelo gerador, a energia dissipada no gerador e a energia dissipada no resistor?
- e O rendimento do gerador nos indica a fração da energia que é transferida para fora do gerador. Explicar o significado desta afirmação, com um exemplo de valores.
- f Que equação matemática permite calcular a energia dissipada no resistor ao fim de t s?
- g Calcular a potência do gerador.
- h Calcular a potência do resistor.

6.5.9 CIRC_EN1.MDL

Conservação de energia num circuito elétrico com um gerador e um motor.

- a Executar o modelo e observar os valores das grandezas.
- b Qual é a intensidade da corrente no circuito?
- c Que transferências de energia ocorrem neste circuito?
- d Que relação matemática há entre a energia fornecida ao circuito pelo gerador, a energia dissipada no gerador, a energia obtida do motor para o exterior e a energia dissipada no motor?
- e O rendimento do gerador nos indica a fração da energia que é transferida para fora do gerador. Explicar o significado desta afirmação, com um exemplo de valores.
- f O rendimento do motor nos indica a fração da energia que é transferida para fora do motor. Explicar o significado desta afirmação, com um exemplo de valores.
- g Calcular a potência do gerador.
- h Calcular a potência do motor.

6.6 Radiação e ambiente

6.6.1 RADIO0.MDL

Representação gráfica de uma transformação radioativa.

- a Executar o modelo e observar as grandezas e o gráfico.
- b Descrever a atividade radioativa ao longo do tempo.
- c Quanto tempo demora para ocorrer a desintegração dos primeiros 500 átomos?
- d Depois de se desintegrarem 500 átomos, quanto tempo demora a desintegração de mais 250 átomos?
- e Depois de se desintegrarem 750 átomos, quanto tempo demora a desintegração de mais 125 átomos?
- f Qual é a meia-vida do criptônio ^{89}Kr ?
- g O que significa esse valor?

6.6.2 RADIO1.MDL

Comparação de uma transformação radioativa lenta com uma transformação rápida. Análise do significado da meia-vida, $T_{1/2}$.

- a Executar o modelo e observar as grandezas e o gráfico.
- b Comparar a atividade radioativa do radônio ^{222}Rn com o criptônio ^{89}Kr .
- c Quanto tempo demora para ocorrer a desintegração dos primeiros 500 átomos de ^{222}Rn ?
- d Quanto tempo demora para ocorrer a desintegração dos primeiros 500 átomos de ^{89}Kr ?
- e Qual é a meia-vida do ^{222}Rn ?
- f O que significa esse valor?